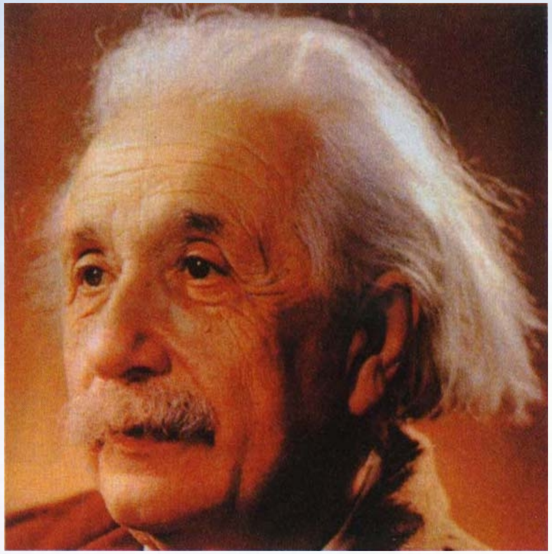
§ 4.2 狭义相对论的基本原理 洛伦兹变换



一、狭义相对论的基本原理

1. 相对性原理：物理定律在所有惯性系中都相同。2. 光速不变原理：在所有惯性系真空中的光速都相等。

满足上述两个条件的变换是洛伦兹变换。洛伦兹变换还遵循两个基本原理：1. 变换是线性的，因两参照系的事件一一对应。2. 假定了时空的均匀性及空间的各向同性。

二、洛伦兹变换

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

在洛伦兹变换中，当u<<c时洛伦兹变换变成伽利略变换。若设想K系相对K'系以(-u)运动，则可得其逆变换：

$$x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + ux'/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

三、爱因斯坦速度变换

在洛伦兹变换两边求微分有：

用第四式除其余三式，即得爱因斯坦速度变换公式：

$$dx' = \frac{dx - u\,dt}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$dy' = dy$$

$$dz' = dz$$

$$dt' = \frac{dt - u\,dx/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x / c^2}$$

$$v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - u^2 / c^2}}{1 - uv_x / c^2}$$

$$v'_z = \frac{v_z \sqrt{1 - u^2 / c^2}}{1 - uv_x / c^2}$$

同理可得上式的逆变换：

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + uv'_x / c^2}$$

$$v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - u^2 / c^2}}{1 + uv'_x / c^2}$$

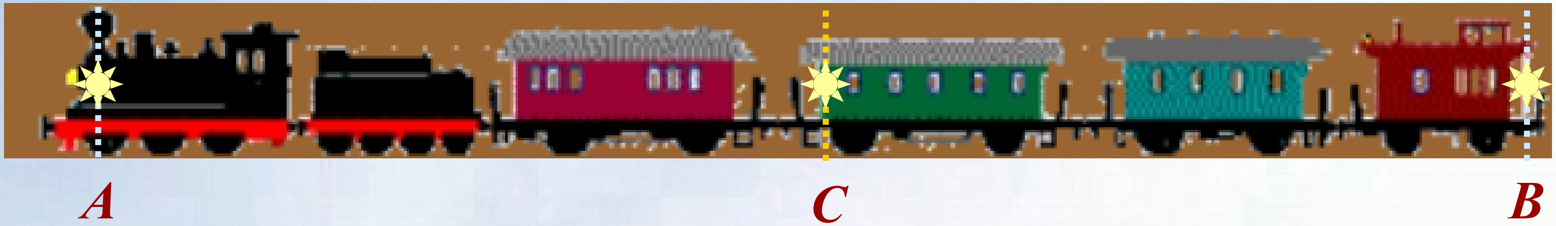
$$v_z = \frac{v'_z \sqrt{1 - u^2 / c^2}}{1 + uv'_x / c^2}$$

