דיקסטרה פתרון תרגילים

תרגיל מספר 1:

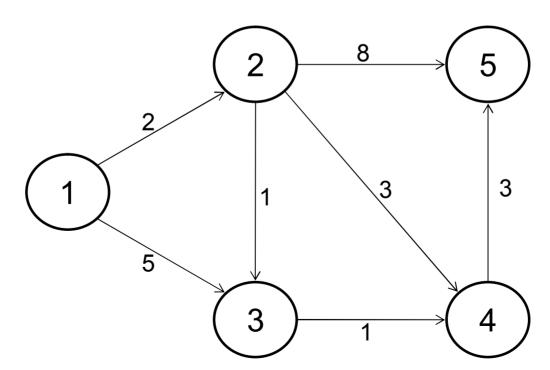
תרגיל מספר 1

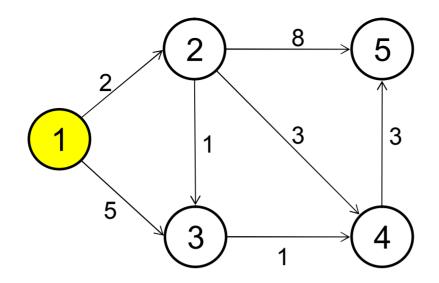
נתונה הרשת הבאה:

הנח כי קודקוד מקור הוא "1".

הרץ את האלגוריתם של דיקסטרה על הרשת הנתונה.

מצא מסלול מינימאלי מקודקוד מקור ליתר הקודקודים ברשת זו.





צעד 0 – אתחול

מרחק קודקוד המקור מעצמו =0

(מרחק מקודקוד המקור) יקבלו אינסוף d שאר איברי מערך

לקודקוד המקור אין אבא

כל עוד לא גילינו, לכל הקודקודים (מלבד המקור) אין אבא

בקבוצת ה"קבועים" יהיה תחילה רק קודקוד המקור

בקבוצת ה"זמניים" כל הקודקודים למעט קודקוד המקור.

$$d[0] = 0$$

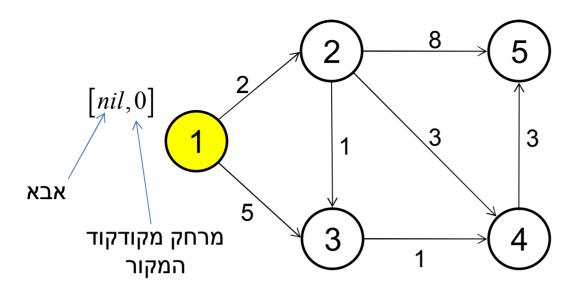
$$d[u] = \infty$$

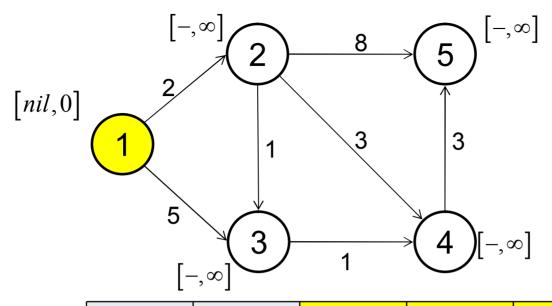
$$p[0] = nil$$

$$p[u] = undefined$$

$$P = \{1\}$$

$$T = \{2, 3, 4, 5\}$$





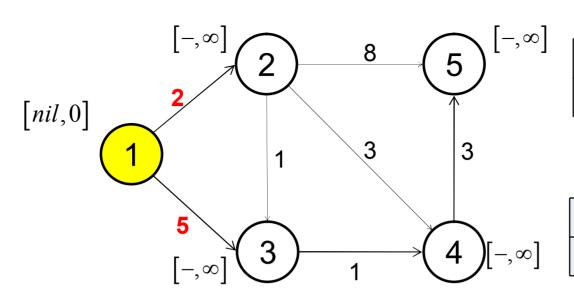
V	1	2	3	4	5
d[v]	0	8	8	∞	8

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	1	-	-

$$P = \{1\}$$
 $T = \{2, 3, 4, 5\}$

V	1	2	3	4	5
d[v]	0	8	8	8	8

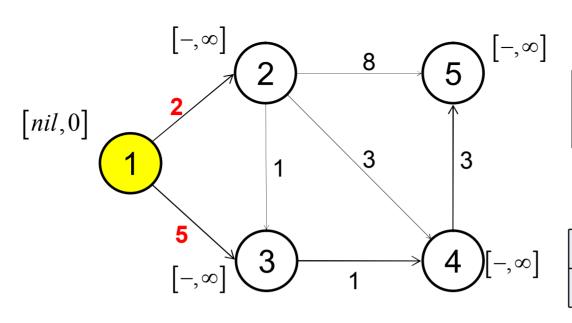
V	1	2	3	4	5	
Pa[v	nil	ı	ı	ı	ı	
]						

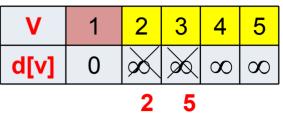


V	1	2	3	4	5
d[v]	0	8	8	8	8

V	1	2	3	4	5
Pa[v	nil	ı	ı	1	ı
]					

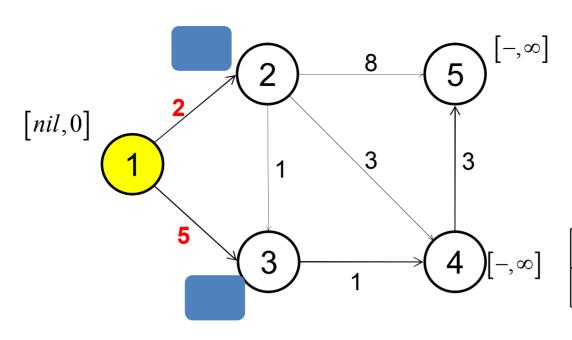
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך זמסלול שיהיה	1
$1 \sqrt[3]{0} 1 \frac{2}{2}$	∞	0+2=2	2	יש שינוי= 1 האבא של 2 הוא
1 VV 1 — 5 3	∞	0+5=5	5	<u>יש שינוי=</u> האבא של 3 הוא 1
1 1 1 - 4	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
1 1 5	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי





V	1	2	3	4	5
Pa[v	nil	X	X	ı	ı
]		1	1		

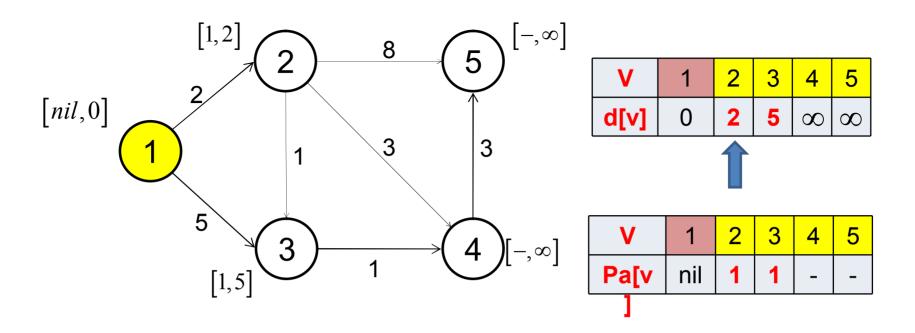
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך זמסלול שיהיה	ו
1 1 2 2	∞	0+2=2	2	יש שינוי= 1 האבא של 2 הוא
1 1 3	∞	0+5=5	5	יש שינוי <u>=</u> 1 האבא של 3 הוא
1 1 1 - 4	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
1 1 5	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	5	∞	8

V	1	2	3	4	5
Pa[v	nil	1	1	ı	ı
]					

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך זמסלול שיהיה	1
$1 \sqrt[3]{0} 1 \frac{2}{2}$	∞	0+2=2	2	<u>יש שינוי=</u> 1 האבא של 2 הוא
$1 \sqrt[0]{1 - \frac{5}{3}}$	∞	0+5=5	5	<u>יש שינוי=</u> 1 האבא של 3 הוא
1 1 1 - 4	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
1 ~ 1 ~ 5	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי



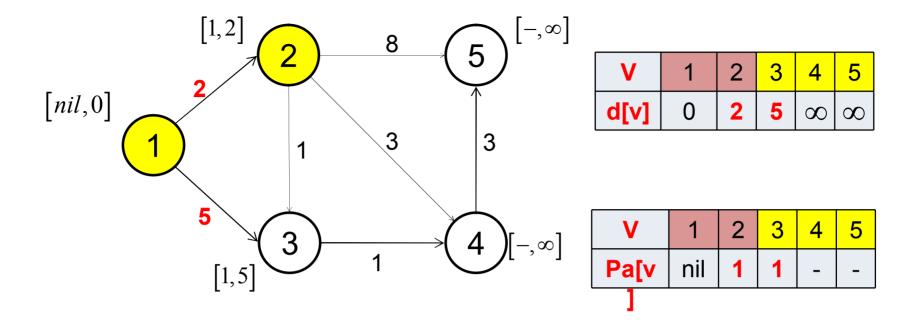
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

.(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- ${
m K}$ והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

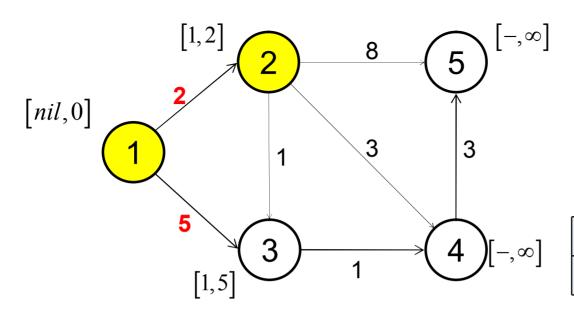
במקרה שלנו קודקוד 2 הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [2].;

$$P = \{1, 2\}$$
 $T = \{3, 4, 5\}$



ענקבע K, אנקבע דרך קודקוד, אורכים של המסלולים הקצרים העוברים את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים את האורכים של בצעד הראשון , מקודקוד מקור i לכל קודקוד (כאשר

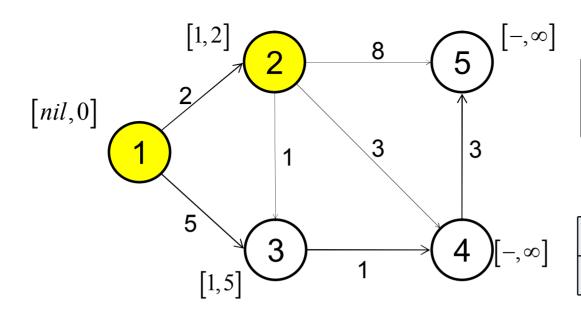
K במקרה שלנו קודקוד 2 הוא קודקוד



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	5	8	8

V	1	2	3	4	5
Pa[v	nil	1	1	1	ı
]					

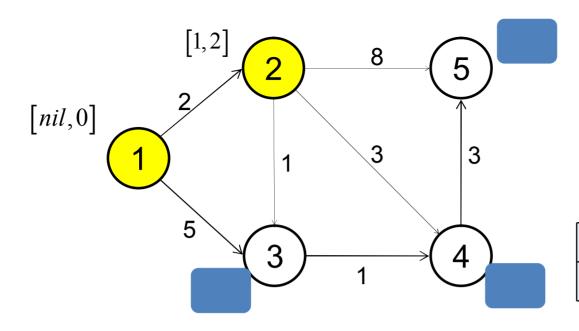
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$1 \sqrt{2} \sqrt{2 - 1} = 3$	5	2+1=3	3	<u>יש שינוי=</u> האבא של 3 הוא 2
$1 \sqrt{2} \sqrt{2 - 3} $ 4	∞	2+3=5	5	<u>יש שינוי=</u> האבא של 4 הוא 2
1 × 2 <u>8</u> 5	∞	2+8=10	10	<u>יש שינוי=</u> האבא של 5 הוא 2



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	X	\nearrow	\nearrow
			3	5	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v	nil	1	X	X	X
]			2	2	2

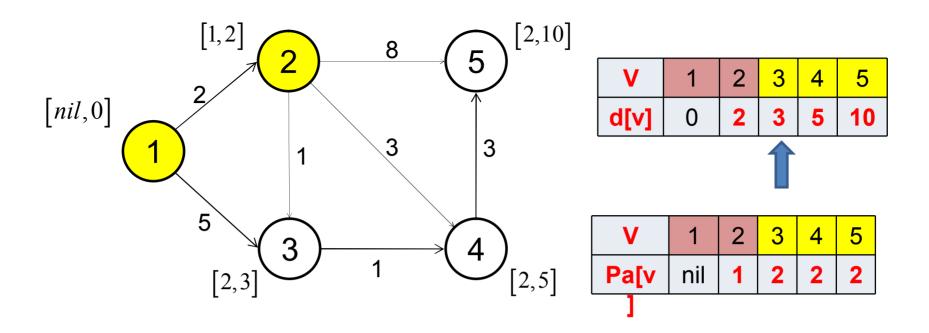
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$1 \sqrt{2} \sqrt{2 - 1} 3$	5	2+1=3	3	<u>יש שינוי=</u> האבא של 3 הוא 2
1 2 2 4	∞	2+3=5	5	<u>יש שינוי=</u> האבא של 4 הוא 2
1 2 2 5	∞	2+8=10	10	<u>יש שינוי=</u> האבא של 5 הוא 2



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	5	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v	nil	1	2	2	2
]					

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$1 \sqrt{2} \sqrt{2 - 1} 3$	5	2+1=3	3	<u>יש שינוי=</u> האבא של 3 הוא 2
1 2 2 4	∞	2+3=5	5	<u>יש שינוי=</u> האבא של 4 הוא 2
1 × 2 <u>8</u> 5	∞	2+8=10	10	<u>יש שינוי=</u> האבא של 5 הוא 2



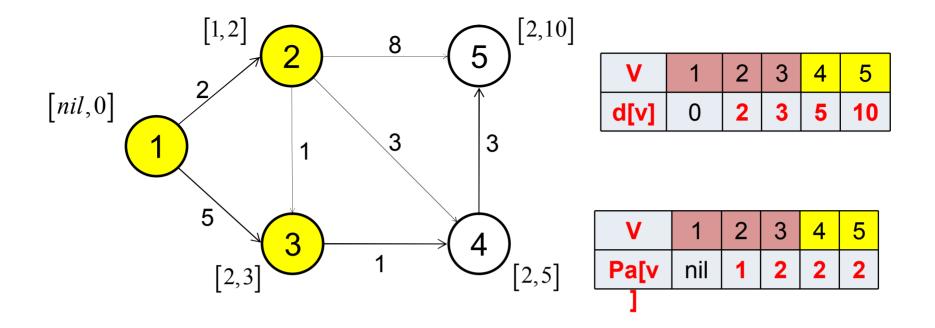
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

.(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- ${
m K}$ והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

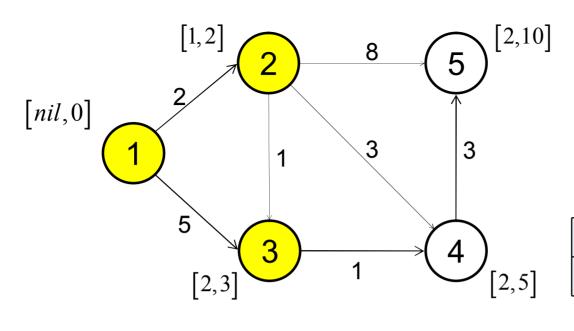
במקרה שלנו קודקוד 3 הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [3].;

$$P = \{1, 2, 3\}$$
 $T = \{4, 5\}$



ענקבע K, אנקבע דרך קודקוד, אורכים של המסלולים הקצרים העוברים את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים את האורכים של בצעד הראשון , מקודקוד מקור i לכל קודקוד (כאשר

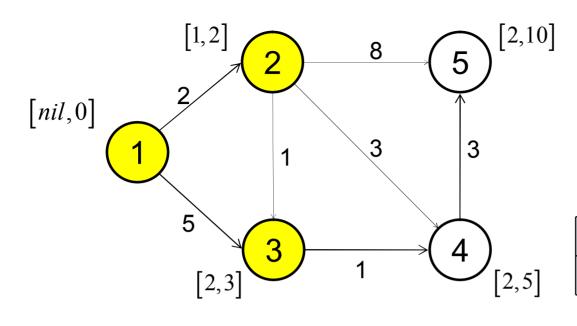
K במקרה שלנו קודקוד 3 הוא קודקוד



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	5	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v	nil	1	2	2	2
]					

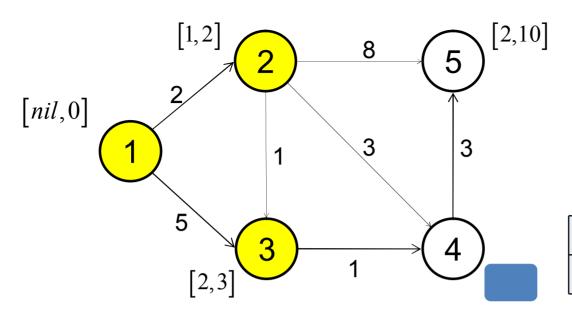
			אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1 3 -	1	- 4	5	3+1=4	4	<u>יש שינוי=</u> האבא של 4 הוא 3
1 1 3 -	∞	- 5	10	$3+\infty=\infty$	10	אין שינוי



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	X	10
				1	

V	1	2	3	4	5
Pa[v	nil	1	2	×	2
]				3	

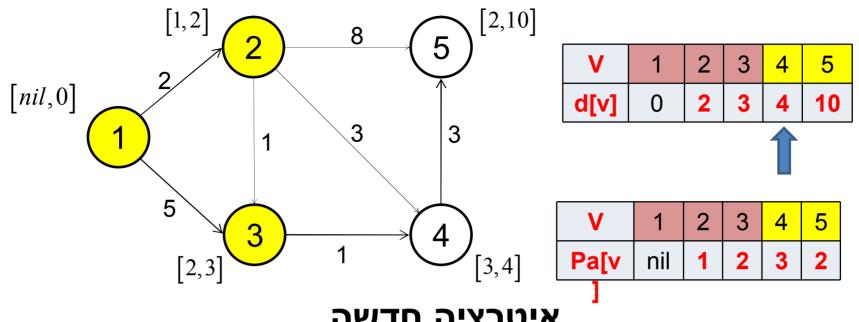
			אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1 3 3	1	— 4	5	3+1=4	4	<u>יש שינוי=</u> האבא של 4 הוא 3
1 3	∞	— 5	10	$3+\infty=\infty$	10	אין שינוי



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	4	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v	nil	1	2	3	2
]					

			אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1 3	1	— 4	5	3+1=4	4	<u>יש שינוי=</u> האבא של 4 הוא 3
1 1 3	∞	– 5	10	$3+\infty=\infty$	10	אין שינוי



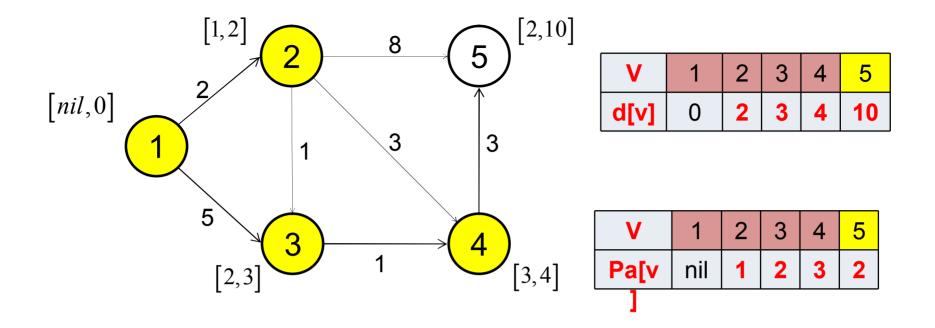
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K-מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו בKוהעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

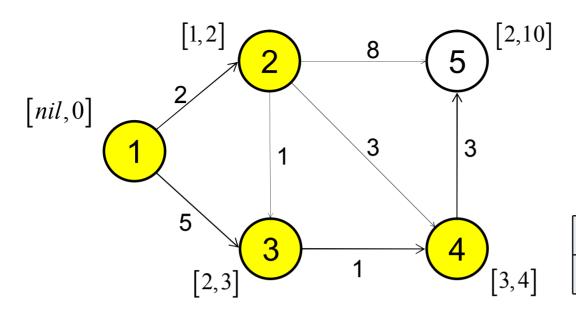
במקרה שלנו קודקוד 4 הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [4].;

$$P = \{1, 2, 3, 4\}$$
 $T = \{5\}$



ענקבע K, אנקבע דרך קודקוד, אורכים של המסלולים הקצרים העוברים את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים את האורכים של בצעד הראשון , מקודקוד מקור i לכל קודקוד (כאשר

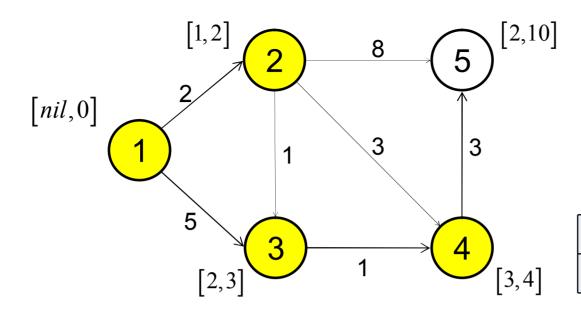
K במקרה שלנו קודקוד 4 הוא קודקוד



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	4	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v	nil	1	2	3	2
]					

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$1 \sqrt[4]{4} \sqrt{4 - \frac{3}{5}}$	10	4+3=7	7	<u>יש שינוי=</u> האבא של 5 הוא 4

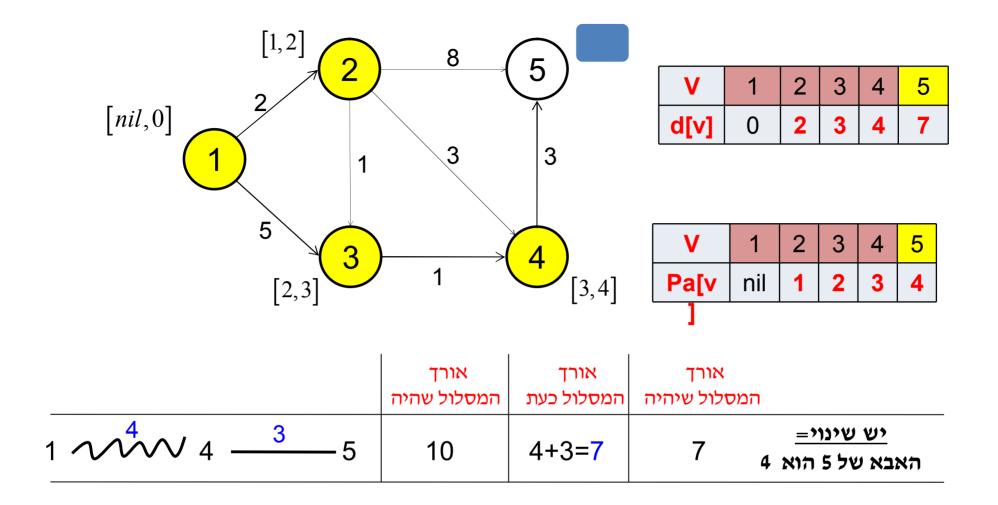


V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	4	×

 V
 1
 2
 3
 4
 5

 Pa[v
 nil
 1
 2
 3
 2

			אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1 1 4	3	- 5	10	4+3=7	7	<u>יש שינוי=</u> האבא של 5 הוא 4



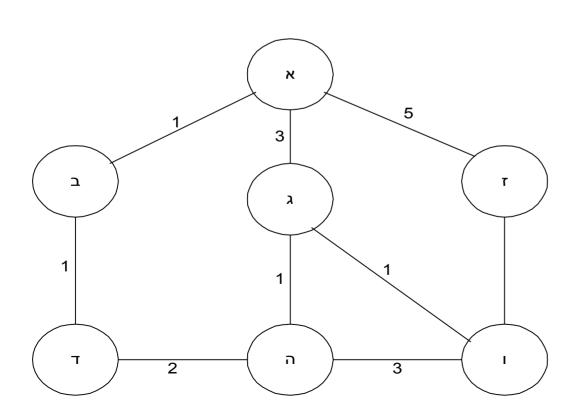
סיימנו – בעיקרון ניתן לבצע עוד איטרציה על מנת שקבוצת הזמניים תהיהי ריקה, אולם יש לשים לב כי השאלה מבקשת למצוא מסלול מינימאלי מקודקוד המקור לכ"א מקודקודי הגרף. ביצוע האיטרציה האחרונה לא יוסיף לנו דבר כי בעצם נבצע איטרציה על גודל 0 שבוודאי לא יישפר

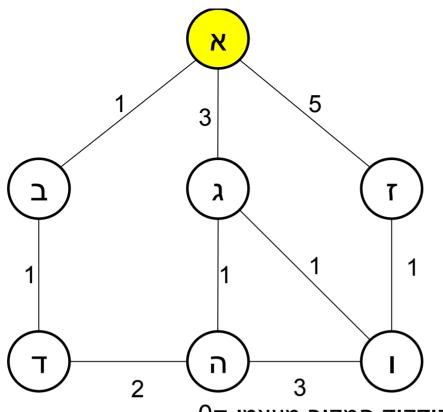
ותרגיל מספר 2:

המספרים על הקשתות מבטאים את אורכי הקשתות.

