תכנון וניתוח אלגוריתמים הרצאה 7

פרק 1.7: תרגול בעית b-ים שליליים

:מונה הבעיה הבאה

Max
$$\{Z = -2x_1 - x_2\}$$

S.t.

$$3x_1 + 4x_2$$

$$-x_1 + 2x_2$$

 $x_1 + 4x_2$

$$x_1 + 4x_2$$

$$= 12$$

$$\leq$$
 2

$$\geq$$
 6

$$x_{j} \ge 0$$
 $j = 1, 2$

♦ תחום הפתרונות האפשריים הינו קטע בין זוג הקדקודים האלה:

\mathbf{X}_{1}	\mathbf{X}_{2}	Z	
3	$\frac{3}{4}$	$-6\frac{3}{4}$	
1.6	1.8	-5	=

פתרון הדוגמה לפי סימפלקס

- :סתרון ♦
- שלב ראשון הוא הפיכת האי-שוויונים לשוויונים. ◆

יא: סמערכת המתקבלת היא:

Max
$$\{Z = -2x_1 - x_2 - My_1 - My_3\}$$

S.t.

$$3x_1 + 4x_2 + y_1 = 12$$

 $-x_1 + 2x_2 + s_2 = 2$
 $x_1 + 4x_2 - s_3 + y_3 = 6$

$$x_{j} \ge 0$$
 $j = 1, 2$ $s_{j} \ge 0$ $j = 2, 3$
 $y_{j} \ge 0$ $j = 1, 3$

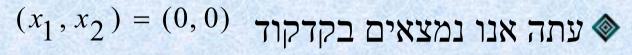
		x_1	x ₂	y_1	s ₂	<i>y</i> ₃	s ₃			\overline{b}	$\left \frac{b_i}{a_{ik}} \right $
0	בס	-2	-1	-M	0	-M	0	זירים	מו		
	Z	2	1	M	0	M	0	_ 		0=Z	
1	\mathcal{Y}_1	3	4	1	0	0	0			12	
2	S_2	-1	$\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$	0		0	0			2	
3	y_3	1	4	0	$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$	1				6	

♦ לאחר איפוס מקדמי משתני הבסיס בשורת פונקציית המטרה על ידי הפעולה שלהלן:

$$R_1 \leftarrow R_1 - MR_2 - MR_4$$

\$ נקבל:

		x_{1}	x_2	 y ₁	S ₂	<i>y</i> ₃			\bar{b}	$\left \frac{b_i}{a_{ik}} \right $
)'(בס	-2	-1	<i>–M</i>	0	<i>–M</i>	ص	מחירי		
	Z	<i>-4M</i> +2	<i>−</i> 8 <i>M</i> +1	0	0	0	M		-18M=Z	
1	y_1	3	4	1	0	0	0		12	
2	S_2	-1	2	0		0	0		2	
3	\mathcal{Y}_3	1	4	0	0	1	_1		6	

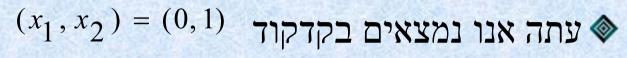


- ברור שהפתרון איננו אופטימלי.
- x 2 ברור שהמשתנה הנכנס הוא:
 - עתה נמצא מי המשתנה היוצא: ♦

Newscass	x_1	x_2	y_1	 s ₂	y ₃	 s ₃	 		\overline{b}	$\frac{l}{a}$
בס	_2	-1	-M	0	-M	0	 	 		
\overline{Z}	-4M+2	-8M+1	0	0	0	M	 		-18M = Z	
v_1	3	4	1	0	0	0	 	 	12	$\frac{12}{4}$
S_2	-1	2	0	1	0	0		 	2	$\frac{2}{2}$
<i>V</i> ₃	1	4	0	0	1	_1		 	6	$\frac{6}{4}$ =

AIGOHUIIII S DI NEUVEH HOLOVEH, 2010

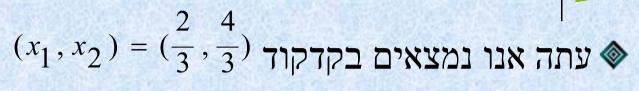
0:	1	x_{l}			s ₂	y ₃		 	 	\bar{b}	$\frac{b_i}{a_{ik}}$
		-2	_1	-M	0	-M	0				
	Z	-8M+2.5	0	0	4M-0.5	0	M			-10M-1=Z	
1	y_1	5	0	1	-2	0	0		İ	8	
2	X_2	-0.5	1	0	0.5	0	0		+ 	1	
3	\mathcal{Y}_3	3	0	0	-2	1	_1	- - 	 	2	



