דיקסטרה
פתרון תרגילים

תרגיל מספר 1:

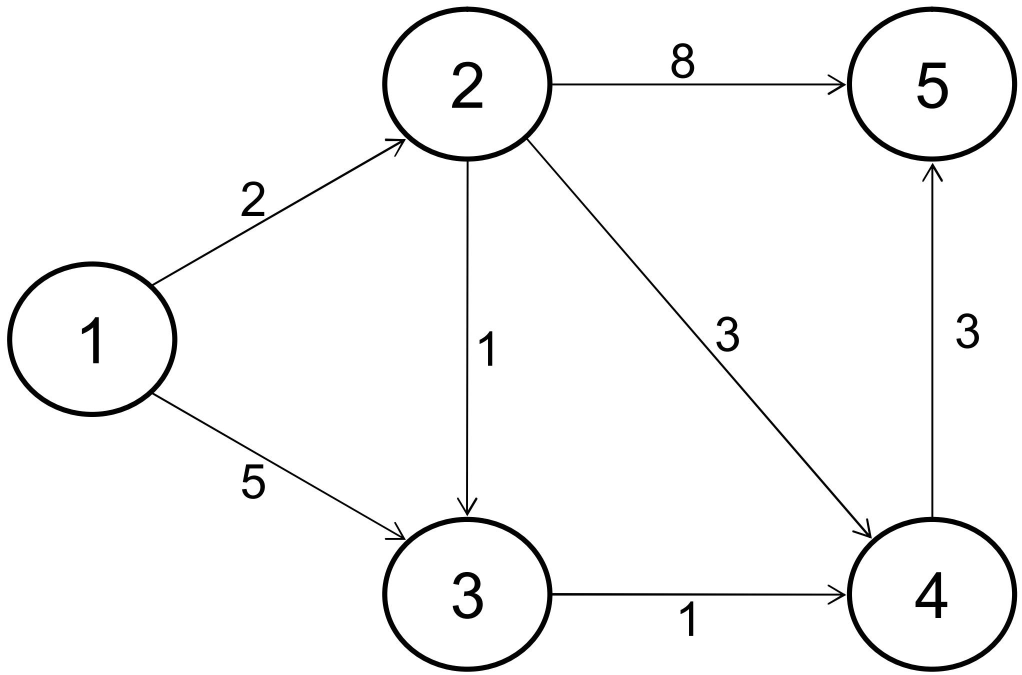
<u>תרגיל מספר 1</u>

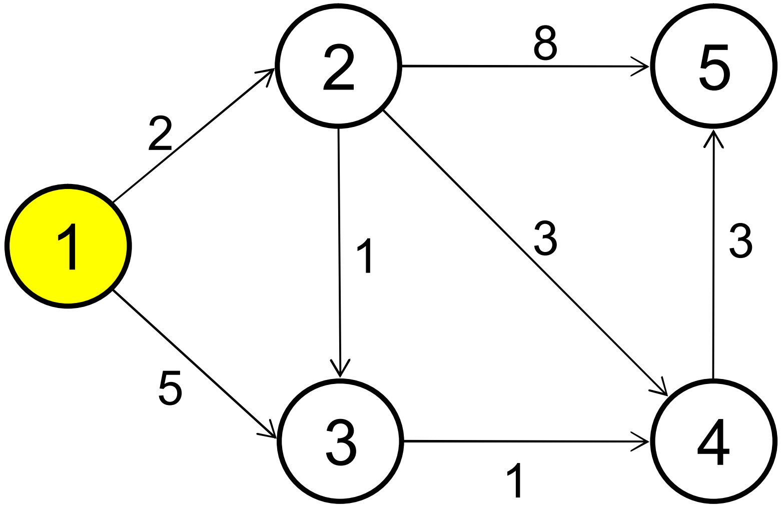
נתונה הרשת הבאה:

הנח כי קודקוד מקור הוא "1".

הרץ את האלגוריתם של דיקסטרה על הרשת הנתונה.

מצא מסלול מינימאלי מקודקוד מקור ליתר הקודקודים ברשת זו.





צעד 0 – אתחול

$d[0]=0$ מרחק קודקוד המקור מעצמו =0

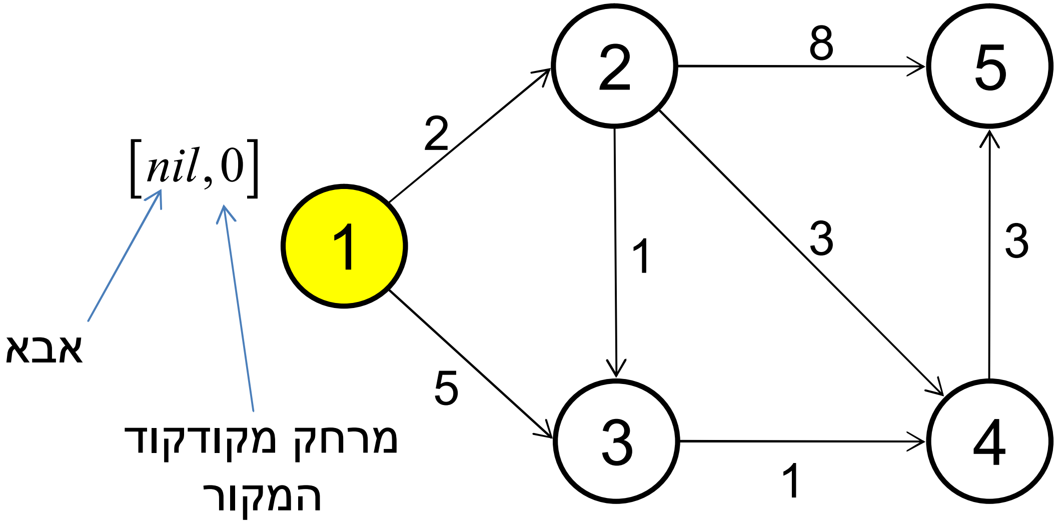
$d[u]=\infty$ שאר איברי מערך d יקבלו אינסוף (מרחק מקודקוד המקור)

$p[0]=nil$ לקודקוד המקור אין אבא

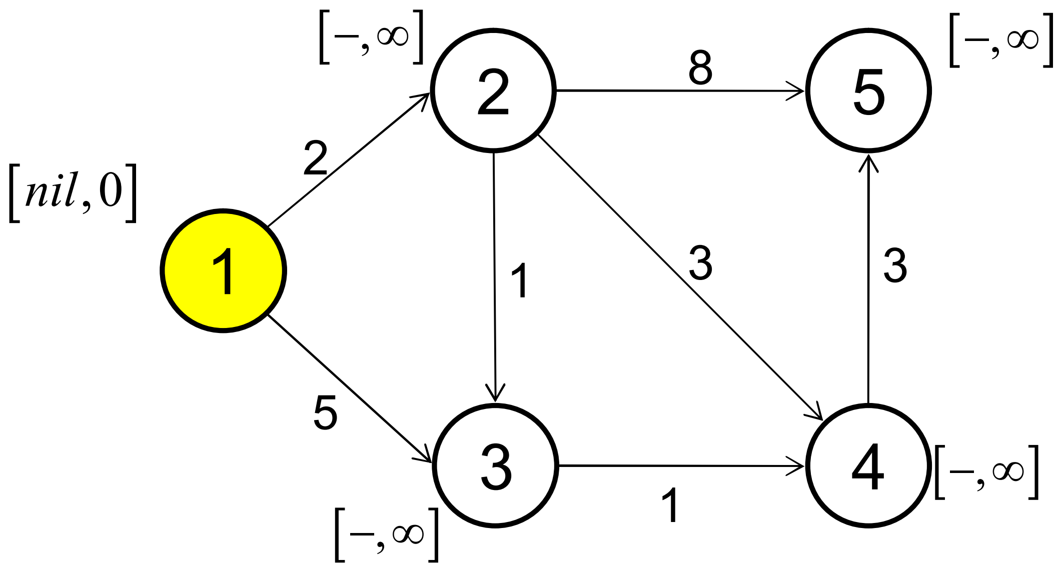
$p[u]=undefined$ כל עוד לא גילינו, לכל הקודקודים (מלבד המקור) אין אבא

$P=\{1\}$ בקבוצת ה"קבועים" יהיה תחילה רק קודקוד המקור

$T=\{2,3,4,5\}$ בקבוצת ה"זמניים" כל הקודקודים למעט קודקוד המקור.



[nil,0]
אבא
מרחק מקודקוד
המקור
1
2
3
4
5
2
5
8
1
3
3
1



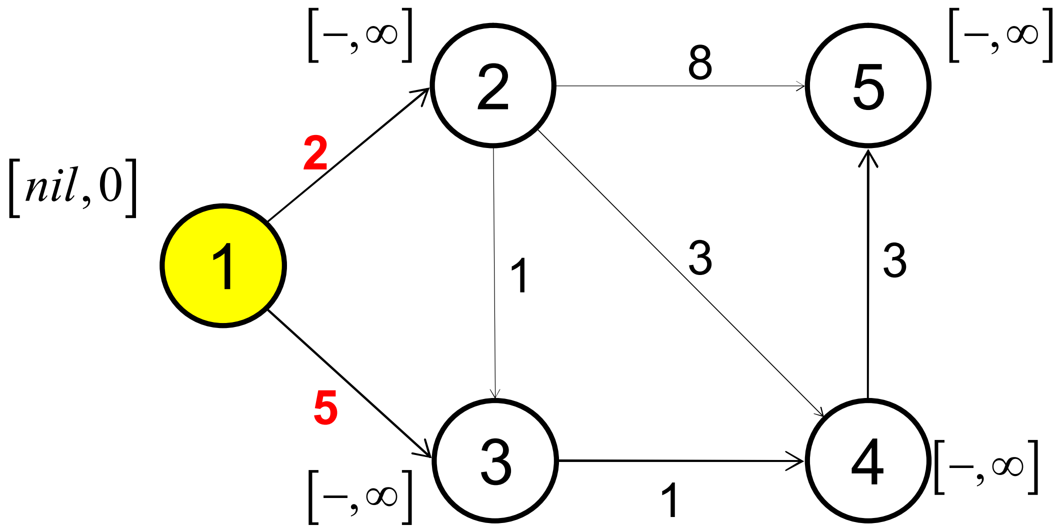
V	1	2	3	4	5
d[v]	0	∞	∞	∞	∞

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	-	-	-	-

$P = \{1\}$ $\qquad$ $T = \{\ 2\ ,\ 3\ ,\ 4\ ,\ 5\ \}$

V	1	2	3	4	5
d[v]	0	∞	∞	∞	∞

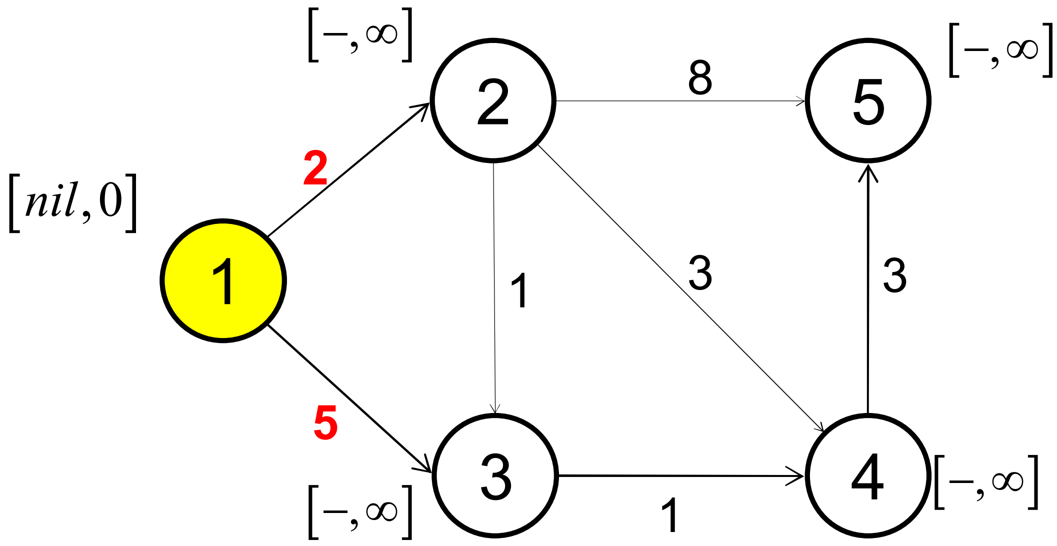
V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	-	-	-	-



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	∞	∞	∞	∞

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	-	-	-	-

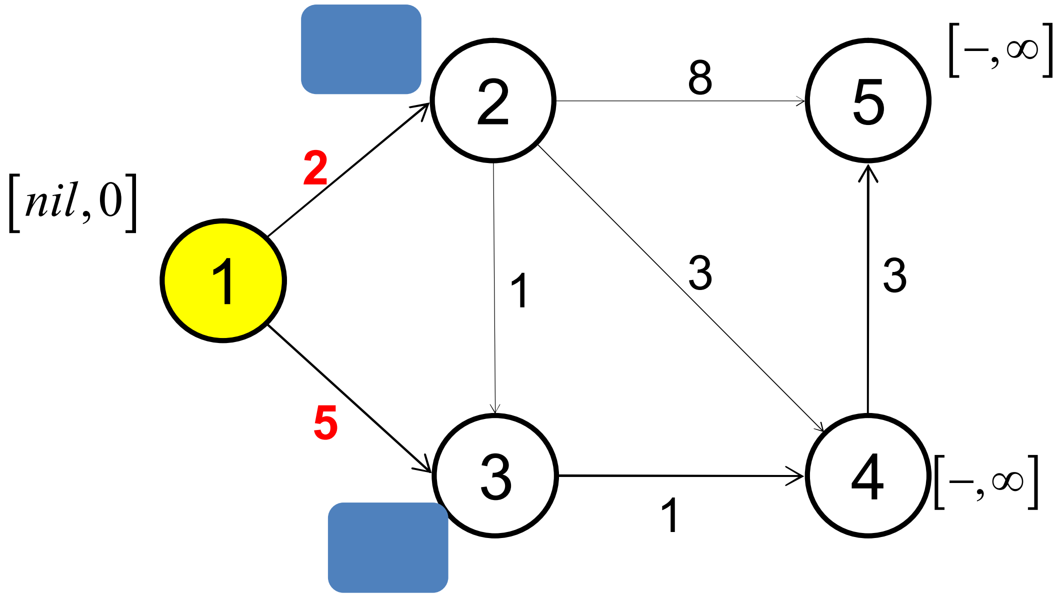
	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה	
יש שינוי= האבא של 2 הוא 1	2	0+2=2	∞	$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \overset{2}{\text{—}} 2$
יש שינוי= האבא של 3 הוא 1	5	0+5=5	∞	$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \overset{5}{\text{—}} 3$
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞	$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \overset{\infty}{\text{—}} 4$
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞	$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \overset{\infty}{\text{—}} 5$



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	$\cancel{\infty}$	$\cancel{\infty}$	∞	∞
		2	5		

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	$\cancel{-}$	$\cancel{-}$	-	-
		1	1		

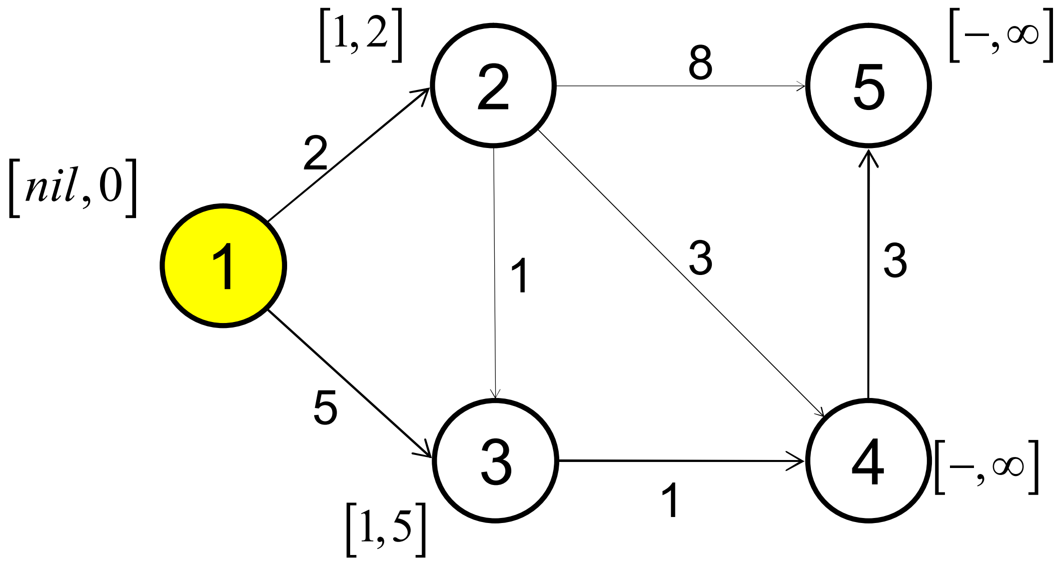
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \overset{2}{—} 2$	∞	0+2=2	2	<u>יש שינוי=</u> **האבא של 2 הוא 1**
$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \overset{5}{—} 3$	∞	0+5=5	5	<u>יש שינוי=</u> **האבא של 3 הוא 1**
$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \overset{\infty}{—} 4$	∞	$0+\infty=\infty$	∞	<u>אין שינוי</u>
$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \overset{\infty}{—} 5$	∞	$0+\infty=\infty$	∞	<u>אין שינוי</u>



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	5	∞	∞

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	1	-	-

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \xrightarrow{2} 2$	∞	0+2=2	2	יש שינוי= האבא של 2 הוא 1
$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \xrightarrow{5} 3$	∞	0+5=5	5	יש שינוי= האבא של 3 הוא 1
$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \xrightarrow{\infty} 4$	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
$1 \overset{0}{\rightsquigarrow} 1 \xrightarrow{\infty} 5$	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	5	∞	∞

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	1	-	-

איטרציה חדשה

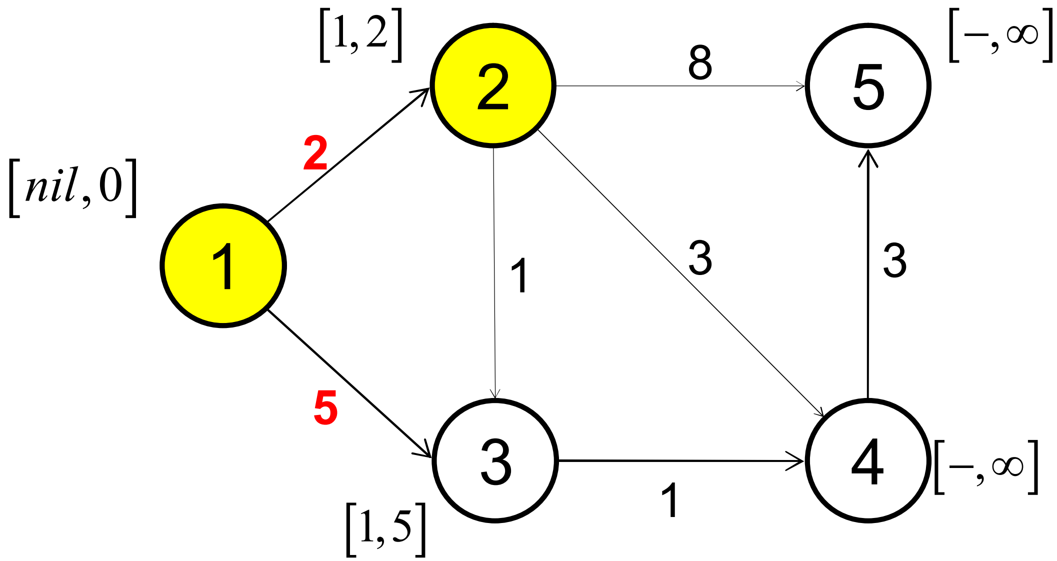
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד 2 הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [2].;

$$P = \{\, 1 \;,\; 2 \,\} \qquad\qquad T = \{\, 3 \;,\; 4 \;,\; 5 \,\}$$



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	5	∞	∞

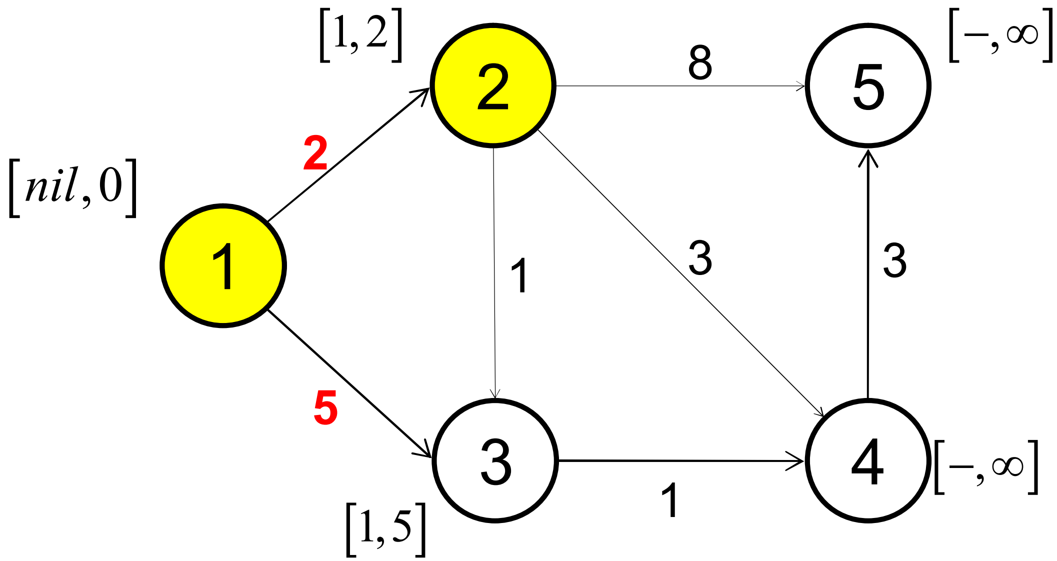
V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	1	-	-

