



תרגיל 1 להגשה בתכנון וניתוח אלגוריתמים (קורס מס' 10120)

מרצים : ד"ר ראובן חוטובלי

ד"ר אנדרי דולגין

תאריך הגשה : 25.3.2016 עד השעה 8:00 . **העבודה בזוגות**. עליכם להגיש את פתרון התרגיל כקובץ word ו/או כמצגת, הכולל גם את האיורים.

שאלות 1-8 מופיעות במצגת המצורפת.

שאלה 9

לפניך בעיה פרימלית של תכנון לינארי :

$$\max \{z = (2 + 2\lambda)x_1 + 2x_2\}$$

בכפוף לאילוצים האלה :

$$(1) \quad 2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$(2) \quad x_1 + x_2 \leq 6$$

$$(3) \quad -x_1 + x_2 \leq 2$$

$$(4) \quad -2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

λ הוא פרמטר של הבעיה.

א. שרטט את תחום הפתרונות האפשרי של הבעיה.

ב. בעבור אילו ערכים של λ יהיה $(5, 0)$ הפתרון האופטימלי ? נמק את תשובתך בפרוטרוט. השתמש/י בסעיף א'.

ג. בעבור אילו ערכים של λ יהיה $(4, 2)$ הפתרון האופטימלי ? נמק את תשובתך בפרוטרוט. השתמש/י בסעיף א'.

ד. בעבור אילו ערכים של λ יהיה $(2, 4)$ הפתרון האופטימלי ? נמק את תשובתך בפרוטרוט. השתמש/י בסעיף א'.



- ה. בעבור אילו ערכים של λ יהיה $(1, 3)$ הפתרון האופטימלי? נמק את תשובתך בפרוטרוט. השתמש/י בסעיף א'.
- ו. בעבור אילו ערכים של λ יהיה $(0, 1)$ הפתרון האופטימלי? נמק את תשובתך בפרוטרוט. השתמש/י בסעיף א'.
- ז. בעבור אילו ערכים של λ יהיה $(0, 0)$ הפתרון האופטימלי? נמק את תשובתך בפרוטרוט. השתמש/י בסעיף א'.
- ח. בעבור אילו ערכים של λ יהיו אינסוף פתרונות אופטימליים? נמק את תשובתך בפרוטרוט. השתמש/י בסעיף א'. בעבור כל λ כזה רשום את הפיתרון הכללי המתאר את כל הפתרונות.

שאלה 10

לפניך שישה סעיפים **שאינם תלויים זה בזה**. ענה על כל הסעיפים. בכל סעיף נתונות ארבע תשובות,

שרק אחת מהן נכונה. בכל סעיף, בחר את התשובה הנכונה וסמן את התשובות הנכונות על גבי טופס

התשובות על ידי סימון X במשבצת המתאימה .

לפניך בעיה פרימלית של תכנון לינארי:

$$\max \{z = 24x_1 + 23x_2 + 32x_3 + 20x_4\}$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$2x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 7x_4 \leq 90$$

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 8x_4 \leq 65$$

$$4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 85$$

הפתרון האופטימלי הפרימלי היחיד הוא:

$$x_1 = 7, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 19, \quad x_4 = 0$$

הפתרון האופטימלי הדואלי היחיד הוא:

$$y_1 = 5.6, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 3.2$$

כאשר y_i הוא המשתנה הדואלי המתאים לאילוץ פרימלי i , עבור $i = 1, 2, 3$.



א. בטבלת הסימפלקס הסופית עבור המודל הנתון, מספר המקדמים השונים מאפס,

בשורת ה- z , הוא:

(1) 5

(2) 3

(3) 4

(4) אי-אפשר לדעת

ב. איזה מההיגדים הבאים נכון עבור הפתרון האופטימלי הפרימלי,

(1) משתני הסרק של אילוצים 1 ו-3 הם משתנים בסיסיים.

(2) משתני הסרק של כל האילוצים הם משתנים בסיסיים.



(3) משתנה הסרק של אילוץ 2 הוא משתנה בסיסי.

(4) משתנה הסרק של אילוץ 1 הוא בסיסי.