על הגרף הופעל האלגוריתם של Dijkstra למציאת מסילות קצרות ביותר מהקודקוד א' לכל היתר. האם סידרת הקדקודים הבאה מהווה מסלול מינימאלי ?

 $\aleph - \Re = -$





תחילה נריץ דיקסטרה על הגרף כדי לגלות את אורכו של המסלול המינימאלי.

לאחר מכן נשווה בין המסלולים המוצעים למסלול שקיבלנו ולערכו

צעד 0 – אתחול

$$d[\kappa] = 0$$

$$d[u] = \infty$$

$$p[\kappa] = nil$$

$$p[u] = undefined$$

$$P = \{ \kappa \}$$

$$T=\{$$
 ב, ג, ד, ה, ו, ז $T=\{$

0= מרחק קודקוד המקור מעצמו

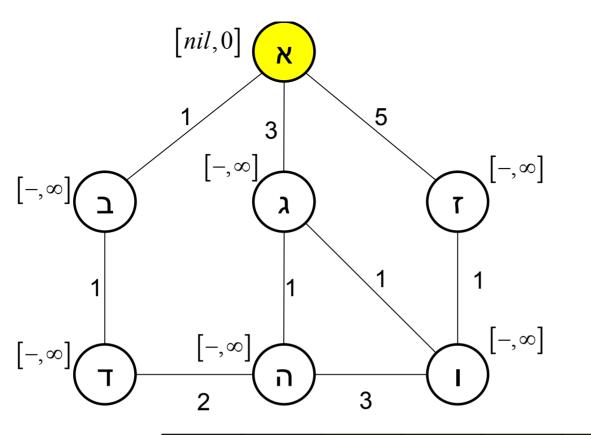
(מרחק מקודקוד המקור) יקבלו אינסוף d שאר איברי מערך

לקודקוד המקור אין אבא

כל עוד לא גילינו, לכל הקודקודים (מלבד המקור) אין אבא

בקבוצת ה"קבועים" יהיה תחילה רק קודקוד המקור

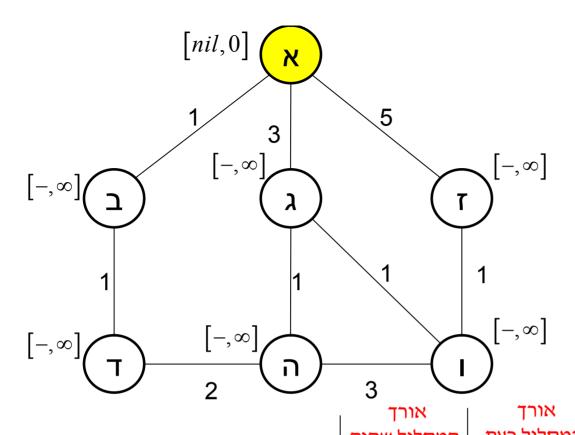
בקבוצת ה"זמניים" כל הקודקודים למעט קודקוד המקור.



V							
d[v]	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞

V	א	ב	ג	Т	ה	I	r
Pa[v]	nil	-	-	-	-	-	-

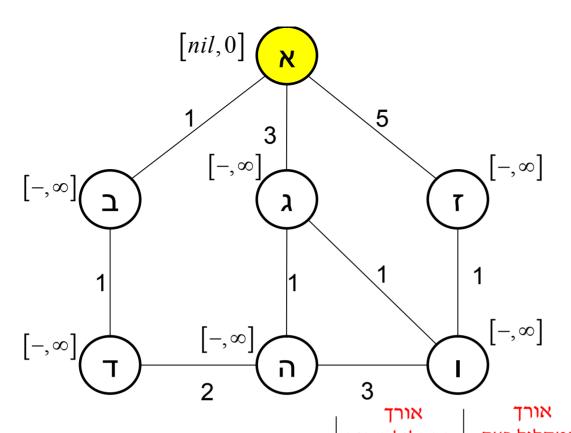
$$P=\{$$
 א $\}$



V	א	ב	ג	Т	ה	1	٢
d[v]	0	∞	∞	∞	8	8	8

V	א	ב	ג	Т	ה	1	٢
Pa[v	nil	ı	1	-	-	ı	ı
1							

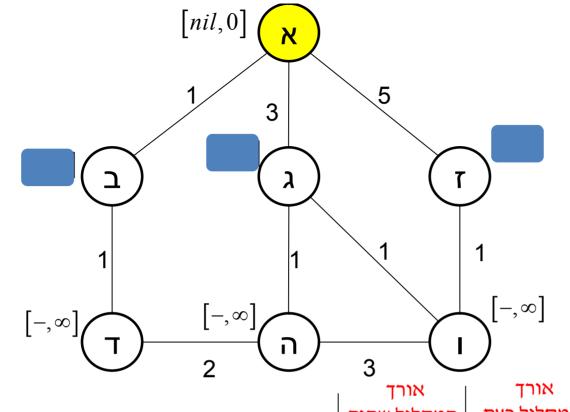
		אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
× · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	ב	∞	0+1=1	1	<u>יש שינוי=</u> האבא של ב הוא א
	3 \ \lambda	8	0+3=3	3	<u>יש שינוי=</u> האבא של ג הוא א
	<u>∞</u> ⊤	8	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	ر الم	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
		8	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	5	∞	0+5=5	5	<u>יש שינוי=</u> האבא של ז הוא א



V	א	ב	ג	Т	ה	ı	٢
d[v]	0	\propto	\propto	∞	∞	∞	% (
		5					

V	א	ב	ג	Т	ה	1	٢
Pa[v	nil	X	X	ı	ı	-	X
]		א	א				א

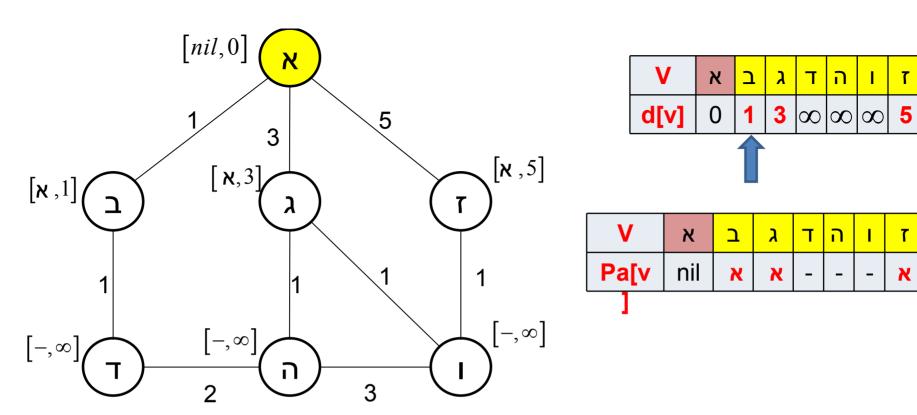
		J			
		אורך	אורד	אורד	
		המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
× 0 × €	ء ر ء	∞	0+1=1	1	<u>יש שינוי=</u> האבא של ב הוא א
	3 x	∞	0+3=3	3	<u>יש שינוי=</u> האבא של ג הוא א
	<u>∞</u> ⊤	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	S 1	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	5	8	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	ر ا	∞	0+5=5	5	<u>יש שינוי=</u> האבא של ז הוא א



V	א	ב	ג	т	ה	1	۲
d[v]	0	1	3	8	8	8	5

V	א	ב	ג	т	ה	I	٢
Pa[v	nil	Х	Ж	-	-	1	Ж
1							

2		אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
х о		8	0+1=1	1	<u>יש שינוי=</u> האבא של ב הוא א
	3 x	8	0+3=3	3	<u>יש שינוי=</u> האבא של ג הוא א
	<u>∞</u> ⊤	8	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	ر ا ر	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
		∞	$0 + \infty = \infty$	∞	אין שינוי
	5	∞	0+5=5	5	<u>יש שינוי=</u> האבא של ז הוא א



צעד מספר 1:

7

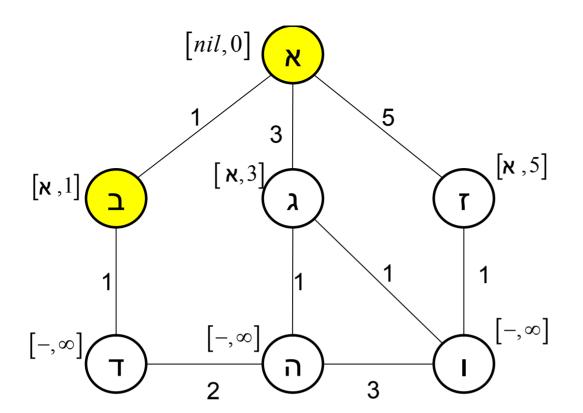
א

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K-מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו בKוהעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

במקרה שלנו קודקוד ב הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [1].

$$P = \{ \kappa, \tau, \kappa, \kappa, \tau, \kappa \}$$

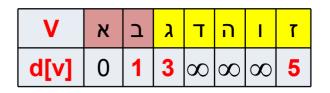


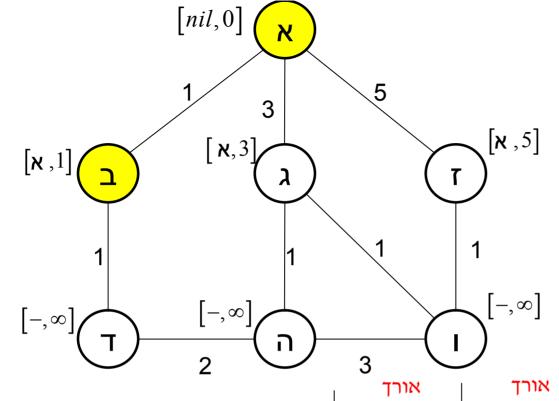
V	א	ב	ג	Т	ה	ı	۲
d[v]	0	1	3	∞	8	8	5

V	א	ם	ג	Т	ה	Τ	٢
Pa[v	nil	Ж	Ж	-	-	1	Ж

ענקבע K, שנקבע את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד, שנקבע בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד j שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור j לכל קודקוד לכל קודקוד

K במקרה שלנו קודקוד ב הוא קודקוד

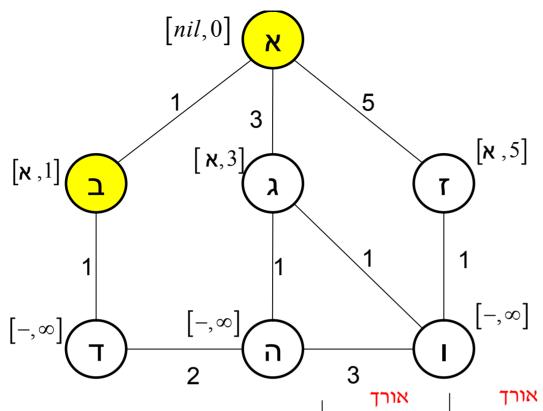




V	א	ב	ג	Т	ה	1	٢
Pa[v	nil	Ж	Ж	-	-	1	Х
]							

אורד

	המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
λ	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
√1 T	∞	1+1=2	2	<u>יש שינוי=</u> האבא של ד הוא ב
ה 📞 ב 📞 ה	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
r	5	$1+\infty=\infty$	5	אין שינוי

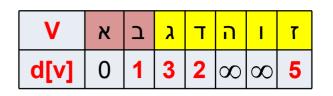


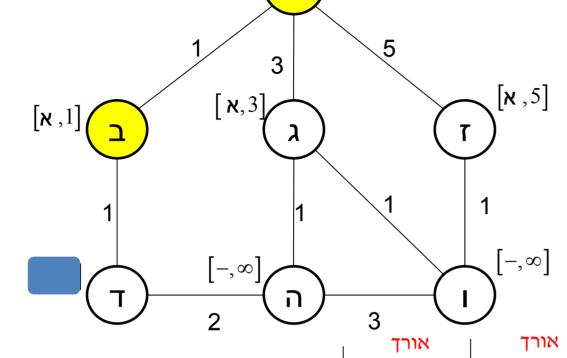
V	א	ב	ג	т	ה	I	٢
d[v]	0	1	3	\propto	∞	8	5
				2			

V	א	ב	ג	т	ה	I	٢
Pa[v	nil	Ж	Ж	X	-	1	Ж
]				ב			

אורד

	המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
λ	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
√1 T	∞	1+1=2	2	<u>יש שינוי=</u> האבא של ד הוא ב
ה 📞 ב 📞 ה	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
r	5	$1+\infty=\infty$	5	אין שינוי



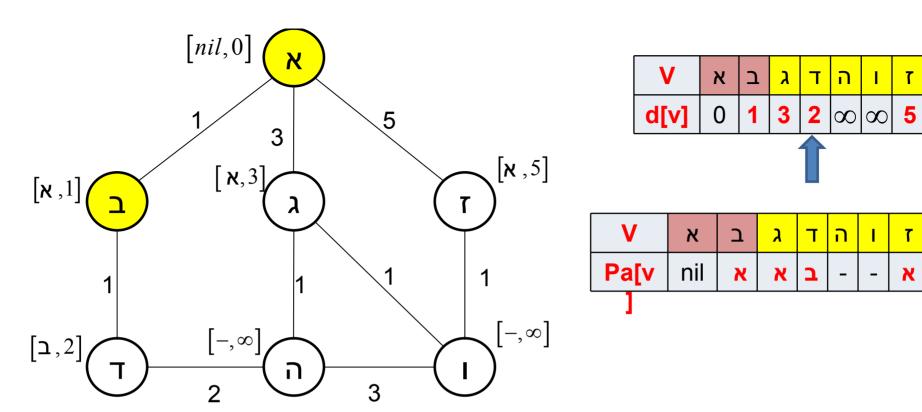


[nil, 0]

V	א	ב	ג	Т	ה	I	٢
Pa[v	nil	Х	Х	ב	-	ı	Х
1	•						

אורד

	המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
λ	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
71 7	∞	1+1=2	2	<u>יש שינוי=</u> האבא של ד הוא ב
ה \infty ב 🖴 א	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
T	5	$1+\infty=\infty$	5	אין שינוי



איטרציה חדשה

צעד מספר 1:

ה

7

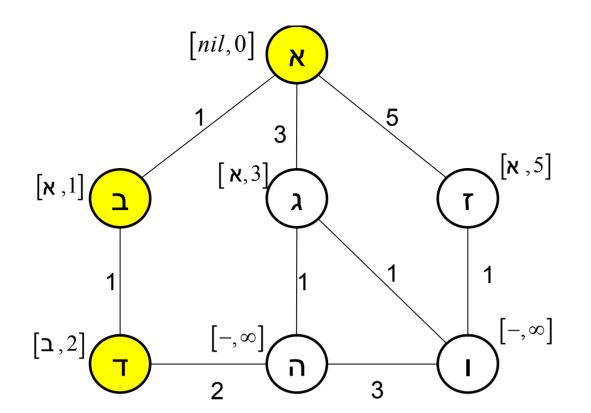
א

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- ${
m K}$ והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

במקרה שלנו קודקוד ד הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [2].

$$P = \{$$
 א, ב, ד $\}$ $T = \{$ א, ב, ד $\}$

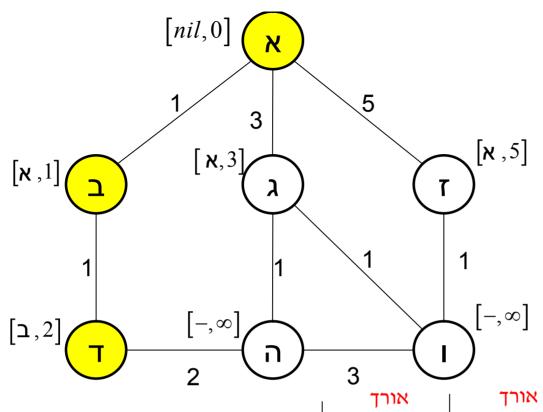


V	א	ב	ג	Т	ה	1	٢
d[v]	0	1	3	2	∞	∞	5

V	א	ב	ג	Т	ה	ı	٢
Pa[v	nil	Ж	Ж	ב	-	1	Ж

ענקבע K, שנקבע את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד, שנקבע בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד j שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור j לכל קודקוד לכל קודקוד

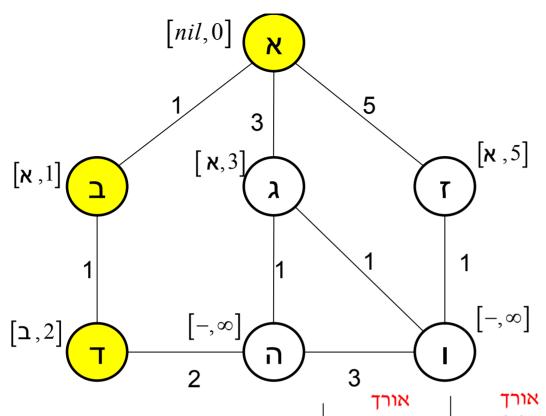
K במקרה שלנו קודקוד ד הוא קודקוד



V	א	ב	ג	Т	ה	I	٢
d[v]	0	1	3	2	∞	8	5

V	א	٦	ג	Т	ה	-	٢
Pa[v	nil	Х	Ж	ב	ı	ı	Х
]							

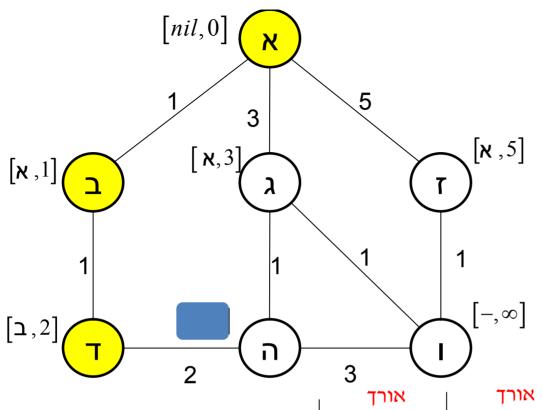
	•	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
ד <mark>2</mark> א ₹	χ λ	3	$2+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	ה <u>2</u>	∞	2+2=4	4	<u>יש שינוי=</u> האבא של ה הוא ד
	8	8	$2+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	7	∞	$2+\infty=\infty$	∞	אין שינוי



V	א	ב	ג	Т	ה	ı	٢
d[v]	0	1	3	2	\propto	8	5
					4		

V	א	ם	ג	Т	ה	ı	۲
Pa[v	nil	Ж	Ж	ב	X	1	Ж
]					T		

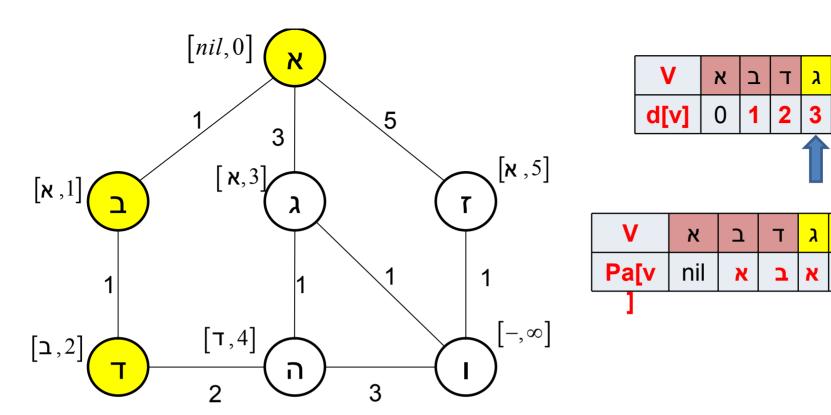
2		אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
2	χ λ	3	$2+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	ה 2	∞	2+2=4	4	<u>יש שינוי=</u> האבא של ה הוא ד
×√²~~ ₹	8	∞	$2+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	r	∞	$2+\infty=\infty$	∞	אין שינוי



V	א	ב	ג	Т	ה	1	٢
d[v]	0	1	3	2	4	8	5

V	א	ם	ג	Т	ה	Τ	٢
Pa[v	nil	Х	Х	ב	т	ı	Х
]							

2		אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
0	ړ 🗸	3	$2+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	2 ה _2	∞	2+2=4	4	<u>יש שינוי=</u> האבא של ה הוא ד
× 2	$\frac{\infty}{\infty}$	∞	$2+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	r	∞	$2 + \infty = \infty$	∞	אין שינוי



<u>איטרציה חדשה</u>

צעד מספר 1:

ה

ה

Т

4 ∞ **5**

7

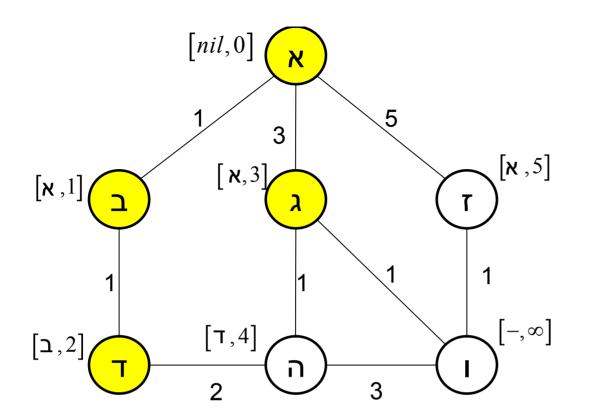
א

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- ${
m K}$ והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

במקרה שלנו קודקוד ג הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [3].