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע

בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר

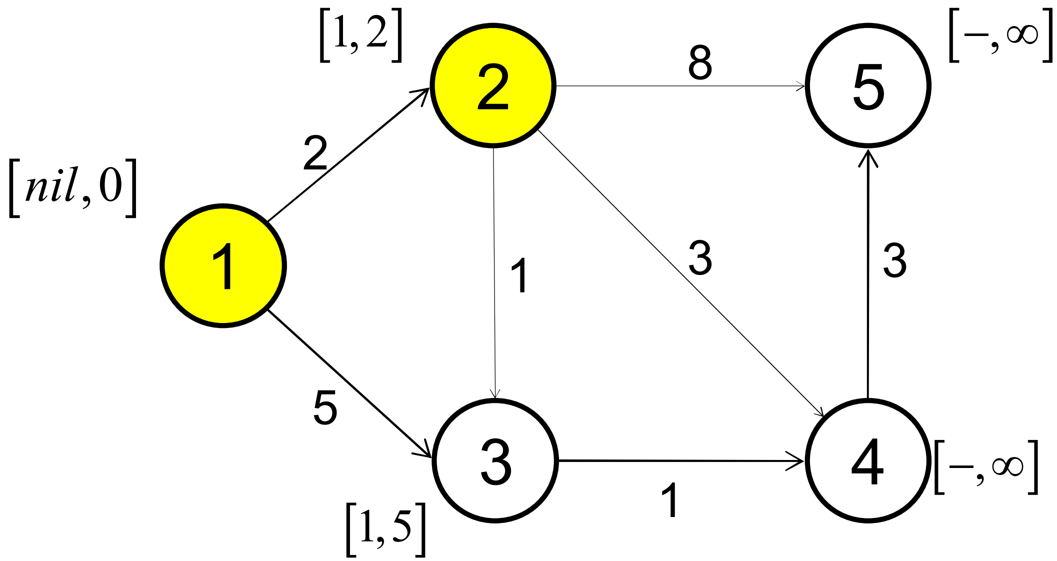
במקרה שלנו קודקוד 2 הוא קודקוד K



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	5	∞	∞

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	1	-	-

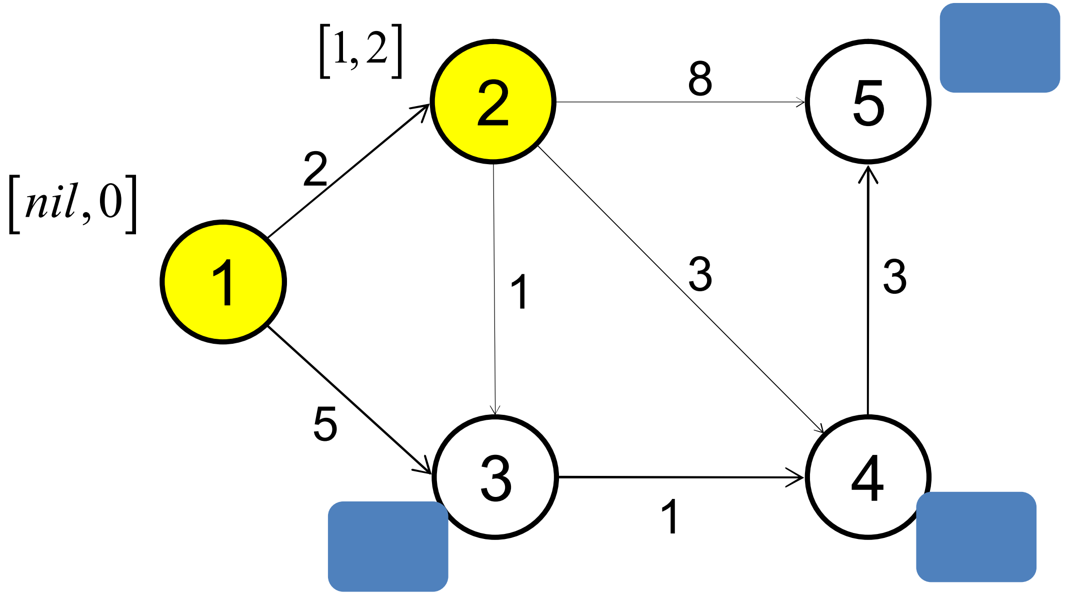
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$1 \overset{2}{\rightsquigarrow} 2 \xrightarrow{1} 3$	5	2+1=3	3	**<u>יש שינוי=</u>** **האבא של 3 הוא 2**
$1 \overset{2}{\rightsquigarrow} 2 \xrightarrow{3} 4$	∞	2+3=5	5	**<u>יש שינוי=</u>** **האבא של 4 הוא 2**
$1 \overset{2}{\rightsquigarrow} 2 \xrightarrow{8} 5$	∞	2+8=10	10	**<u>יש שינוי=</u>** **האבא של 5 הוא 2**



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	~~5~~	~~∞~~	~~∞~~
			3	5	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	~~1~~	~~-~~	~~-~~
			2	2	2

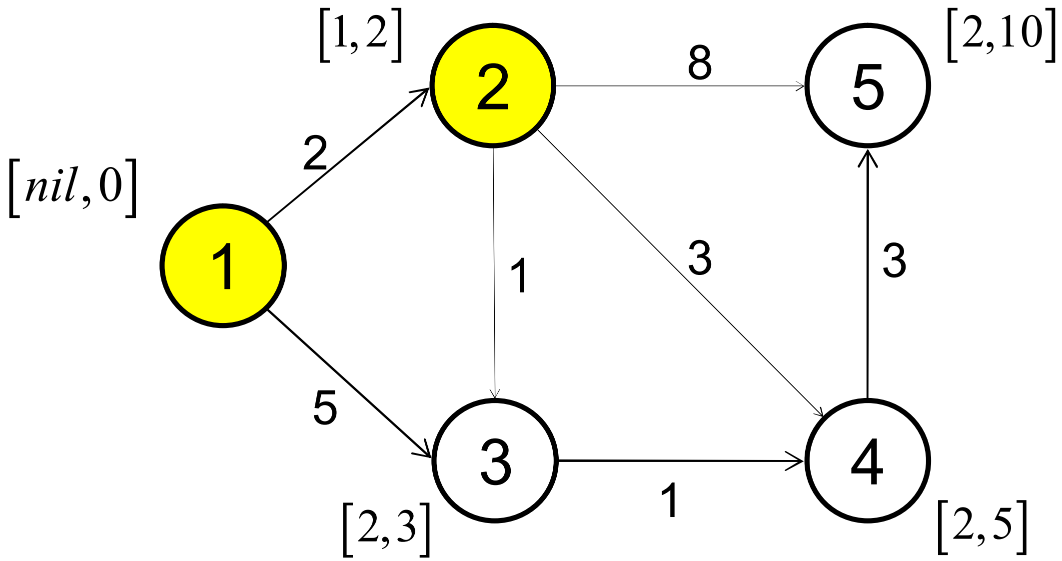
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$1 \overset{2}{\rightsquigarrow} 2 \xrightarrow{1} 3$	5	2+1=3	3	**<u>יש שינוי=</u>** **האבא של 3 הוא 2**
$1 \overset{2}{\rightsquigarrow} 2 \xrightarrow{3} 4$	∞	2+3=5	5	**<u>יש שינוי=</u>** **האבא של 4 הוא 2**
$1 \overset{2}{\rightsquigarrow} 2 \xrightarrow{8} 5$	∞	2+8=10	10	**<u>יש שינוי=</u>** **האבא של 5 הוא 2**



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	5	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	2	2	2

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1 $\overset{2}{\rightsquigarrow}$ 2 $\overset{1}{\longrightarrow}$ 3	5	2+1=3	3	יש שינוי= האבא של 3 הוא 2
1 $\overset{2}{\rightsquigarrow}$ 2 $\overset{3}{\longrightarrow}$ 4	∞	2+3=5	5	יש שינוי= האבא של 4 הוא 2
1 $\overset{2}{\rightsquigarrow}$ 2 $\overset{8}{\longrightarrow}$ 5	∞	2+8=10	10	יש שינוי= האבא של 5 הוא 2



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	5	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	2	2	2

<u>איטרציה חדשה</u>

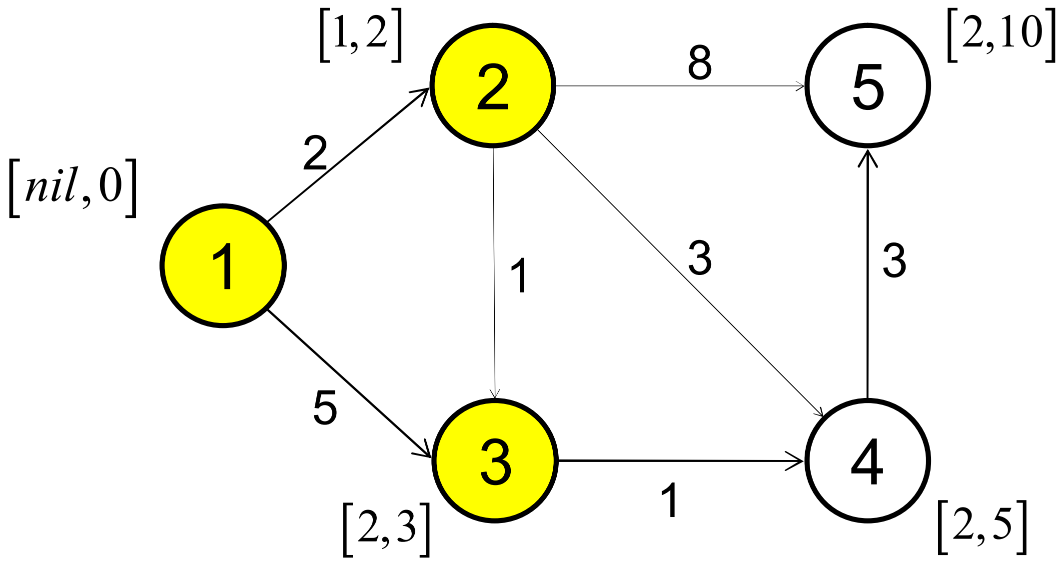
<u>**צעד מספר 1:**</u>

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד 3 הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [3].;

$$P = \{ 1 \ , 2 \ , \ 3 \} \qquad T = \{ 4 \ , 5 \ \}$$



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	5	10

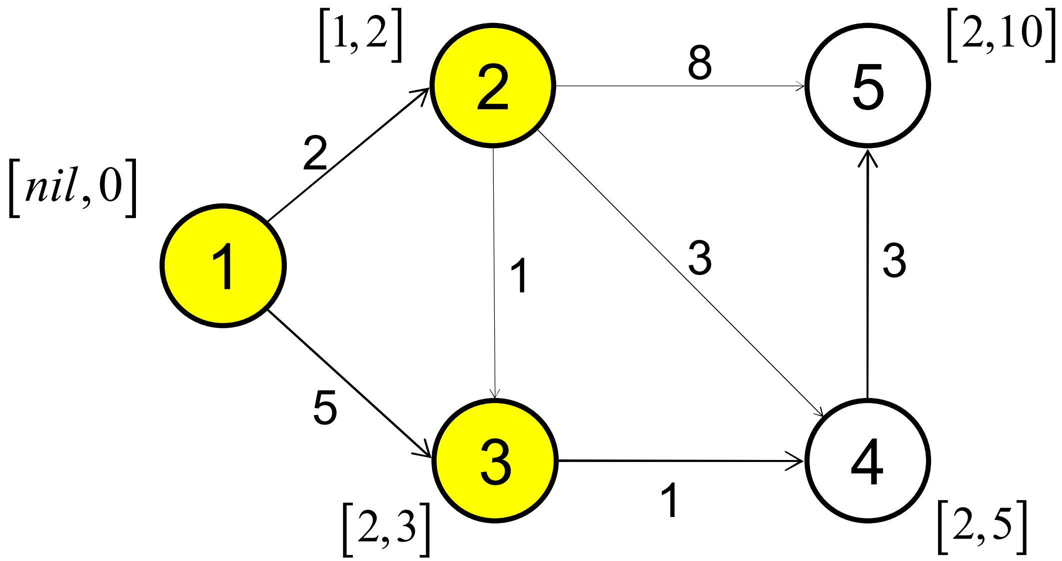
V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	2	2	2

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע

בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר

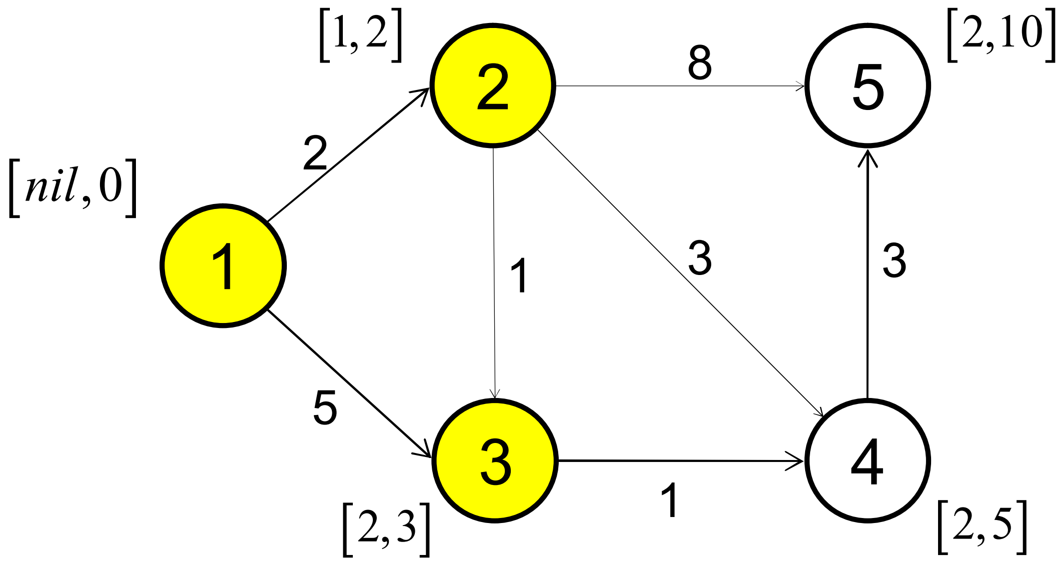
במקרה שלנו קודקוד 3 הוא קודקוד K



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	**2**	**3**	**5**	**10**

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	**1**	**2**	**2**	**2**

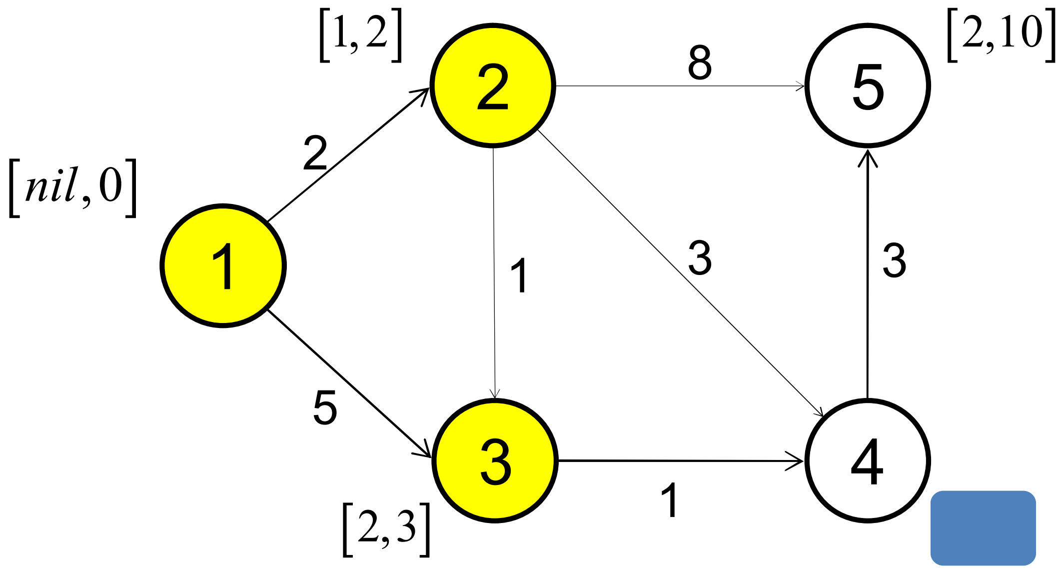
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1 $\overset{3}{\rightsquigarrow}$ 3 $\overset{1}{\text{———}}$ 4	5	3+1=4	4	**יש שינוי=** **האבא של 4 הוא 3**
1 $\overset{3}{\rightsquigarrow}$ 3 $\overset{\infty}{\text{———}}$ 5	10	$3+\infty=\infty$	10	**אין שינוי**



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	~~5~~ 4	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	2	~~2~~ 3	2

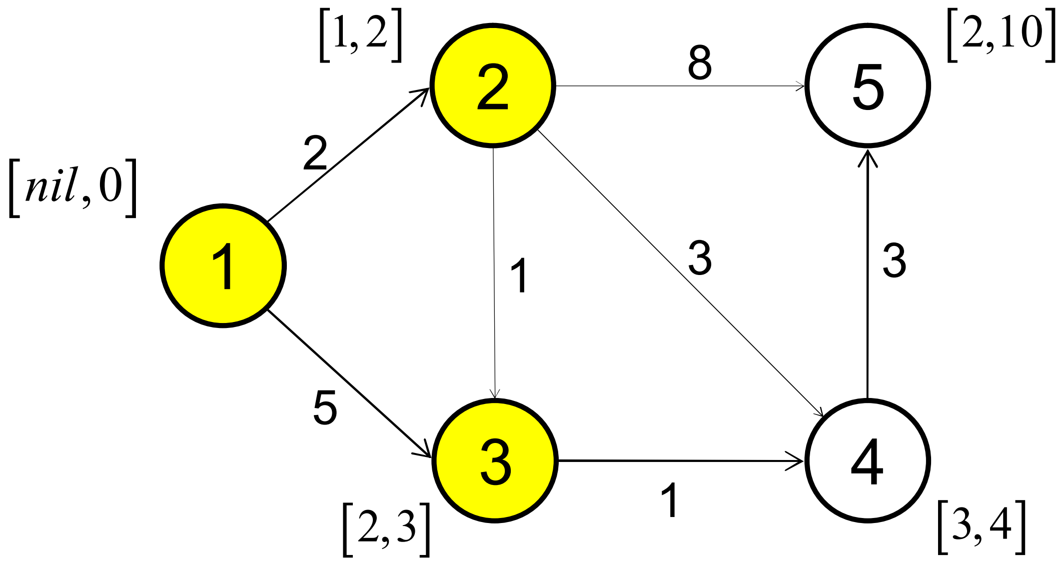
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$1 \overset{3}{\rightsquigarrow} 3 \xrightarrow{1} 4$	5	3+1=4	4	**יש שינוי=** **האבא של 4 הוא 3**
$1 \overset{3}{\rightsquigarrow} 3 \xrightarrow{\infty} 5$	10	$3+\infty=\infty$	10	**אין שינוי**



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	4	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	2	3	2

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1 $\overset{3}{\rightsquigarrow}$ 3 $\overset{1}{\text{———}}$ 4	5	3+1=4	4	יש שינוי= האבא של 4 הוא 3
1 $\overset{3}{\rightsquigarrow}$ 3 $\overset{\infty}{\text{———}}$ 5	10	$3+\infty=\infty$	10	אין שינוי



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	4	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	2	3	2