上式称为爱因斯坦速度变换公式。当$u \ll c$时爱因斯坦速度变换变成伽利略速度变换。

§ 4.3 狭义相对论的时空观

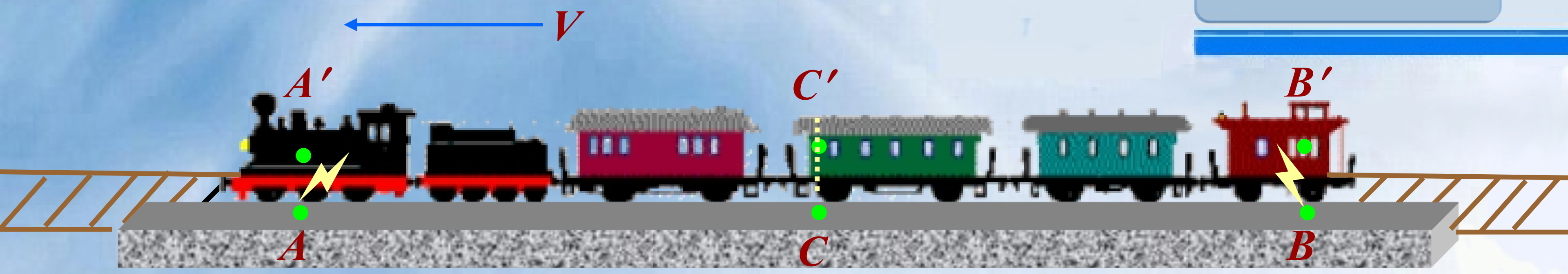
一、同时的相对性

爱因斯坦提出一个异地对钟准则：设在K惯性系中（站台），C为A、B中点，在C点向A、B两点发出对钟光信号，A、B收到此信号被认为是“同时”的。

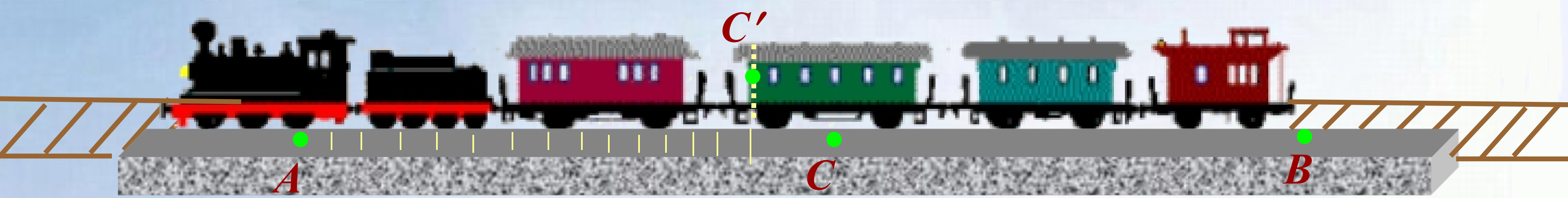


以上的“同时性”判断适用于一切惯性系。问题是，两个事件，在某惯性系看是同时的，是否在其他惯性系看也同时？

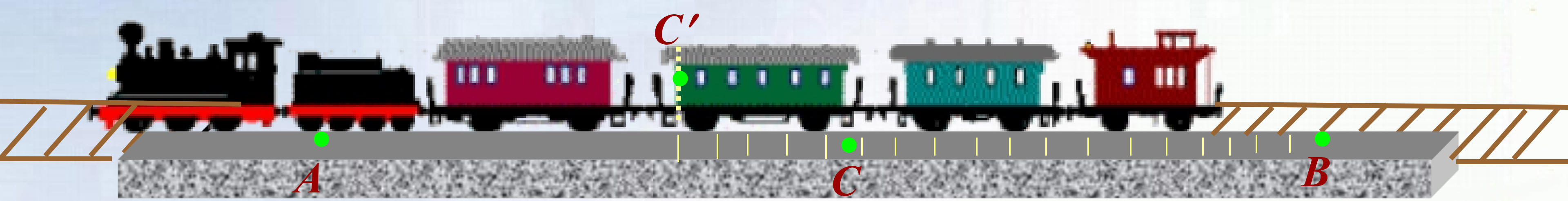
爱因斯坦提出一理想实验：设火车相对站台以匀速V向左运动（见下图）。当列车的A'、B'与站台的A、B两点重合时，站台上同时在这两点发出闪光，则它们同时传到C点。但列车的中点C'先接到A'点的闪光，后接到B'点的闪光。对观察者C'来说，A'的闪光早于B'的闪光；对观察者C来说，A的闪光与B的闪光是同时的，即对站台参考系同时的事件，对列车参考系是不同时的，这就是说同时是相对的。



1. 站台上的A、B同时发出信号



2. A(即A'处)的信号先到达C'处



3. B(即B'处)的信号后到达C'处

可用洛仑兹变换讨论同时的相对性。设K'系相对K系以速度$\boldsymbol{u}$沿x轴运动，在x轴坐标为x_1的A处和x轴坐标为x_2的B处，t时刻同时发生两个事件，则按洛仑兹变换，K'系中有：

$$t_1' = \frac{t - ux_1/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad t_2' = \frac{t - ux_2/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

由上式可见：

① 当 $x_2 \neq x_1$ 时，$t_1' \neq t_2'$。只有当$x_2 = x_1$时，$t_1' = t_2'$。K系中不同地点发生的两个“同时”事件，在K'系中“不同时”。

例子中，A'点的闪光先到C'点，$t'_1<t'_2$, 因为u<0

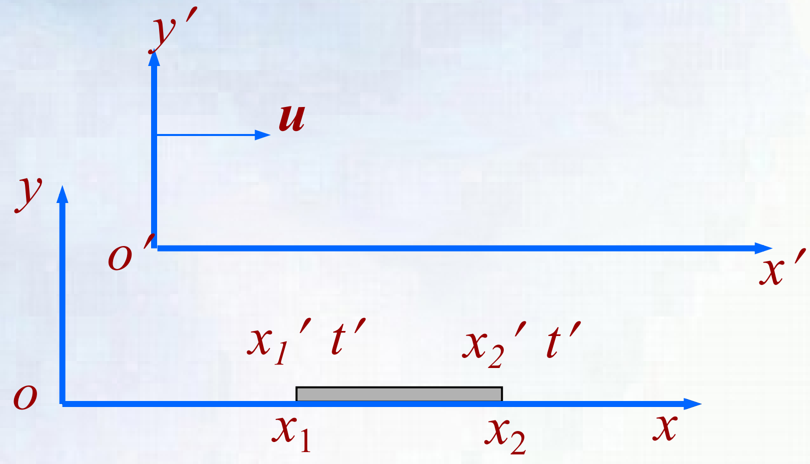
② 无论 $x_2 = x_1$，还是 $x_2 \neq x_1$，若 $u << c$，则 $t_1' \approx t_2'$ 。