$$P = \{$$
 א, ב, ד, ג $\}$ $T = \{$ ה, ו, ז, $\}$

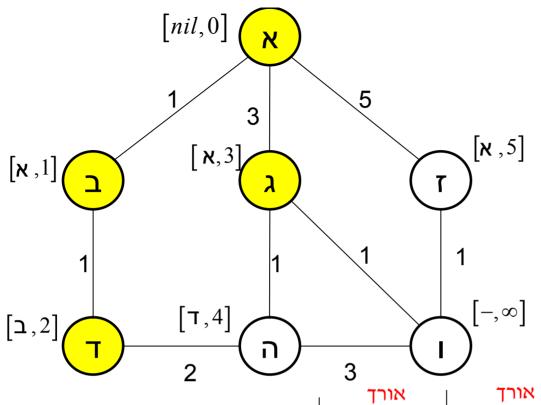


V	א	ב	Т	ג	ה	1	٢
d[v]	0	1	2	3	4	8	5

V	א	ם	Т	ג	ה	I	۲
Pa[v	nil	Х	٦	א	т	ı	Х
]							

ענקבע K, שנקבע את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד, שנקבע בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד j שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור j לכל קודקוד לכל קודקוד

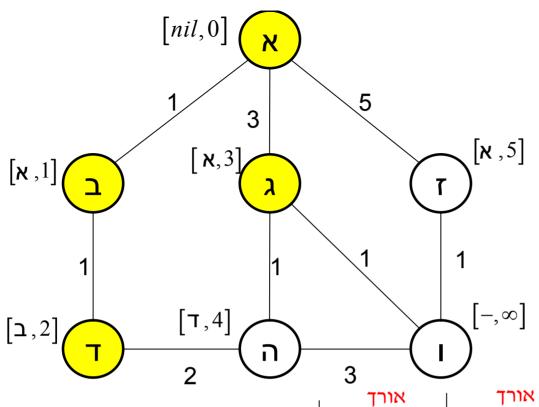
K במקרה שלנו קודקוד ד הוא קודקוד



V	א	ם	т	ג	ה	Τ	٢
d[v]	0	1	2	3	4	8	5

V	א	ם	Т	ג	ה	Τ	٢
Pa[v	nil	Ж	٦	א	т	1	Ж
]							

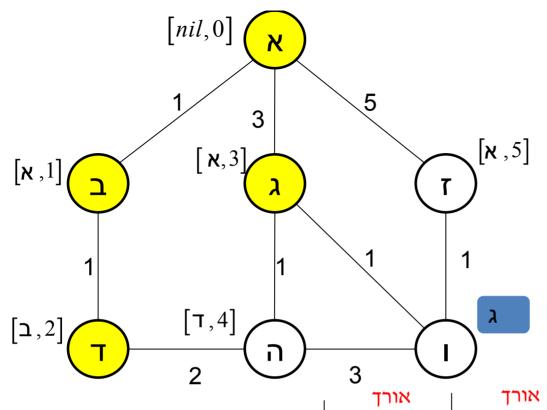
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1 n	3	3+1=4	3	אין שינוי
1	∞	3+1=4	4	<u>יש שינוי=</u> האבא של ה הוא ד
T	∞	$3+\infty=\infty$	8	אין שינוי



V	א	ם	Т	ג	ה	1	٢
d[v]	0	1	2	3	4	8	5
						4	

V	א	ם	Т	ג	ה	ı	٢
Pa[v	nil	Х	٦	א	т	X	Х
]						λ	

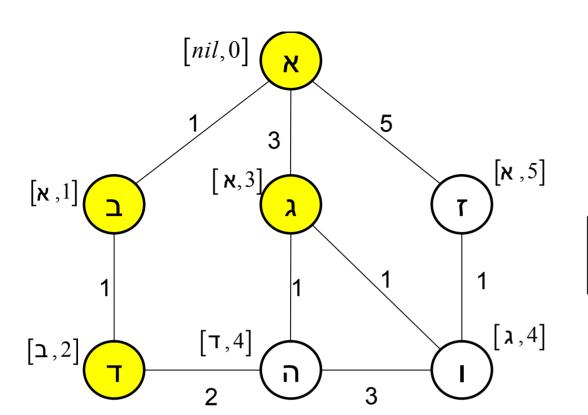
_	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
<u>1</u> n	3	3+1=4	3	אין שינוי
1	∞	3+1=4	4	<u>יש שינוי=</u> האבא של ו הוא ג
7	∞	$3+\infty=\infty$	∞	אין שינוי



V	א	ב	Т	ג	ה	ı	٢
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	٦	Т	ג	ה	-	٢
Pa[v	nil	Х	٦	א	т	λ	Х
]							

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
<u>1</u> n	3	3+1=4	3	אין שינוי
$x \sim \frac{3}{\sqrt{1-x}}$	∞	3+1=4	4	<u>יש שינוי=</u> האבא של ו הוא ג
T	∞	$3+\infty=\infty$	∞	אין שינוי



V	א	ב	Т	ג	ה	ı	٢
d[v]	0	~	2	3	4	4	5
							•

V	א	ב	Т	ג	ה	1	٢
Pa[v	nil	Х	٦	א	4	λ	Х

<u>איטרציה חדשה</u>

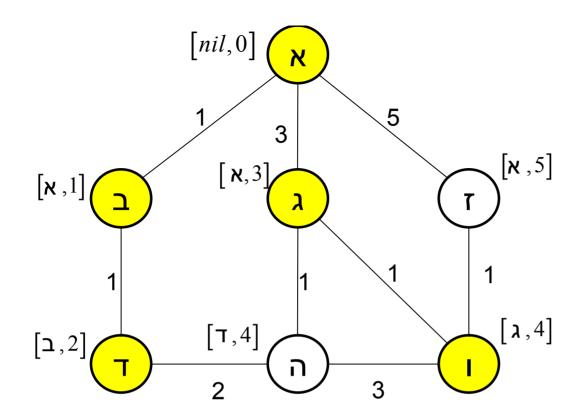
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

."מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב ${
m K}$ והעבירו לקבוצת ה ${
m mag}$

במקרה שלנו קודקוד ו הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [4]. ניתן היה גם לבחור ב-

$$P = \{$$
 ו, ג, ו, ב, ד, ג, ו $T = \{$ ה, ז, ה $\}$

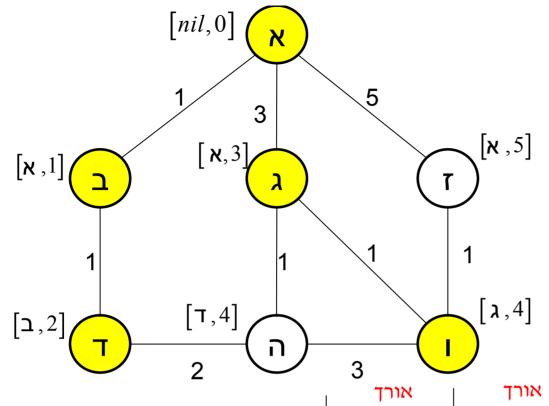


V	א	ב	Т	ג	ı	ה	٢
d[v]	0	~	2	3	4	4	5

V	א	ב	Т	λ	ก	ה	٢
Pa[v	nil	Ж	٦	א	т	λ	Ж
]							

ענקבע K, שנקבע את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד, שנקבע בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד j שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור j לכל קודקוד לכל קודקוד

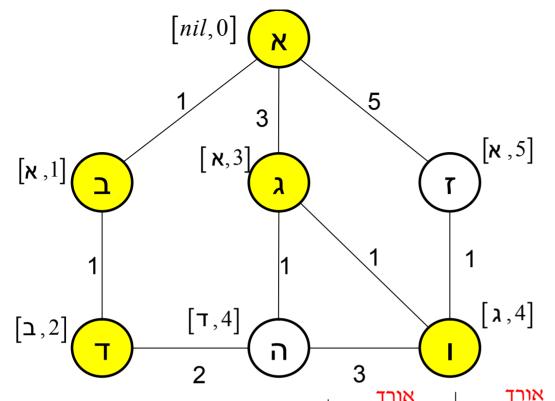
K במקרה שלנו קודקוד ד הוא קודקוד



V	א	ב	Т	ג	Ι	ה	٢
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	Т	ג	ก	ה	٢
Pa[v	nil	Ж	ב	א	т	a	Х
1							

2		אורד	אורד	אורד	
		המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
х 4 V I С	ה <u>-3</u>	4	4+3=7	4	אין שינוי
	7	5	4+1=5	5	<u>יש שינוי=</u> האבא של ז הוא ו



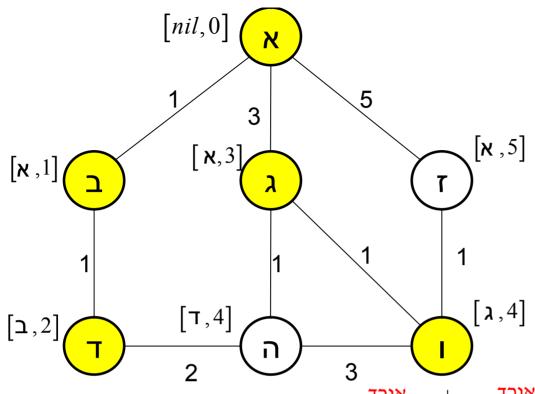
V	א	ב	Т	ג	ı	ה	٢
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	Т	ג	ה	ה	٢
Pa[v	nil	Ж	٦	א	т	λ	Ж
]							

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
4 4 1 3	ה 4	4+3=7	4	אין שינוי
1	5 ت	4+1=5	5	אין שינוי

ניתן במקביל לבחור כאילו יש שינוי (כיוון שמדובר בערכים שווים) לשם ההמחשה נבצע איטרציה בה יש שינוי

יש שינוי – האבא של ז הוא ו

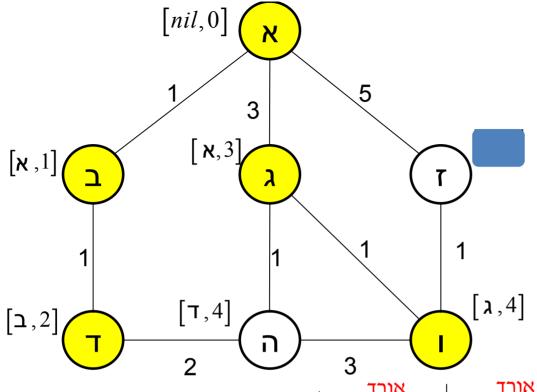


V	א	ב	Т	ג	ı	ה	٢
d[v]	0	1	2	3	4	4	*
							5

V	א	ב	Т	λ	ה	ה	٢
Pa[v	nil	Х	٦	א	т	λ	X
]							ı

х 4 / <	<u>3</u>
<i>K/VV</i> VV I <u> </u>	<u>1</u> r

אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
4	4+3=7	4	אין שינוי
5	4+1=5	5	<u>יש שינוי –</u> האבא של ז הוא ו

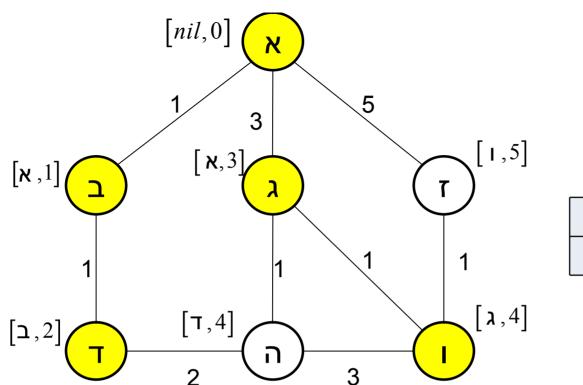


V	א	ם	Т	ג	ı	ה	٢
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	Т	ג	ก	ה	٢
Pa[v	nil	Ж	٦	א	т	λ	-
]							

× 4 × <	<u>3</u> n
K//////	1 r

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1	4	4+3=7	4	אין שינוי
7	5	4+1=5	5	<u>יש שינוי –</u> האבא של ז הוא ו



V	א	ב	Т	ג	ı	ה	٢
d[v]	0	~	2	3	4	4	5
							•

V	א	ב	Т	ג	ה	ה	٢
Pa[v	nil	Ж	ב	א	т	λ	ı

<u>איטרציה חדשה</u>

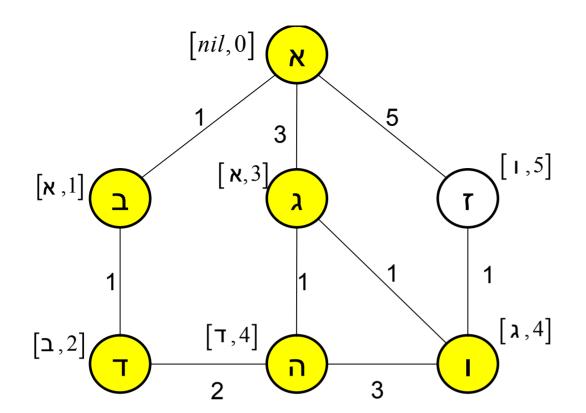
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

במקרה שלנו קודקוד ה הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [4].

$$P = \{$$
 ו, ו, ו, ו, ו, ו, וו $T = \{$ וו, וו, וו

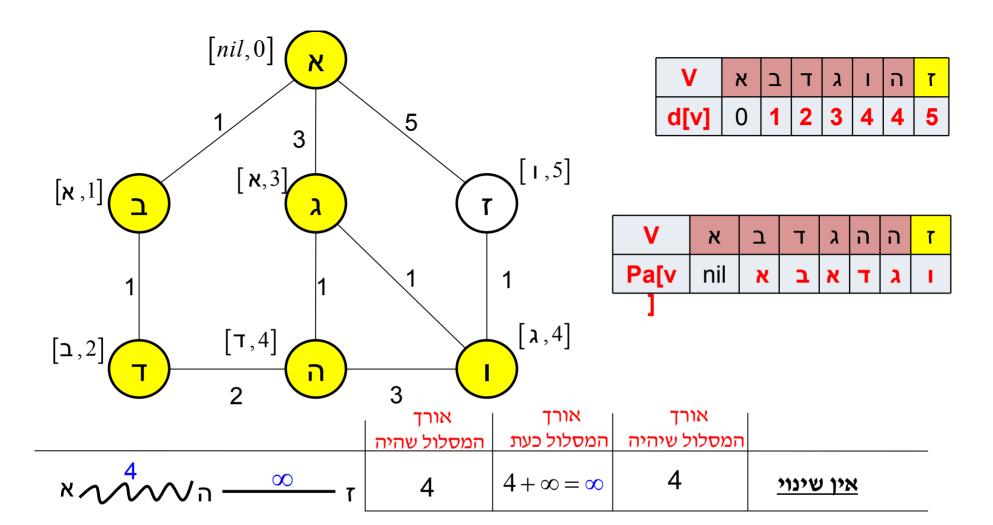


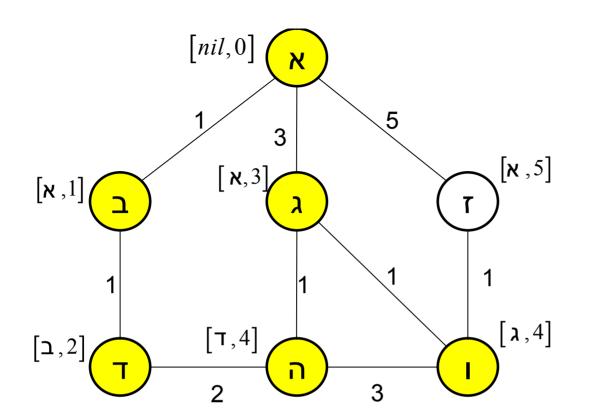
V	א	ב	Т	ג	ı	ה	٢
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ם	Т	ג	ה	ה	٢
Pa[v	nil	Х	٦	א	۳	λ	-
1							

ענקבע K, שנקבע את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד, שנקבע בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד j שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור j לכל קודקוד לכל קודקוד

K במקרה שלנו קודקוד ה הוא קודקוד





V	א	ב	Т	ג	ı	ה	٢
d[v]	0	1	2	3	4	4	5
							1

V	א	ב	Т	λ	ก	ה	٢
Pa[v	nil	Х	<u>a</u>	א	т	λ	1

<u>איטרציה חדשה</u>

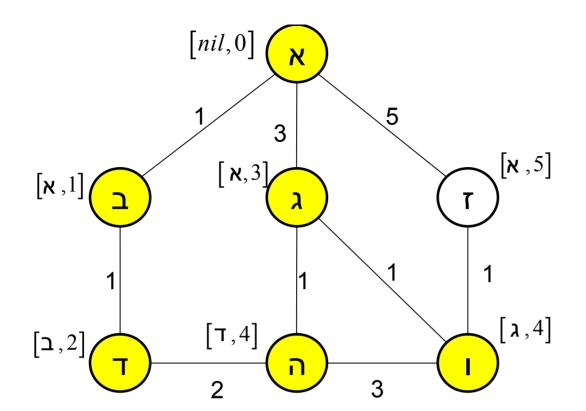
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

במקרה שלנו קודקוד נשארנו רק עם קודקוד ז....

$$P = \{$$
 ה, ו, ה ג, ו, ה $T = \{$ т $\}$

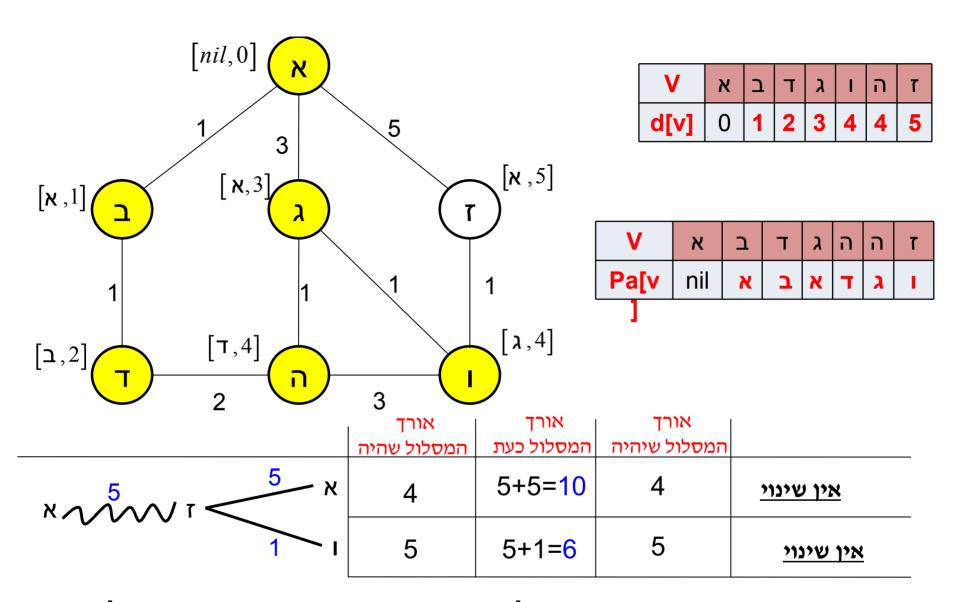


V	א	ב	Т	ג	ı	ה	٢
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ם	Т	ג	ה	ה	٢
Pa[v	nil	Х	٦	א	т	λ	1
]							

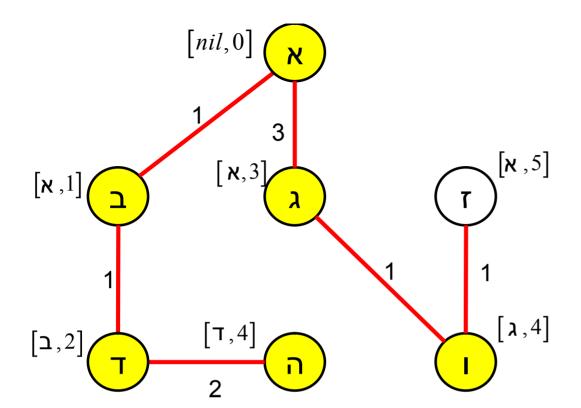
ענקבע K, שנקבע את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד, שנקבע בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד j שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור j לכל קודקוד לכל קודקוד

K במקרה שלנו קודקוד ז הוא קודקוד



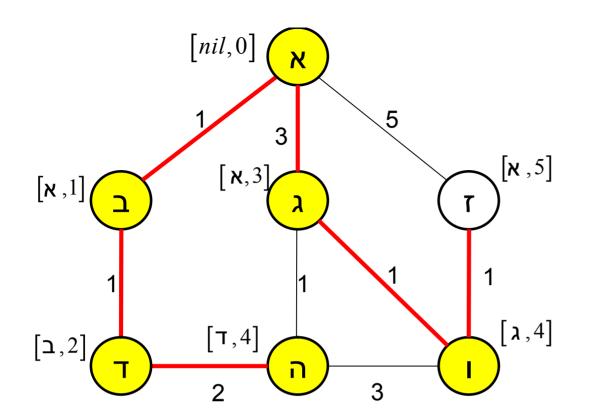
קבוצת הזמניים ריקה. כל הקודקודים בקבוצת המלאים. סיימנו את אלגוריתם דיקסטרה.