איטרציה חדשה

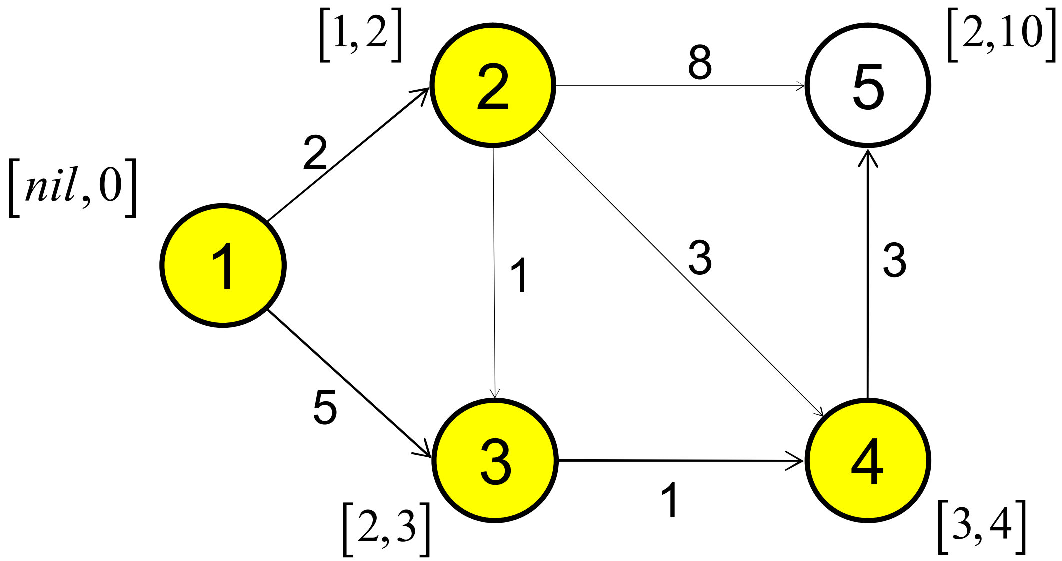
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד 4 הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [4].;

$$P = \{ 1 \ , 2 \ , 3 \ , \ 4 \ \} \qquad T = \{ \ 5 \ \}$$



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	4	10

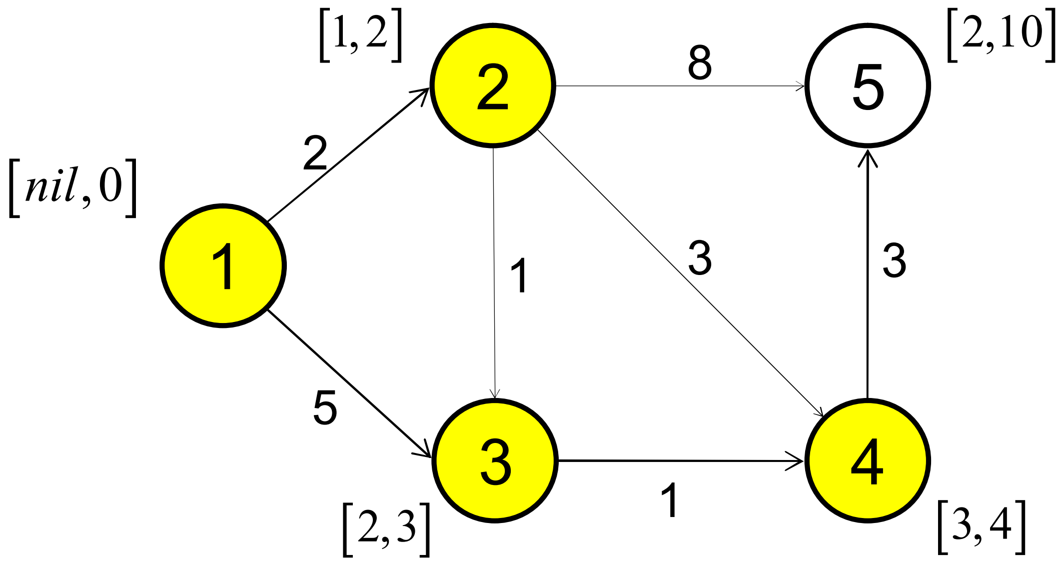
V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	2	3	2

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע

בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר

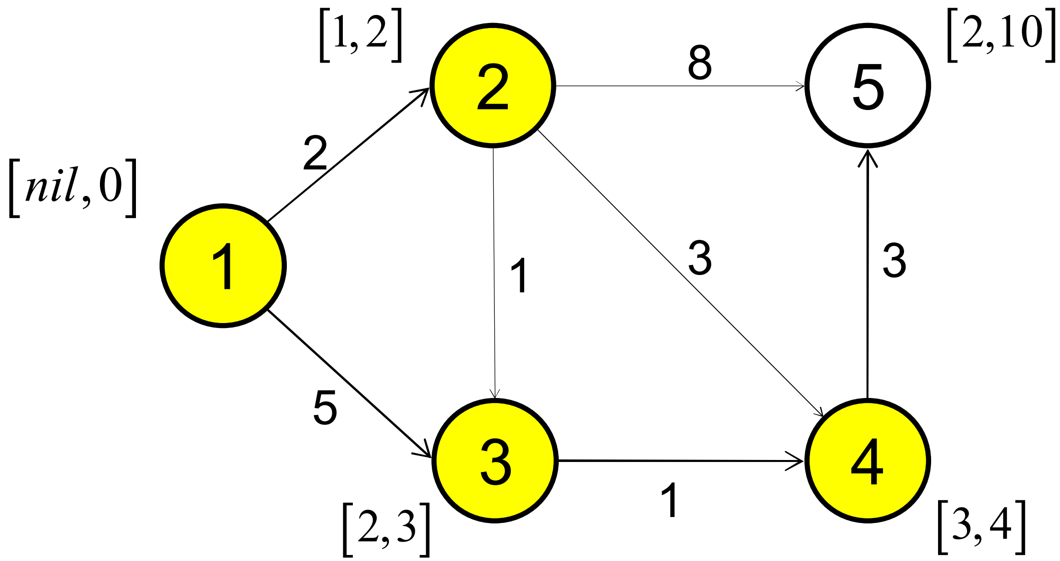
במקרה שלנו קודקוד 4 הוא קודקוד K



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	4	10

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	2	3	2

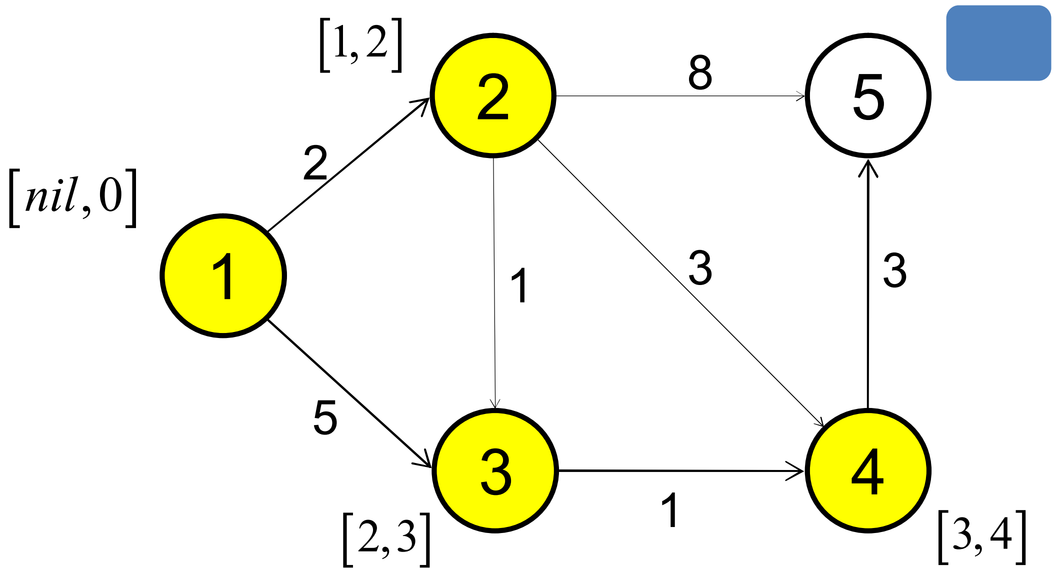
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1 $\overset{4}{\sim\sim}$ 4 $\overset{3}{\text{———}}$ 5	10	4+3=7	7	יש שינוי= האבא של 5 הוא 4



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	4	~~10~~ 7

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	2	3	~~2~~ 4

	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה	
יש שינוי= האבא של 5 הוא 4	7	4+3=7	10	1 ~ 4 (4) ——— 5 (3)



V	1	2	3	4	5
d[v]	0	2	3	4	7

V	1	2	3	4	5
Pa[v]	nil	1	2	3	4

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1 $\overset{4}{\leadsto}$ 4 $\overset{3}{\text{———}}$ 5	10	4+3=7	7	**יש שינוי=** **האבא של 5 הוא 4**

סיימנו – בעיקרון ניתן לבצע עוד איטרציה על מנת שקבוצת הזמניים תהיהי ריקה,
אולם יש לשים לב כי השאלה מבקשת למצוא מסלול מינימאלי מקודקוד המקור לכ"א מקודקודי הגרף.
ביצוע האיטרציה האחרונה לא יוסיף לנו דבר כי בעצם נבצע איטרציה על גודל 0 שבוודאי לא יישפר

תרגיל מספר 2:

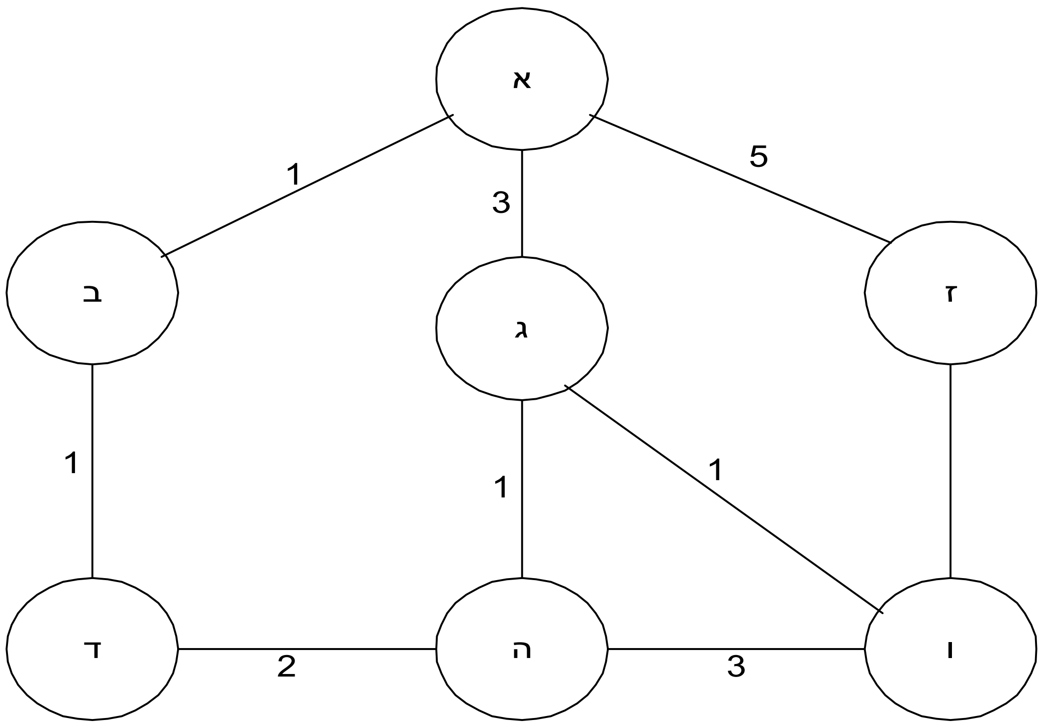
.2

המספרים על הקשתות מבטאים את אורכי הקשתות.

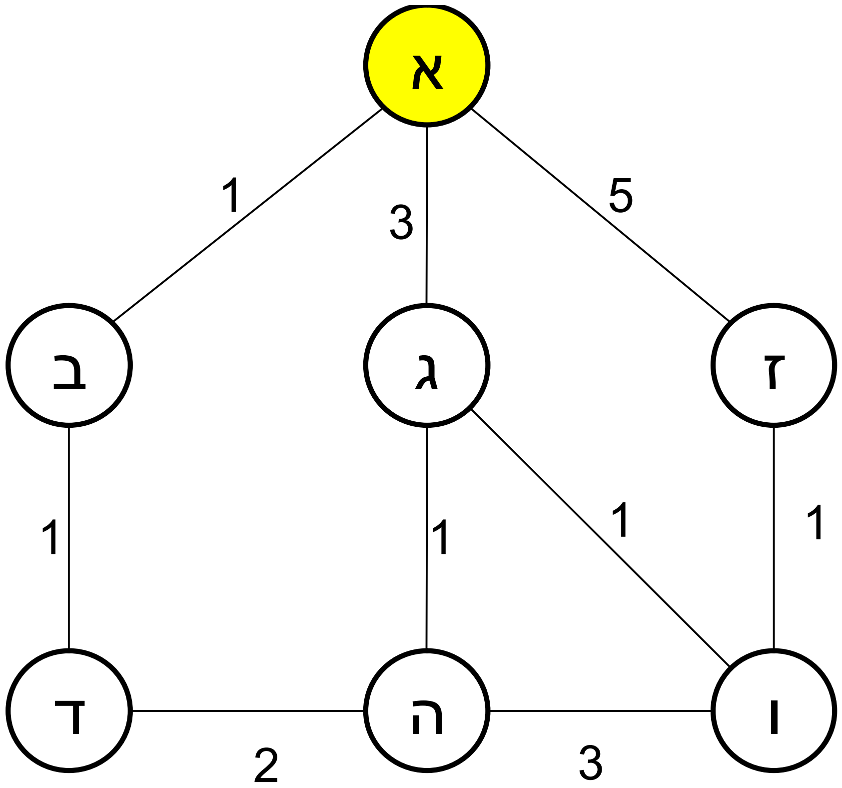
על הגרף הופעל האלגוריתם של Dijkstra למציאת מסילות קצרות ביותר מהקודקוד א' לכל היתר. האם סידרת הקדקודים הבאה מהווה מסלול מינימאלי ?

א – א,ב,ד,ג,ו,ה,ז   ב – א,ב,ד,ג,ה,ו,ז

ג – א,ב,ג,ז,ד,ה,ו



תחילה נריץ דיקסטרה על הגרף כדי לגלות את אורכו של המסלול המינימאלי.
לאחר מכן נשווה בין המסלולים המוצעים למסלול שקיבלנו ולערכו



צעד 0 – אתחול

$d[\text{א}]=0$ מרחק קודקוד המקור מעצמו =0

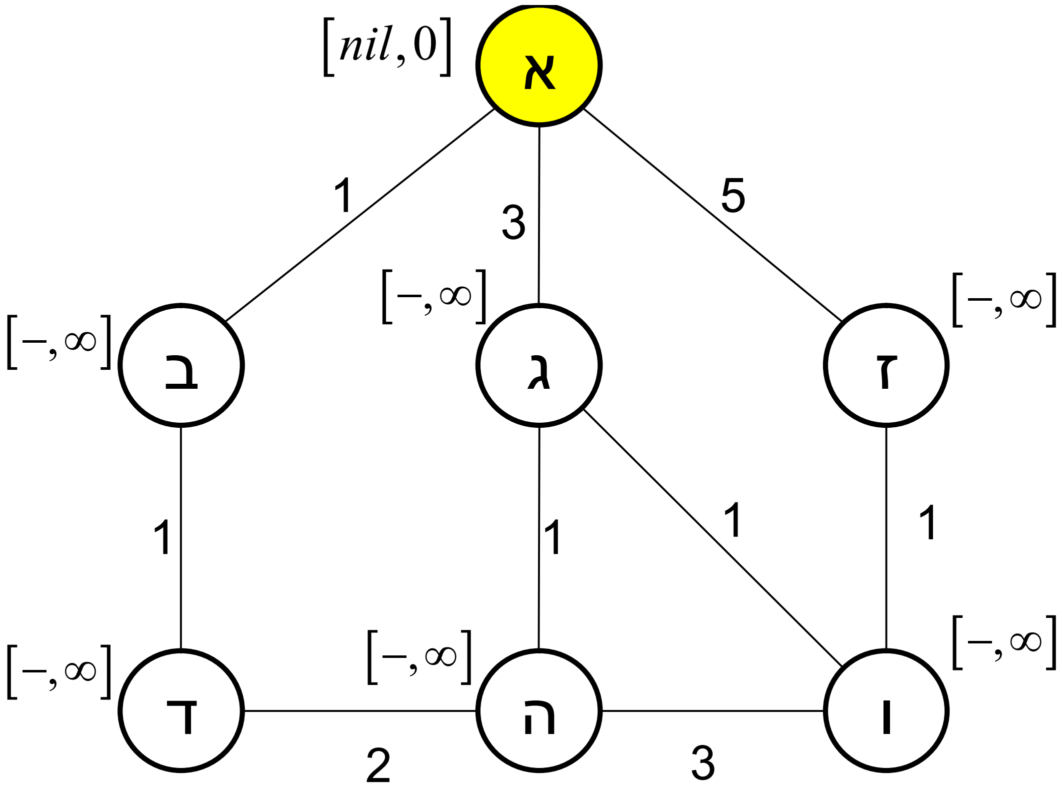
$d[u]=\infty$ שאר איברי מערך d יקבלו אינסוף (מרחק מקודקוד המקור)

$p[\text{א}]=nil$ לקודקוד המקור אין אבא

$p[u]=undefined$ כל עוד לא גילינו, לכל הקודקודים (מלבד המקור) אין אבא

$P=\{\text{א}\}$ בקבוצת ה"קבועים" יהיה תחילה רק קודקוד המקור

$T=\{\text{ב, ג, ד, ה, ו, ז}\}$ בקבוצת ה"זמניים" כל הקודקודים למעט קודקוד המקור.

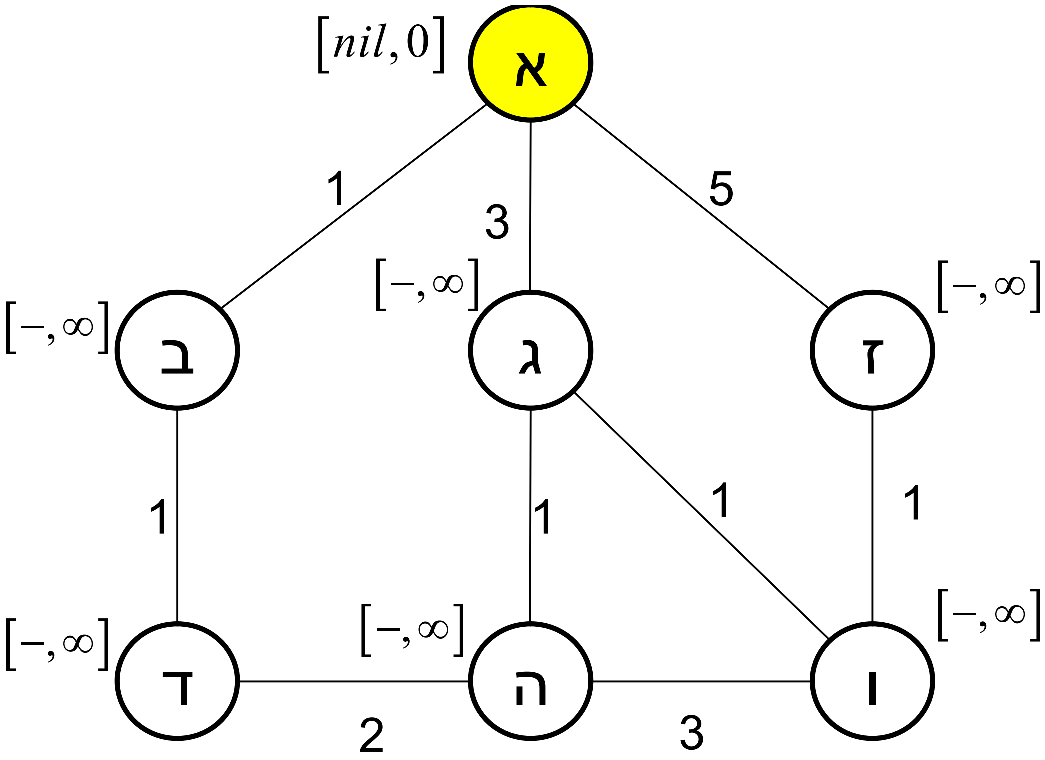


V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	-	-	-	-	-	-

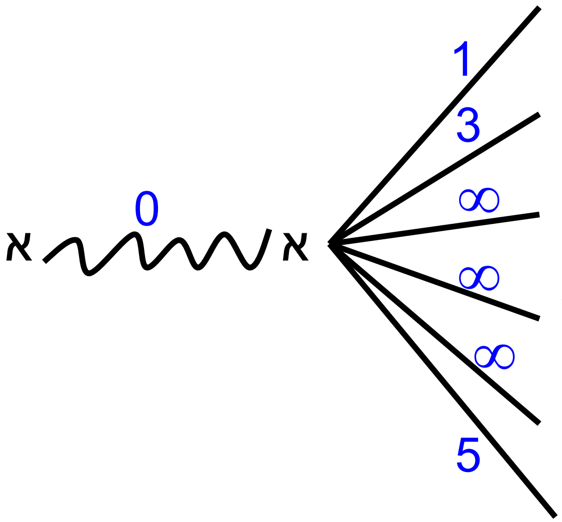
P = { א }

T = { ב, ג, ד, ה, ו, ז }

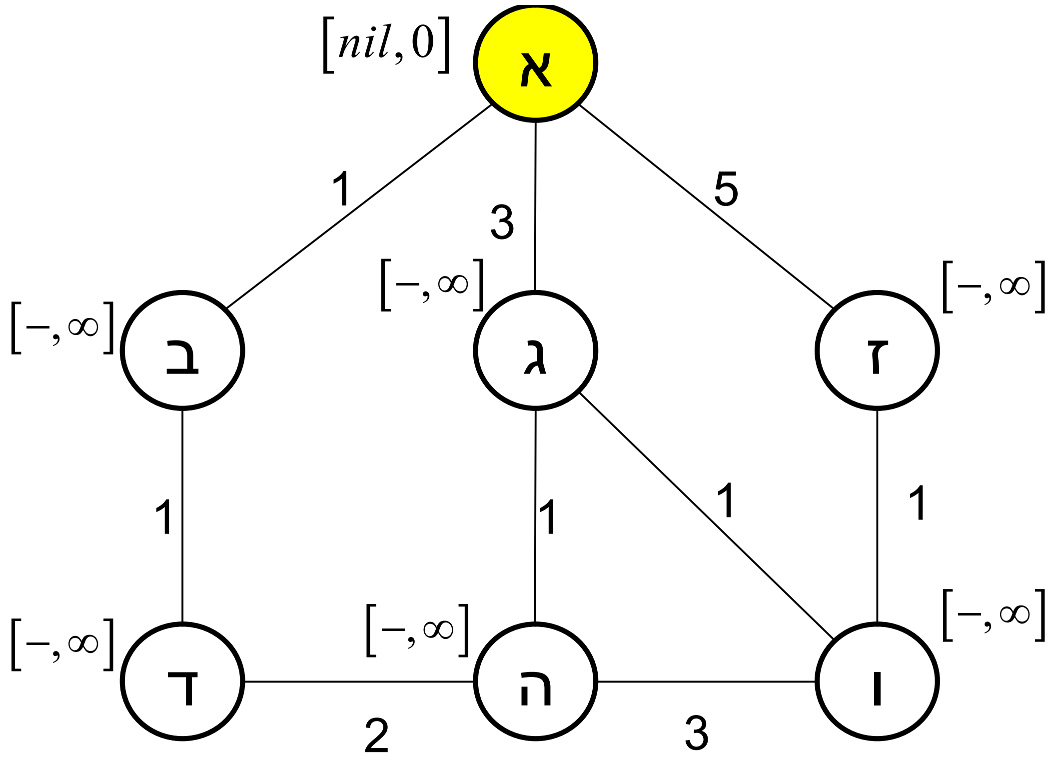


V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	-	-	-	-	-	-

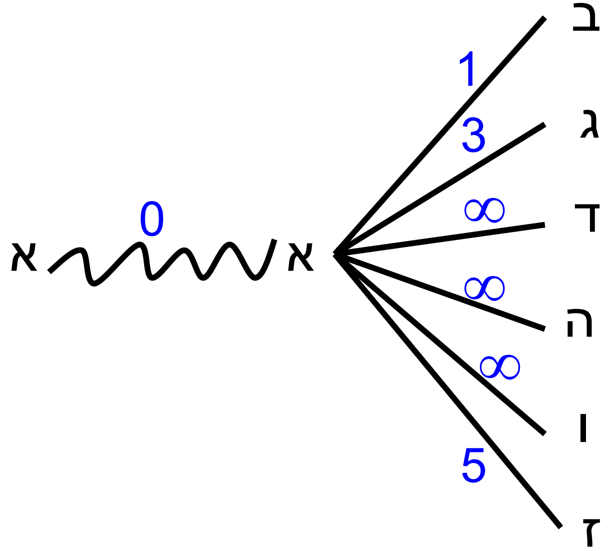


	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
ב	∞	0+1=1	1	<u>יש שינוי=</u> האבא של ב הוא א
ג	∞	0+3=3	3	<u>יש שינוי=</u> האבא של ג הוא א
ד	∞	$0+\infty=\infty$	∞	<u>אין שינוי</u>
ה	∞	$0+\infty=\infty$	∞	<u>אין שינוי</u>
ו	∞	$0+\infty=\infty$	∞	<u>אין שינוי</u>
ז	∞	0+5=5	5	<u>יש שינוי=</u> האבא של ז הוא א