二、长度的相对性

要测量一个运动物体的长度，合理的办法是同时记下物体两端的位置。设K'系相对K以速度$\boldsymbol{u}$沿x轴运动，K系中有一根静止的棒，两端点的空间坐标为x_1和x_2，则棒在K系中的长度为：

$$l_0 = x_2 - x_1$$

通常棒在相对它静止的参照系中的长度称为固有长度或 静长。在K'系中的t'时刻，记下棒两端的空间坐标 x'_1、x'_2。K' 系中棒的长度为：



$$l' = x'_2 - x'_1$$

按洛仑兹变换，有

$$x_1 = \frac{x'_1 + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$x_2 = \frac{x'_2 + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

故： $l' = x_2' - x_1' = (x_2 - x_1)\sqrt{1-u^2/c^2}$

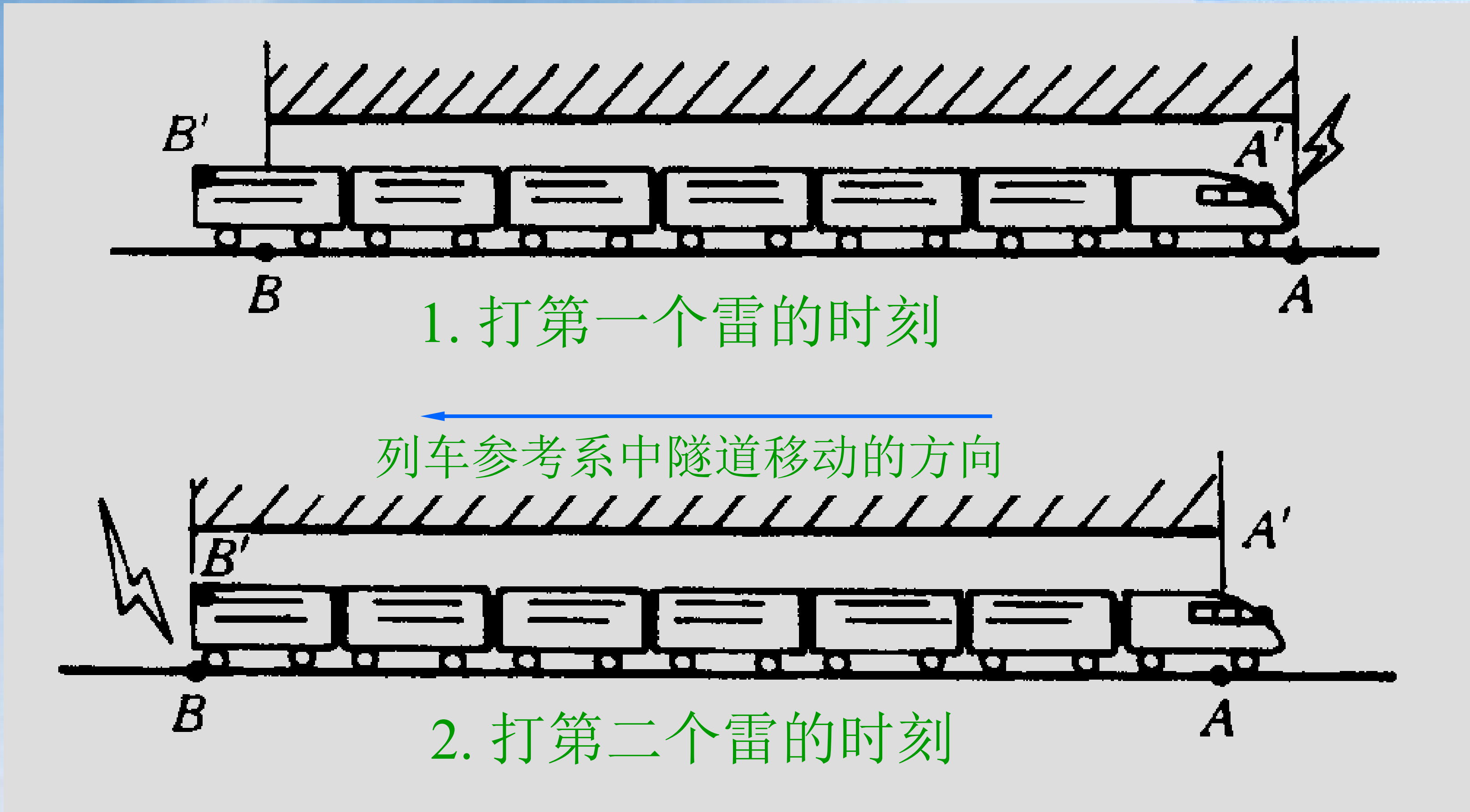
因 $l_0 = x_2 - x_1$，故此棒在K'系中的长度：

$$l' = l_0\sqrt{1-u^2/c^2}$$

在相对棒静止的惯性系中，棒的长度最大，称为静长l_0。在相对于棒运动的惯性系中，棒沿运动方向的长度小于静长。此效应称为长度缩短。

与相对运动垂直的方向上，无相对运动，故不发生长度收缩。