ג. במודל המקורי חל שינוי במקדמים של x_2 , המודל המעודכן הוא:

$$\text{Maximize } 24x_1 + 20x_2 + 32x_3 + 20x_4$$

$$2x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 7x_4 \leq 90$$

$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 8x_4 \leq 65$$

$$4x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 85$$

הפתרון הדואלי החדש הוא:

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 3.5, \quad y_3 = 5.2 \quad (1)$$

$$y_1 = 5.6, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 3.2 \quad (2)$$

$$y_1 = 4.3, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 7.2 \quad (3)$$

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 10 \quad (4)$$

ד. למודל המקורי הוסיפו משתנה חדש x_{new} , המודל המעודכן הוא:



$$\text{Maximize } 24x_1 + 20x_2 + 32x_3 + 20x_4 + 25x_{new}$$

$$2x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 6x_{new} \leq 90$$

$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 8x_4 + 5x_{new} \leq 65$$

$$4x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 9x_{new} \leq 85$$

הפתרון האופטימלי הדואלי החדש הוא:

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 3, \quad y_3 = 0, \quad y_4 = 0 \quad (1)$$

$$y_1 = 5.6, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 3.2 \quad (2)$$

$$y_1 = 4.3, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 7.2 \quad (3)$$

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 10 \quad (4)$$

ה. לבעיה הפרימלית המקורית הוסיפו את האילוץ: $3x_1 + 8x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 35$, הפתרון

האופטימלי של הבעיה הפרימלית יחד עם האילוץ החדש יהיה כעת:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 0, \quad x_4 = 6.7 \quad (1)$$

$$x_1 = 7, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 19, \quad x_4 = 0 \quad (2)$$

$$x_1 = 5, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 2.8, \quad x_4 = 1.7 \quad (3)$$

$$\text{אף אחת מהתשובות הנתונות אינה נכונה.} \quad (4)$$

ו. חל שינוי באגף ימין של אילוץ 2 בבעיה הפרימלית. אגף ימין חדש הוא 60 במקום 65. איזה

מההיגדים הבאים נכון:

(1) הפתרון הפרימלי **הנתון** הופך להיות בלתי אפשרי.

(2) הפתרון הפרימלי הנתון נשאר אפשרי אך איננו אופטימלי.

(3) ~~אילוץ 2 הופך להיות אילוץ שמתקיים כשוויון (כלומר הופך להיות אילוץ פעיל).~~



(4) הפתרון הפרימלי הנתון נשאר אפשרי ואופטימלי.

שאלה 11

בשאלה זו ארבעה סעיפים, א-ד, שאינם תלויים זה בזה. ענה על כל הסעיפים.



א. הטבלה להלן מכילה נתונים של בעיית תובלה (המחירים במשבצות קטנות, הבעיה היא בעיית

מינימיזציה). לפי פתרון בסיסי אפשרי מסויים חושבו ערכי u_i ו- v_j .

שחזרו את הפתרון הבסיסי לפי הערכים האלה:

יעדים מקורות	A	B	C	היצע	u_i
1	49	30	21	25	1
2	57	80	12	23	-8
3	77	19	23	9	-10
ביקוש	6	20	31		
v_j	87	29	20		

ב. בטבלה שלהלן סומן פתרון בסיסי אפשרי של בעיית תובלה. קבעו האם הינו אופטימלי (יש לנמק):

יעדים מקורות	A	B	C	היצע	u_i
1	49	30	21	25	
2	57	80	12	23	
3	77	19	23	9	
ביקוש	6	20	31		
v_j					

ג. כיצד תשתנה התשובה של הסעיף הקודם אם נוסיף 15 למחיר התובלה ממקור 1 ליעד C? הסבירו.

ד. להלן טבלת הרווחים של תובלה ממקורות 1 ו-2 ליעדים A, B, C. ההיצע של כל מקור גם נתון בטבלה. מבחינת הביקוש, יש לספק 100 יחידות ליעד A, לפחות 100 יחידות ליעד B, את השאר לחלק בין B ו-C כך שהרווח יהיה מקסימלי. מצאו את פתרון הבעיה בעל רווח מקסימלי.

מקור	יעד	A	B	C	היצע
1		8	6	7	260
2		5	2	1	140



שאלה 12

לחברה 5 מפעלים בערים A, B, C, D, E ו-5 לקוחות בערים V, W, X, Y, Z. מטעמי חסכון בחישובים לוגיסטיים, הוחלט כי כל מפעל יספק את המוצר שלו ללקוח אחד בדיק. א. בטבלה להלן נתונות עלויות ההובלה מכל מפעל לכל לקוח. מצאו השמה אופטימלית המביאה לחסכון מירבי בעלויות ההובלה של החברה:

לקוחות מפעלים	V	W	X	Y	Z
A	9	7	14	12	8
B	11	5	1	4	2
C	6	3	7	4	5
D	7	13	8	11	2
E	16	8	15	14	5

ב. בטבלה נוספת מרוכזים מחירי מכירה של המוצרים כאשר מחיר כל מוצר תלוי הן במפעל המייצר הן בעיר בה נמכר. כעת, עליכם למצוא השמה הממקסמת את הרווחים של החברה (יש להתייחס גם לעלות ההובלה וגם למחיר הסופי).

לקוחות מפעלים	V	W	X	Y	Z
A	11	14	20	14	17
B	11	13	3	12	13
C	13	5	19	14	14
D	16	17	13	19	15
E	18	12	16	16	19

בהצלחה