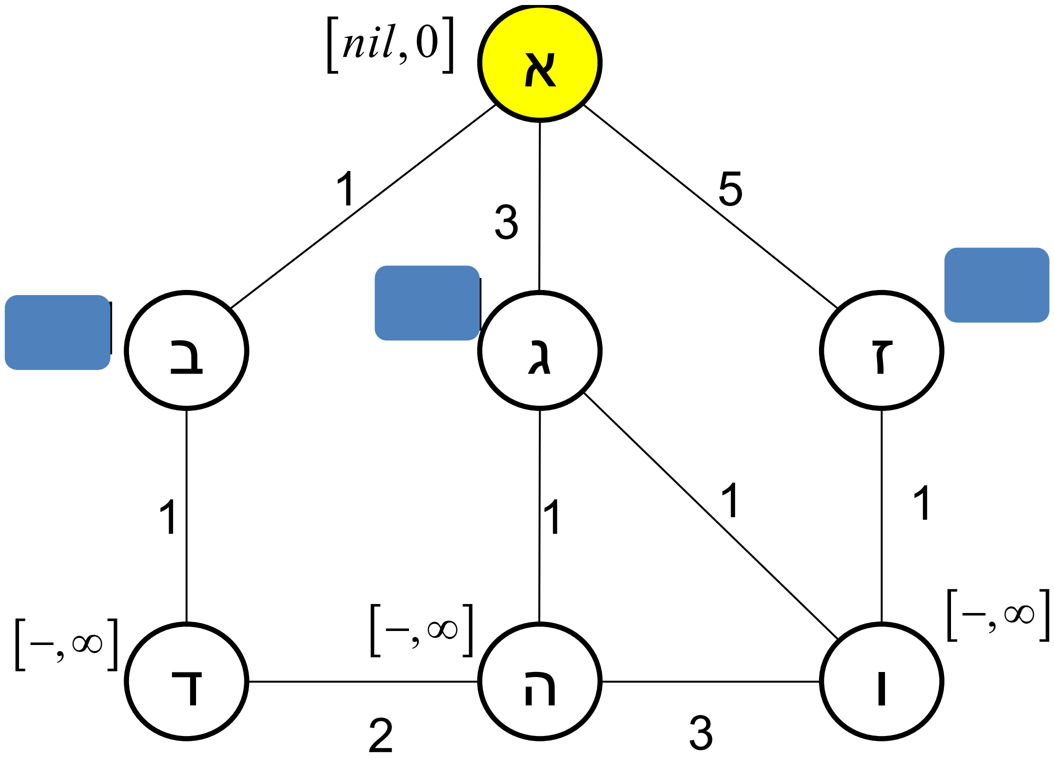


V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	$\cancel{\infty}$ 1	$\cancel{\infty}$ 3	∞	∞	∞	$\cancel{\infty}$ 5

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	~~-~~ א	~~-~~ א	-	-	-	~~-~~ א

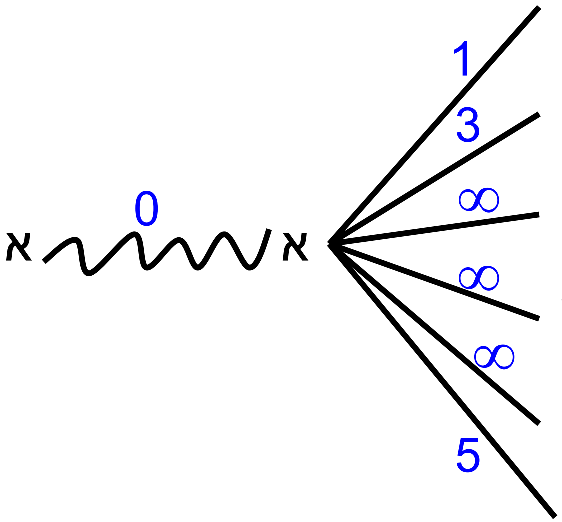


		אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
ב	<u>יש שינוי=</u> האבא של ב הוא א	1	0+1=1	∞
ג	<u>יש שינוי=</u> האבא של ג הוא א	3	0+3=3	∞
ד	<u>אין שינוי</u>	∞	$0+\infty=\infty$	∞
ה	<u>אין שינוי</u>	∞	$0+\infty=\infty$	∞
ו	<u>אין שינוי</u>	∞	$0+\infty=\infty$	∞
ז	<u>יש שינוי=</u> האבא של ז הוא א	5	0+5=5	∞

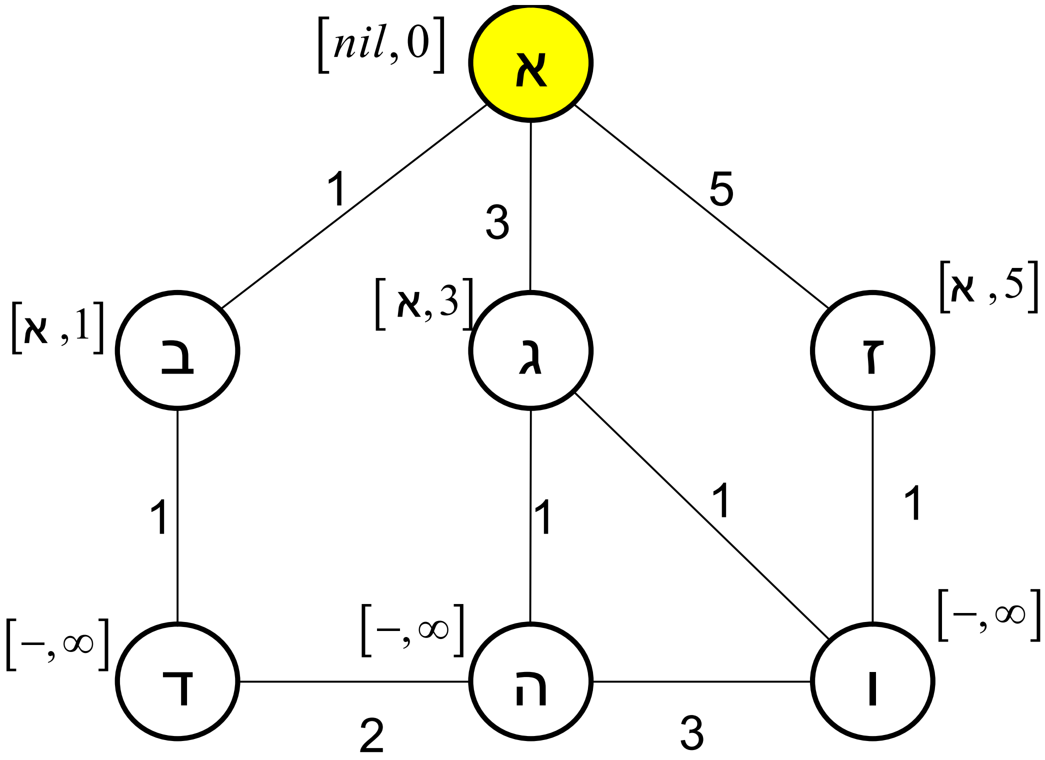


V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	1	3	∞	∞	∞	5

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	א	-	-	-	א



	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
ב	∞	0+1=1	1	יש שינוי= האבא של ב הוא א
ג	∞	0+3=3	3	יש שינוי= האבא של ג הוא א
ד	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
ה	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
ו	∞	$0+\infty=\infty$	∞	אין שינוי
ז	∞	0+5=5	5	יש שינוי= האבא של ז הוא א



V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	1	3	∞	∞	∞	5

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	א	-	-	-	א

איטרציה חדשה

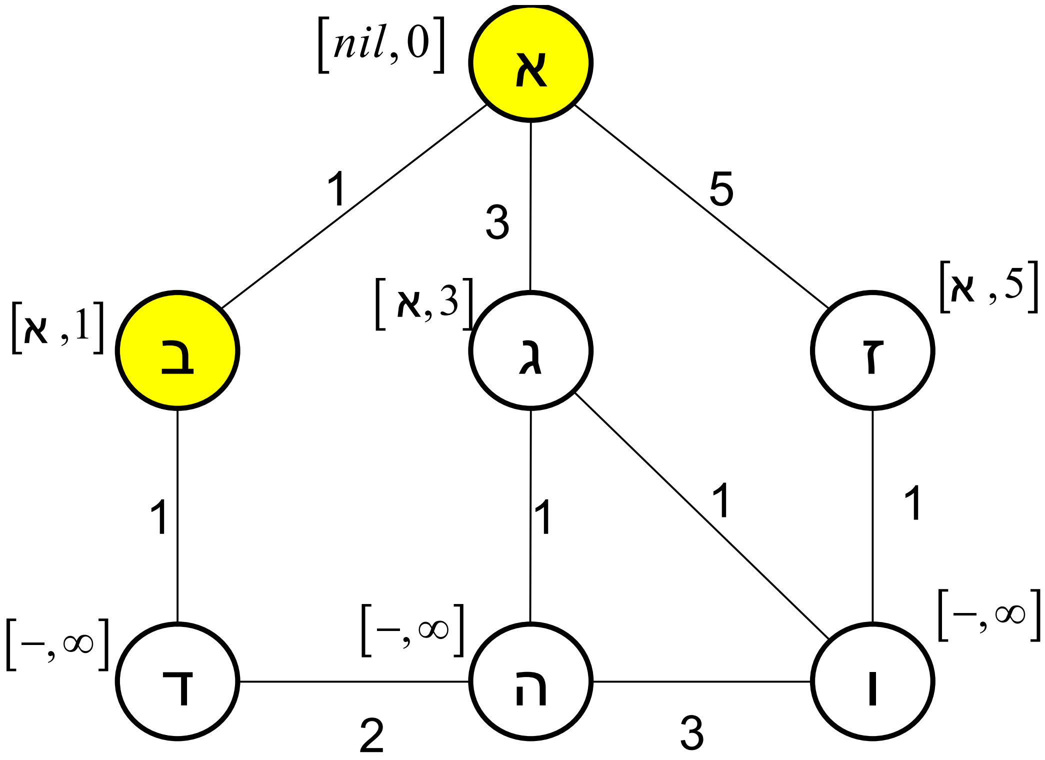
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד ב הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [1].

$P=\{$ ב , א $\}$ $T=\{$ ג , ד , ה , ו , ז , $\}$



V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	1	3	∞	∞	∞	5

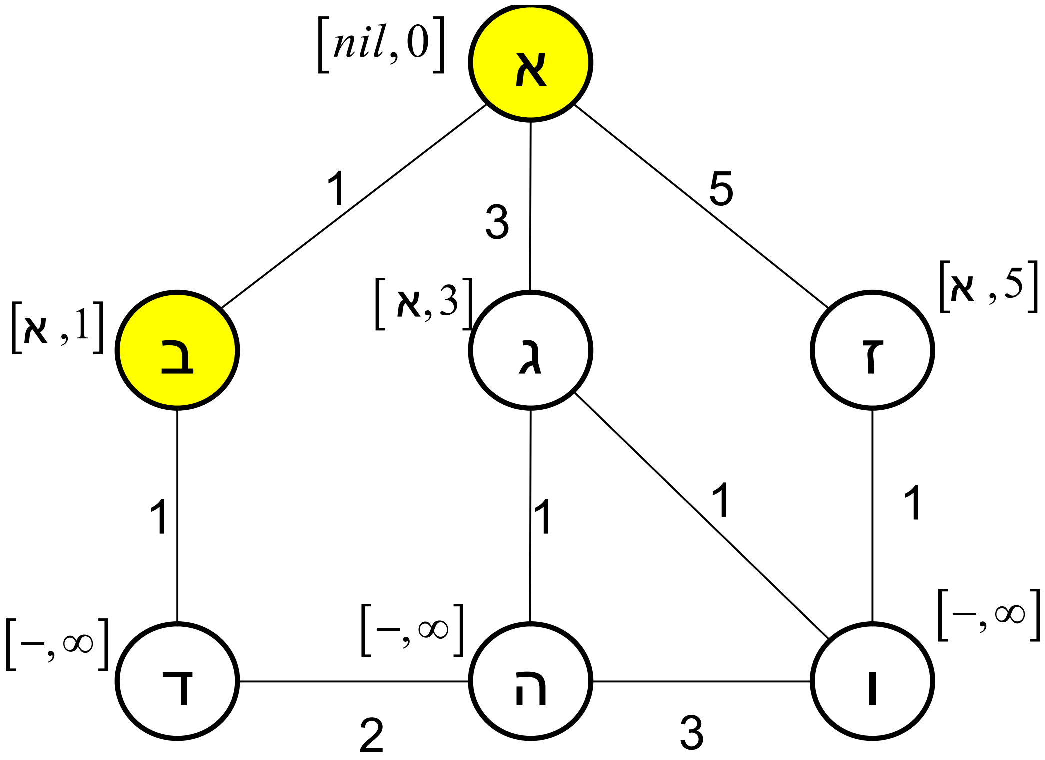
V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	א	-	-	-	א

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע

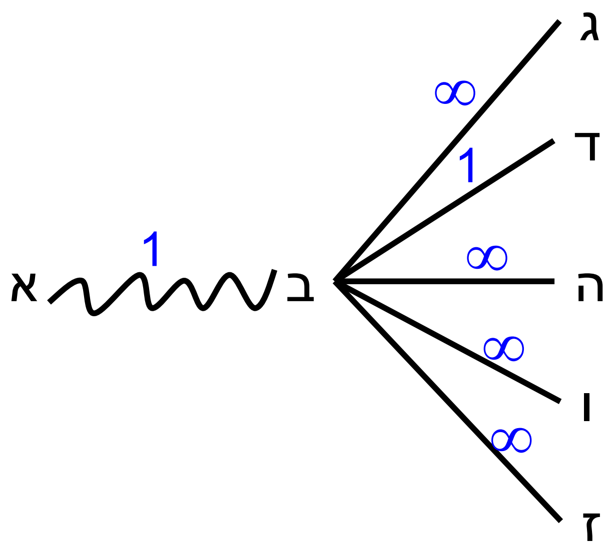
בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר

במקרה שלנו קודקוד ב הוא קודקוד K

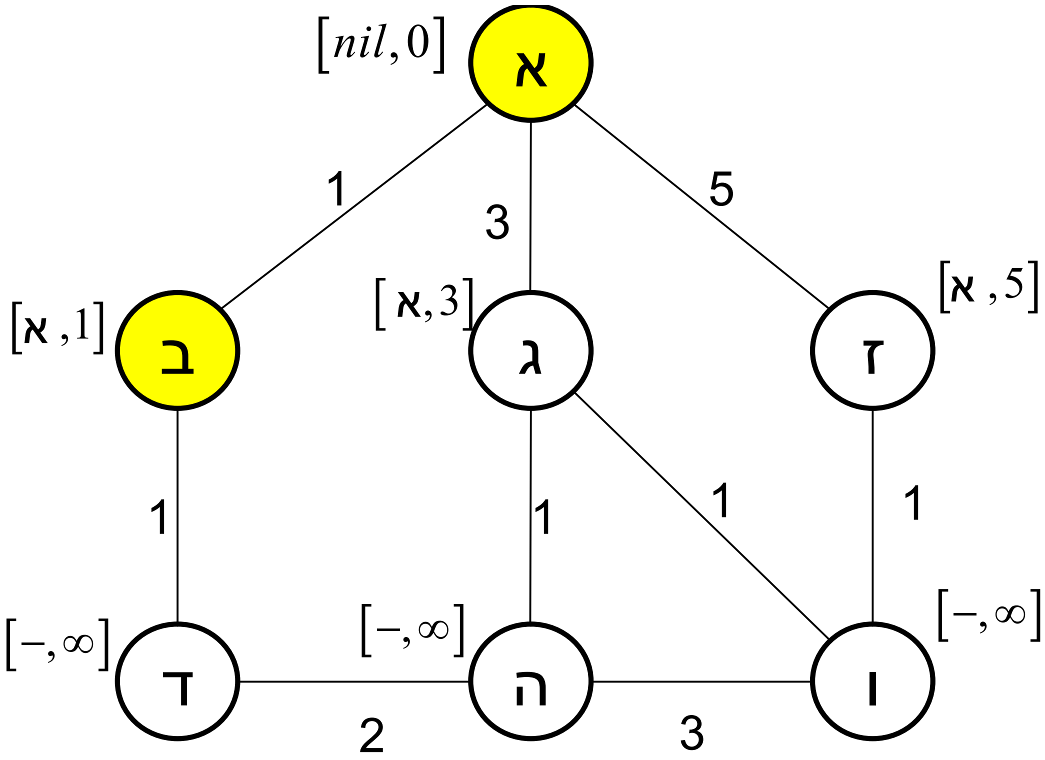


V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	1	3	∞	∞	∞	5

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	א	-	-	-	א

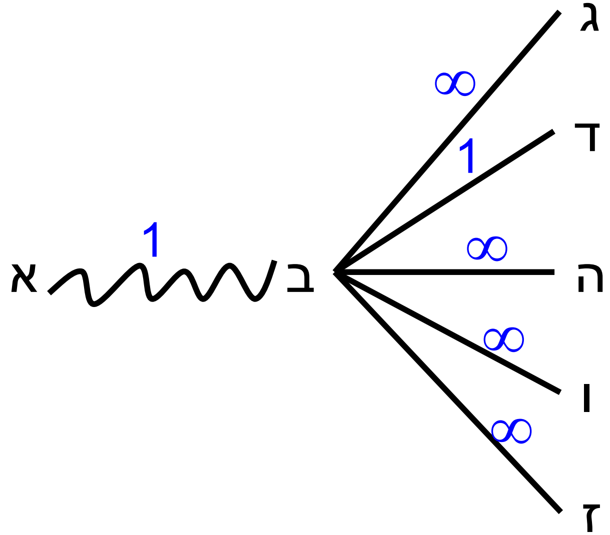


	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞
יש שינוי= **האבא של ד הוא ב**	2	1+1=2	∞
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞
אין שינוי	5	$1+\infty=\infty$	5