设在地面参照系中，运动的列车长度为AB，正好与一段隧道的长度相同。而在列车参照系中，列车就会比隧道长。在地面参照系中当列车完全进入隧道时，在入口和出口处同时打两个雷。在列车参照系中，列车会被雷击中吗？这个问题的关键在“同时的相对性”上。在地面参照系中同时打两个雷，而在列车参照系中不同时，出口A处雷在先，列车未出洞，此时虽车尾在洞外，但B处雷还未响，等B处雷响时，车尾已进洞。

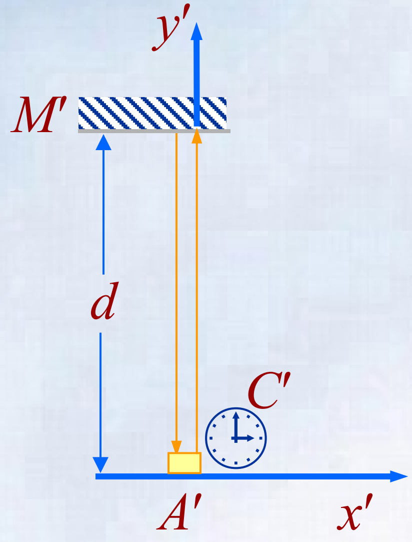


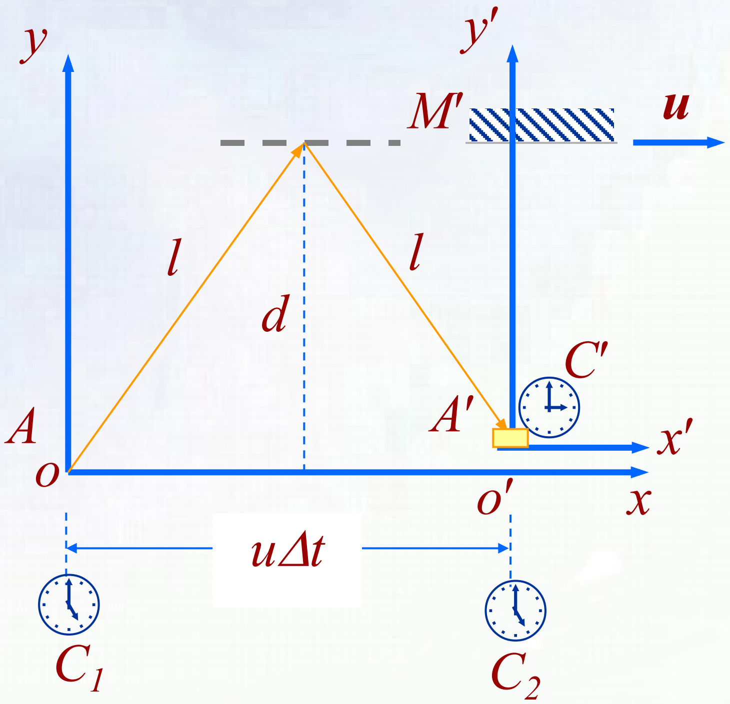
列 车 参 照 系

三、时间的相对性

设K'系中A'有一闪光源，它近旁有一只钟C'，其上方有一反射镜M'。光从A'发出再返回A'，钟C'所走过时间为：

$$\Delta t' = 2d/c$$



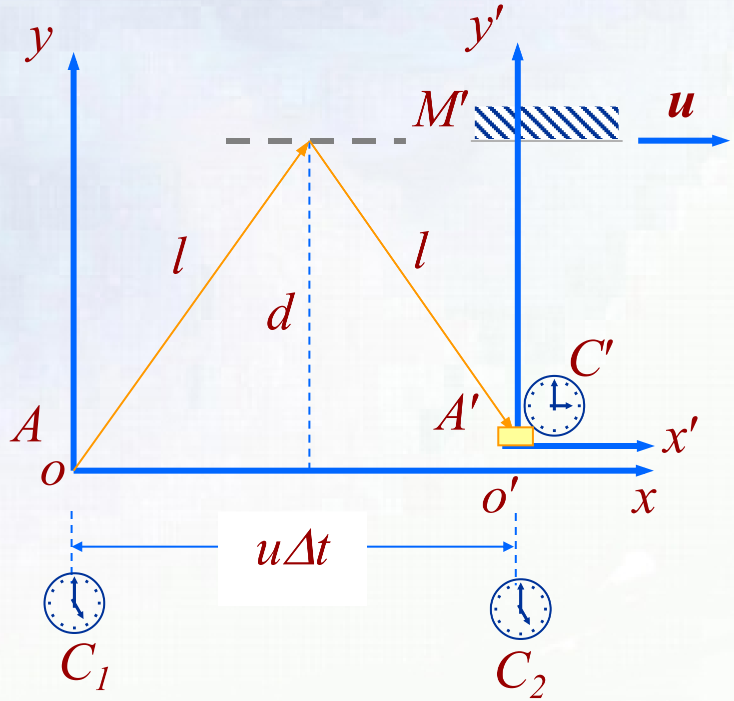


在K系中测量，以Δt表示K系中测得闪光由A点发出返回到A'所经过的时间，在此时间内A'沿x方向移动的距离$u\Delta t$，K系中测量光线走过斜线的长度为：

$$2l = 2\sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2}$$

由于光速不变，所以：

$$\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2}{c}\sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2}$$