<u>נבחן את התוצאה שקיבלנו:</u>



V	א	ב	Т	ג	ı	ה	٢
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	Т	ג	ה	ה	٢
Pa[v	nil	Ж	ב	א	т	λ	•
]							



V	א	ב	Т	ג	ı	ה	٢
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	Т	λ	ก	ה	٢
Pa[v	nil	Х	٦	א	т	λ	_
]							

נשים לב:

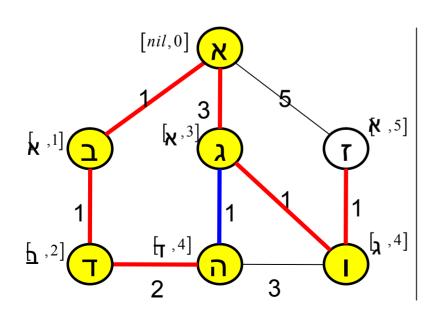
- .ישנם מסלולים קצרים אחרים נוספים
- . הקשת $\frac{1}{n}$ לא נמצאת על אף מסלול קצר \square
- .הקשת $\frac{6}{100} \frac{3}{1000}$ לא נמצאת על אף מסלול קצר \Box
- . הקשת $\sqrt{8}$ לא נמצאת על אף מסלול קצר \Box

- □ עתה ניתן לעבור על כל הקשתות ולשאול אם הן לא נמצאות על אף מסלול קצר(ניתן לדאוג לכך שהאלגוריתם של דיקסטרה יסמן את הקשתות שנמצאות במסלול קצר כלשהו).
 □ נניח שקשת (u,v) לא נמצאת במסלול קצר כלשהו.
 - . אם כן, נוסיף קשת זו לעץ המסלולים הקצרים

d[v] = d[u] + w(u,v) לכן נבדוק האם

עתה נבחן כל קשת, בשאלה שלנו, שלא נמצאת על אף מסלול קצר: האם 4=3+1? האם 3+1=4 . התשובה היא כן, נוסיף את הקשת (ה,ג) לעץ המסלולים הקצרים

$$\begin{bmatrix} x,3 \end{bmatrix}$$
 $\begin{bmatrix} x,4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x,4 \end{bmatrix}$

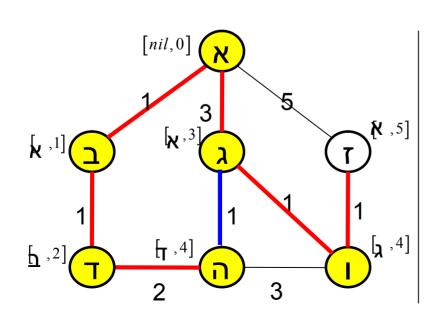


האם
$$4=3+1$$
? האם $5+1=4$. התשובה היא כן, נוסיף את הקשת (ה,ג) לעץ המסלולים הקצרים

$$\begin{bmatrix} x,3 \end{bmatrix}$$
 $\begin{bmatrix} 7,4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 7,4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 7,4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1,4 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 7,4 \end{bmatrix} - 3 - \begin{bmatrix} \lambda,4 \end{bmatrix}$$

$$d[u] = 4 \qquad d[v] = 4$$



האם
$$4=3+1$$
? האם $5+1=4$? התשובה היא כן, נוסיף את הקשת (ה,ג) לעץ המסלולים הקצרים

$$\begin{bmatrix} x,3 \\ x \end{bmatrix} = 1$$

$$d[u] = 3$$

$$\begin{bmatrix} x,4 \\ x \end{bmatrix}$$

$$d[v] = 4$$

האם
$$4 = 4$$
 ?
התשובה היא לא,
לא נוסיף את הקשת (ו,ג) לעץ המסלולים הקצרים

$$\begin{bmatrix} 7,4 \\ \hline 0 \end{bmatrix} = 4$$

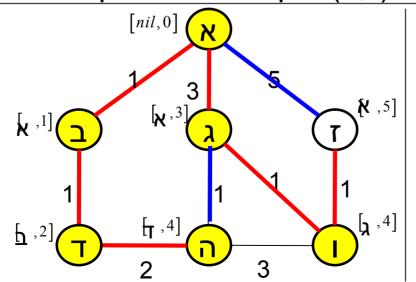
$$\begin{bmatrix} \lambda,4 \\ \hline 0 \end{bmatrix} = 4$$

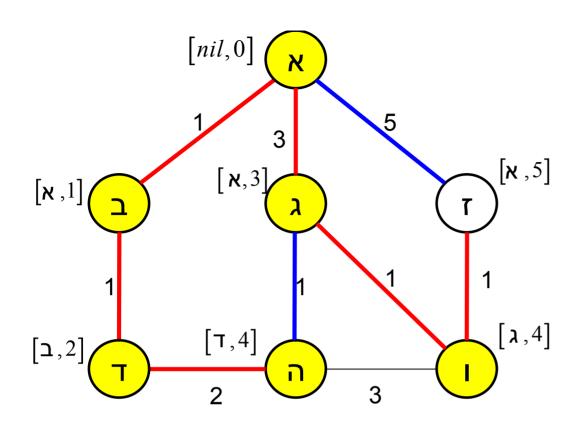
האם
$$5 = 5 + 0$$
 ?
התשובה היא כן,
נוסיף את הקשת (ז,א) לעץ המסלולים הקצרים

$$\begin{bmatrix} -,0 \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} = 5$$

$$d[u] = 0$$

$$d[v] = 5$$

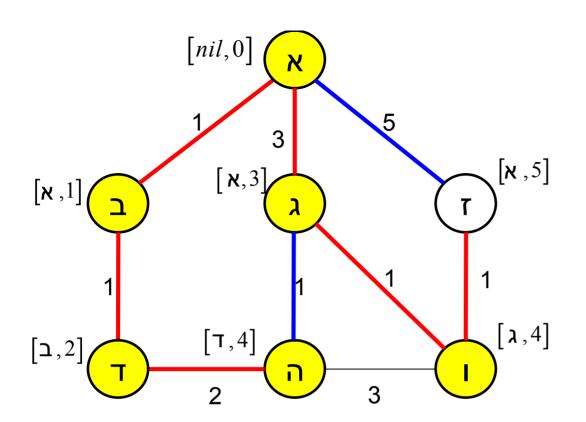




קיבלנו תת גרף המתאר את כל המסלולים הקצרים האפשריים

להלן הסדרות האפשריות בהם יוצאים הקודקודים מהתור (המממש את קבוצת הקודקודים הזמניים T)הם:

א ב ד ה ג ו ז (זה מה שניתן ע"י דיקסטרה) או א ר ד ו ה ו ז



בדבר השאלה האם סדרת הקודקודים הבאה מהווה מסלול מינימאלי??

א. א ב ד ג ו ה ז - לא ב. א ב ד ג ה ו ז - כן ג. א ב ג ז ד ה ו - לא

תרגיל מספר 3:

הריצו את אלגוריתם דיקסטרה על הקלט הבאה:

קלט: רשימות סמיכות של גרף מכוון+משקולת.

(המשקל של קשת מצוין במקום המתאים ברשימת הסמיכות בין סוגריים עגולים).

A	E(0) D(1)
В	C(1)
С	B(2) E(0)
D	C(2) F(1)
Е	B(6)
F	C(1) D(3)

קדקוד מקור הוא A.

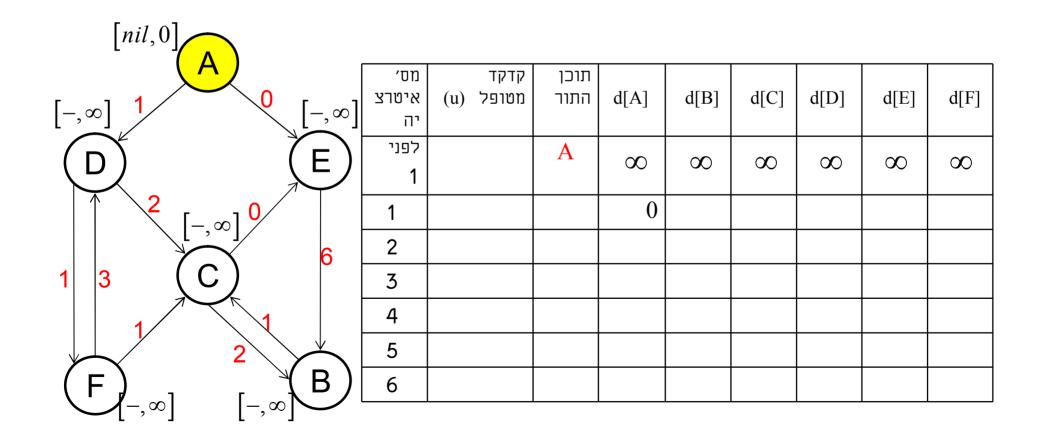
לאחר ההרצה, ציירו את עץ המסלולים הקצרים שהתקבל.

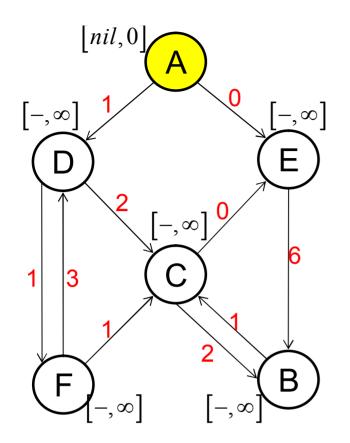
הוסיפו במקווקו את הקשתות שנמצאות בגרף אך אינן בעץ.

טבלת הרצה לשאלה 3

A	E(0) D(1)
В	C(1)
С	B(2) E(0)
D	C(2) F(1)
Е	B(6)
F	C(1) D(3)

ראשית: זהו גרף מכוון – מתוך טבלת הסמיכות





$$P = \{\}$$

$$T = \{A, B, C, D, E\}$$

איטרציה מספר 1

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K והעבירו לקבוצת ה γ קבועיםיי. K

.[0] במקרה שלנו קודקוד ${f A}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד



V	Α	В	С	D	Ε	F
d[v]	0	8	8	8	8	8

V	Α	В	O	D	Ш	F
Pa[v	nil	ı	ı	ı	1	ı

		המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
	8 B	8	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
0	<u></u> C	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
ANNA	$\frac{1}{0}$ D	8	0+1=1	1	<u>יש שינוי –</u> האבא של D הוא
	\ _∞ E	8	0+0=0	0	$rac{-$ יש שינוי $ { m E}$ יש של $ { m A}$ האבא של
	F	8	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי

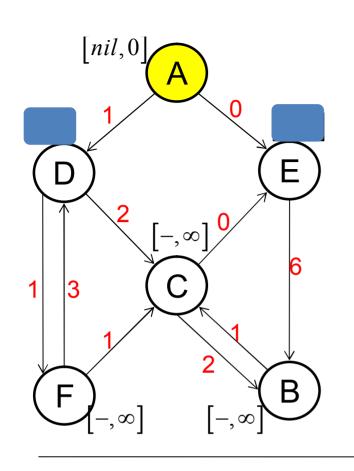
[nil, 0]

-,∞]

l-,∞] **0**

 $\left[-,\infty \right]$

 $[-,\infty]$



V	Α	В	С	D	Ε	F
d[v]	0	8	8	1	0	8

V	Α	В	C	D	Ш	F
Pa[v	nil		-	A	A	-

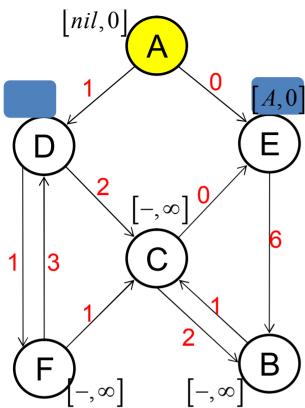
אורד

אורד

אורך

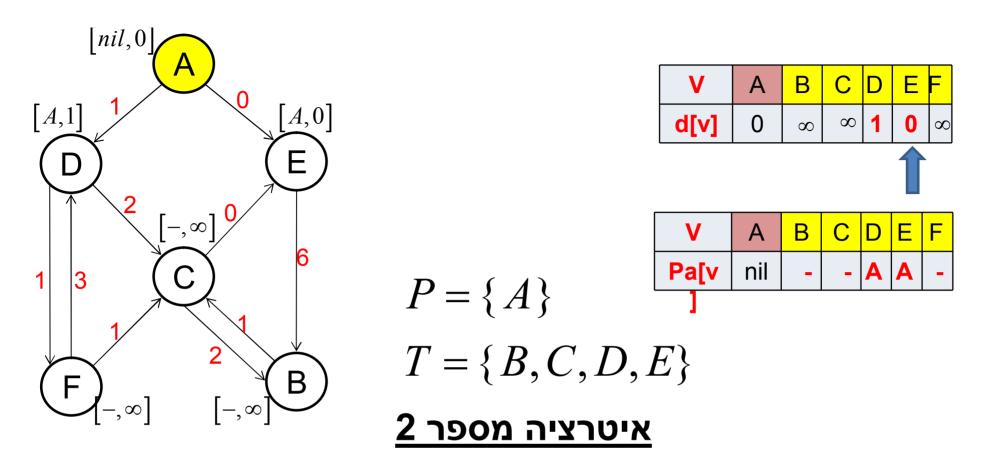
	B
0	/ _∞ C
$A \sim A$	$\bigcup_{0}^{1} D$
	\omega_E
	\ _F

	המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
	8	$0+\infty=\infty$	8	אין שינוי
,	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
)	8	0+1=1	1	<u>יש שינוי –</u> האבא של D הוא
	∞	0+0=0	0	$rac{- $
	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי



:ו: להלן מצב הטבלא עם סיום איטרציה

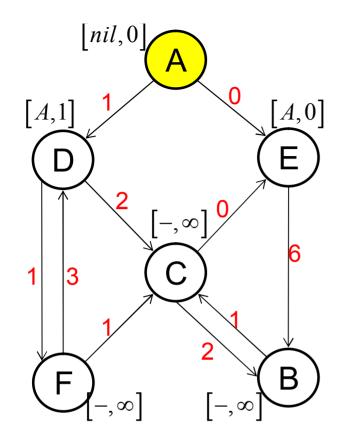
מס׳ איטרצ יה	קדקד מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
לפני 1		A	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1	A	ED	0	∞	∞	1	0	∞
2								
3								
4								
5								
6								



מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

.[0] במקרה שלנו קודקוד האמני בעל המרחק המינימאלי במקרה שלנו קודקוד האמני הקודקוד האמני בעל המרחק המינימאלי



V	А	Е	С	D	В	F
d[v]	0	0	8	1	8	8

V	Α	Е	C	D	В	F
Pa[v	nil	A	1	A	-	•
]						
`						

$$P = \{A, E\}$$

$$T = \{B, C, D\}$$

איטרציה מספר 2

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- ${
m K}$ והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

.[0] במקרה שלנו קודקוד האמני בעל המרחק המינימאלי במקרה שלנו קודקוד האמני הקודקוד האמני בעל המרחק המינימאלי

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד , שנקבע בצעד הראשון מקודקוד העוברים און, מקודקוד

 $\mathbf K$ מקור $\mathbf A$ לכל קודקוד $\mathbf j$ כאשר במקרה שלנו קודקוד $\mathbf j$ הוא קודקוד

V	Α	Е	С	D	В	F
d[v]	0	0	8	1	8	8

V	Α	Ш	С	D	В	F
Pa[v	nil	4	•	A	-	•

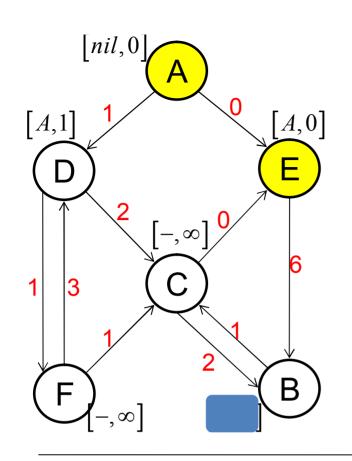
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
В	∞	0+6=6	6	<u>יש שינוי –</u> האבא של B הוא <u>E</u>
С	8	$0+\infty=\infty$	8	אין שינוי
O	1	$0+\infty=\infty$	1	אין שינוי
F	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי

$\left(\begin{array}{c} D \end{array}\right)$			E
	2 [-	$[\infty]^{0}$	6
1 3	3		
F	\\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \	2	$\stackrel{\downarrow}{B}$
(1	$\left[-,\infty\right]$	$\left[-,\infty \right]$	

[A,0]

[nil, 0]

	6 B
A VVE	<u>/∞</u> C
AVVVE	∞ D
	F

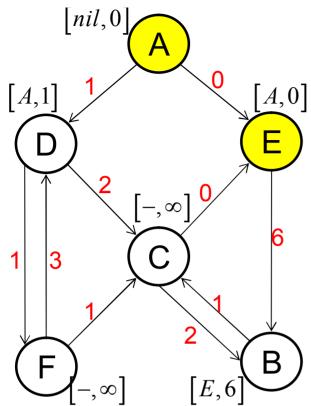


V	Α	Е	С	D	В	F
d[v]	0	0	8	1	6	8

V	А	Ш	С	D	В	F
Pa[v	nil	4	ı	A	Е	1

	6 B
$A \sim 0$	<u>√</u> C
AZVVVV	S D S
	F

אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
∞	0+6=6	6	<u>יש שינוי –</u> האבא של B הוא <u>E</u>
∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
1	$0+\infty=\infty$	1	אין שינוי
00	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי

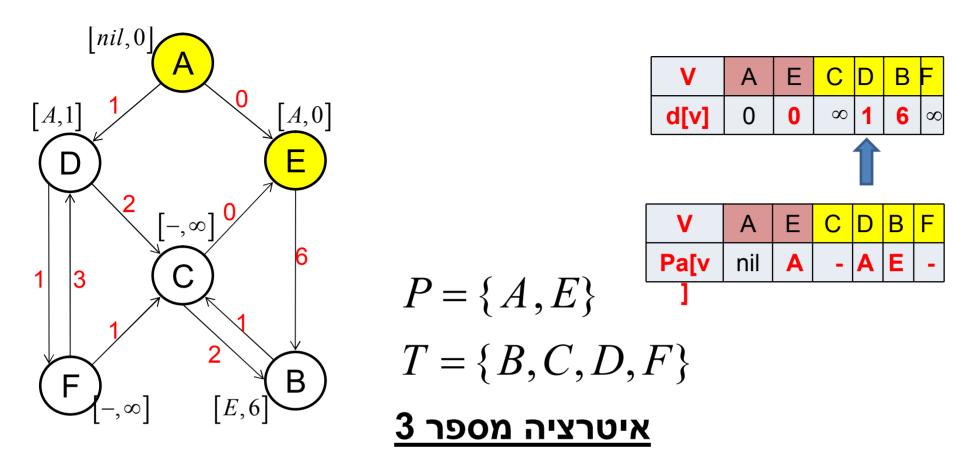


V	Α	Ш	O	D	В	F
d[v]	0	0	8	1	6	∞

V	А	Е	C	ב	В	⊥
Pa[v	nil	A	•	A	Е	-

להלן מצב הטבלא עם סיום איטרציה זו:

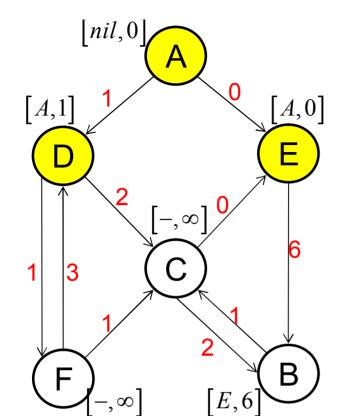
)	מס׳ איטרצ יה	קדקד מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
	יי לפני 1		A	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Ī	1	A	ED	0	8	∞	1	0	8
	2	Е	DB	0	6	∞	1	0	8
	3								
	4								
	5								
	6								



מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

.[1] במקרה שלנו קודקוד ${f D}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי



V	Α	Е	D	С	В	F
d[v]	0	0	1	8	6	8

	V	Α	E	ט	C	В	F
	Pa[v	nil	A	A	-	Ε	-
$P = \{A, E, D\}$	}]						
$T = \{B, C, F\}$							

איטרציה מספר 3

צעד מספר 1:

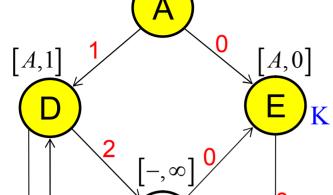
מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K והעבירו לקבוצת ה γ קבועיםיי. K

.[1] הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי ${f D}$

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים בצעד זה ננסה לשפר את האורכים אל המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K

אורד



[nil, 0]

-,∞]

 \mathbf{K} מקור \mathbf{D} לכל קודקוד \mathbf{j} כאשר במקרה שלנו קודקוד

V	Α	Ш	D	С	В	ш
d[v]	0	0	1	∞	6	8

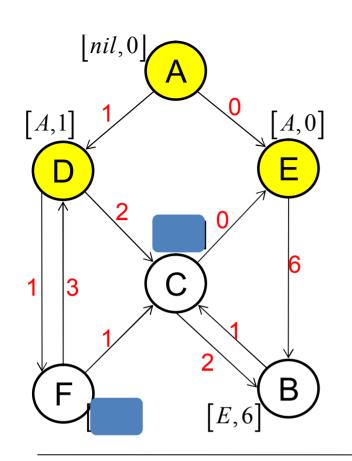
V	Α	Е	D	С	В	F
Pa[v	nil	4	A	ı	Е	•

אורד

	2 C
A	<u>∞</u> B
	F

[E,6]

	המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
)	∞	1+2=3	3	<u>יש שינוי –</u> <u>D האבא של C הוא</u>
3	6	$1+\infty=\infty$	6	אין שינוי
•	∞	1+1=2	2	<u>יש שינוי –</u> האבא של F הוא

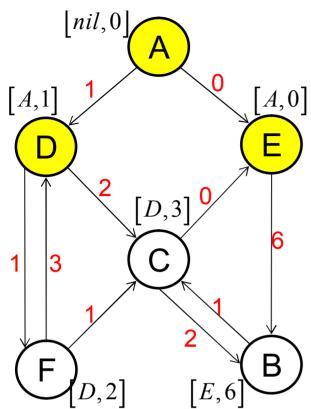


V	A	Ш	D	С	В	
d[v]	0	0	1	3	6	2

V	Α	Е	D	С	В	F
Pa[v	nil	A	A	D	Ε	D

	2 C
A	$\stackrel{\infty}{\longleftarrow}$ B
	F

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
,	∞	1+2=3	3	<u>יש שינוי –</u> <u>D האבא של C הוא </u>
3	6	$1+\infty=\infty$	6	אין שינוי
•	∞	1+1=2	2	<u>יש שינוי –</u> <u>D האבא של F הוא</u>

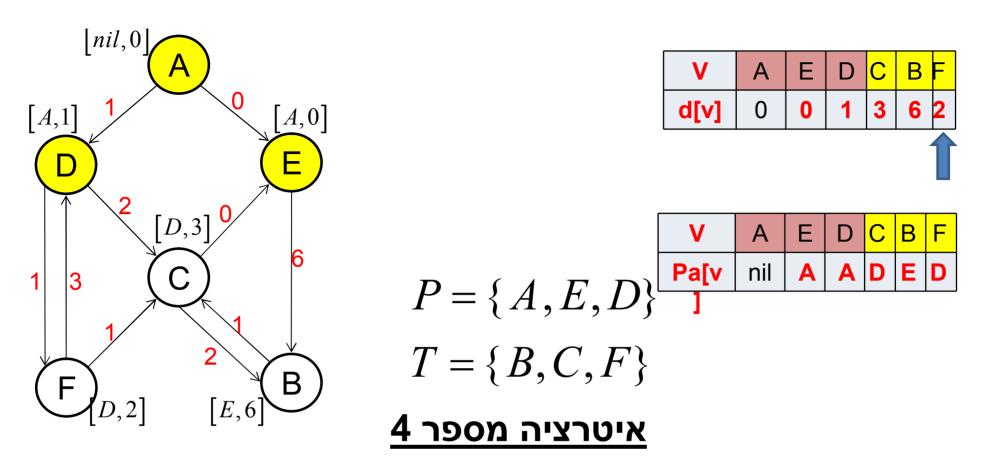


V	Α	Ш	D	С	В	П
d[v]	0	0	1	3	6	2

V	Α	Ш	D	С	В	F
Pa[v	nil	A	A	D	Ш	D

להלן מצב הטבלא^יעם סיום איטרציה זו:

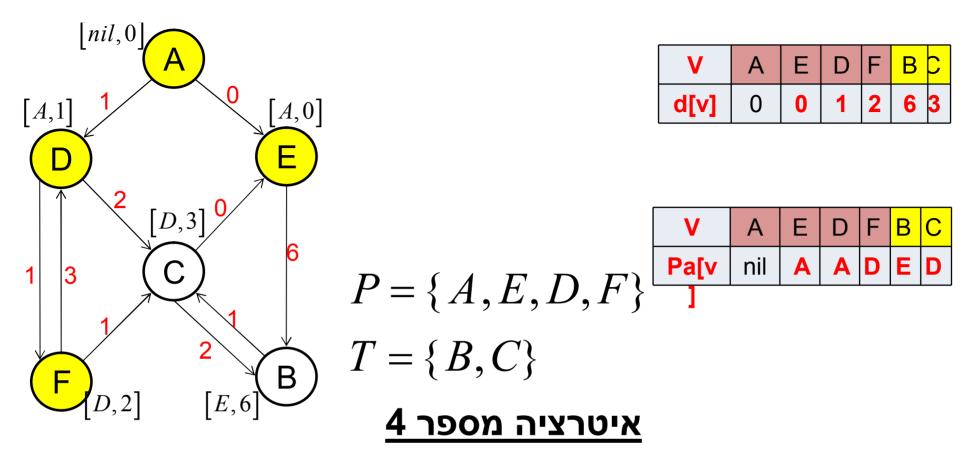
מס׳ איטרצ יה	קדקד מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
לפני 1		A	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1	A	ED	0	∞	∞	1	0	∞
2	Е	DB	0	6	∞	1	0	∞
3	D	BCF	0	6	3	1	0	2
4								
5								
6								



מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

.[2] הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי ${f F}$



מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב-K והעבירו לקבוצת ה γ

.[2] הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי ${f F}$

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד

 \mathbf{K} מקור 0 לכל קודקוד \mathbf{j} כאשר במקרה שלנו קודקוד \mathbf{D}

V	Α	Е	D	F	ВС
d[v]	0	0	1	2	6 3

V	А	Ш	D	F	В	С
Pa[v	nil	A	A	D	Ε	D
]						

1	2 C	
A~~~D	∞ B	

[E,6]

 $[D,3]^{\color{red}0}$

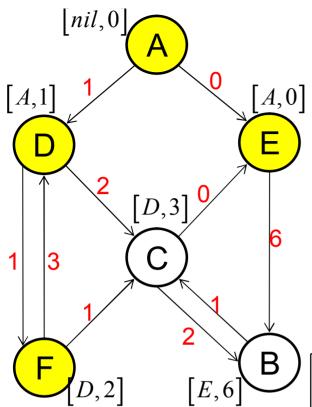
[A,0]

[nil, 0]

[D,2]

[A,1]

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורן המסלול שיהיה	
\circ	3	1+2=3	3	אין שינוי
В	6	$1+\infty=\infty$	6	אין שינוי

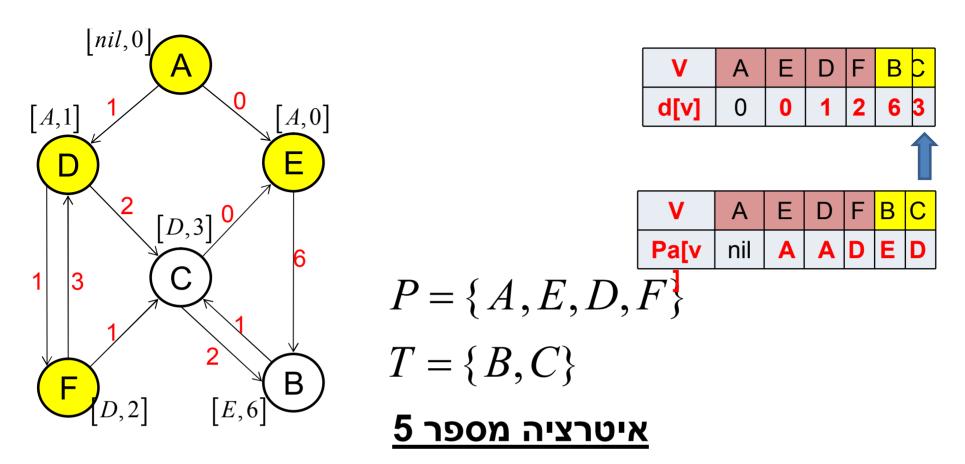


V	Α	Ш	ם	F	В	
d[v]	0	0	1	2	6	3

V	Α	Ш	D	F	В	C
Pa[v	nil	A	A	D	E	D
1						

להלן מצב הטבלא עם סיום איטרציה זו:

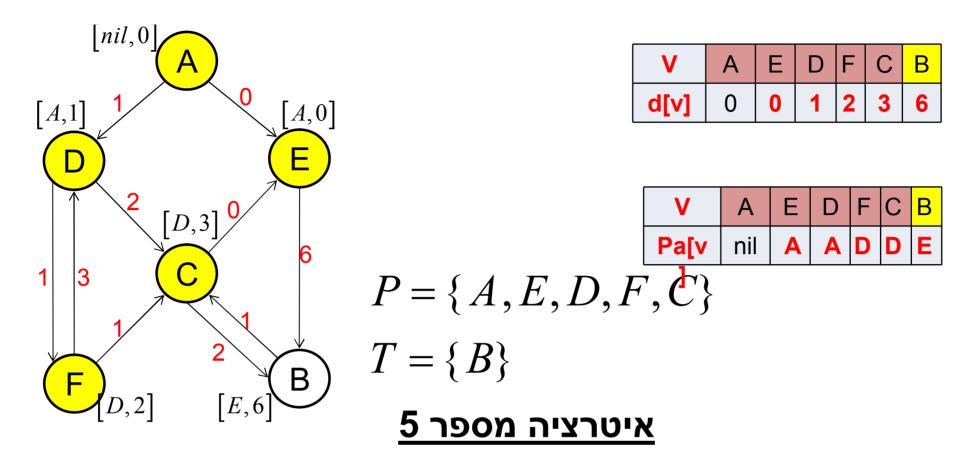
מס׳ איטרצ יה	מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
לפני 1		A	∞	∞	∞	∞	∞	8
1	A	ED	0	∞	∞	1	0	8
2	Е	DB	0	6	∞	1	0	8
3	D	BCF	0	6	3	1	0	2
4	F	BC	0	6	3	1	0	2
5								
6								



מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K-מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו בKוהעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

.[3] במקרה שלנו קודקוד ${f C}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי



מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

.[3] במקרה שלנו קודקוד ${f C}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי

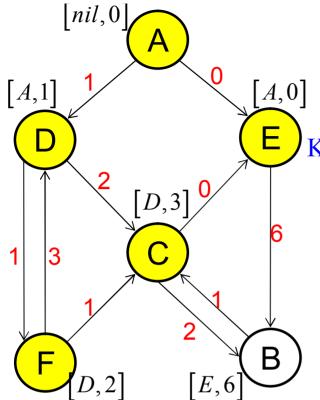
בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד

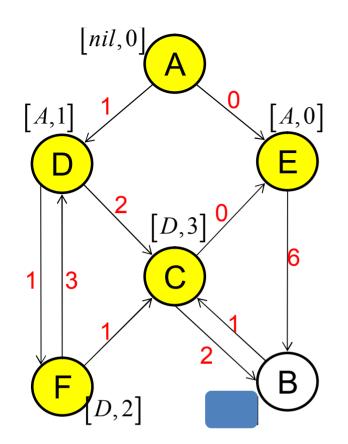
 \mathbf{K} מקור \mathbf{C} לכל קודקוד \mathbf{j} כאשר במקרה שלנו קודקוד

V	А	Ш	D	F	С	В
d[v]	0	0	1	2	3	6

V	Α	Ш	D	F	C	В
Pa[v	nil	A	A	D	D	Е

			אורד	ן אורך ן	אורד	
			המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
A 3 C -	2	— В	6	3+2=5	5	<u>יש שינוי –</u> C האבא של B הוא

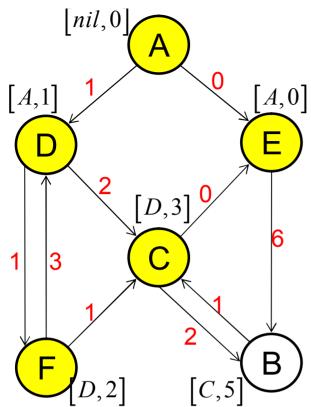




V	Α	Ш	D	F	С	В
d[v]	0	0	1	2	3	5

V	Α	Ш	D	F	С	В
Pa[v	nil	A	A	D	D	C
]						

			אורך	אורך	אורך	
			המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
A NOC.	2	— R	6	3+2= <mark>5</mark>	5	<u>יש שינוי – </u>
7/////		D	J	0.2	J	ראבא של B הוא C

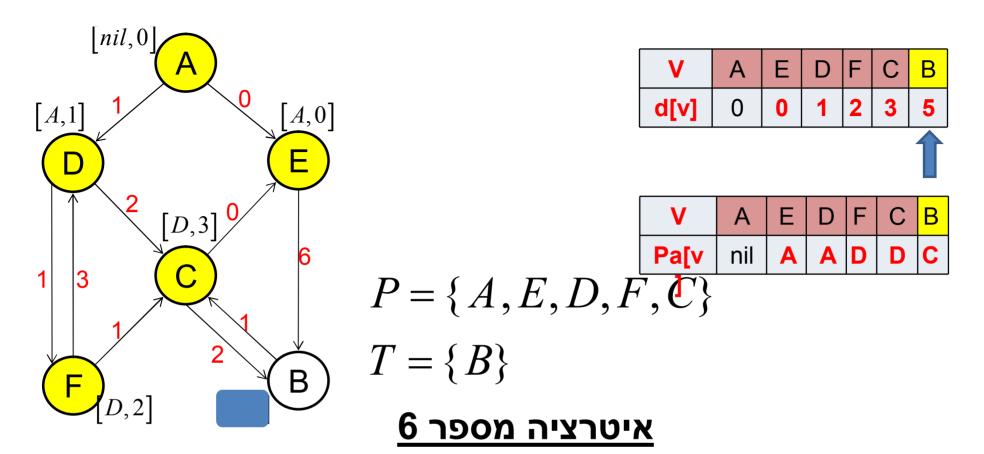


V	A	Ш	D	F	O	В
d[v]	0	0	1	2	3	5

V	А	Ш	D	H	O	В
Pa[v	nil	4	A	D	۵	C
1						

י להלן מצב הטבלא עם סיום איטרציה זו:

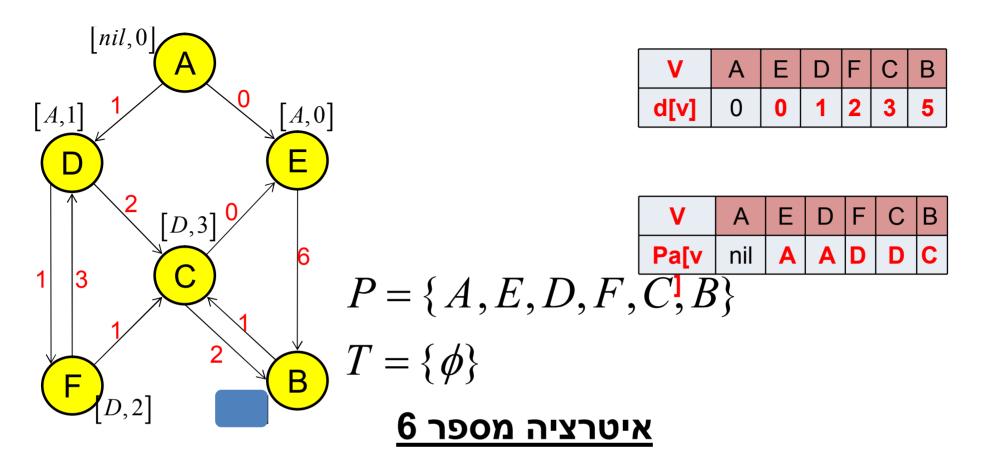
) [מס׳ איטרצ יה	קדקד מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
	לפני 1		A	8	∞	∞	8	8	∞
	1	A	ED	0	8	∞	1	0	∞
	2	Е	DB	0	6	∞	1	0	∞
	3	D	BCF	0	6	3	1	0	2
	4	F	BC	0	6	3	1	0	2
	5	С	В	0	5	3	1	0	2
	6								



מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K והעבירו לקבוצת ה γ קבועיםיי. K

במקרה שלנו קודקוד ${f B}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [6]. גם היחיד....



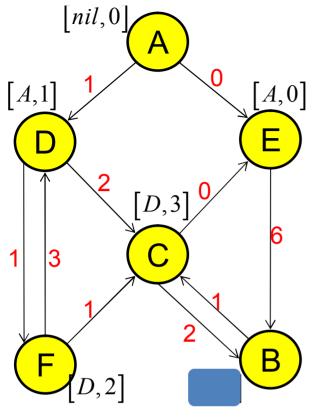
מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K והעבירו לקבוצת ה γ קבועיםיי. K

במקרה שלנו קודקוד ${f B}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [6]. גם היחיד....

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים בצעד זה ננסה לשפר את K, שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד העוברים דרך קודקוד ightarrow j לכל קודקוד igraphi כאשר במקרה שלנו קודקוד igraphi הוא קודקוד igraphi

אין כבר מה לשפר



סופית

להלן מצב הטבלא עם סיום איטרציה זו: למעשה סיום האלגוריתם

	מס׳	קדקד	תוכן						
	איטרצ	מטופל (u)	התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
	יה								
	לפני		A						
	1								
	1	A	ED	0			1	0	
ı	2	Е	DB	0	6		1	0	
	3	D	BCF	0	6	3	1	0	2
	4	F	BC	0	6	3	1	0	2
	5	C	В	0	5	3	1	0	2
	6	В	-	0	5	3	1	0	2
	\rightarrow		-	0	5	3	1	0	2

$$P = \{A, E, D, F, C, B\}$$
$$T = \{\phi\}$$

:4 הרגיל מספר

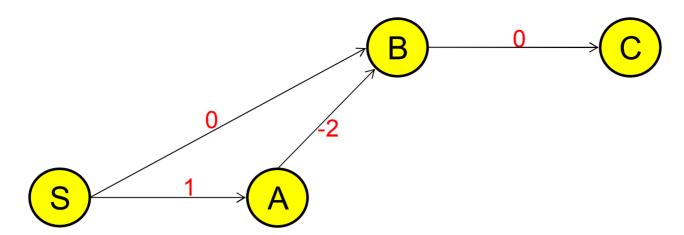
.8 .4

הציגו דוגמא שמראה שהאלגוריתם דיקסטרה שוגה על גרף עם משקולות שליליים. □

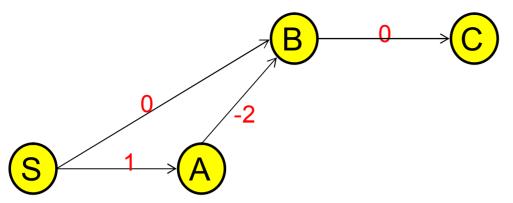
הגרף אינו צריך להכיל מעגל שלילי.

._

הסבירו למה הוכחת הנכונות של האלגוריתם אינה תקפה במקרה זה.



אלגוריתם דיקסטרה ייקבע בעבור B ו-C מרחק מינימאלי 0, למרות שבפועל זה 1-. להלן אלגוריתם דיקסטרה עבור גרף נתון זה:



V	S	A	В	С
d[v]	0	8	8	8

$P = \{$	}		
$T = \{ \lambda \}$	S, A,	B, G	$\mathbb{C}\}$

V	S	A	В	С
Pa[v	nil	1	1	-
]				

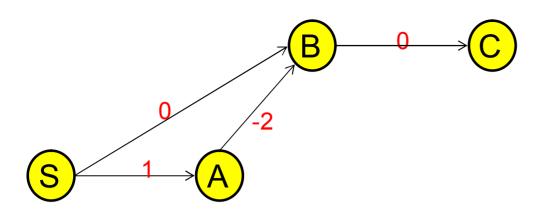
<u>איטרציה מספר 1</u>

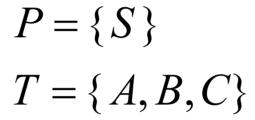
צעד מספר 1:

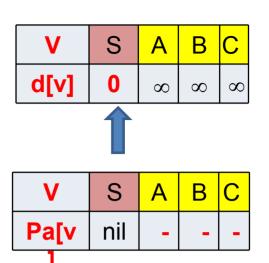
מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- ${
m K}$ והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

במקרה שלנו קודקוד S הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0] לעצמו.

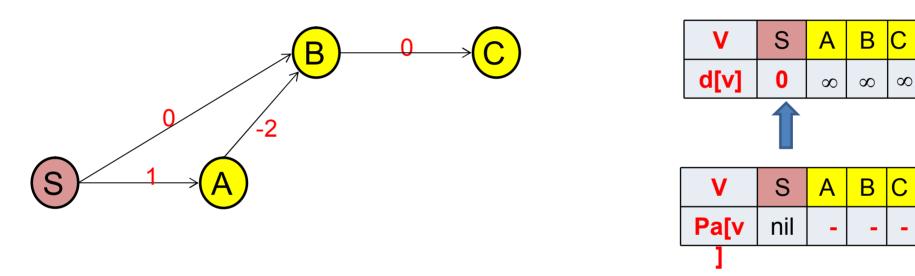






בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים בצעד זה ננסה לשפר את האורכים אל המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K

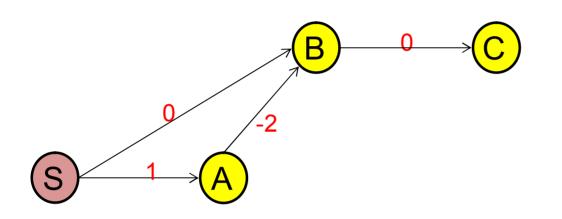
K מקור C לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד j לכל קודקוד



	אורך	1118	1118	
	המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
1 A	∞	0+1=1	1	- יש שינוי S האבא של A הוא
$S \sim S \sim B$	∞	0+0=0	0	<u>יש שינוי –</u> S האבא של
C	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים בצעד זה ננסה לשפר את האורכים אל המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K

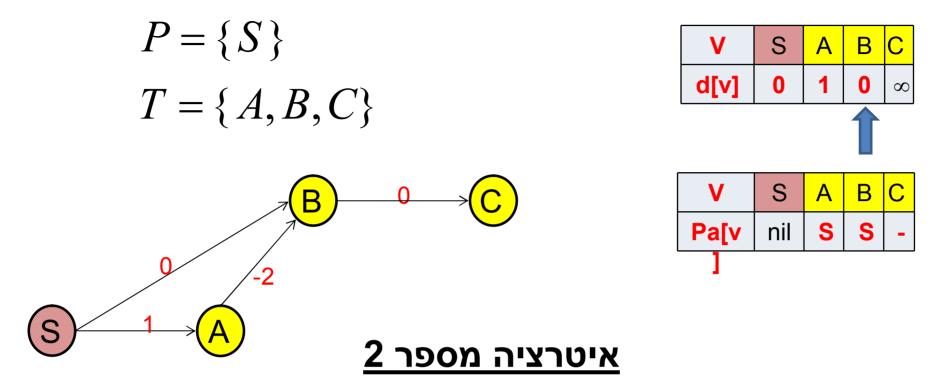
K מקור C לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד j לכל סודקוד מקור ס



V	S	Α	В	С
d[v]	0	1	0	8

V	S	Α	В	С
Pa[v	nil	S	S	-
]				

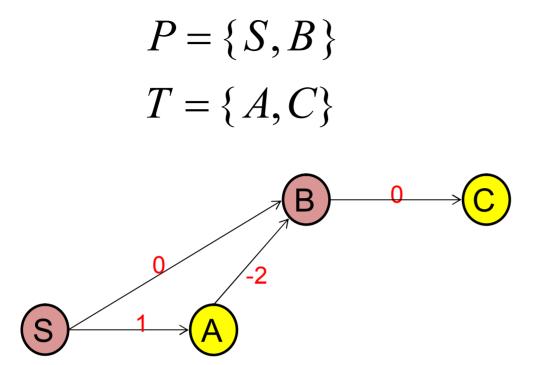
	אורד	אורד	אורד	
	המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
1 A	∞	0+1=1	1	$\frac{-}{^{\prime}}$ יש שינוי S האבא של A הוא
$S \sim S \sim B$	∞	0+0=0	0	<u>יש שינוי –</u> S האבא של B הוא
C	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי

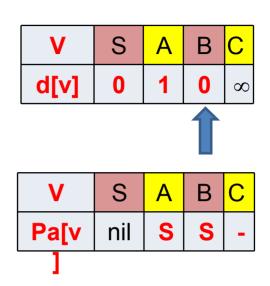


מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

.ייקבועיםיי הייקבועיםיי ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- ${
m K}$ והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

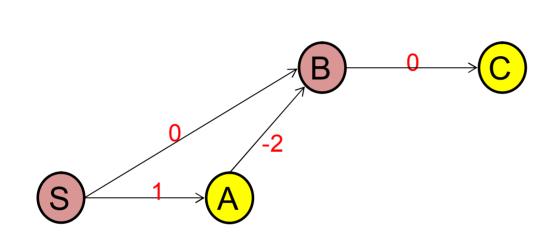
במקרה שלנו קודקוד B הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0] לעצמו.

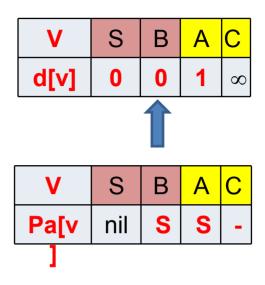




בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים בצעד זה ננסה לשפר את האורכים אל המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד , K

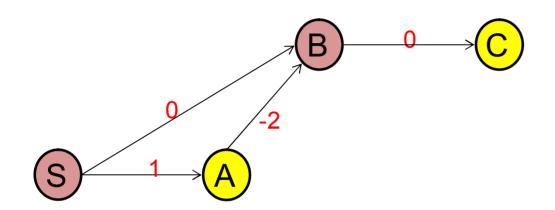
 \mathbf{K} מקור \mathbf{B} לכל קודקוד \mathbf{G} כאשר במקרה שלנו קודקוד כאשר כל





		אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
S V B <	-2 A	1	0+(-2)=-2	-2	<u>יש שינוי –</u> <u>B האבא של A הוא</u>
	0 C	∞	0+0=0	0	<u>יש שינוי –</u> <u>B האבא של C הוא</u>

V	S	В	Α	С
d[v]	0	0	-2	0

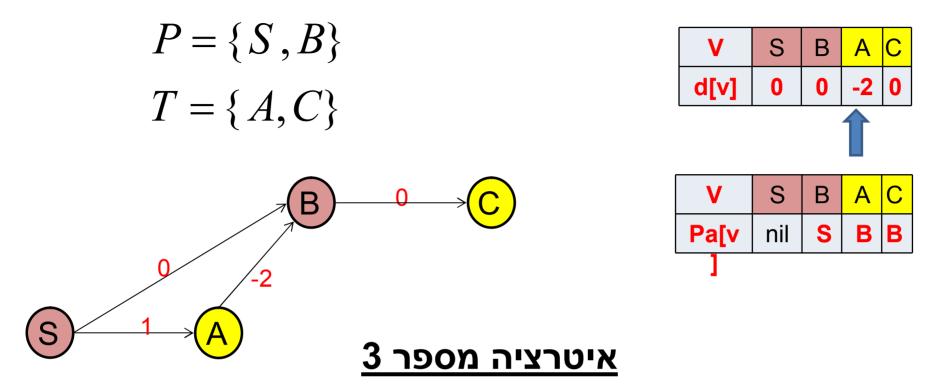


___.

V	S	В	A	С
Pa[v	nil	S	В	В
]				

S	-2 A
2V/VVB	0 C

	אורך	אורך	אורך	
	המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
4	1	0+(-2)=-2	-2	-יש שינוי $ -$ האבא של $ A$ הוא
C	∞	0+0=0	0	<u>יש שינוי –</u> <u>B האבא של C הוא</u>

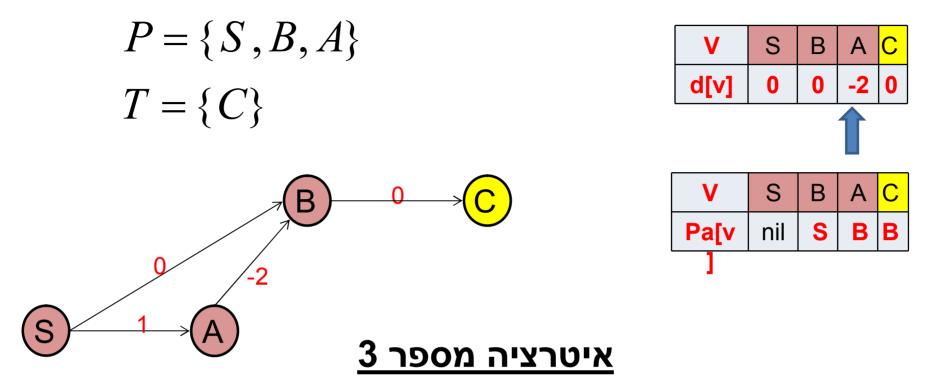


צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

.ייקבועיםיי הייקבועיםיי ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- ${
m K}$ והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

-במקרה שלנו קודקוד -A הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [2-].