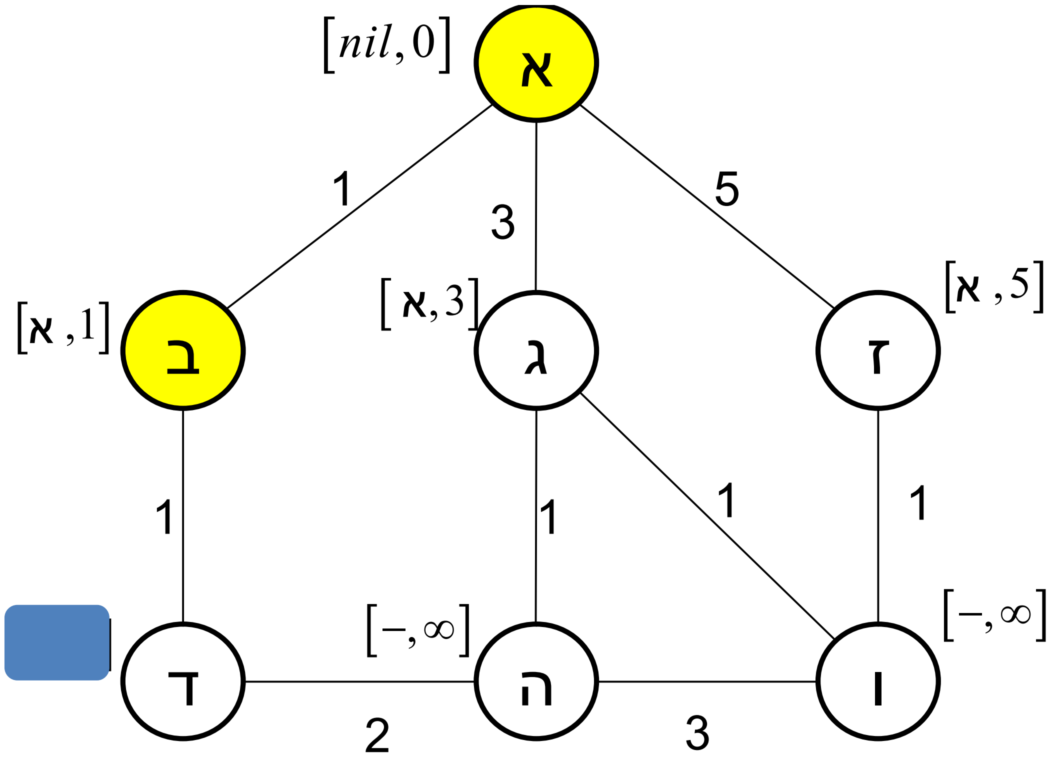


V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	1	3	~~∞~~ 2	∞	∞	5

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	א	~~-~~ ב	-	-	א

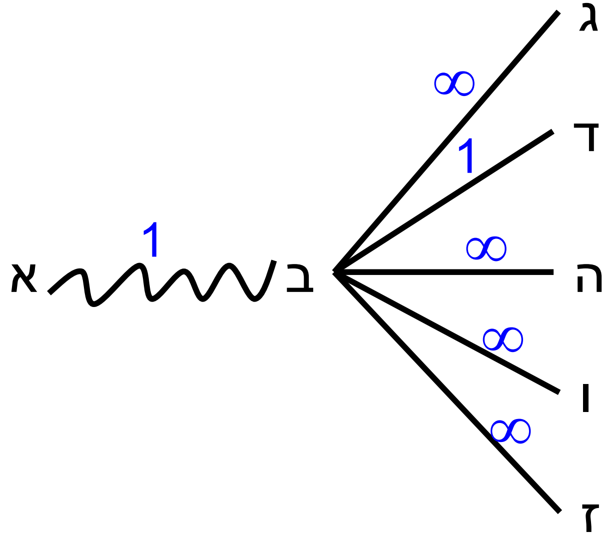


אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
∞	$0+\infty=\infty$	∞	<u>**אין שינוי**</u>
∞	1+1=2	2	<u>**יש שינוי=**</u> **האבא של ד הוא ב**
∞	$0+\infty=\infty$	∞	<u>**אין שינוי**</u>
∞	$0+\infty=\infty$	∞	<u>**אין שינוי**</u>
5	$1+\infty=\infty$	5	<u>**אין שינוי**</u>

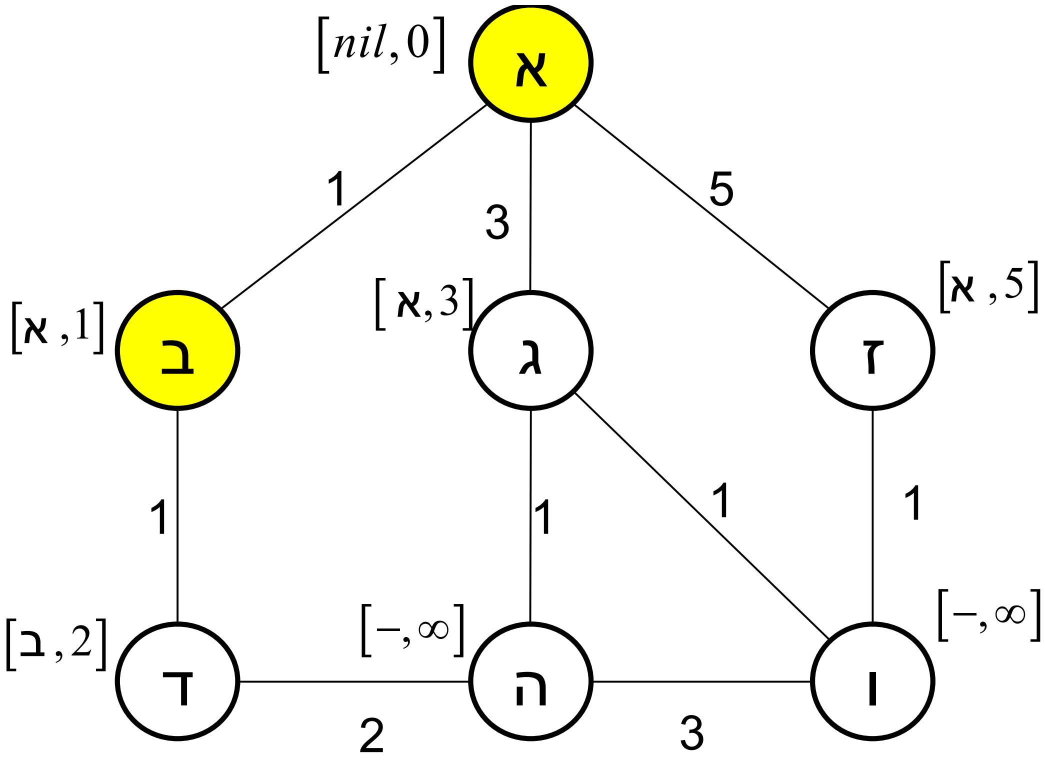


V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	1	3	2	∞	∞	5

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	א	ב	-	-	א



	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה	
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞	ג
יש שינוי= **האבא של ד הוא ב**	2	1+1=2	∞	ד
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞	ה
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞	ו
אין שינוי	5	$1+\infty=\infty$	5	ז



V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	1	3	2	∞	∞	5

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	א	ב	-	-	א

איטרציה חדשה

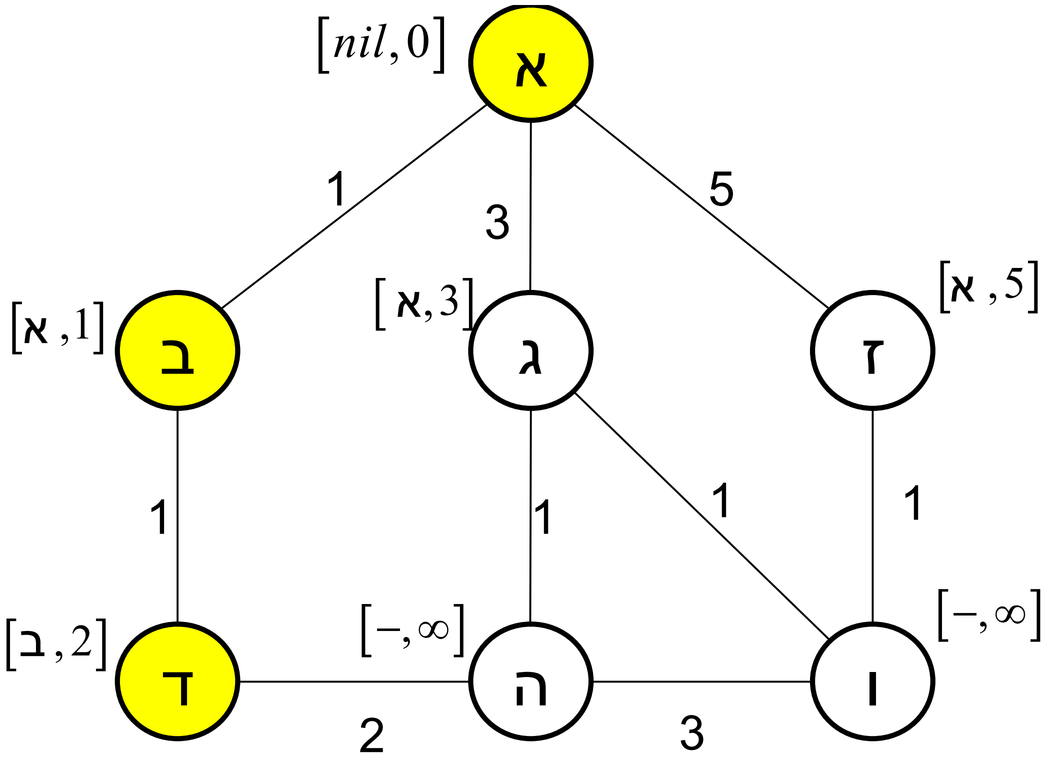
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד ד הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [2].

$P = \{$ א, ב, ד, $\}$ $\qquad$ $T = \{$ ג, ה, ו, ז, $\}$



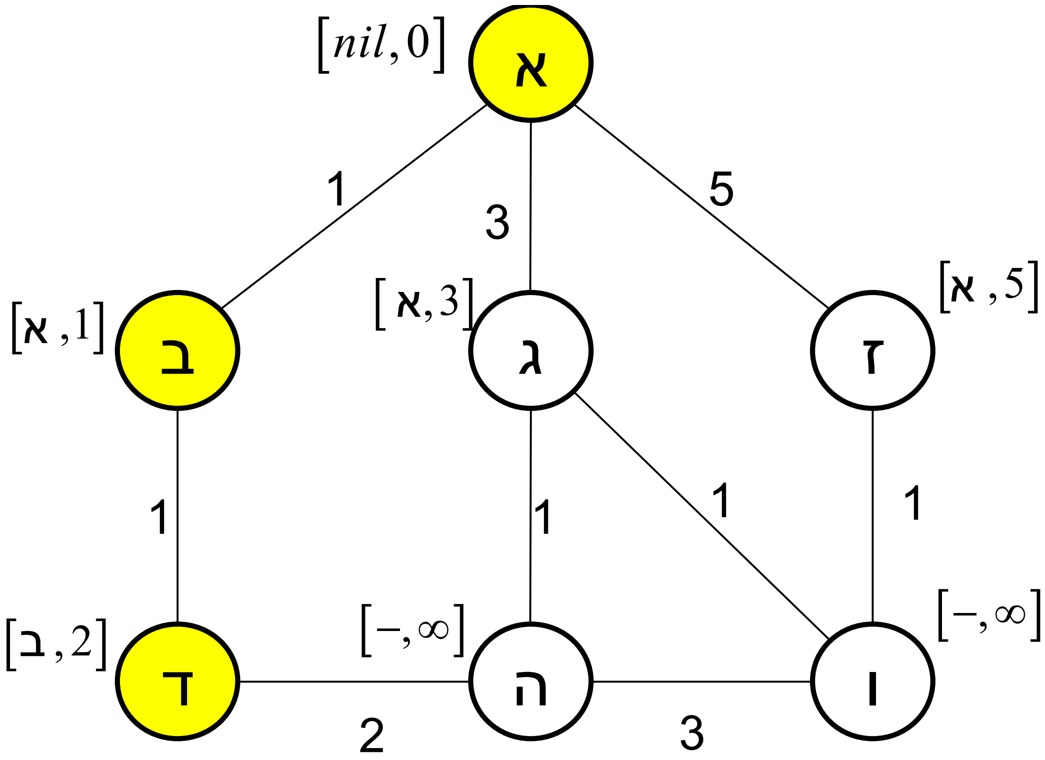
V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	1	3	2	∞	∞	5

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	א	ב	-	-	א

צעד מספר 2:

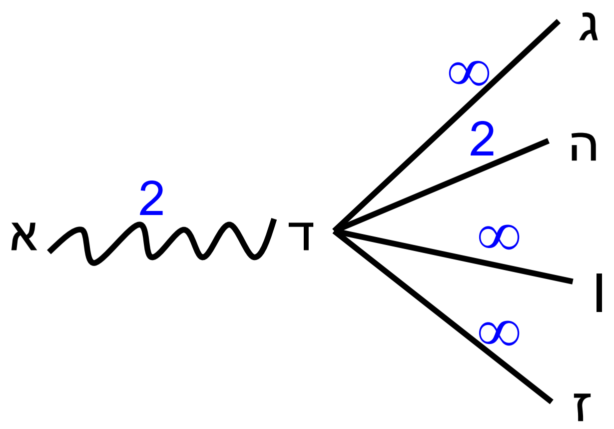
בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר

במקרה שלנו קודקוד ד הוא קודקוד K

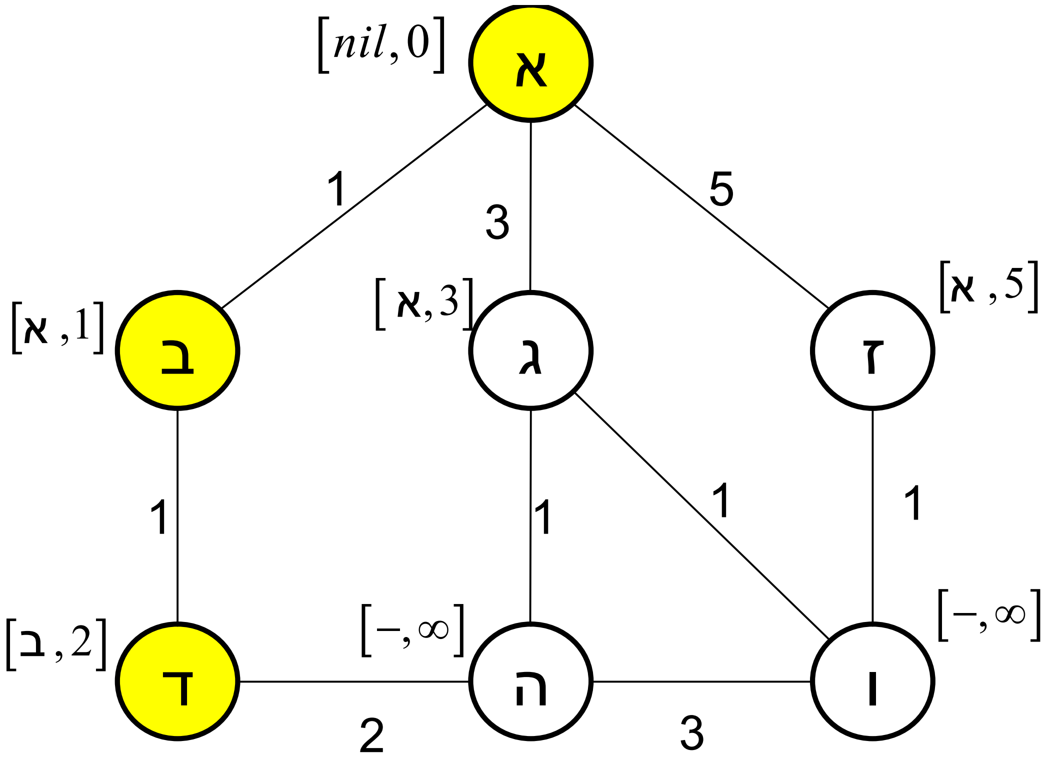


V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	1	3	2	∞	∞	5

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	א	ב	-	-	א

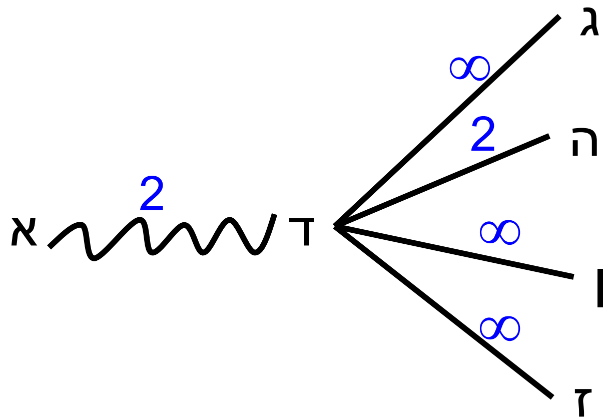


	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
<u>אין שינוי</u>	∞	$2+\infty=\infty$	3
<u>יש שינוי</u>= האבא של ה הוא ד	4	2+2=4	∞
<u>אין שינוי</u>	∞	$2+\infty=\infty$	∞
<u>אין שינוי</u>	∞	$2+\infty=\infty$	∞

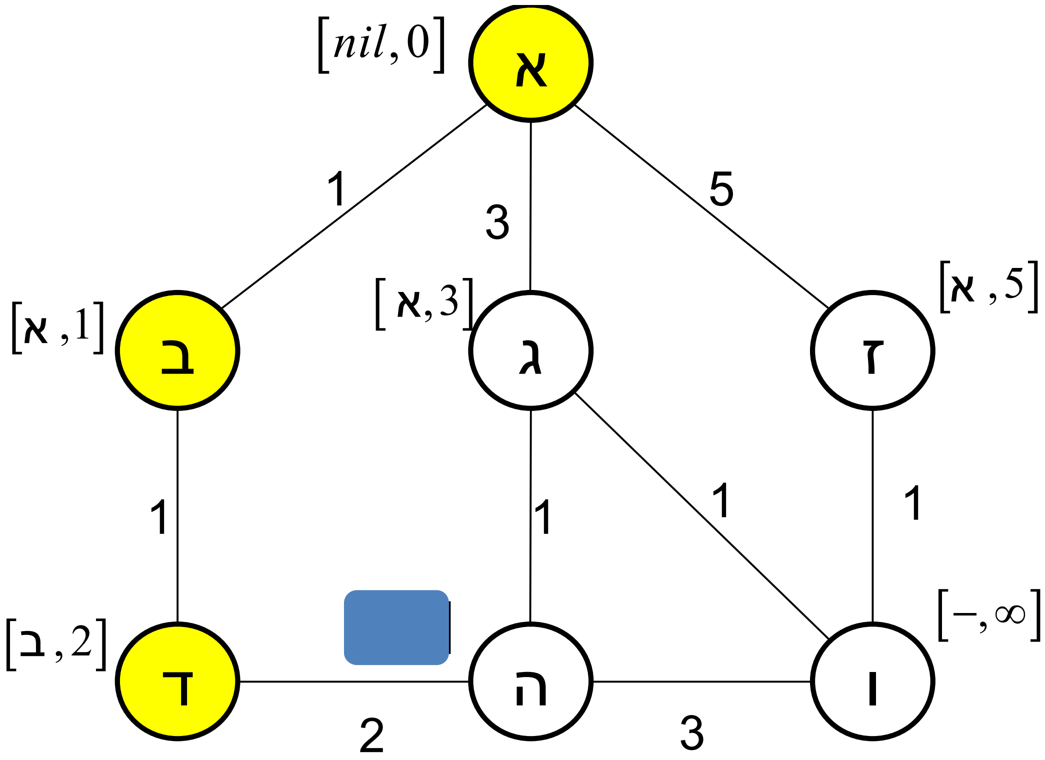


V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	1	3	2	$\cancel{\infty}$ 4	∞	5

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	א	ב	$\cancel{-}$ ד	-	א

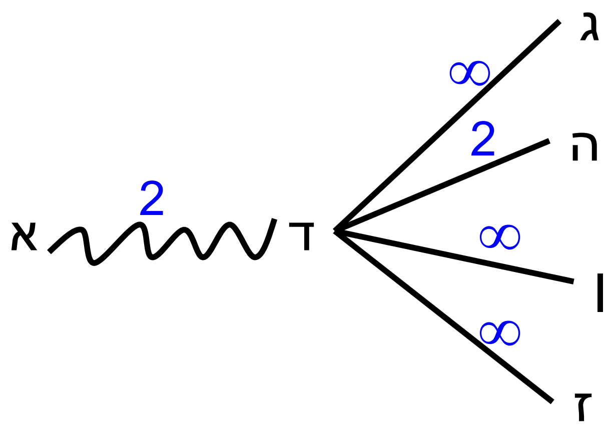


	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
אין שינוי	∞	$2+\infty=\infty$	3
יש שינוי= האבא של ה הוא ד	4	2+2=4	∞
אין שינוי	∞	$2+\infty=\infty$	∞
אין שינוי	∞	$2+\infty=\infty$	∞