由上式可解出：

$$\Delta t=\frac{2d/c}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \Longrightarrow \Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

上式中 $\Delta t'$是在K'系中同一地点的两个事件之间的时间间隔，是静止于此参照系中的一只钟测出的，称为**原时** Δt_0。

由于上式中$\sqrt{1-u^2/c^2}<1$，故$\Delta t'<\Delta t$，即原时最短。

K系中的Δt是不同地点的两个事件之间的时间间隔，是用静止于此参照系中的两只钟测出的，称为两地时，它比原时长。

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

上述相对论效应称为**时间膨胀**。

可用洛仑兹变换讨论时间间隔的相对性问题：

设在K系中的同一地点先后发生两个事件，时空坐标为(x,t_1)和(x,t_2)，在K系中两个事件的时间间隔为：

$$\Delta t_0 = t_2 - t_1$$

由于K'系、K系间有相对运动，K'系中的这两个事件就发生在不同的地点，按洛仑兹变换，K'系中两个事件发生的时刻为：

$$t_1' = \frac{t_1 - ux/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \qquad t_2' = \frac{t_2 - ux/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

K'系中两事件的时间间隔为：

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \qquad \Delta t' = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

若在K'系和K系两件事件都发生在不同地点，则上式不成立，要用洛仑兹变换直接求解。

孪生子佯谬

甲乙两孪生兄弟，甲留在地球，乙坐飞船旅行，在甲看，时间在飞船上流逝的比地球上慢，故乙比甲年轻；在乙看，时间在地球上流逝的比飞船上慢，故甲比乙年轻。到底谁年轻？

广义相对论证明，在非惯性系中时间流逝的慢，故乙比甲年轻。1971年，马里兰大学的研究小组将原子钟乘飞机进行实验，发现飞机上的钟比地面上的钟慢59ns，与理论符合到±1%。

例题一：

μ介子在静止参照系中平均经过2×10-6s（固有寿命）衰变为电子和中微子。宇宙射线在大气上层产生的μ介子速度达2.994×108m/s，若没有时间膨胀效应，只能行进600m，不可能到达地面实验室，但实际μ介子可穿透9000 m的大气层。

解法一：以地面为参照系，μ子寿命为：

$$\tau=\frac{\tau'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}=\frac{2\times10^{-6}s}{\sqrt{1-(0.998)^2}}=3.16\times10^{-5}s$$

$$\Delta x=u\tau=9461\,m$$

解法二：可用洛仑兹变换求解

（地面为K系， 介子为K'系）

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad t = \frac{t' + ux'/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t'_2 - t'_1 = \tau' \qquad t_2 - t_1 = (t'_2 - t'_1)/\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

$$x'_2 - x'_1 = 0 \qquad x_2 - x_1 = u(t'_2 - t'_1)/\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

四、“时空间隔”的绝对性

设A、B两个事件在K、K'的时空坐标分别为：(x_1,y_1,z_1,t_1)，(x_2,y_2,z_2,t_2) 和 (x_1', y_1', z_1', t_1')，(x_2', y_2', z_2', t_2')

则定义两事件在 K、K'系的时空间隔为

$$S=\sqrt{-(x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2-(z_2-z_1)^2+c^2(t_2-t_1)^2}$$

$$S'=\sqrt{-(x_2'-x_1')^2-(y_2'-y_1')^2-(z_2'-z_1')^2+c^2(t_2'-t_1')^2}$$

将洛仑兹变换代入：

$$S=[-(\frac{x_2'+ut_2'}{\sqrt{1-u^2/t^2}}-\frac{x_1'+ut_1'}{\sqrt{1-u^2/t^2}})^2-(y_2'-y_1')^2-(z_2'-z_1')^2$$

$$+c^2(\frac{t_2'+ux_2'/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}-\frac{t_1'+ux_1'/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}})^2]^{1/2}$$

$$=\sqrt{-(x_2'-x_1')^2-(y_2'-y_1')^2-(z_2'-z_1')^2+c^2(t_2'-t_1')^2}=S'$$

即： $\boxed{S=S'}$

两个事件之间的时空间隔S在所有惯性系中都相同，即时空间隔是绝对的。时间与空间不是完全等同的，空间位置可忽左忽右、忽上忽下，而时间则一去不复反。在时空间隔中，时间项与空间项前面的符号不同。

五、因果事件时序的绝对性 *

如果两个事件存在因果关系，是否在某一参照系中因果关系会颠倒呢？设在K'系中事件B是由A事件引起，如在K'系中A事件是t_1'时刻在x_1'处开枪，B事件是t_2'时刻在x_2'处子弹中靶。按洛仑兹变换，K系中A、B两事件发生的时刻分别为：

$$t_1=\frac{t_1'+ux_1'/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \qquad t_2=\frac{t_2'+ux_2'/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

