附录：

① 证明 1：结论 3 证明

证明：对于TTE网络，随着网络规模变大，交换设备(CM)发生故障将成为导致网络故障的主要因素。

假定交换机的个数为M个，对交换机进行分割共有m种分割方法。假设其中m_1种分割方法会直接导致同步服务失效，而$\mathrm{m}-\mathrm{m}_1$个分割方法不会使得同步服务失效，使用指针h遍历每一种分割方法。规定第h种分割方法中，发生故障的交换机个数为r_h,除去故障交换机后，剩余正常同步服务集团中SM的个数为V_h。

则可得顶事件发生的概率分布函数为：

$$F_{topo}(t) = \sum_{h=1}^{m_1}[(1-R_{SW})^{r_h}{R_{SW}}^{M-r_h}] + \sum_{h=m_1+1}^{m}\left[(1-R_{SW})^{r_h}{R_{SW}}^{M-r_h}\right]\left[\sum_{i=V_h-Q}^{V_h}\binom{i}{V_h}(1-R_{Node})^{i}{R_{Node}}^{V_h-i}\right] \tag{13}$$

根据等式1对故障分布函数进行化简可得：

根据上式与证明2可得：

$$= \sum_{h=1}^{m_1}\left[(1-R_{SW})^{r_h}{R_{SW}}^{M-r_h}\right] + \sum_{h=m_1+1}^{m}\left[(1-R_{SW})^{r_h}{R_{SW}}^{M-r_h}\right]\left[\binom{i}{V_h}(1-R_{SW})^{i}\right]|i = V_h - Q \tag{14}$$

由于$R_{SW} \le 1$

$$上式 \le \sum_{k=1}^{m_1}[(1-R_{SW})^{r_h}] + \sum_{h=m_1+1}^{m}[(1-R_{SW})^{r_h}][\binom{i}{V_h}(1-R_{Node})^{i}]|i = V_h - Q \tag{15}$$

可以发现，当网络中端设备数量较多时(15)式第二项会逐渐趋近于0，故主要影响因素为交换机故障。

② 证明 2：式 11 的证明

我们在求解二项分布时，考虑到通常情况下设备的故障率较小，于是做了如下近似，证明：

$$\sum_{i=k}^{n}\binom{n}{i}\left(1-R(t)\right)^{i}R(t)^{n-i} \approx \binom{n}{k}\left(1-R(t)\right)^{k} \tag{16}$$

证明：

$$
左边=\frac{\binom{n}{k}(1-R(t))^{k}R(t)^{n-k}}{\binom{n}{k}(1-R(t))^{k}}+\frac{\binom{n}{k+1}(1-R(t))^{k+1}R(t)^{n-k-1}}{\binom{n}{k}(1-R(t))^{k}}+\frac{\binom{n}{k+2}(1-R(t))^{k+2}R(t)^{n-k-2}}{\binom{n}{k}(1-R(t))^{k}}+\cdots+\frac{\binom{n}{n}(1-R(t))^{n}R(t)^{n-n}}{\binom{n}{k}(1-R(t))^{k}}
$$

$$
=R(t)^{n-k}+\frac{\binom{n}{k+1}}{\binom{n}{k}}(1-R(t))^{1}R(t)^{n-k-1}+\frac{\binom{n}{k+2}}{\binom{n}{k}}(1-R(t))^{2}R(t)^{n-k-2}+\cdots+\frac{1}{\binom{n}{k}}(1-R(t))^{n-k} \tag{17}
$$

下面首先进行放缩：

$$
上式<R(t)+\frac{\binom{n}{k+1}}{\binom{n}{k}}(1-R(t))^{1}R(t)^{n-k-1}+\frac{\binom{n}{k+2}}{\binom{n}{k}}(1-R(t))^{2}R(t)^{n-k-2}+\cdots+\frac{1}{\binom{n}{k}}(1-R(t))^{n-k} \tag{18}
$$

我们关注除R(t)外的其余项的规律，观察其系数项目

$$
\frac{\binom{n}{k+2}}{\binom{n}{k}}=\frac{\frac{n!}{(k+2)!(n-k-2)!}}{\frac{n!}{(k)!(n-k)!}}=\frac{(k)!(n-k)!}{(k+2)!(n-k-2)!}=\frac{(n-k)}{(k+1)}\times\frac{(n-k-1)}{(k+2)} \tag{19}
$$

根据上述化简可知$\frac{\binom{n}{i}}{\binom{n}{k}}$，其$\frac{(n-k)}{(k+1)}$项，而$\frac{(n-k-1)}{(k+2)}$随着i带入不同的值而发生变化，但本质上还是乘性变化。

当$\lambda t<10^{-2}$时，可知$R(t)\approx 1, 1-R(t)\to 0$，所以$(1-R(t))^{i}$随着i的增大呈现指数缩小的趋势，

由无穷小的比阶理论可知，含有$(1-R(t))^{i}$的项趋近于0，故可对(18)式进行近似可得

$$
R(t)+\frac{\binom{n}{k+1}}{\binom{n}{k}}(1-R(t))^{1}R(t)^{n-k-1}+\frac{\binom{n}{k+2}}{\binom{n}{k}}(1-R(t))^{2}R(t)^{n-k-2}+\cdots+\frac{1}{\binom{n}{k}}(1-R(t))^{n-k}\approx R(t) \tag{20}
$$

综上，得证。