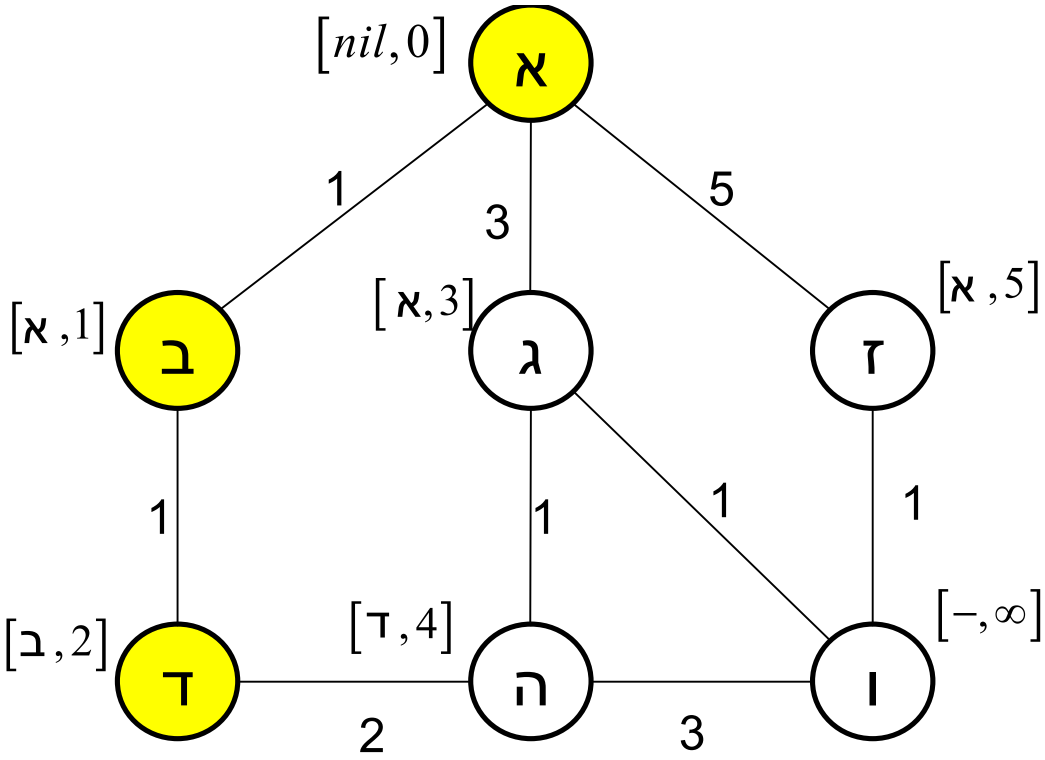


V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
d[v]	0	1	3	2	4	∞	5

V	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	א	ב	ד	-	א



אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
3	$2+\infty=\infty$	∞	**אין שינוי**
∞	2+2=4	4	**יש שינוי=** **האבא של ה הוא ד**
∞	$2+\infty=\infty$	∞	**אין שינוי**
∞	$2+\infty=\infty$	∞	**אין שינוי**



V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
d[v]	0	1	2	3	4	∞	5

V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	-	א

איטרציה חדשה

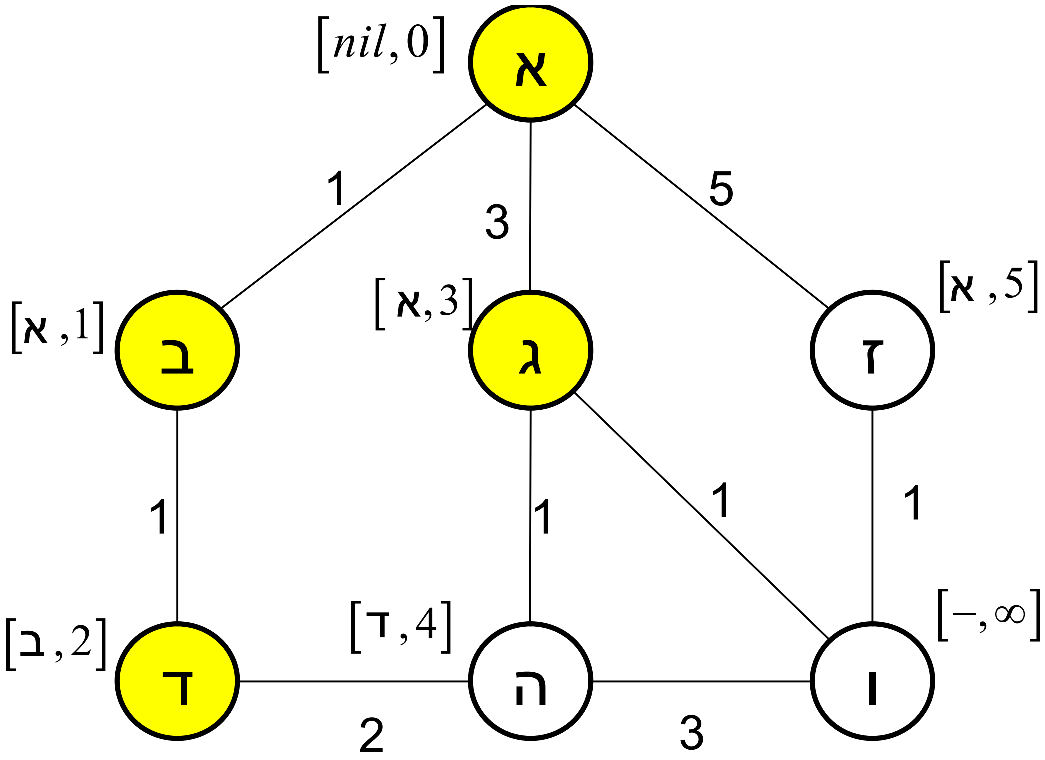
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד ג הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [3].

$P = \{$ א, ב, ד, ג $\}$ $\qquad$ $T = \{$ ה, ו, ז, $\}$



V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
d[v]	0	1	2	3	4	∞	5

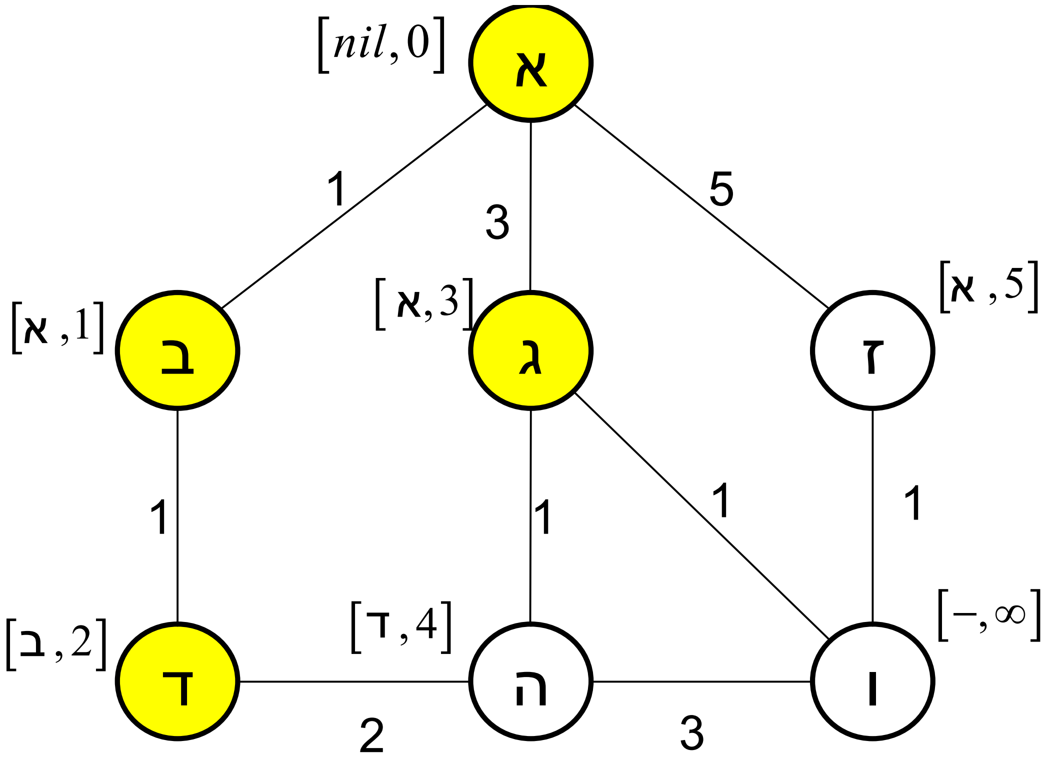
V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	-	א

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע

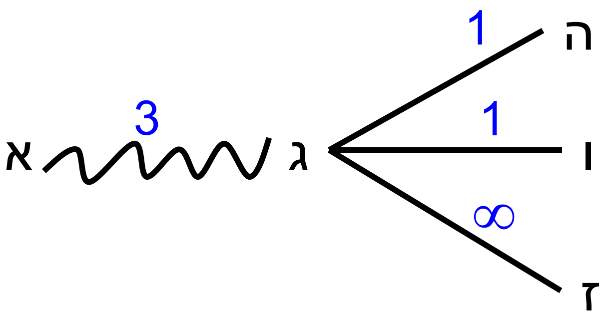
בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר

במקרה שלנו קודקוד ד הוא קודקוד K

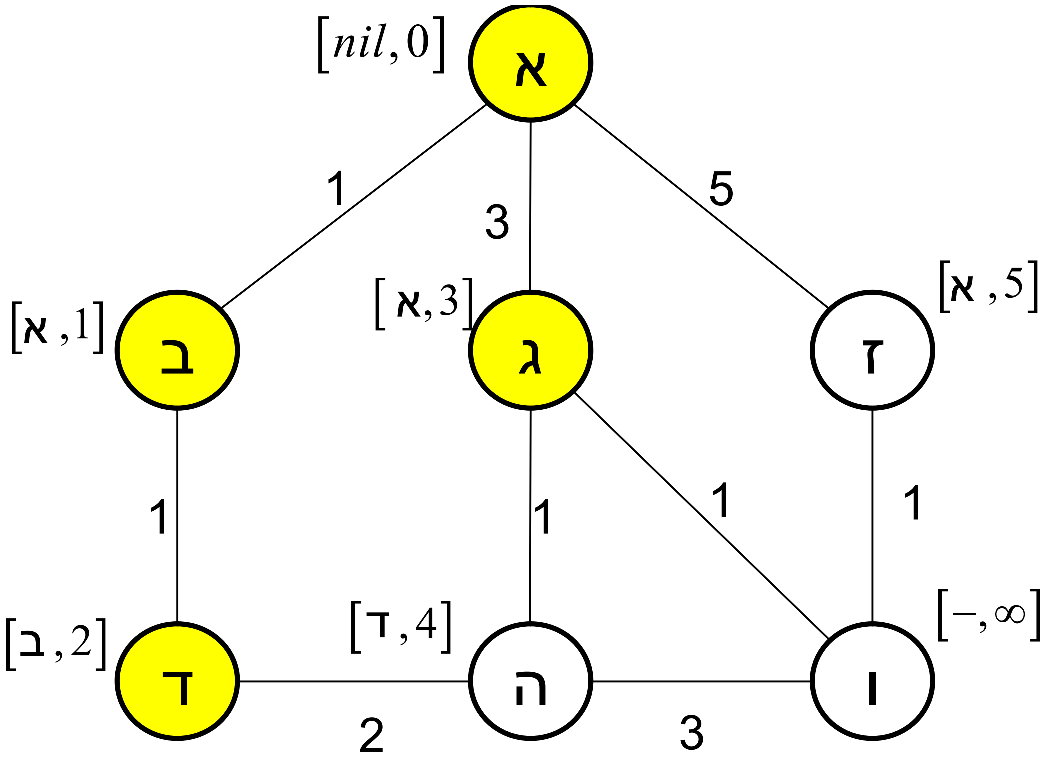


V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
d[v]	0	1	2	3	4	∞	5

V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	-	א

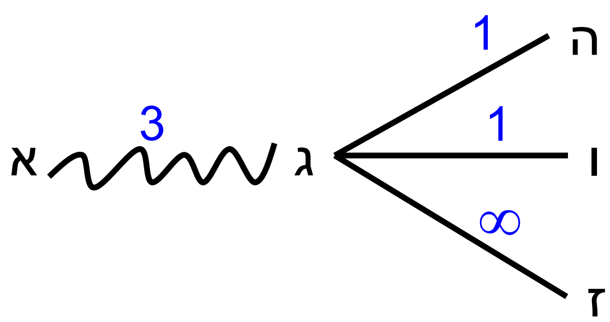


	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
אין שינוי	3	3+1=4	3
יש שינוי= **האבא של ה הוא ד**	4	3+1=4	∞
אין שינוי	∞	$3+\infty=\infty$	∞

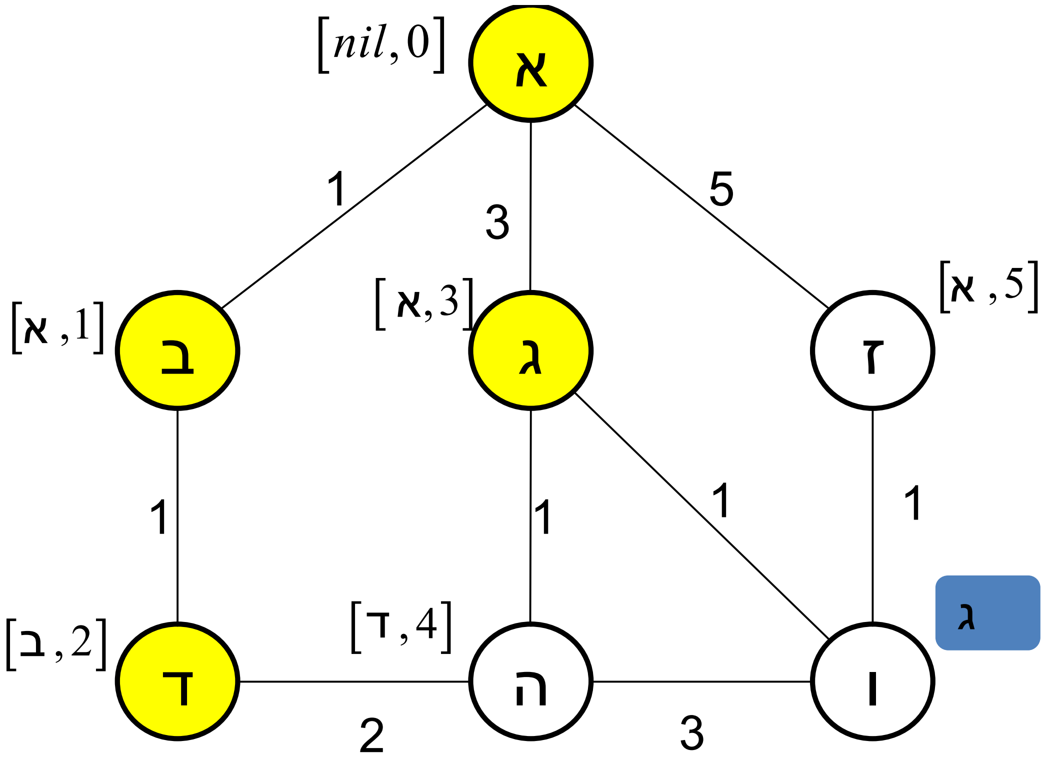


V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
d[v]	0	1	2	3	4	~~∞~~ 4	5

V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	~~-~~ ג	א

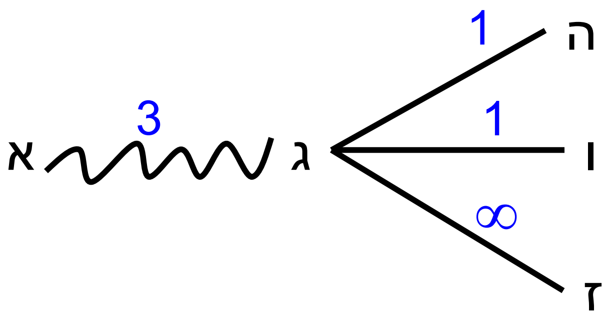


	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
אין שינוי	3	3+1=4	3
יש שינוי= האבא של ו הוא ג	4	3+1=4	∞
אין שינוי	∞	$3+\infty=\infty$	∞

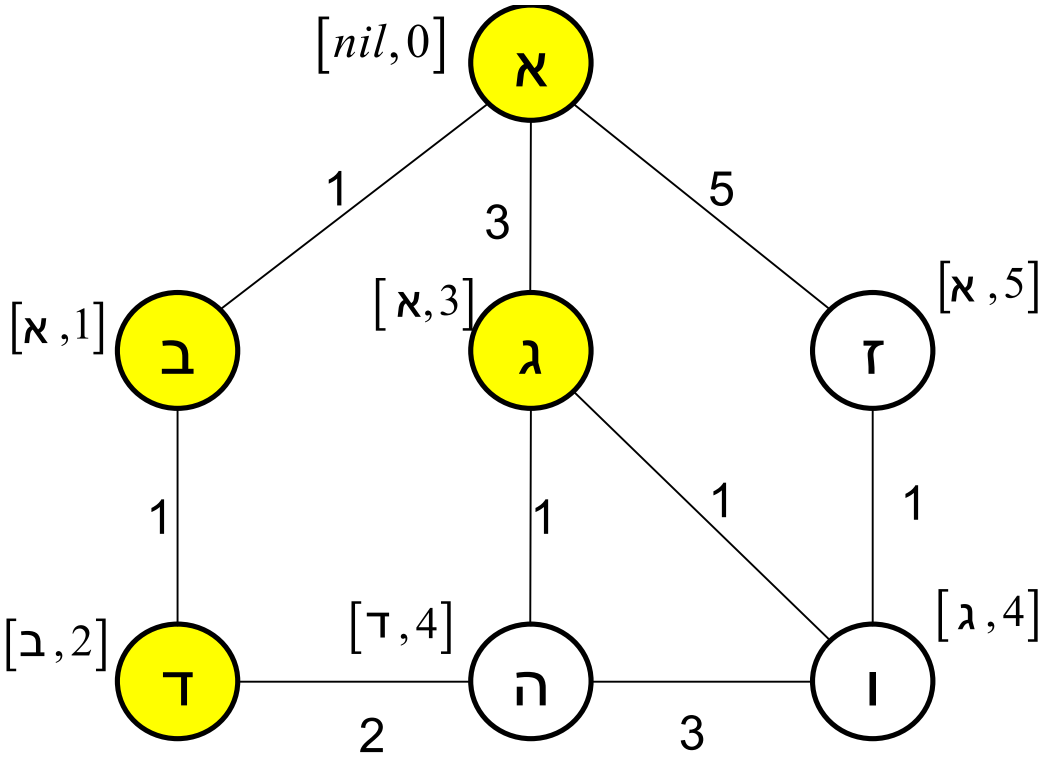


V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	א



	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
אין שינוי	3	3+1=4	3
יש שינוי= האבא של ו הוא ג	4	3+1=4	∞
אין שינוי	∞	$3+\infty=\infty$	∞



V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	ד	ג	ה	ו	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	א

איטרציה חדשה

צעד מספר 1:

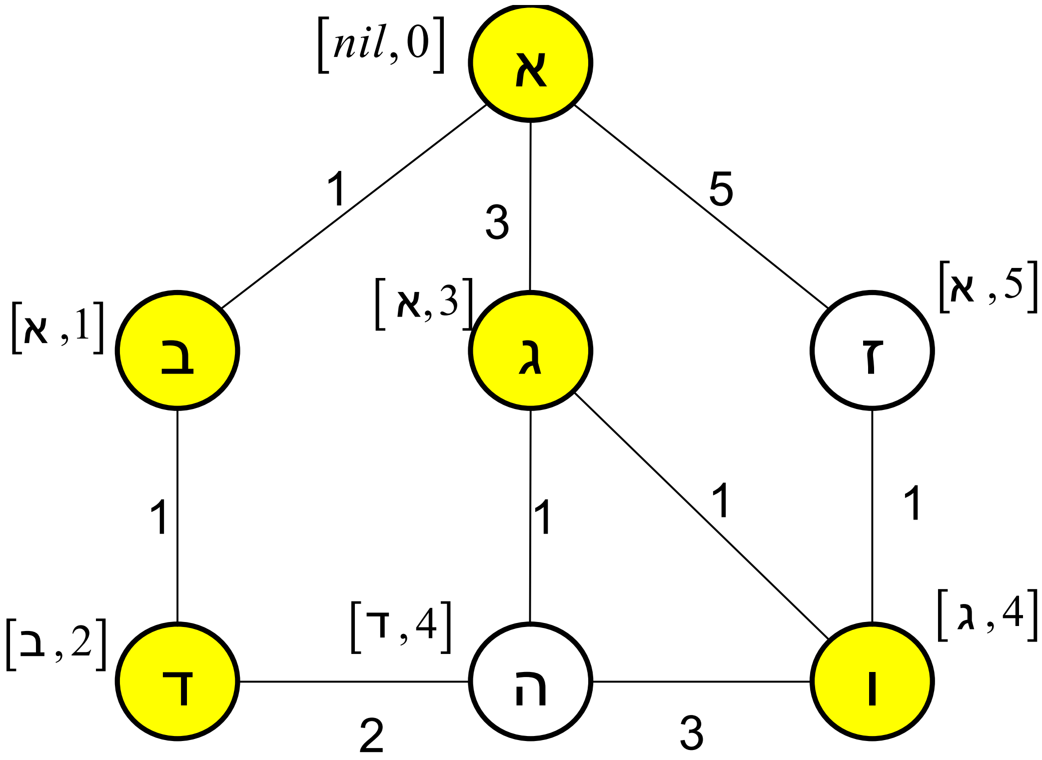
מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד ו הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [4]. ניתן היה גם לבחור ב- ה'

$$T = \{\ \text{ה}\ ,\ \text{ז}\ ,\ \ \}$$

$$P = \{\ \text{א}\ ,\ \text{ב}\ ,\ \text{ד}\ ,\ \text{ג}\ ,\ \text{ו}\ \}$$



V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

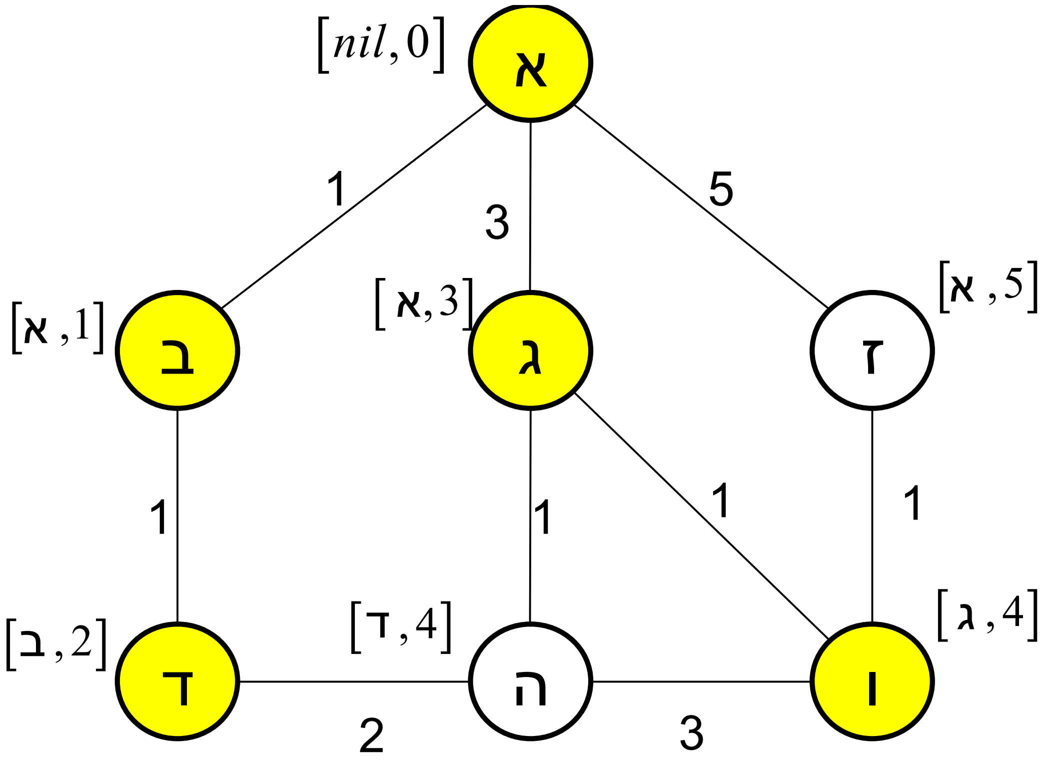
V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	א