故在K系中，中靶事件与开枪事件的时间间隔为

$$t_2 - t_1 = \frac{(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}\left(1 + \frac{u}{c^2}\frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'}\right)$$

由于上式中 $\frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'}$ 是子弹在K'系中的飞行速度υ'_x，而υ'_x和u的绝对值都必须小于光速c。在K'系中开枪事件在先，中靶事件在后，$t_2' - t_1' > 0$，不论 $x_2' - x_1'$ 如何，恒有 $t_2 > t_1$。即因果事件的时序不会颠倒。

狭义相对论中讨论运动学问题的思路：

1、确定两个作相对运动的惯性参照系；

2、确定所讨论的两个事件；

3、表示两个事件分别在两个参照系中的时空坐标或其时空间隔；

4、用洛仑兹变换讨论。

注意：

静长（固有长度）一定是物体相对某参照系静止时两端的空间间隔；原时（固有时）一定是在某坐标系中同一地点发生的两个事件的时间间隔。

- 同时的相对性中，两个事件是发生在两个不同的位置。若在一个惯性系中测得两个事件是同时发生的，则在另一个惯性系中并不同时发生。
- 长度收缩效应中，必须在同一时间测量运动物体的长度。长度收缩公式 $l=l_0\sqrt{1-v^2/c^2}$，式中 l_0 是物体的固有长度。求解问题时容易犯的一个错误是，简单地用 $\sqrt{1-v^2/c^2}$ 去乘一个给定的空间间隔。如果求的是物体的长度，那是对的；如果求的是非同时发生的两个事件之间的空间间隔那就错了，这时必须用洛伦兹坐标变换公式来得到答案。
- 时间延缓效应中测量的是在同一地点发生的两个事件之间的时间间隔。时间延缓公式 $\tau=\dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ 中，τ_0 是固有时间。如果观察者测量的是在不同空间位置发生的两个事件之间的时间间隔，那么，就不可以用时间延缓公式。

例题二：

静长为5m的飞船以u＝9×10³m/s的速率相对于地面匀速飞行时，从地面上测量，它的长度是多少？

解法一：

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = 5\sqrt{1-(9\times10^3/3\times10^8)^2} \simeq 4.999999998m$$

差别很难测出。

解法二：可用洛仑兹变换求解（地面为K系，飞船为K'系）

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \qquad t = \frac{t' + ux'/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$x_2' - x_1' = l_0 \qquad x_2' - x_1' = (x_2 - x_1)/\sqrt{1-u^2/c^2}$$

$$t_2 - t_1 = 0 \qquad l = l_0\sqrt{1-u^2/c^2}$$

例题三：

带正电的π介子是一种不稳定的粒子，当它静止时，平均寿命为2.5×10^{-8}s，之后即衰变成一个μ介子和一个中微子。在实验室测得π介子的速率为u=0.99c，并测得它在衰变前通过的平均距离为52m，这些测量结果是否一致？

解法一：

若用平均寿命$\Delta t'=2.5\times10^{-8}$s和$u$相乘，得$7.4m$，与实验结果不符。考虑相对论的时间膨胀效应，$\Delta t'$是静止π介子的平均寿命，是原时，当π介子运动时，在实验室测得的平均寿命应是：

$$\Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\frac{2.5\times10^{-8}}{\sqrt{1-(0.99)^2}}=1.8\times10^{-7}(s)$$

实验室测得它通过的平均距离应该是：$u\Delta t=53m$，与实验结果符合得很好。

解法二：可用洛仑兹变换求解

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad t = \frac{t' + ux'/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t_2' - t_1' = \Delta t' \qquad t_2 - t_1 = (t_2' - t_1')/\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

$$x_2' - x_1' = 0 \qquad x_2 - x_1 = u(t_2' - t_1')/\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

例题四：

试从 π 介子在其静止的参照系来考虑 π 介子的平均寿命。

解：从 π 介子的参照系看来，实验室的运动速率为 u=0. 99c，实验室中测得的距离是l=52m，为静长，在 π 介子参照系中测量此距离应为：

$$l' = l\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = 52\times\sqrt{1-(0.99)^2} = 7.3m$$

而实验室飞过此距离所用时间为：

$$\Delta t' = {l'}/{u} = {7.3}/{0.99c} = 2.5\times10^{-8}(s)$$

这就是静止π介子的平均寿命。

例题五：

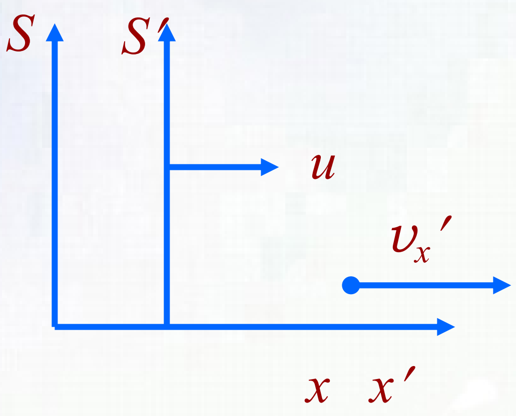
设想一飞船以0.80c的速度在地球上空飞行，如果这时从飞船上沿速度方向抛出一物体，物体相对飞船速度为0.90c。问：从地面上看，物体速度多大？