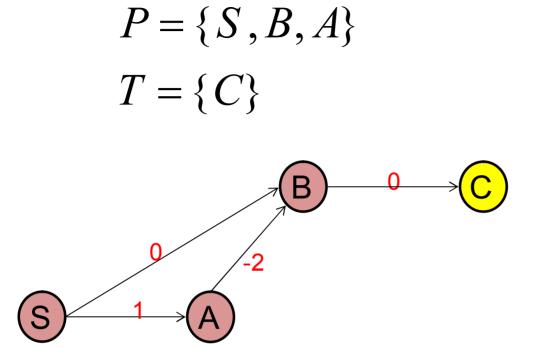


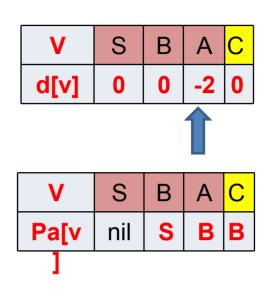
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

.ייקבועיםיי הייקבועיםיי ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- ${
m K}$ והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

-במקרה שלנו קודקוד -A הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [2-].



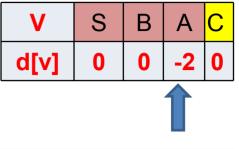


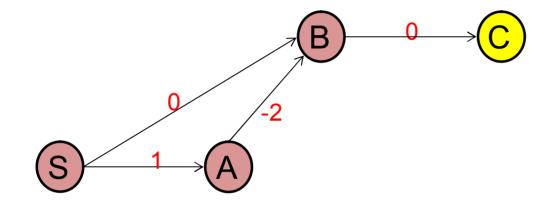
צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד

 \mathbf{K} מקור \mathbf{A} לכל קודקוד \mathbf{j} כאשר במקרה שלנו קודקוד

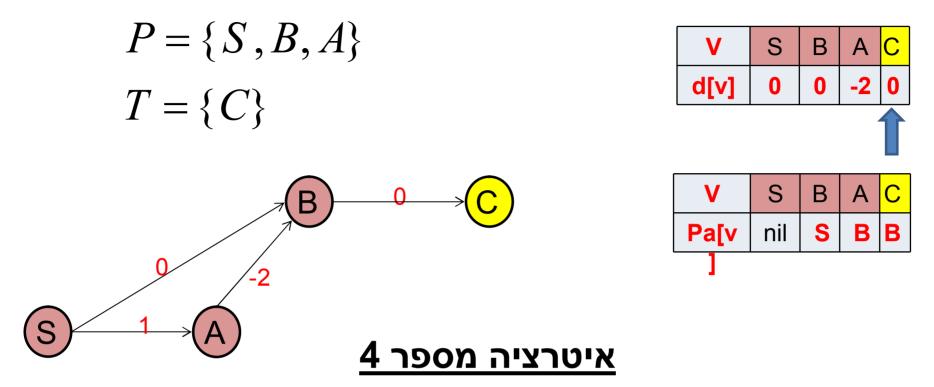
$$P = \{S, B, A\}$$
$$T = \{C\}$$





V	S	В	Α	С
Pa[v	nil	S	В	В
]				

	אורד	אורך	אורד	
	המסלול שהיה	המסלול כעת	המסלול שיהיה	
$S \sqrt{-2} \times A - \infty$ C	0	$-2 + \infty = \infty$	0	אין שינוי

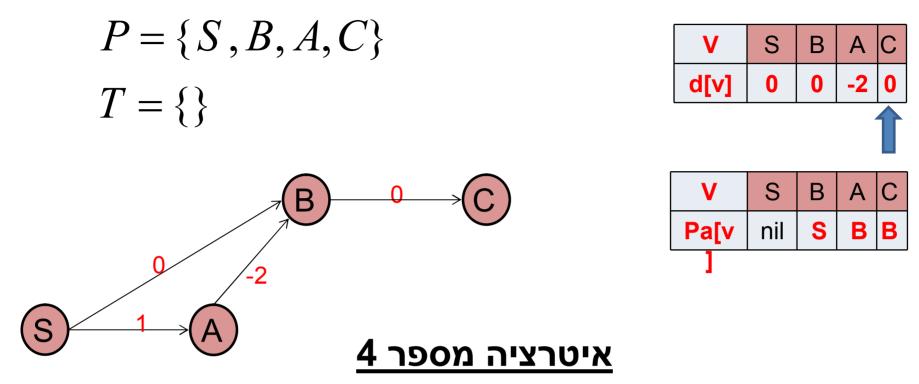


צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

."מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב ${
m K}$ והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

oxdotsבמקרה שלנו קודקוד oxdotsהוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0]. הקודקוד היחיד

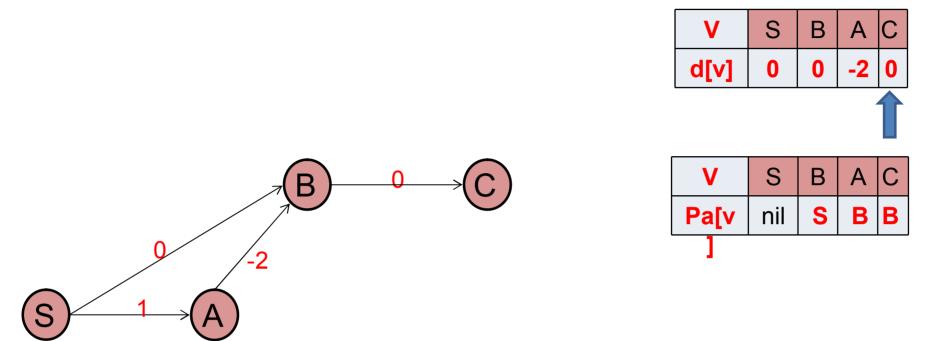


צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

.ייקבועיםיי הייקבועיםיי ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- ${
m K}$ והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

oxdotsבמקרה שלנו קודקוד oxdotsהוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0]. הקודקוד היחיד



מתוך אלגוריתם דיקסטרה גילינו שבעבור B ו-C - המרחק מינימאלי הוא 0, למרות שבפועל זה 1-. הסיבה לכך נעוצה כאמור במשקל השלילי.

הסבירו למה הוכחת הנכונות של האלגוריתם אינה תקפה במקרה זה.

ההוכחה מסתמכת על כך שלאורכו של מסלול קצר ביותר, הולכים המרחקים מהמוצא ועולים (או בכל אופן לא יורדים).

טענה זו לא מתקיימת אם המסלול מכיל קשת במשקל שלילי.

יהרגיל מספר 5:

 \bigcirc

עמתים עמתים V מבטא קבוצות פחיני G=(V,E) מוגדר ע"י G=(V,E). קודקודים G מוגדר ע"י - G מבטא קבוצת קשתות בגרף. בגרף, ו

.G פונקצית המשקל (מספר) קובעת קובעת $W:E o R^{\scriptscriptstyle +}$ פונקצית המשקל

D 7 F

2 B

6 C H

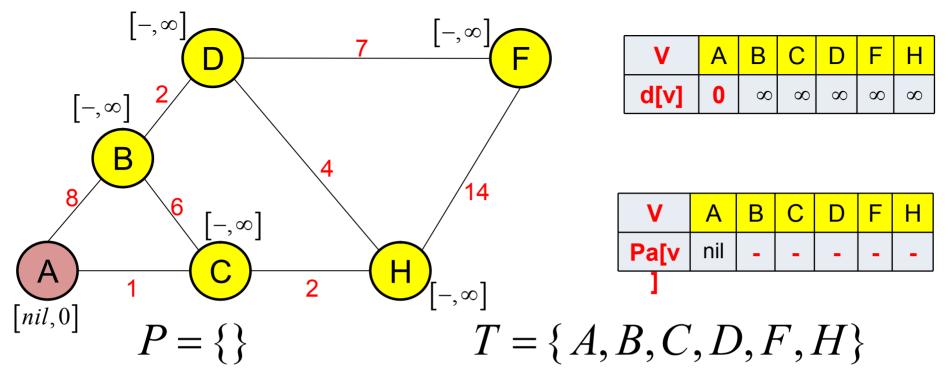
לפניך רשת:

א. מצא את המסלולים הקצרים ביותר מן הקודקוד A לכל אחד מן הקודקודים האחרים ברשת הנתונה.

תאר את המסלולים האלה בצורת עץ, באופן סכמתי.



כל קשת בגרף G צבועה בכחול או באדום. ☐ Y ו X הם קודקודים בגרף.
 כתוב אלגוריתם מילולי, קצר ויעיל, בעברית מובנת, למציאת אורך המסלול הקצר ביותר מ- X ל- Y , כאשר חלקו הראשון של המסלול יהיה מורכב מקשתות אדומות בלבד וחלקו השני יהיה מורכב מקשתות כחולות בלבד.
 שים לב: כל אחד משני החלקים יכול להיות ריק.



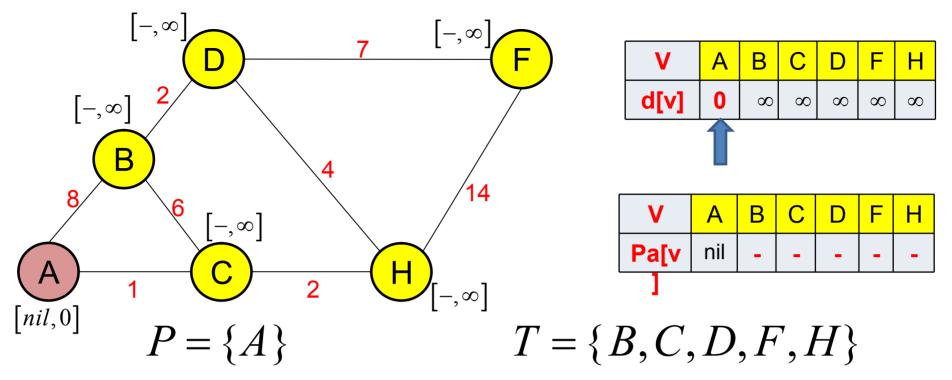
<u>איטרציה מספר 1</u>

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו בK והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

במקרה שלנו קודקוד A הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0]. מעצמו



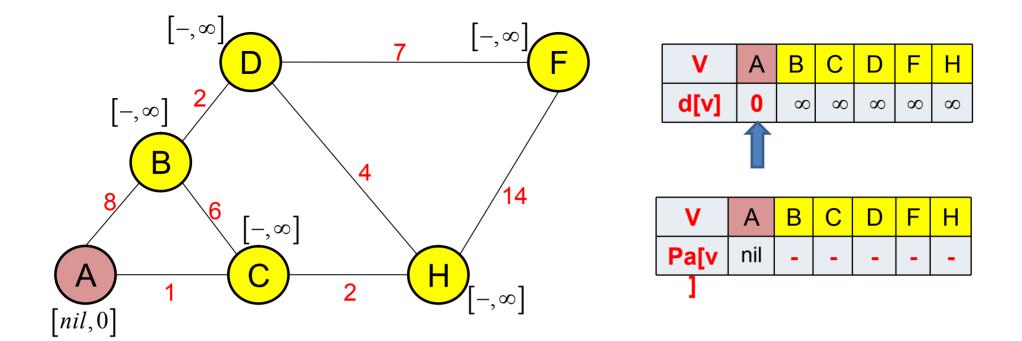
<u>איטרציה מספר 1</u>

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

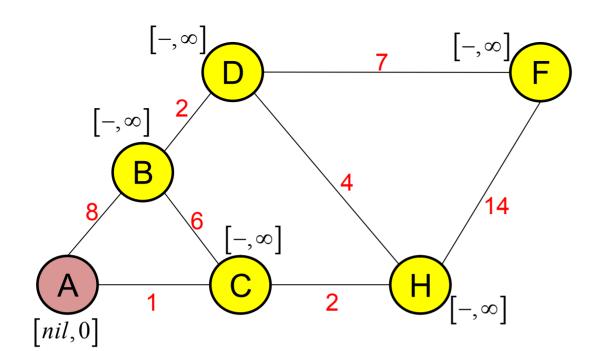
K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו בK והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

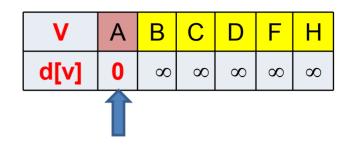
במקרה שלנו קודקוד A הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0]. מעצמו



צעד מספר 2:

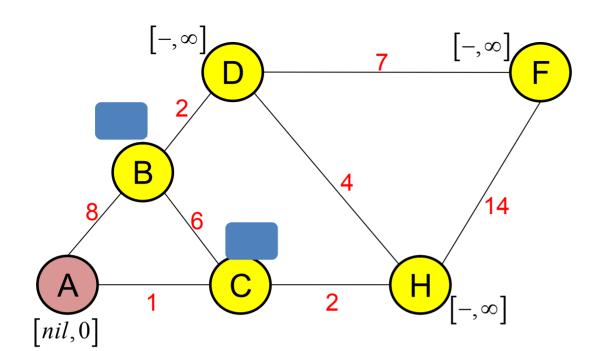
בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים בצעד זה ננסה לשפר את האורכים אנקבע בצעד הראשון , מקודקוד K מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד j הוא קודקוד





V	А	В	С	D	F	Η
Pa[v	nil	1	1	1	•	1
]						

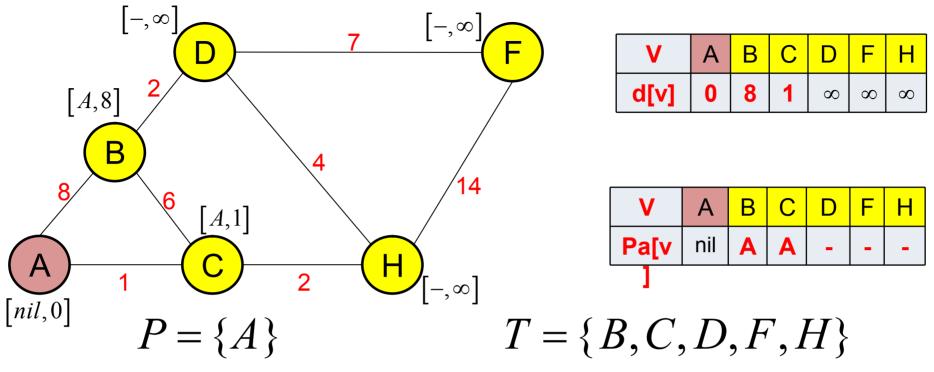
		אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
	8 B	00	0+8=8	8	יש שינוי <u>-</u> האבא של B הוא
0	$\int_{1}^{1} c$	∞	0+1=1	1	<u>יש שינוי –</u> האבא של C הוא <u>A</u>
AMMA	8 D	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	√ F	8	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	H	∞	$0+\infty=\infty$	8	אין שינוי



V	Α	В	С	D	F	Η
d[v]	0	80	~	8	8	8

V	Α	В	С	D	F	Ι
Pa[v	nil	A	A	-		1
]						

		אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
	8 B	8	0+8=8	8	<u>יש שינוי –</u> האבא של B הוא <u>A</u>
0	$\int_{-1}^{0} C$	8	0+1=1	1	$rac{- $
ANNA K	S D	8	$0+\infty=\infty$	8	אין שינוי
	√ F	8	$0+\infty=\infty$	8	אין שינוי
	H	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי



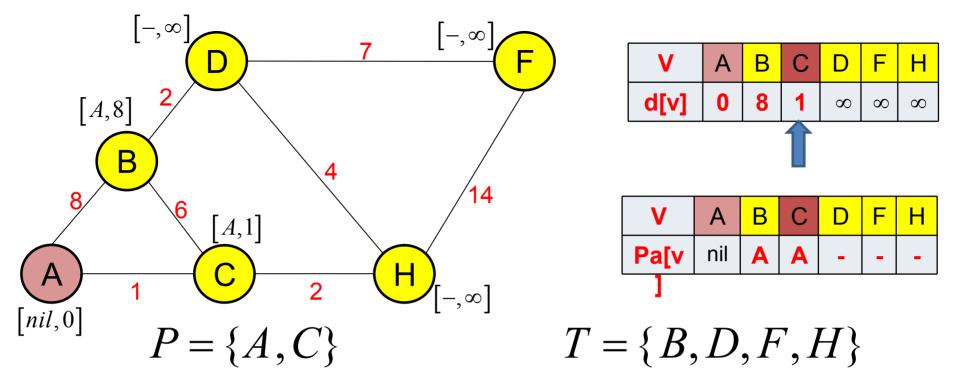
<u>איטרציה מספר 2</u>

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- ${
m K}$ והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

.[1] במקרה שלנו קודקוד ${f C}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי



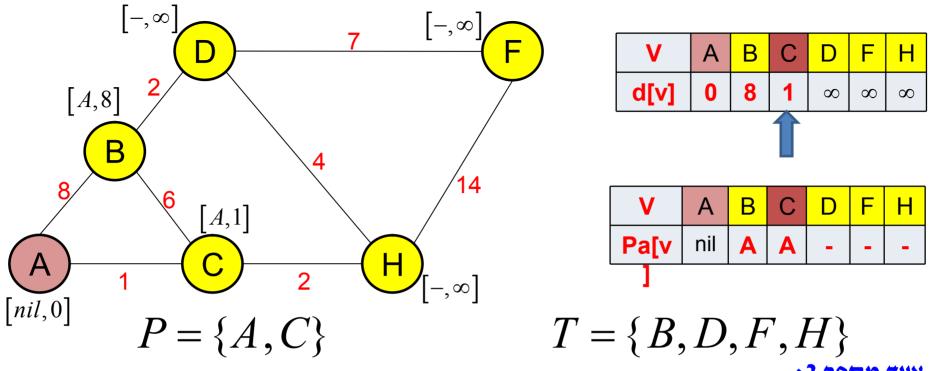
<u>איטרציה מספר 2</u>

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

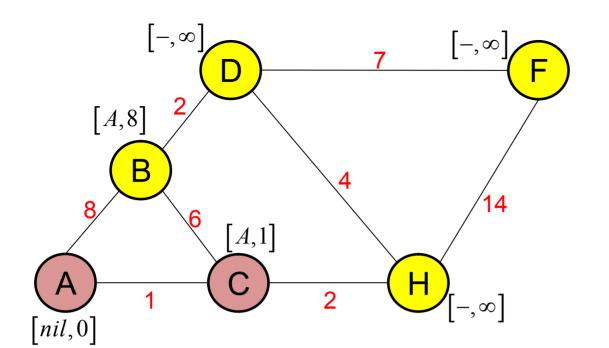
במקרה שלנו קודקוד ${f C}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [1].

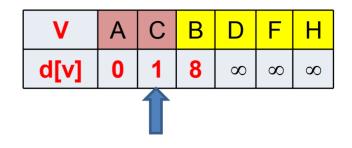


צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים בצעד זה ננסה לשפר את האורכים אל המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד , K

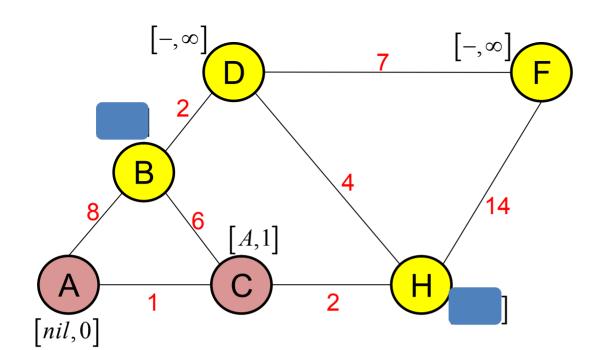
 \mathbf{K} מקור \mathbf{C} לכל קודקוד \mathbf{j} כאשר במקרה שלנו קודקוד \mathbf{j}





V	Α	С	В	D	F	Н
Pa[v	nil	A	A	1		1
]						

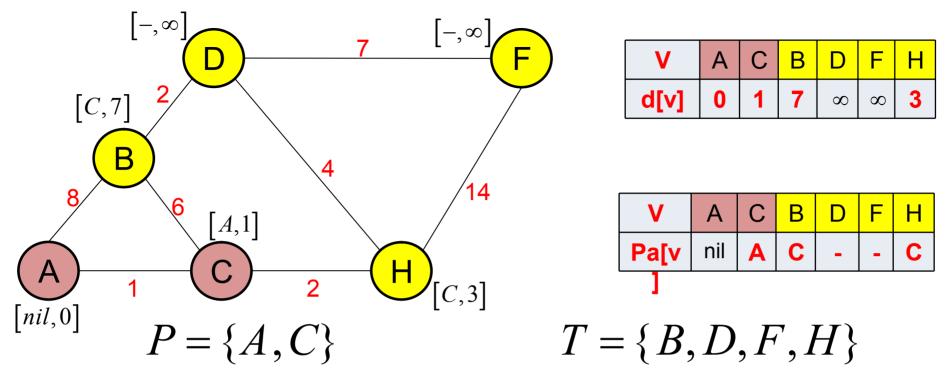
		אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורן המסלול שיהיה	
	9 B	8	1+6=7	7	<u>יש שינוי –</u> <u>C האבא של B הוא</u>
1 2 2 2 4 5	D D	∞	$1+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
ANWC €	$\sum_{2}^{\infty} F$	∞	$1+\infty=\infty$	8	אין שינוי
	Н	∞	1+2=3	3	<u>יש שינוי –</u> C האבא של H הוא



V	Α	С	В	D	F	Н
d[v]	0	~	7	8	8	3

V	Α	С	В	D	F	Н
Pa[v	nil	A	С	-	•	С
]						

		אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורן המסלול שיהיה	
	В	8	1+6=7	7	<u>יש שינוי –</u> <u>C האבא של B הוא </u>
Avvc €	D D	8	$1+\infty=\infty$	8	אין שינוי
	$rac{\infty}{2}$ F	∞	$1+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
	Н	8	1+2=3	3	<u>יש שינוי –</u> <u>C האבא של H הוא </u>



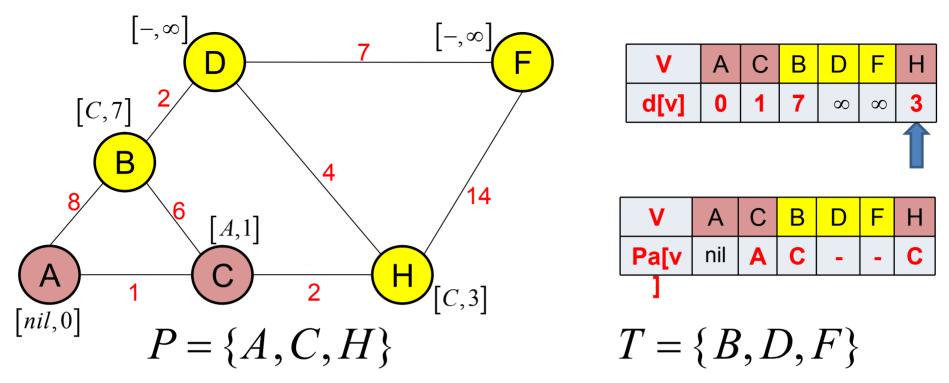
איטרציה מספר 3

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

במקרה שלנו קודקוד ${f H}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [3].