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע

בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר

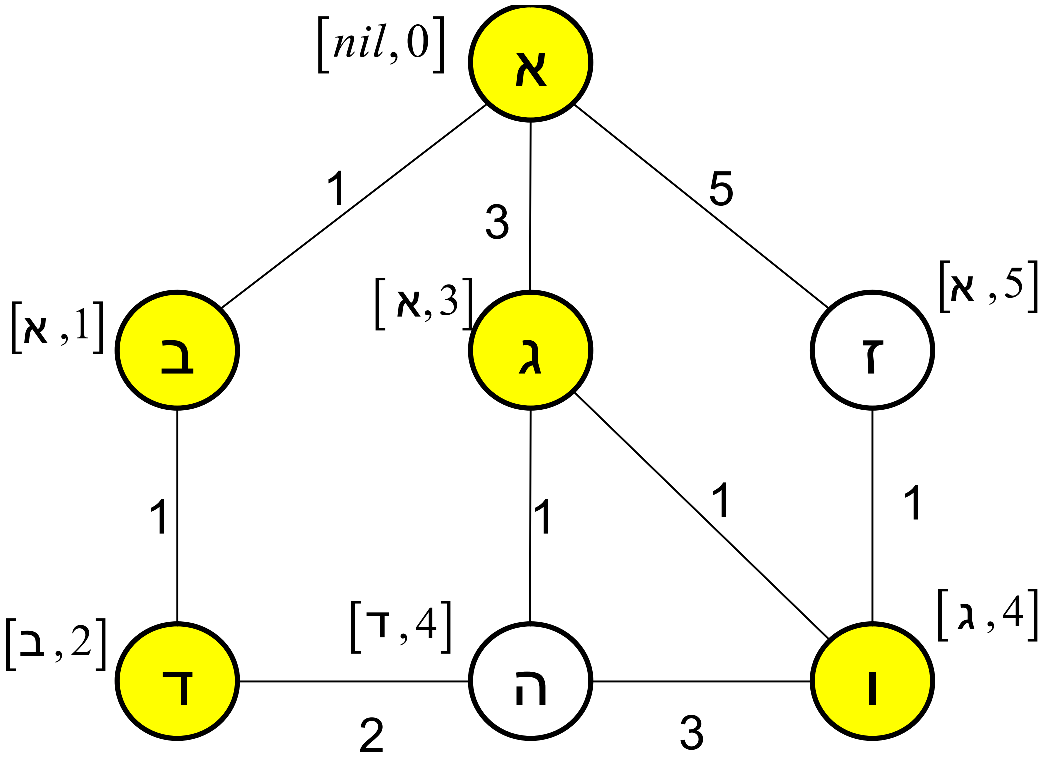
במקרה שלנו קודקוד ד הוא קודקוד K



V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

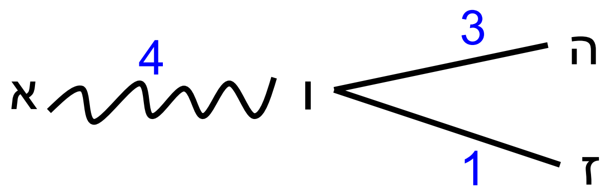
V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	א

אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
4	4+3=7	4	<u>אין שינוי</u>
5	4+1=5	5	<u>יש שינוי=</u> האבא של ז הוא ו



V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

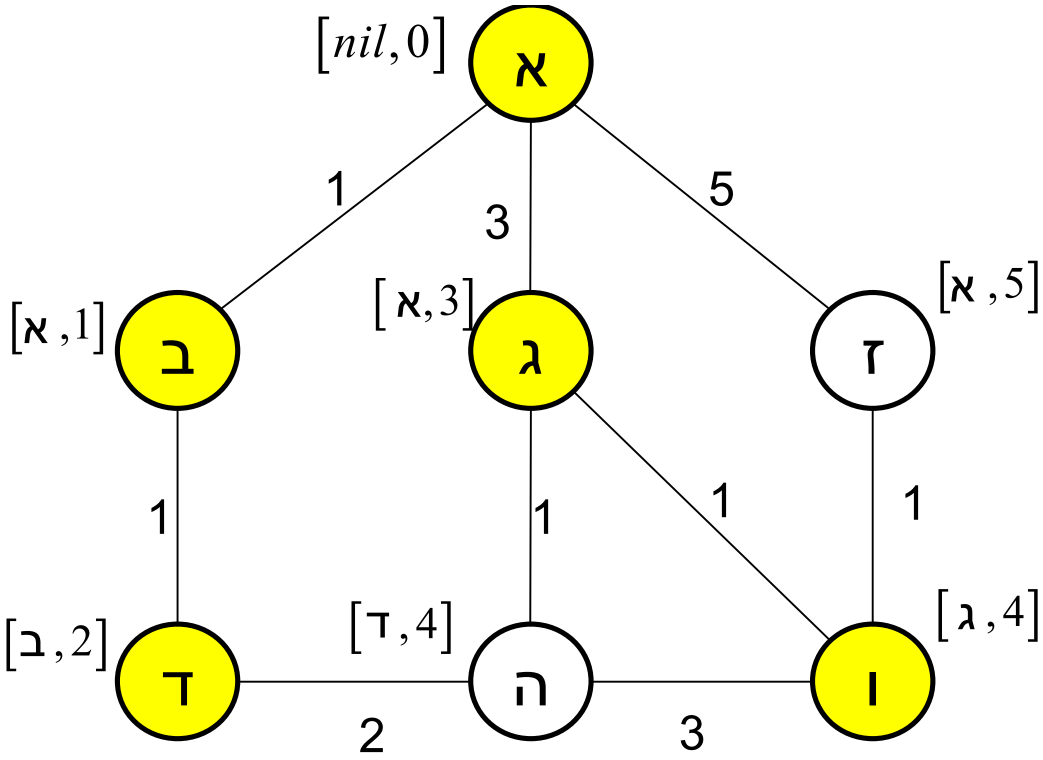
V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	א



אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
4	4+3=7	4	אין שינוי
5	4+1=5	5	אין שינוי

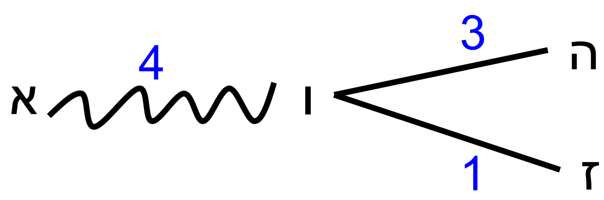
ניתן במקביל לבחור כאילו יש שינוי (כיוון שמדובר בערכים שווים) לשם ההמחשה נבצע איטרציה בה יש שינוי

יש שינוי – האבא של ז הוא ו

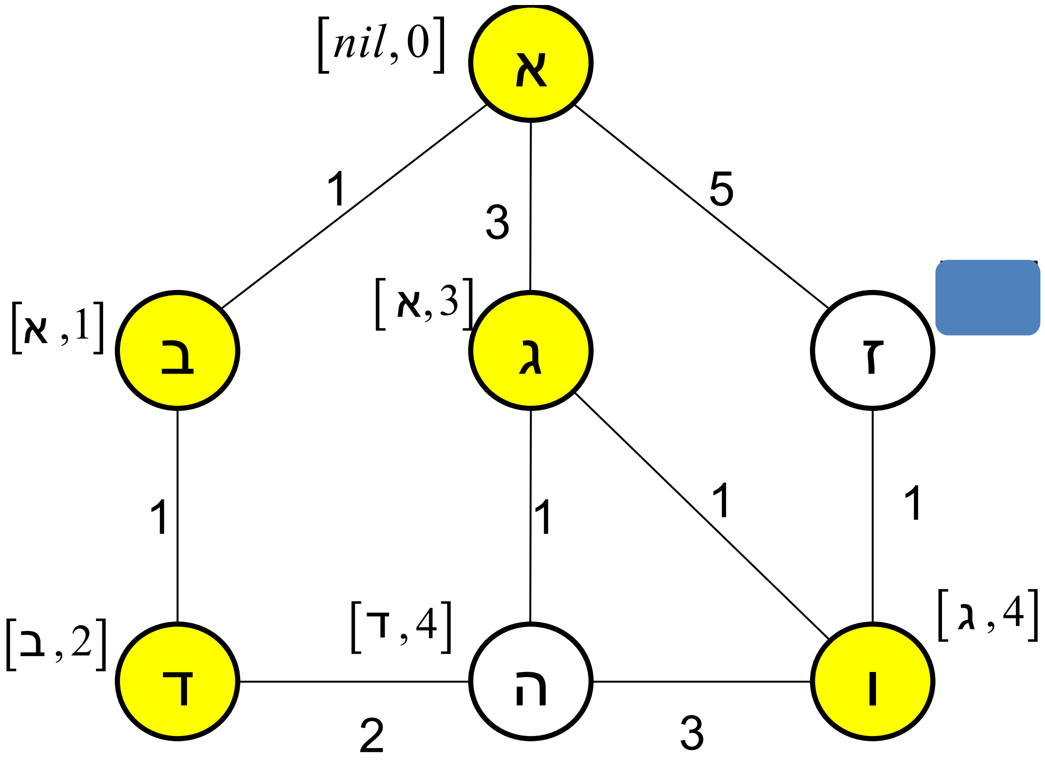


V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	~~5~~ 5

V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	~~א~~ ו

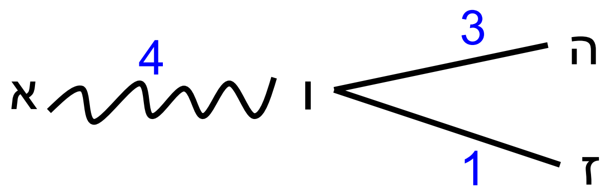


אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
4	4+3=7	4	אין שינוי
5	4+1=5	5	יש שינוי – האבא של ז הוא ו

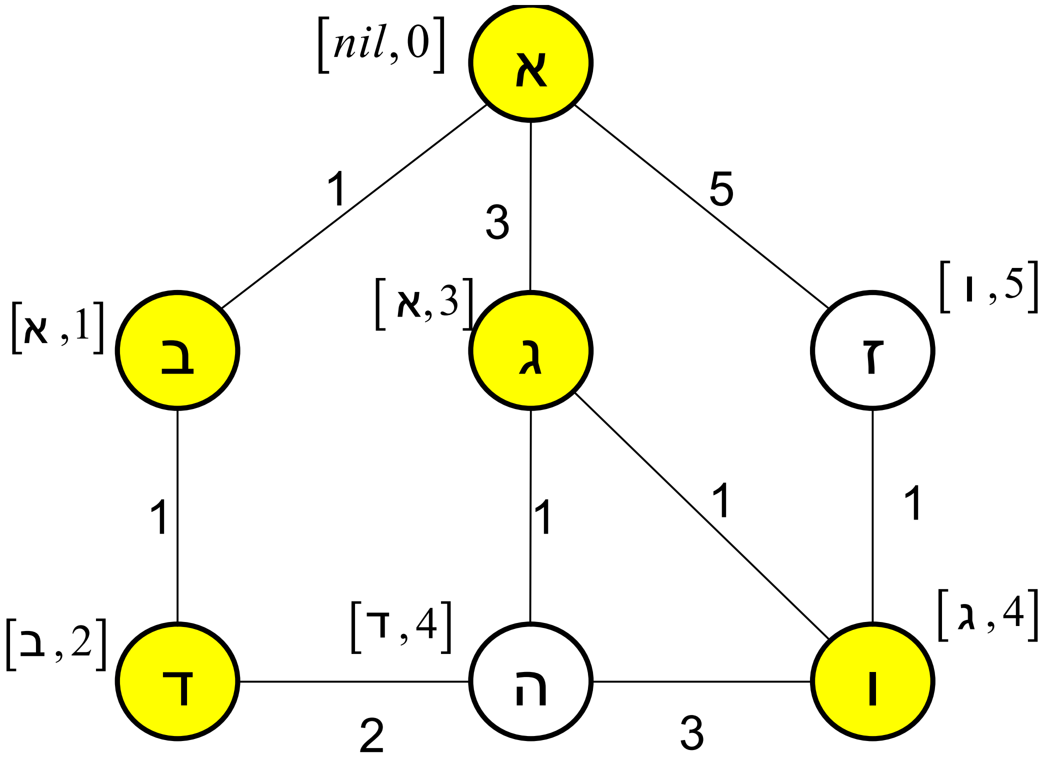


V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	ו



אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
4	4+3=7	4	אין שינוי
5	4+1=5	5	יש שינוי – האבא של ז הוא ו



V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	ו

איטרציה חדשה

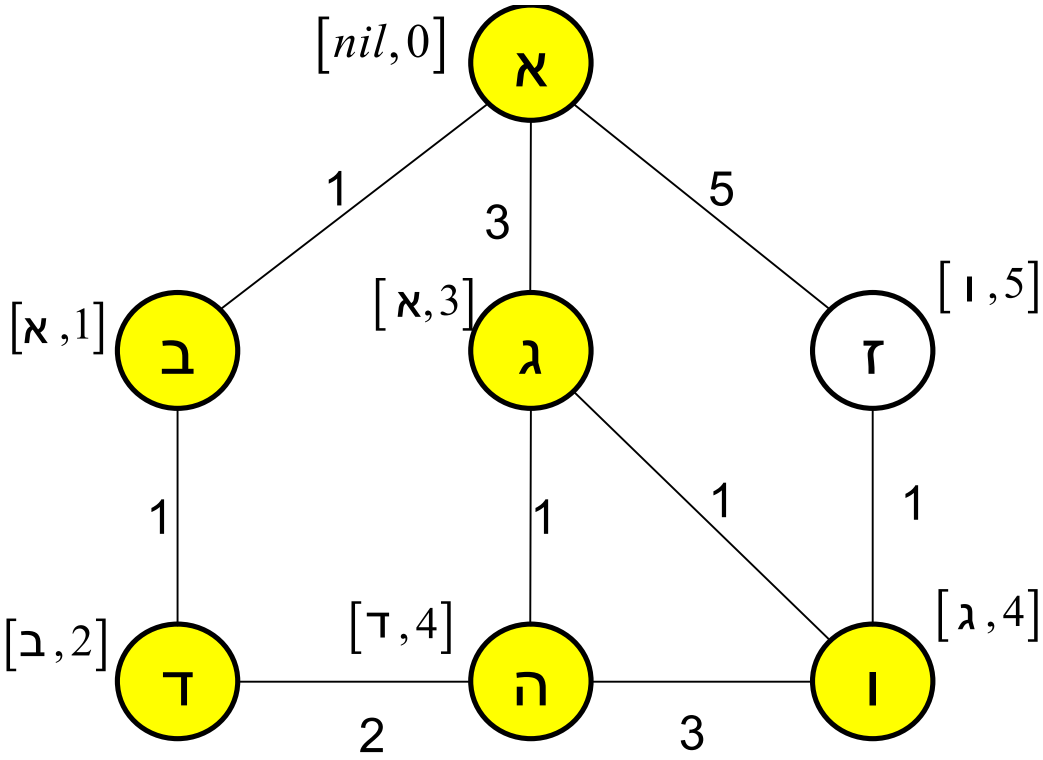
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד ה הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [4].

$$P = \{\text{ו} ,\text{ג} ,\text{ד} ,\text{ב} ,\text{א}\} \qquad T = \{ ,\text{ז} ,\text{ה}\}$$



V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

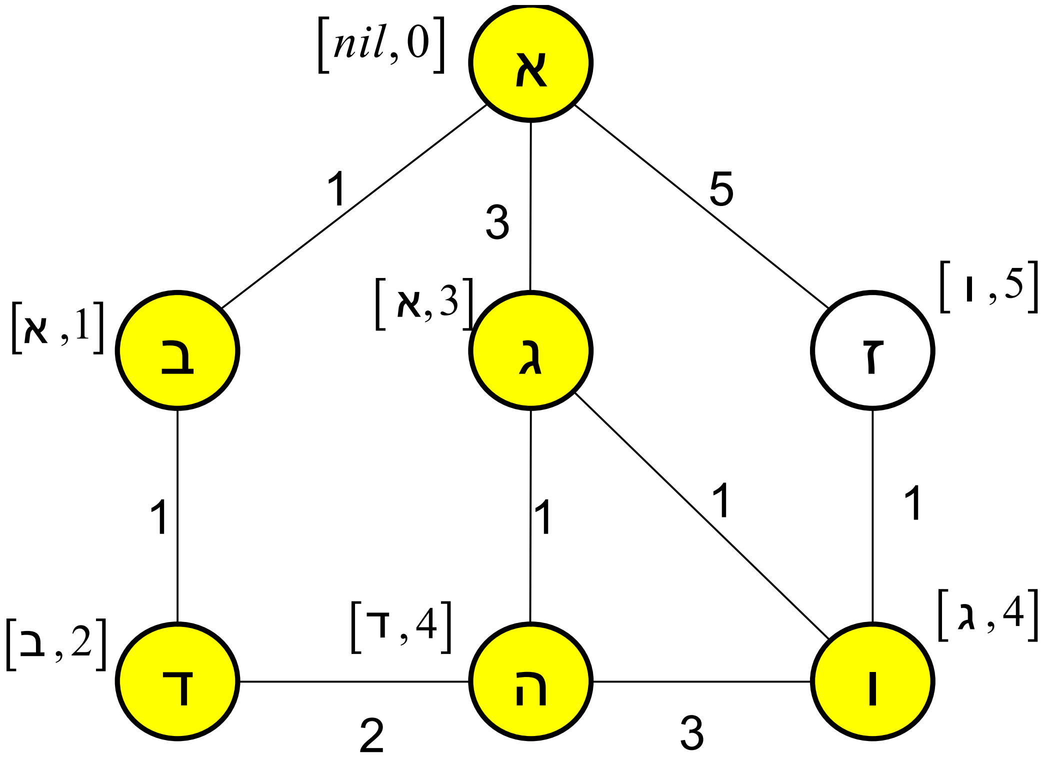
V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	ו

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע

בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר

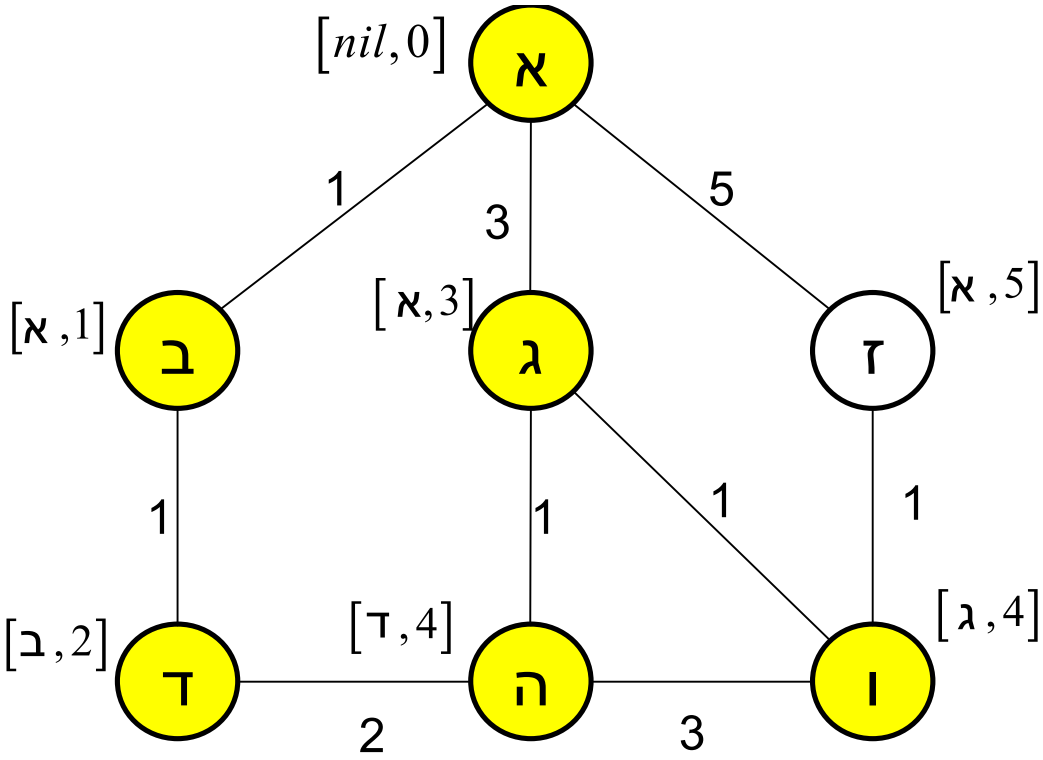
במקרה שלנו קודקוד ה הוא קודקוד K



V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	ו

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
א 4 ה ∞ ז	4	$4+\infty=\infty$	4	**אין שינוי**