解： 选飞船参考系为S'系。

地面参考系为S系。

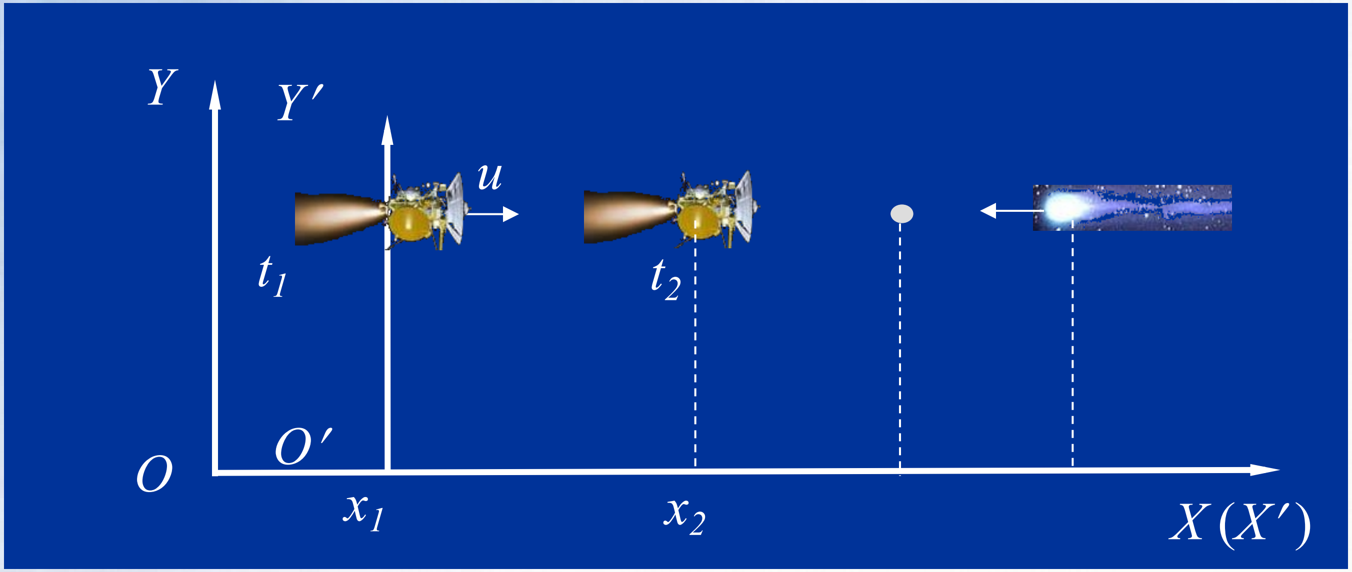
$$u = 0.8c \qquad v_x' = 0.9c$$

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + \frac{u}{c^2} v_x'} = 0.99c$$



例题六：

一艘飞船和一颗慧星相对于地面分别以0.6c和0.8c的速度相向运动，在地面上观测，再有5s钟两者就要相撞，试求从飞船上的钟看再经过多少时间两者将相撞。



解法一：

如图所示，建立地面参照系S及飞船参照系S′。开始飞船经过地面上x_1位置，到达x_2位置与慧星相撞，这两个事件在飞船上观察是发生在同一地点，因此它们的时间间隔$\Delta t'$为原时，故：

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = 5\times\sqrt{1-(\frac{0.6c}{c})^2} = 4s$$

解法二：可用洛仑兹变换求解

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad t = \frac{t' + ux'/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t_2 - t_1 = 5s \qquad t_2 - t_1 = (t_2' - t_1')/\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

$$x_2' - x_1' = 0 \qquad \Delta t' = \Delta t\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