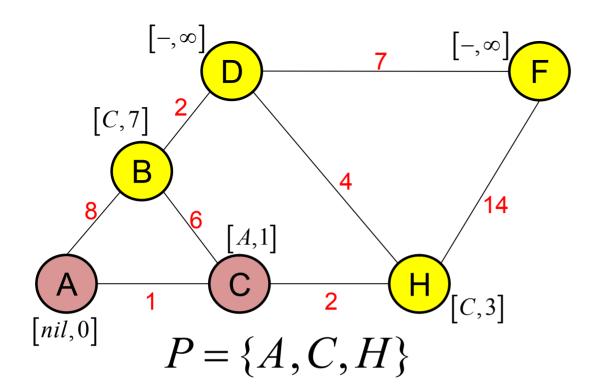
<u>איטרציה מספר 3</u>

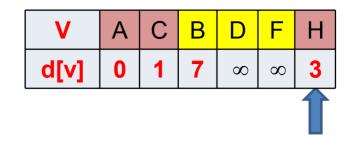
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

במקרה שלנו קודקוד ${f H}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [3].





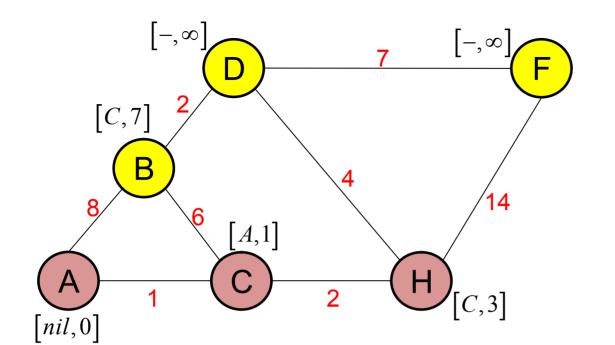
V	Α	С	В	D	F	Н
Pa[v	nil	A	C	1		С
]						

$$T = \{B, D, F\}$$

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים בצעד זה ננסה לשפר את האורכים אל המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K

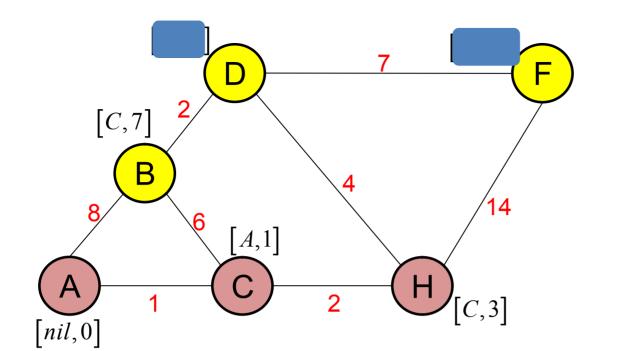
 ${f K}$ מקור ${f O}$ לכל קודקוד ${f j}$ כאשר במקרה שלנו קודקוד



V	Α	С	Н	D	F	В
d[v]	0	~	3	8	8	7

V	Α	С	Ι	D	F	В
Pa[v	nil	A	С	-	•	O
]						

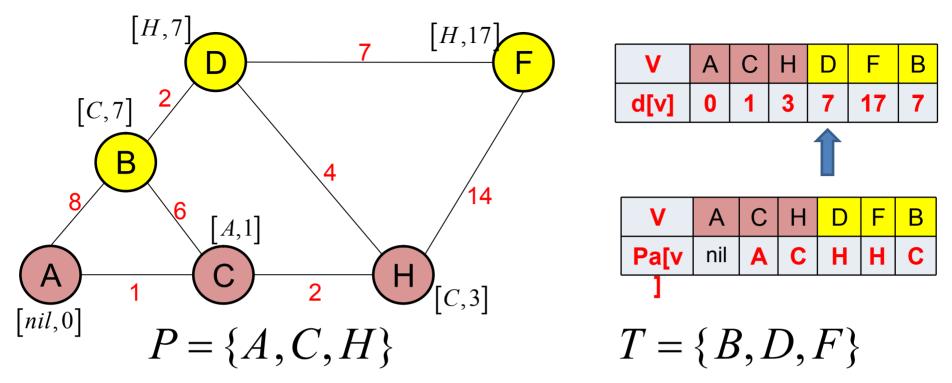
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
∞ B	7	$3+\infty=\infty$	7	אין שינוי
$A \sim 3 \times H \leftarrow \frac{4}{14} D$	8	3+4=7	7	<u>יש שינוי –</u> H האבא של D הוא
F	∞	3+14=17	17	<u>יש שינוי –</u> H האבא של F הוא



V	А	С	Н	D	H	В
d[v]	0	~	3	7	17	7

V	Α	С	Ι	D	F	В
Pa[v	nil	A	С	Н	H	O
]						

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
∞ B	7	$3+\infty=\infty$		אין שינוי
$A \sim 3 \times H \leftarrow \frac{4}{14} D$	8	3+4=7	7	<u>יש שינוי –</u> H האבא של D הוא
F	8	3+14=17	17	<u>יש שינוי –</u> H האבא של F הוא



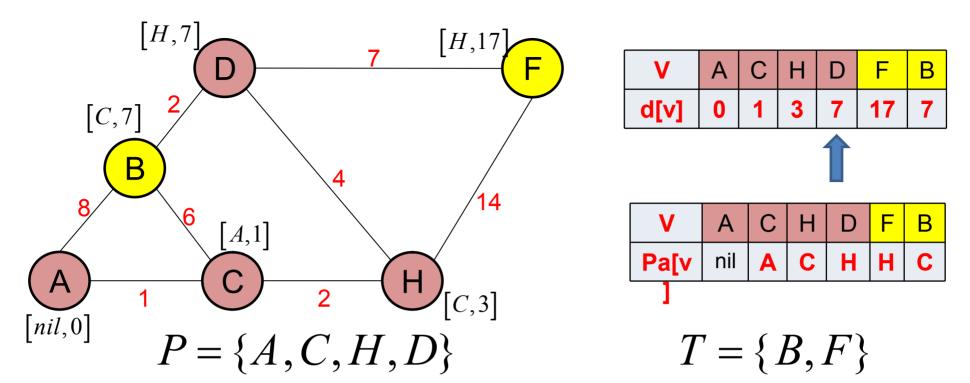
<u>איטרציה מספר 4</u>

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו בK והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

במקרה שלנו קודקוד D הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [7]. ניתן היה גם לבחור את B



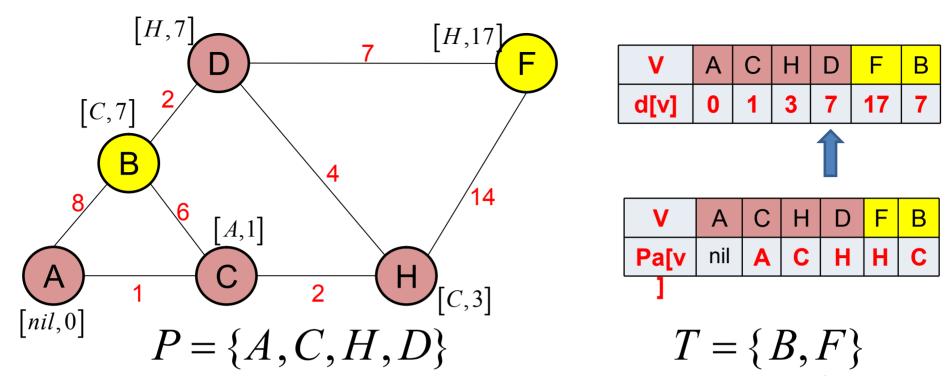
<u>איטרציה מספר 4</u>

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו בK והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

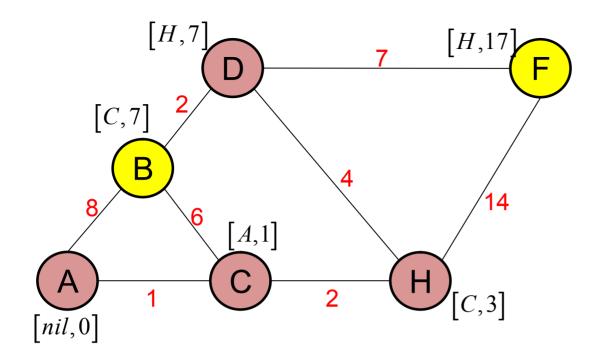
במקרה שלנו קודקוד ${f D}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [7]. ניתן היה גם לבחור את ${f B}$



צעד מספר 2: בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים

העוברים דרך קודקוד , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד העוברים דרך הודקוד

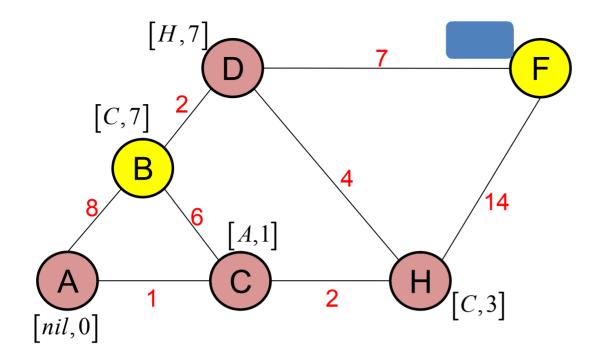
 \mathbf{K} מקור \mathbf{H} לכל קודקוד \mathbf{j} כאשר במקרה שלנו קודקוד



V	Α	С	Н	D	F	В
d[v]	0	1	3	7	17	7
				1		

V	Α	С	Ι	D	F	В
Pa[v	nil	A	С	Н	H	O
]						

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$A \sim \frac{7}{4} F$	17	7+7=14	14	<u>יש שינוי –</u> <u>D האבא של F הוא</u>
B	7	7+4=11	7	אין שינוי

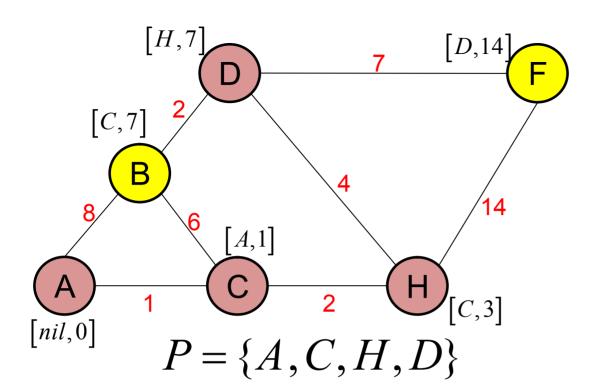


V	Α	С	Н	D	F	В
d[v]	0	1	3	7	14	7
				1		

V	Α	С	Ι	D	F	В
Pa[v	nil	A	С	Н	D	O
]						

_		יייי ו המסלול שהיה	י ל כעת
	7 F	17	7+7
	$A \sim D \sim 4$	7	7+4=

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
ı	17	7+7=14	14	<u>יש שינוי –</u> <u>D האבא של F הוא</u>
)	7	7+4=11	7	אין שינוי



V	Α	С	Η	D	F	В
d[v]	0	~	3	7	14	7

V	Α	С	Ι	D	F	В
Pa[v	nil	A	С	Н	D	O
]						

$$T = \{B, F\}$$

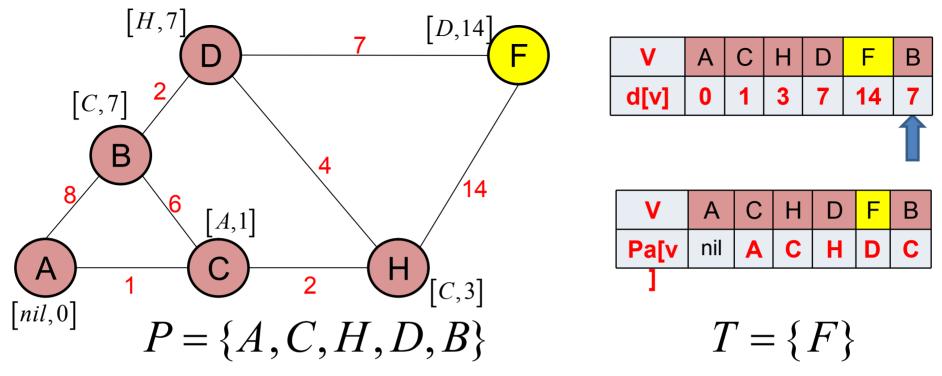
<u>איטרציה מספר 5</u>

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- והעבירו לקבוצת הייקבועיםיי.

במקרה שלנו קודקוד B הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [7].



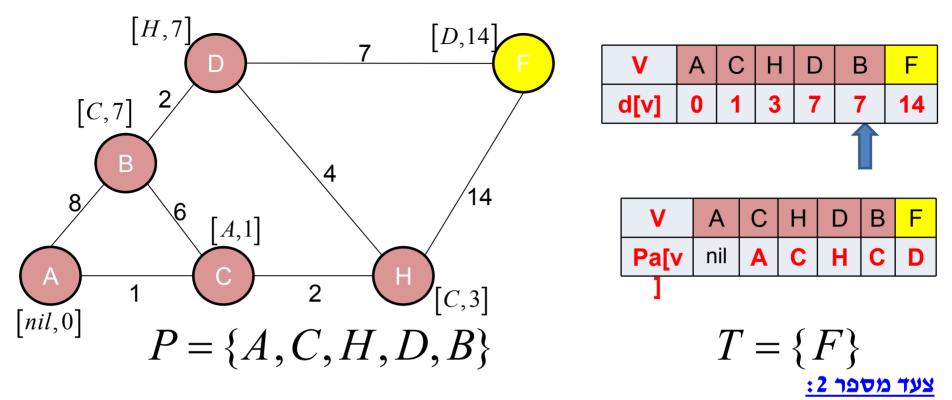
<u>איטרציה מספר 5</u>

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

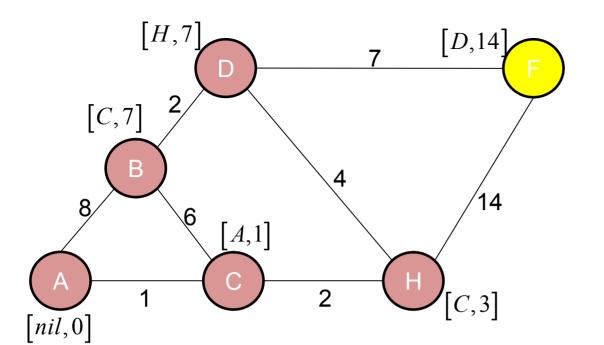
K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו בK והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

במקרה שלנו קודקוד B הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [7].



בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים בצעד זה ננסה לשפר את האורכים K , מקודקוד העוברים דרך קודקוד K

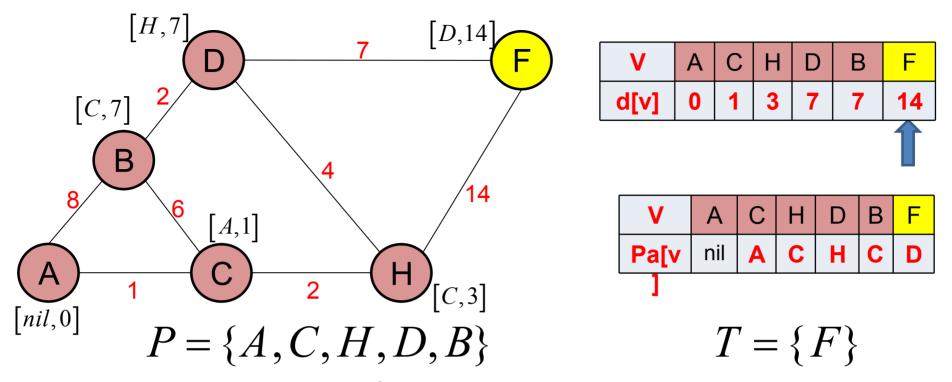
 \mathbf{K} מקור \mathbf{B} לכל קודקוד \mathbf{j} כאשר במקרה שלנו קודקוד



V	А	C	Τ	D	В	F
d[v]	0	~	3	7	7	14

V	Α	С	Η	D	В	F
Pa[v	nil	A	С	Н	С	D
1						

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$A \sim \sqrt{B} = \infty$ F	14	$7+\infty=\infty$	14	אין שינוי



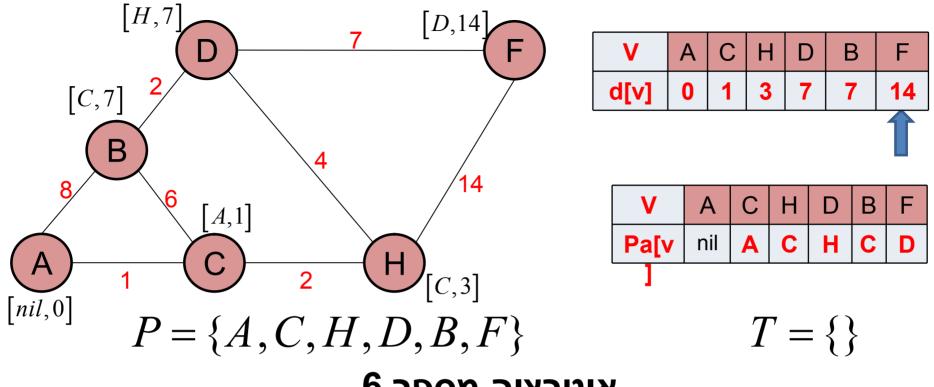
<u>איטרציה מספר 6</u>

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו בK והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

במקרה שלנו קודקוד ${f F}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [14].



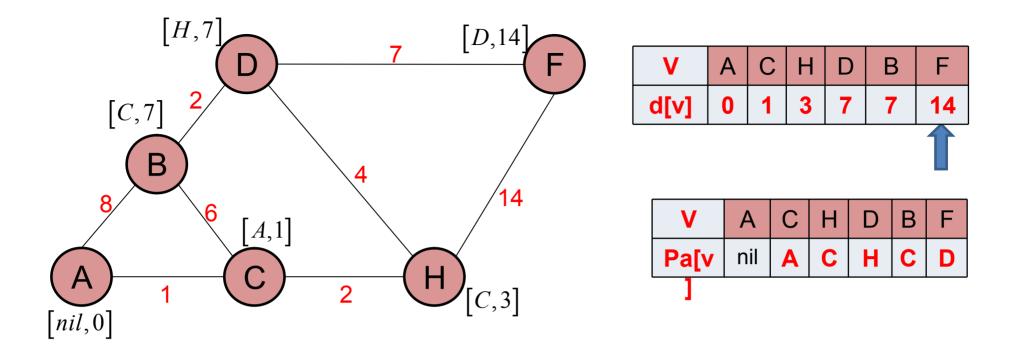
<u>איטרציה מספר 6</u>

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

K מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו בK והעבירו לקבוצת ה γ יקבועים.

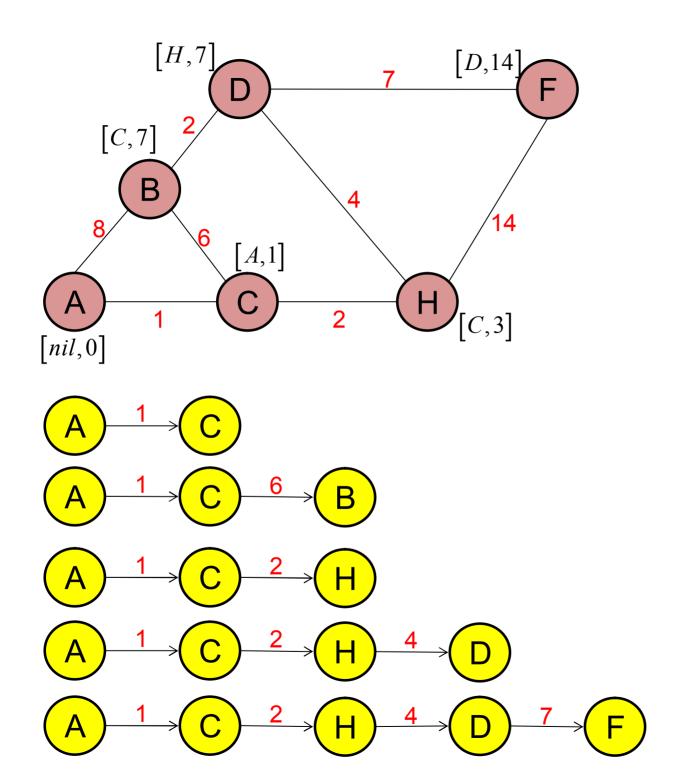
במקרה שלנו קודקוד ${f F}$ הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [14].



צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד העוברים דרך קודקוד i , אשר במקרה שלנו קודקוד i הוא קודקוד i כאשר במקרה שלנו קודקוד i הוא קודקוד i

אין כלום בקבוצת הזמניים – לכן סיימנו



- ב. כל קשת בגרף G צבועה בכחול או באדום. ו Y הם קודקודים בגרף.
- כתוב אלגוריתם מילולי, קצר ויעיל, בעברית מובנת, למציאת אורך המסלול הקצר ביותר מ- X ל- Y , כאשר חלקו הראשון של המסלול יהיה מורכב מקשתות אדומות בלבד וחלקו השני יהיה מורכב מקשתות כחולות בלבד.
 שים לב : כל אחד משני החלקים יכול להיות ריק.

- תות אדומות. E_1 בננה גרף $G_1 = (V, E_1)$, כאשר ב-A רק קשתות אדומות. A וכך A את האלגוריתם דיקסטרה על A מקודקוד A וכך נמצא את המסלול האדום הקצר ביותר מ-A לכל קודקוד אחר בגרף.
 - : E_2 -ב כאשר ב, $G_2 = (V, E_2)$ נבנה גרף G נבנה נברף .3 פשתות כחולות שב-E ובנוסף

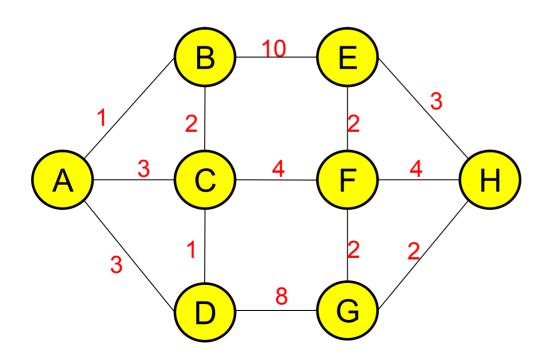
2 אם אורך המסלול האדום שמצאנו בצעד V, אם אורך המסלול האדום שמצאנו בצעד V ל-V קטן מאינסוף, אז נוסיף ל-V קטן מאינסוף, אז נוסיף ל-V קשת זו כאורך המסלול האדום שמצאנו בצעד 2.

X הפעל את האלגוריתם דיקסטרה על G2 מקודקוד 4
 X וכך נמצא את המסלול הקצר ביותר המבוקש מ-X
 לכל קודקוד אחר ובפרט ל-Y.