- ◆ברור שהפתרון איננו אופטימלי.
- x_1 :ברור שהמשתנה הנכנס הוא
 - עתה נמצא מי המשתנה היוצא: ♦

	x_1		 	s ₂	 y ₃	s ₃		 		$ar{b}$	$\frac{b_i}{a_{ik}}$
	-2	-1	<u>–</u> M	0	<u>–</u> M	0		 			
\overline{Z}	-8M+2.5	0	0	4M-0.5	0	M		 		-10M-1=Z	
y_1	5	0	1	-2	0	0		 		8	$\frac{8}{5}$ =1.
x_2	-0.5	1	0	0.5	0	0	- 	1 — — - 	 	1	
y_3	3	0	0		1	_1			 	2	$\frac{2}{3}$

	$x_1 \mid$			s ₂	<i>y</i> ₃	<i>s</i> ₃			$ar{b}$	$\left \frac{b_i}{a_{ik}} \right $
בכ	-2	-1	-M	0	$-\!M$	0				
Z	0	0	0	<u>-8M+7</u>	16M-5 6	<u>-10<i>M</i>+5</u>			$\frac{-14M-8}{3}=Z$	
y_1	0	0	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{-5}{3}$	$\frac{5}{3}$			$\frac{14}{3}$	
x_2	0	1	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{-1}{6}$		 	<u>4</u> - <u>3</u>	
$\begin{bmatrix} x_{l} \end{bmatrix}$	1	0	0	$\frac{-2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{-1}{3}$		 	$\frac{2}{3}$	



- . ברור שהפתרון איננו אופטימלי.
- s 3 ברור שהמשתנה הנכנס הוא: ♦
- y ₁ :עתה נמצא מי המשתנה היוצא: קל לראות שהוא: ♦
 - :עתה נקבל ♦

		x ₁		<i>y</i> ₁	s ₂		s ₃		 	$ar{b}$	$\left \frac{b_i}{a_{ik}} \right $
0:	1	-2	_1	-M	0	-M	0				
	Z	0	0	0	<u>-8M+7</u>	16M-5 6	<u>-10<i>M</i>+5</u>		 	$\frac{-14M-8}{3} = Z$	
1	\mathcal{Y}_1	0	0	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{-5}{3}$	5 - 3	 	 	$\frac{14}{3}$	<u>14</u> 5
2	X_2	0	1	0	$\frac{1}{6}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ \overline{6} \end{bmatrix}$	$\frac{-1}{6}$			$\frac{4}{3}$	_
3	x_{l}	1	0	0	$\frac{-2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{-1}{3}$		 	$\frac{2}{3}$	_

י עתה נקבל:

		x_{l}	x ₂	y ₁	s_2	<i>y</i> ₃	\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \	 	 	$ar{b}$	$\left \frac{b_i}{a_{ik}} \right $
		-2	-1	-M	0	$-\!M$	0	 	 		
	Z	0	0	M-0.5	0.5	M	0	 	 	- 5=Z	
1	S_3	0	0	0.6	0.8	-1	1		 	28	
2	X_2	0	1	0.1	0.3	0	0		 	1.8	
3	x_{l}	1	0	0.2	-0.4	0	0	r 	1 — - · 	1.6	

בס

מסקנות

$$\{s_3,x_2,x_1\}$$

 $\{S_3, X_2, X_1\}$ משתני הבסים לפי הסדר הם:

לכן: ♦

$$B = \begin{bmatrix} S_3, X_2, X_1 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} y_1, S_2, y_3 \\ 0.6 & 0.8 & -1 \\ 0.1 & 0.3 & 0 \\ 0.2 & -0.4 & 0 \end{bmatrix}$$

מסקנות

לכן:

$$\underline{x}_{B} = B^{-1} \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.8 & -1 \\ 0.1 & 0.3 & 0 \\ 0.2 & -0.4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.8 \\ 1.8 \\ 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{3} \\ x_{2} \\ x_{1} \end{pmatrix}$$