§ 4.4 狭义相对论动力学方程

动力学的一系列概念，如能量、动量、质量等，及与它们相联系的量如力、功等，在相对论中面临重新定义的问题。如何定义？爱因斯坦提出两条原则：

1. 当$v<<c$时，新定义的物理量必须趋于经典物理中的对应量。

2. 尽量保持基本守恒定律继续成立。

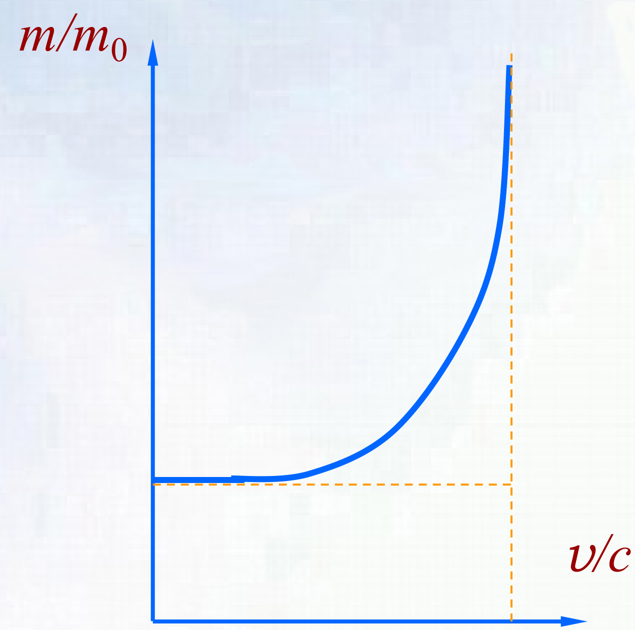
一、质量与速度的关系

在相对论中仍定义动量$\boldsymbol{p}$与速度$\boldsymbol{v}$为同方向矢量，且仍写成$\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}$，动量与速度的比率系数$m$仍定义为质量，由于$\boldsymbol{p}$与速度$\boldsymbol{v}$在数量上已不一定有正比关系，我们把对正比关系的偏离归结到比率系数m内。即设$m=m(v)$，且当$v/c\to 0$时$m\to m_0$(称为静止质量)。

根据动量守恒和相对论速度变换的关系，可以证明物体的质量与速度的关系为：

$$m(v)=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

上式中m_0称为静止质量，此关系称为质速关系，它揭示了物质与运动的不可分割性。考夫曼用加速电子观察电子在磁场中的偏转，测定电子质量，从而验证了质速关系的正确性。某些粒子，如光子、中微子等，其速度等于光速，它们的静止质量必等于零，否则质量将无限大。



第 八 周

第8章 相对论 §8.6，§8.7，§8.8，§8.9，§8.10(一般了解)

第9章 机械振动

§9.1，§9.2，§9.3

二、狭义相对论的动力学方程

狭义相对论动力学方程应满足三个要求：

1.洛仑兹变换下方程形式不变。

2.在有限力的作用下，物体速度不会超过光速。

3.当$\upsilon<<c$时，近似式为$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$。

按以上动量的定义：$\boldsymbol{p}=m(\upsilon)\boldsymbol{\upsilon}=\dfrac{m_0\boldsymbol{\upsilon}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$

则动力学方程为：$\boldsymbol{F}=\dfrac{d\boldsymbol{p}}{dt}=\dfrac{d}{dt}(m\boldsymbol{\upsilon})=\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{m_0\boldsymbol{\upsilon}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\right)$

它满足以上三个要求。

§ 4.5 质量与能量的关系

一、相对论中的动能

由动能定律，外力做功等于物体动能的增量：

$$dE_k = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$$

代入：$\boldsymbol{F} = \frac{d}{dt}(m\boldsymbol{\upsilon})$ 和 $d\boldsymbol{r} = \boldsymbol{\upsilon} dt$ ，有：

$$dE_k = \frac{d}{dt}(m\boldsymbol{\upsilon}) \cdot \boldsymbol{\upsilon} dt = dm\boldsymbol{\upsilon} \cdot \boldsymbol{\upsilon} + md\boldsymbol{\upsilon} \cdot \boldsymbol{\upsilon}$$

$$= dm\upsilon^2 + m\upsilon d\upsilon$$

由 $m = m_0 / \sqrt{1-\upsilon^2/c^2}$ $\qquad dm = \frac{m_0 \upsilon d\upsilon}{c^2(1-\upsilon^2/c^2)^{3/2}}$

有 $$dm(c^2-\upsilon^2)=m\upsilon d\upsilon$$

代入动能的增量，可得：

$$dE_k=dm\upsilon^2+m\upsilon d\upsilon=c^2dm$$

代入边界条件 $\upsilon=0, m=m_0, E_k=0$，积分：

$$\int_0^{E_k}dE_k=\int_{m_0}^{m}c^2dm$$

$$\boxed{E_k=mc^2-m_0c^2=m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}-1\right)}$$

二、质能关系

爱因斯坦从上述动能表达式中得到启示，提出物体静止能量和运动时所具有能量的见解：

$$E_0 = m_0 c^2 \qquad E = m c^2$$

上式称为质能关系。物体的能量等于静止能量与动能之和。

质能关系揭示了质量与能量之间的深刻联系，是核能研究的理论基础。

§ 4.6 能量与动量的关系

质能关系 $E = mc^2 = \dfrac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \upsilon^2/c^2}}$

将上式两边平方，并由 $p = m\upsilon$ ，于是有

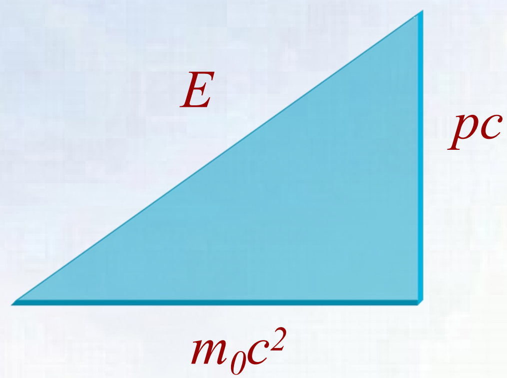
$$E^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - p^2 c^2 / E^2}$$

由此式可解得：

$$\boxed{E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

上式即为狭义相对论中能量与动量的关系，简称**能动关系**。

由光子速度为c，可知光子的静止质量为零。由光的量子理论可知光子能量为



$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

由质能关系和能动关系：

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \qquad p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$$