ותרגיל מספר 6:

.6

הגרף G מוגדר על ידי $\mathsf{G}(\mathsf{V},\mathsf{E})$, כאשר V מבטא קבוצת E קודקודים בגרף, ו E מבטא קבוצת קשתות בגרף. פונקצית המשקל $\mathscr{W}:E\to R^+$ קובעת משקל (מספר) לכל קשת בגרף G . G



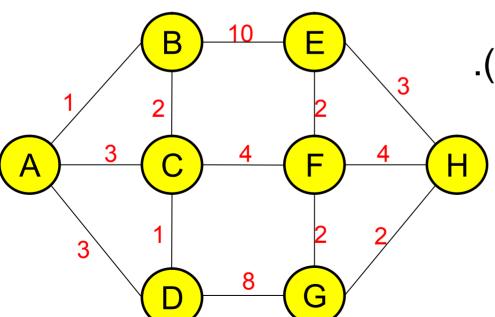
A א. מצא את כל המסלולים הקצרים ביותר מן הקודקודB לקודקוד H ברשת הנתונה.

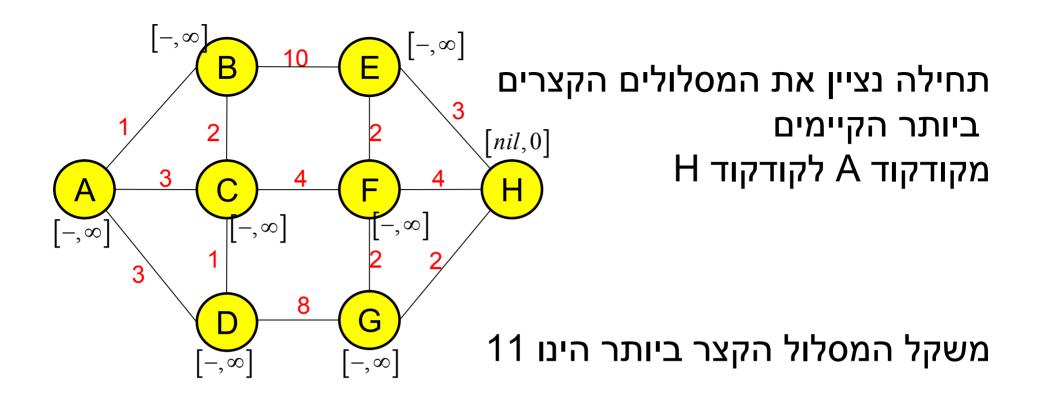
תאר כל מסלול כזה בנפרד באופן סכמתי, בצורת A
ightarrow C
ightarrow F
ightarrow H . A
ightarrow C
ightarrow F
ightarrow H . Z
ightarrow V, X
ightarrow V . קודקודים בגרף Z,Y,X
ightarrow V

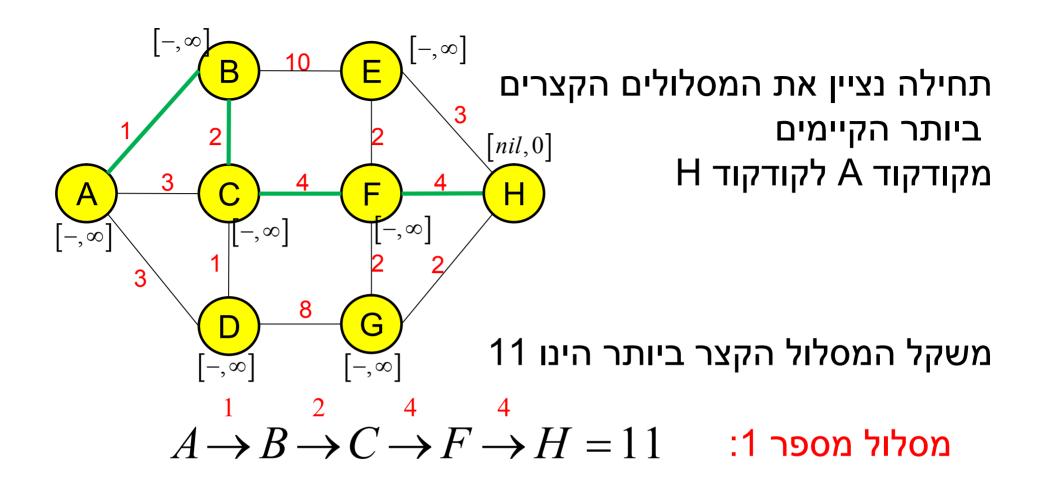
ירו ארד היין ביין אין אין אין ביין אין ביין אין ביין אשר מובנית, אשר מחזיר את תשובה "אמת" (true) אם כל המסלולים הקצרים □

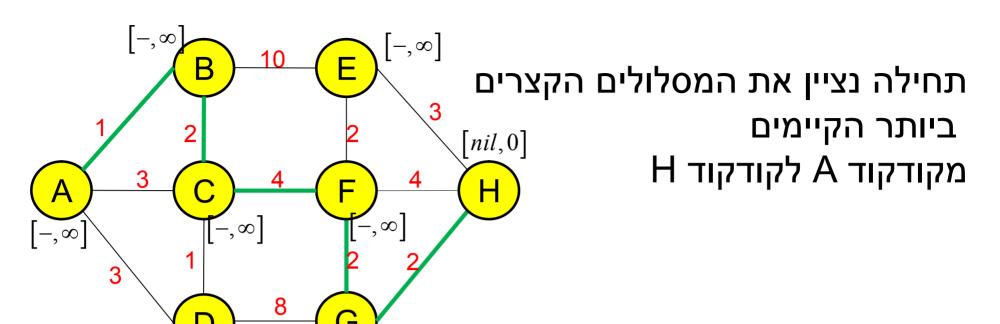
; Z עוברים דרך Y -ל

אחרת הוא מחזיר את התשובה "שקר" (false).





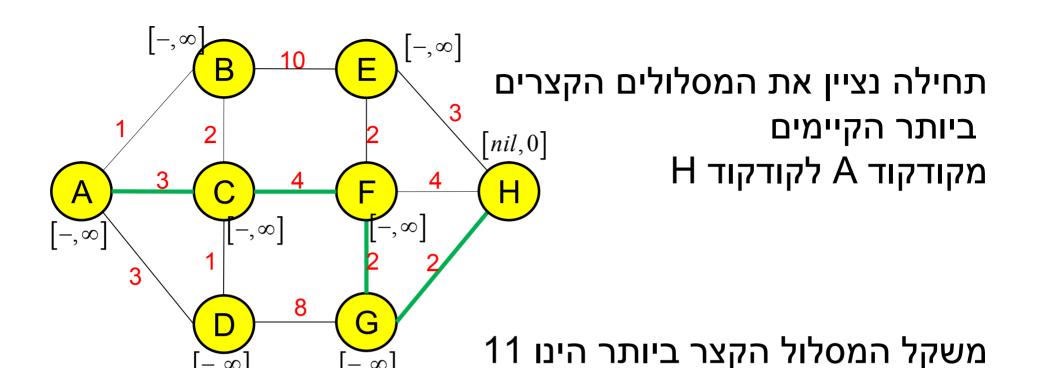




משקל המסלול הקצר ביותר הינו 11

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow H = 11$$
 מסלול מספר 1: מסלול

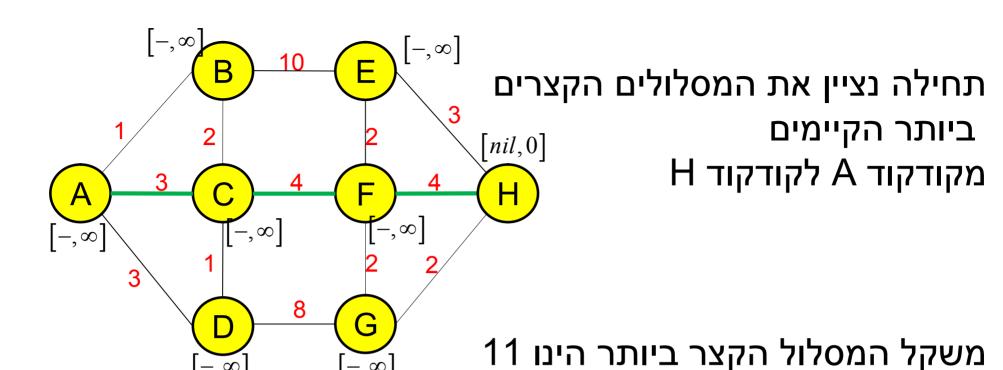
$$A \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} C \xrightarrow{4} F \xrightarrow{2} G \xrightarrow{2} H = 11 : 2$$
מסלול מספר 2: 11 מסלול מספר



$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow H = 11$$
 :1 מסלול מספר 1:

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H = 11$$
 :2 מסלול מספר

$$A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} F \xrightarrow{2} G \xrightarrow{2} H = 11$$
 :3 מסלול מספר 3:



$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow H = 11$$
 :1 מסלול מספר 1:

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H = 11$$
 :2 מסלול מספר

$$A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H = 11$$
 :3 מסלול מספר

$$A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} F \xrightarrow{4} H = 11$$
 :4 מסלול מספר :4 מסלול

ב. יהיו Z,Y,X קודקודים בגרף. כתוב אלגוריתם מילולי, קצר ויעיל בעברית מובנית, אשר מחזיר את תשובה "אמת" (true) אם כל המסלולים הקצרים ביותר מ- X ל- Y עוברים דרך Z אחרת הוא מחזיר את התשובה "שקר" (false).

G = (V, E) נתון

צעד 1: הפעל את אלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

G = (V, E) נתון

לכל S את אלגוריתם דיקסטרה מצומת בעד 1:

G -קודקוד אחר ב

והשם G -ב t-b s אורך המסלול הקצר מ- \mathbf{G} ב-G יהשם 2עד 2:

M₁ -≥ אותו

$$G = (V, E)$$
 נתון

לכל S צעד 1: הפעל את אלגוריתם דיקסטרה מצומת

G -קודקוד אחר ב

והשם G -ב t-b s אורך המסלול הקצר מ-s ל-E ב- t

M₁ -אותו ב

צעד 3: מחק בגרף (בטל) את הקודקוד Z ואת כל הקשתות

הנוגעות ב-Z.

 $V_1 = V - \{z\}$ כאשר $G_1 = (V_1, E)$ נקבל גרף חדש

$$G = (V, E)$$
 נתון

לכל S צעד 1: הפעל את אלגוריתם דיקסטרה מצומת

G -קודקוד אחר ב

והשם G -ב t-b s אורך המסלול הקצר מ- 2 ל-2 ב- G והשם :2

M₁ -אותו ב

צעד 3: מחק בגרף (בטל) את הקודקוד Z ואת כל הקשתות

הנוגעות ב-Z.

 $V_1 = V - \{z\}$ כאשר $G_1 = (V_1, E)$ נקבל גרף חדש

לכל S צעד 4: הפעל את האלגוריתם דיקסטרה מקודקוד

 G_1 -קודקוד אחר ב

 G_1 -ב t-b S ל-ב t-b S קבע את אורך המסלול הקצר מ- M_2 והשם אותו ב-

 G_{1} -ב t-b S -צעד (בע את אורך המסלול הקצר מ:5

 M_2 -והשם אותו ב

S-אם $M_2 > M_1$ אזי ברור כי כל המסלולים הקצרים מ

ל- t עוברים דרך הקודקוד Z ולכן החזר תשובה חיובית

(true) אחרת החזר תשובה שלילית (false).



יתרגיל מספר 7:

.7

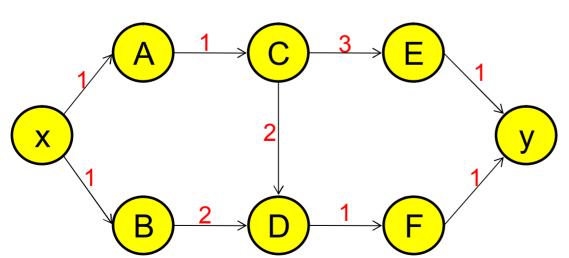
G-מוגדר ע"י G-מוגדר G מוגדר G מוגדר W:E o W: T ק

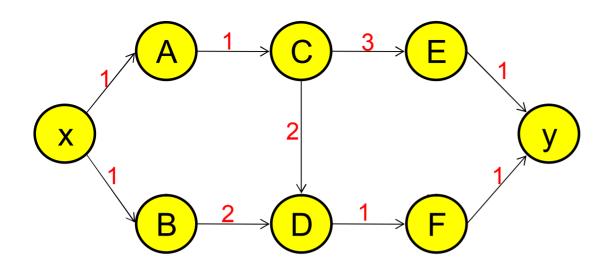
פונקצית המשקל $W:E o R^+$ קובעת משקל (מספר) לכל . G קשת בגרף

לפניך רשת:

א. מצא את כל המסלולים הקצרים ביותר מן הקודקוד
 לקודקוד Y ברשת הנתונה. תאר כל מסלול כזה
 בנפרד באופן סכמתי, בצורת רשימה ליניארית

מקושרת .





 $S \in V$ ב. יהי S קודקוד בגרף

: a מקודקוד S מקודקוד P נסמן לכל מסלול

ש מסמן את משקל המסלול (כלומר את סכום משקלי W (P) מסמן את משלול (P).

מסמן את אורך המסלול (כלומר את מספר הקשתות L(P) במסלול P).

כתוב אלגוריתם מילולי קצר ויעיל, בעברית מובנית, המוצא לכל קודקוד a את הערך המינימאלי האפשרי של a עודקוד של (W(P) + L(P). □

המינימלי W(P) + L(P) מצא את הערך G'=(V',E') , G' ; הדרכה: בנה גרף חדש, G'=(V',E') , G' המינימלי הדרכה: בנה גרף חדש, G' ומה מכיל C' ומה מכיל C'

:אלגוריתם

$$G_1 = (V, E_1)$$
 בעזרת הגרף $G = (V, E)$ נבנה גרף חדש $G = (V, E)$ באופן הבא:

 $oxdotsize E_1$ ב- W(e) = W(e) + 1, $e \in E$ לכל קשת עתה נפעיל את האלגוריתם דיקסטרה וכך נמצא את הערך W(p) + L(p)

תרגיל מספר 8:

יהי G=(V,E) גרף מכוון.

פונקצית המשקל $W(\mathbf{e})$, המקיים $W:E \to R$ קובעת המשקל שלם פונקצית המשקל פונקצית בער פונקצית המשקל פונקצית בער פונקצית בער פונקצית המשקל פונקצית בער פונקצית בער

יהי $s \in V$ קודקוד נתון בגרף.

א. נסמן |V| -מספר הקודקודים בגרף.

מספר הקשתות בגרף.|E|

כתוב אלגוריתם מילולי קצר ויעיל, בעברית מובנית, בעל סיבוכיות

זמן $v \in V - \{s\}$ את משקל, 0(|V| + |E|) זמן, 0(|V| + |E|)

.∨ -s המסלול **הקל** ביותר מ- s

ב. הראה כי סיבוכיות הזמן של האלגוריתם שהצעת היא הסיבוכיות הנדרשת 0(|V|+|E|)

□ נריץ את האלגוריתם של Dijkstra וננצל את העובדה שהמשקולות הם רק בין 1 ל-50 כדי לממש את תור העדיפויות בצורה יעילה יותר.

תזכורת: זמן הריצה של Dijkstra הוא □.O(|V|+|V|*extract_min + |E|*update)

<u>O(|V|) אורך המסלולים הוא</u>

- כיוון שהמשקולות אי-שליליים, המסלולים הקצרים ביותר חייבים להיות פשוטים.
 - מכיוון שמסלול פשוט מכיל לכל היותר 1 |V| קשתות, מכיוון שמסלול פשוט מכיל לכל היותר 1 |V| קשתות, ומשקל מקסימאלי של קשת הוא 50, הערך b של כל צומת הוא מספר שלם בין 0 ל-|V| (או אינסוף).
- לשם פשטות, נחליף את הסימון ∞ = d בסימון d=50|V|+1, ונחליפו בחזרה כאשר האלגוריתם יסתיים.

<u>רדוקציה לקורס "מבני נתונים"</u>

- כלומר, עלינו לממש ADT בעל ממשק דומה לזה של ערימה (heap), כאשר נתון שהמפתחות הם אי-שליליים עד 1+|V|V|.
 - יהיה בעזרת מערך בגודל ADT- מימוש ה-0V+1 (עם אינדקסים בין 1 ל-0V+2).
 - במקום ה- i במערך רשימה מקושרת דו-כיוונית b[v]=i
 של מצביעים אל הקודקודים v עבורם d[v]=i
 - מצביעים הדדיים בין כל קודקוד בגרף והערך
 המתאים לו ברשימה המקושרת.

מימוש ה-ADT

- update(v, new_d) update(v, new_d) עמחוק את המצביע
 לקודקוד v מהרשימה המתאימה במערך. נכניס
 אותו בראש הרשימה המתאימה ל-new_d. זמן: O(1)
- במערך extract_min מצא את האיבר הראשון במערך שאינו מכיל רשימה ריקה.
- כיוון שכל קריאה ל- extract_min מחזירה ערך גדול או שווה לקריאה הקודמת, אין צורך לבצע את גדול או שווה לקריאה הקודמת, אין צורך לבצע את הסריקה כל פעם מתחילת המערך בזמן (O(|V|)).

extract_min זמן

- רמשיך extract_min- הסריקה בקריאה ל-משיך מהמקום בו הופסקה הסריקה הקודמת.
- זאת בעזרת משתנה שיכיל את האינדקס בו הופסקה הסריקה האחרונה.
 - משתנה זה יאותחל ל-0.
- אמנם זמן הריצה בקריאה אחת הוא מס' התאים שנסרקו, כלומר (O(V), אך מכיוון שכל תא נסרק פעם אחת בכל האלגוריתם, זהו גם זמן הריצה של כל |V|הקריאות ל-extract_min.

זמן ריצה כולל

$$O(|V|+|V|*extract_min + |E|*update)$$

= $O(|V|+|E|)$

תרגיל מספר 9:

. G=(V,E) נתון גרף

פונקציית המשקל $W:E o R^+$ קובעת משקל (מספר) לכל קשת בגרף G . G

- א. כתוב אלגוריתם יעיל הקובע אם קשת מסוימת e נמצאת על כל המסלולים הקצרים ביותר מקודקוד מקור s לקודקוד יעד t .
 - ב. נתח את סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם שהצעת בסעיף הקודם .

צעד 1: הפעל את האלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל G -קודקוד אחר ב לכל S את האלגוריתם דיקסטרה מצומת בעד 1:

G -קודקוד אחר ב

G-ב t-b S-צעד 2: קבע את אורך המסלול הקצר מ

והשם אותו ב-1M

צעד 1: הפעל את האלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל

G -קודקוד אחר ב

G-ב t-b S-צעד 2: קבע את אורך המסלול הקצר מ

והשם אותו ב-1M

פגרף ונקבל גרף חדש e בגרף (בטל) את הקשת מחק בגרף בגרף (בטל)

$$E_1=E-\{e\}$$
 כאשר $G_1=ig(V,E_1ig)$

צעד 1: הפעל את האלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

G-ב t-b S-א קבע את אורך המסלול הקצר מ M_1 ב-והשם אותו ב-1 M_2

צעד 3: מחק בגרף (בטל) את הקשת פ בגרף ונקבל גרף חדש $E_1 = E - \{e\}$ כאשר $G_1 = (V, E_1)$

לכל קודקוד S צעד 4: הפעל את אלגוריתם דיקסטרה מקודקוד G1-ב-אחר ב- צעד 1: הפעל את האלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

G-ב t-b S-א קבע את אורך המסלול הקצר מ M_1 ב-והשם אותו ב-

צעד 3: מחק בגרף (בטל) את הקשת פ בגרף ונקבל גרף חדש $E_1=E-\{e\}$ כאשר $G_1=(V,E_1)$

לכל קודקוד S צעד 4: הפעל את אלגוריתם דיקסטרה מקודקוד G1-ב-אחר ב-

G1-ב t-S ל-S בעד 5: קבע את אורך המסלול הקצר ב M_2 והשם אותו ב-

צעד 6: אם $M_2 > M_1$ אזי ברור כי כל המסלולים הקצרים מ-6 ל- $M_2 > M_1$ עוברים דרך הקשת t - $M_2 < M_1$ ולכן החזר תשובה חיובית (true) אחרת,

(false) החזר תשובה שלילית

תרגיל מספר 10:

רשת תקשורת מתוארת ע"י גרף מכוון שבו כל קשת מייצגת ערוץ (u,v) תקשורת ולכל קשת (u,v) יש "משקל" (u,v) שהינו מספר בין 0 ל- 1 המתאר את האמינות (reliability)של הערוץ (למעשה זו ההסתברות שהוא יעבוד).

בהנחה שמתקיימת אי-תלות הסתברותית בין המאורעות, ההסתברויות על ההסתברות שמסלול כלשהו יעבוד היא מכפלת ההסתברויות על קשתותיו.

עליכם למצוא אלגוריתם יעיל שמקבל גרף כזה וזוג קדקודים (s,t) ומוצא מסלול אמין ביותר מ-s ל-s . t -b s

(הערה: כדאי להפריד בין הצגת האלגוריתם להוכחת הנכונות.

האלגוריתם אמור להיות קל מאוד להצגה, גם אם הוכחת נכונותו דורשת מאמץ מסוים).

יקבל ערך מקסימאלי אם ורק אם $P_1, P_2, ..., P_n$ יקבל ערך מקסימאלי אם ורק אם $\log \left(P_1 P_2 ... P_n\right)$ יקבל ערך מינימאלי. $-\log \left(P_1 P_2 ... P_n\right)$

כלומר, הבעיה המקורית שקולה למצוא ערך מינימאלי לביטוי $\left(-\log P_1\right) + \left(-\log P_2\right) + \ldots + \left(-\log P_n\right)$

ואת זה נוכל להשיג באמצעות דיקסטרה.

$$W:E oigl[0,1igr]$$
עם $G=(V,E)$ עם $G=(V,E)$ נבנה גרף $G_1=(V,E)$ עם פונקצית משקל לכל קשת $G_1=(V,E)$ ערך מינימאלי. F_2 ערך מינימאלי.

2. נריץ דיקסטרה על G1 , ונקבל עץ המסלולים הקצרים, ועץ זה מתאר גם את המסלולים שהאמינות שלהם מקסימאלית.

תרגיל מספר 11:

G=(V,E) נתון גרף מכוון

פונקצית המשקל (מספר) לכל $W:E o R^+$ קובעת משקל (מספר) לכל . G קשת בגרף

כל קשת בגרף צבועה באדום או בלבן.

. G נתונים שני קודקודים t ו s נתונים שני

- א. כתוב אלגוריתם יעיל אשר מוצא מבין המסלולים הקצרים לשר מוצא ביותר בין s ל t = (ביחס למשקולות שעל הקשתות) את זה שמספר הקשתות האדומות מינימאלי.
 - ב. נתח את סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם שהצעת בסעיף א'.

הפעל את האלגוריתם של דיקסטרה למציאת מסלולים קצרים בגרף G.

:1 צעד

האלגוריתם מניב עץ פורש T, שהינו עץ המסלולים

הקצרים מקדקוד מקור s לכל יתר הקדקודים בגרף

פאטר G1=(V,E1) אטר G1=(V,E1) נבנה גרף חדש
$$G1=(V,E1)$$
 עם פונקצית $E1=T\cup\{(u,v)|\ d[v]=d[u]+w(u,v)\}$ משקל חדשה w_1 אשר מוגדרת באופן הבא: $W(e)=1$ בצבע אדום w_1 בצבע אדום w_2

<u>צעד3:</u>

הפעל את האלגוריתם של דיקסטרה למציאת מסלולים קצרים בגרף G1 .

<u>:4צעד</u>

אם ∞=(d[t] אזי לא קיים המסלול המבוקש, אחרת d t -s ל-s המסלול מ-s ל- d המסלול הקצר ביותר בו מספר הקשתות האדומות מינימאלי.