V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	ו

איטרציה חדשה

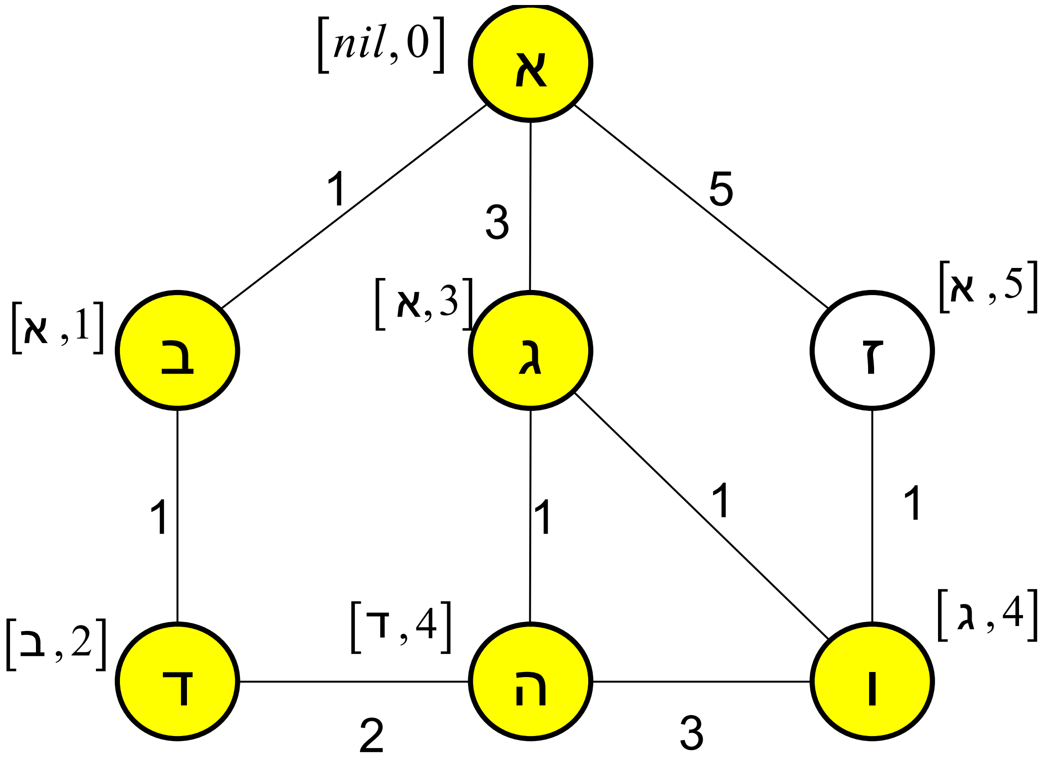
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו נשארנו רק עם קודקוד ז....

$P = \{$ ה, ו , ג ,ד ,ב א $\}$ $\quad\quad$ $T = \{$ ז $\}$



V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

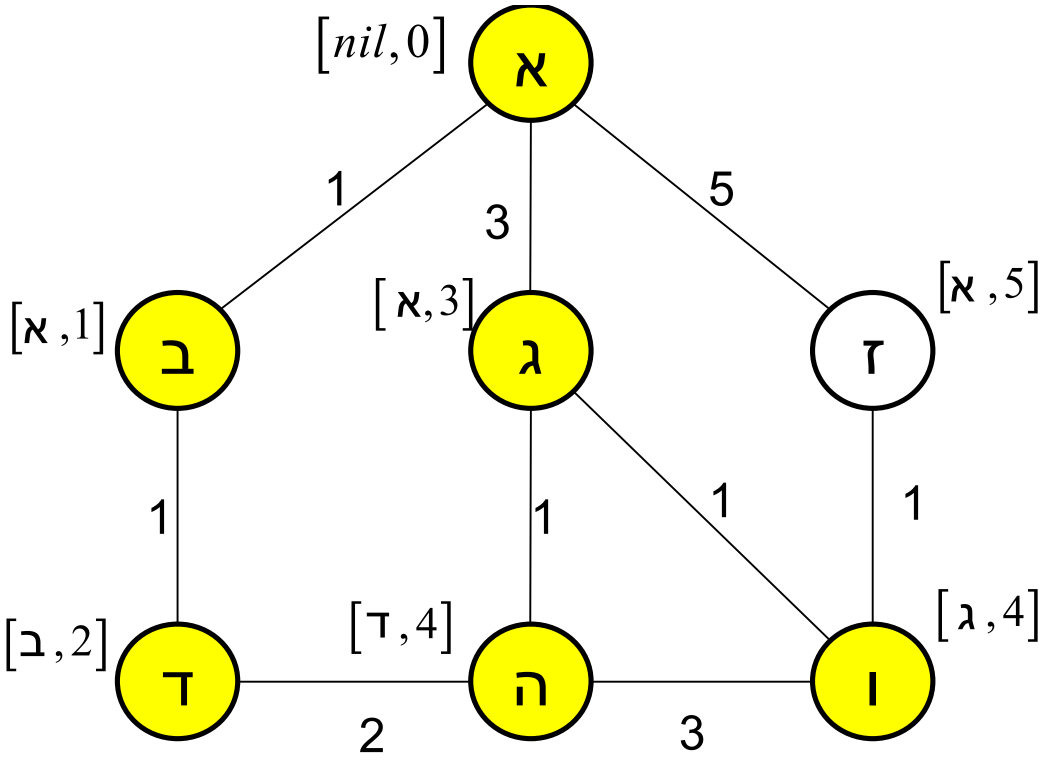
V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	ו

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע

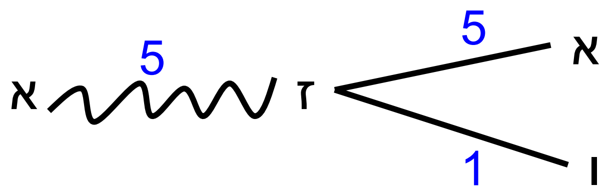
בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר

במקרה שלנו קודקוד ז הוא קודקוד K



V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	ו

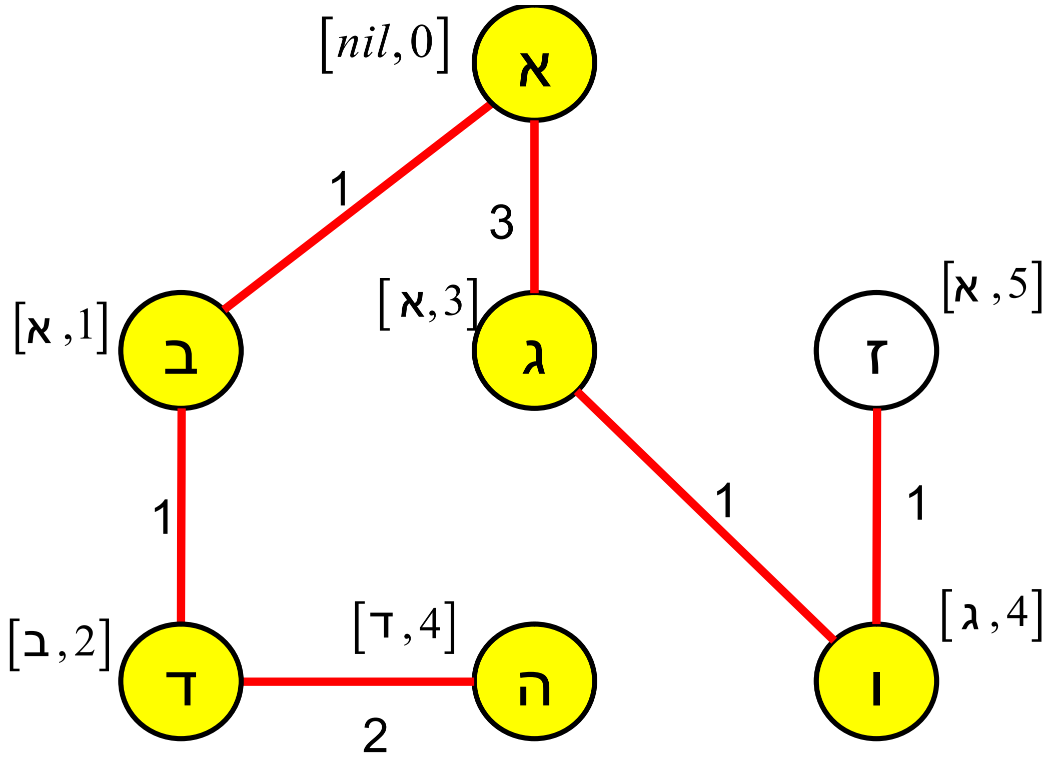


	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
	4	5+5=10	4	אין שינוי
	5	5+1=6	5	אין שינוי

קבוצת הזמניים ריקה. כל הקודקודים בקבוצת המלאים.

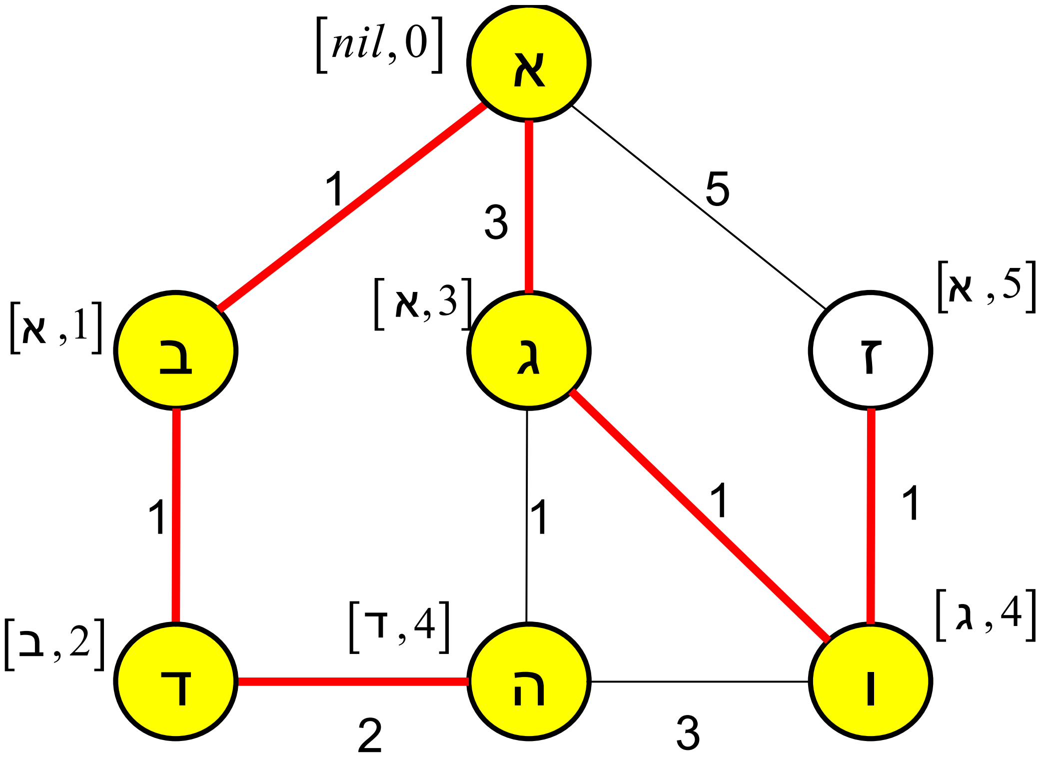
סיימנו את אלגוריתם דיקסטרה.

נבחן את התוצאה שקיבלנו:



V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

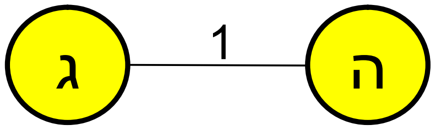
V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	ו

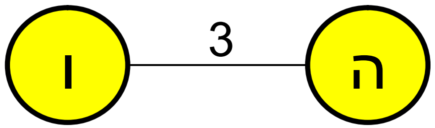


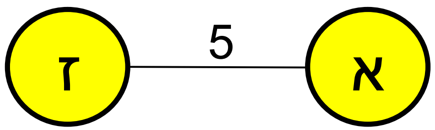
V	א	ב	ד	ג	ו	ה	ז
d[v]	0	1	2	3	4	4	5

V	א	ב	ד	ג	ה	ה	ז
Pa[v]	nil	א	ב	א	ד	ג	ו

נשים לב:

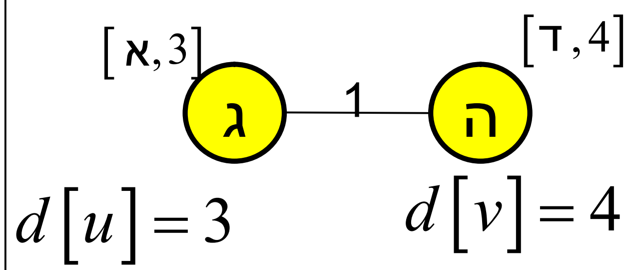
- ישנם מסלולים קצרים אחרים נוספים.
- הקשת  לא נמצאת על אף מסלול קצר.

- הקשת  לא נמצאת על אף מסלול קצר.

- הקשת  לא נמצאת על אף מסלול קצר.

- עתה ניתן לעבור על כל הקשתות ולשאול אם הן לא נמצאות על אף מסלול קצר(ניתן לדאוג לכך שהאלגוריתם של דיקסטרה יסמן את הקשתות שנמצאות במסלול קצר כלשהו).
- נניח שקשת (u,v) לא נמצאת במסלול קצר כלשהו.
- לכן נבדוק האם $d[v] = d[u] + w(u,v)$
- אם כן, נוסיף קשת זו לעץ המסלולים הקצרים.

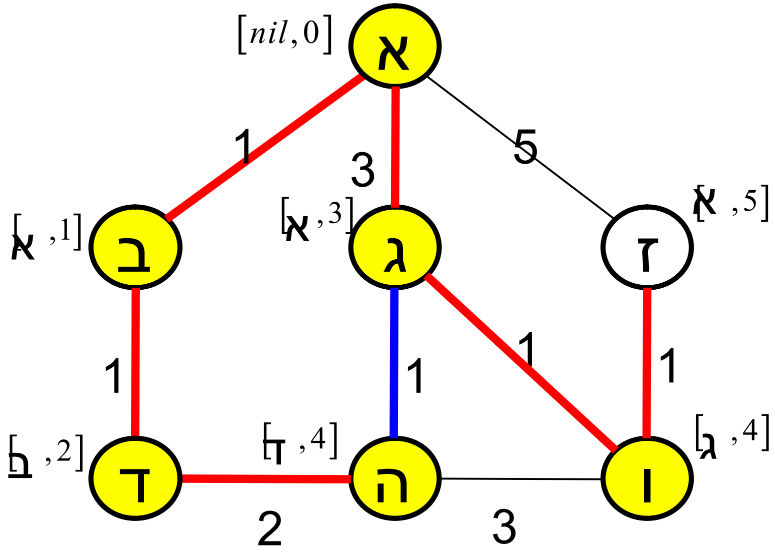
עתה נבחן כל קשת, בשאלה שלנו, שלא נמצאת על אף מסלול קצר:



האם $3+1=4$?

התשובה היא כן,

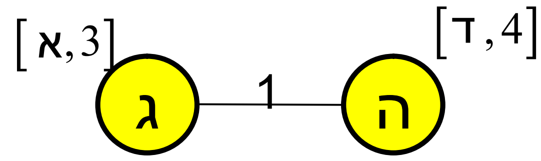
נוסיף את הקשת (ה,ג) לעץ המסלולים הקצרים



האם $3+1=4$?

התשובה היא כן,

נוסיף את הקשת (ה,ג) לעץ המסלולים הקצרים

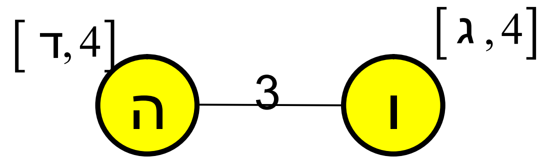


$d[u]=3$ $\quad$ $d[v]=4$

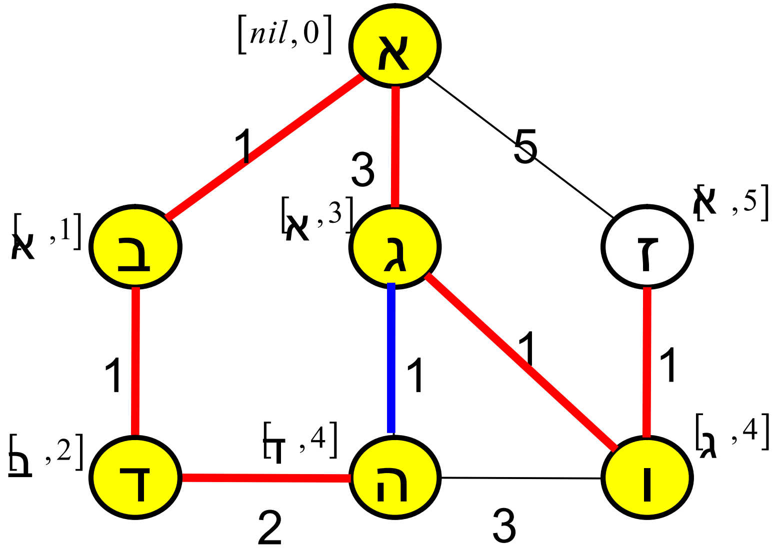
האם $3+4=4$?

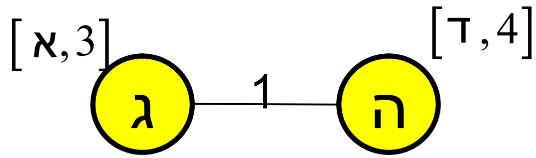
התשובה היא לא,

לא נוסיף את הקשת (ו,ג) לעץ המסלולים הקצרים



$d[u]=4$ $\quad$ $d[v]=4$



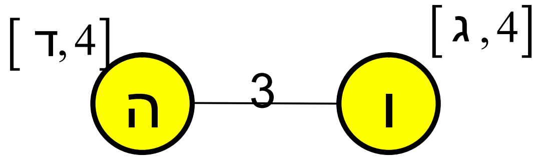


$d[u]=3$ $d[v]=4$

האם $3+1=4$?

התשובה היא כן,

נוסיף את הקשת (ה,ג) לעץ המסלולים הקצרים

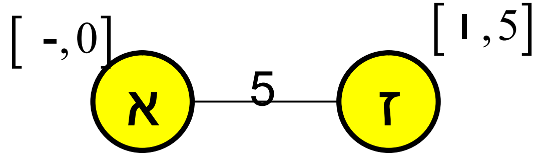


$d[u]=4$ $d[v]=4$

האם $3+4=4$?

התשובה היא לא,

לא נוסיף את הקשת (ו,ג) לעץ המסלולים הקצרים

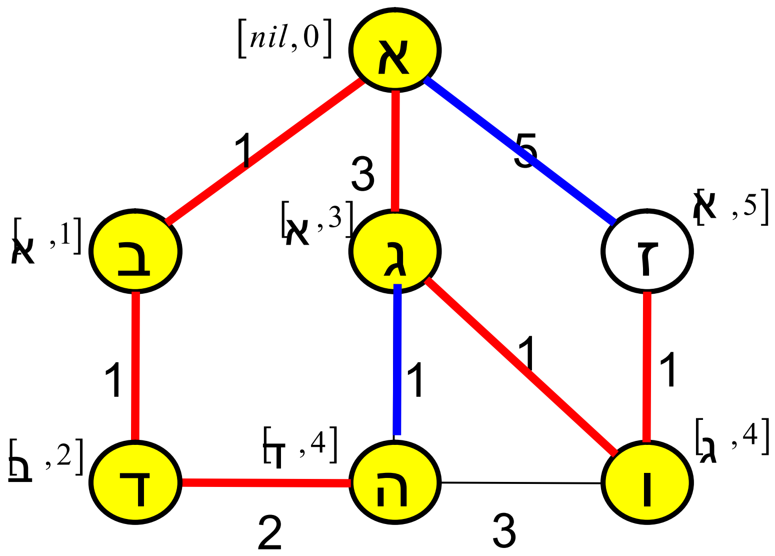


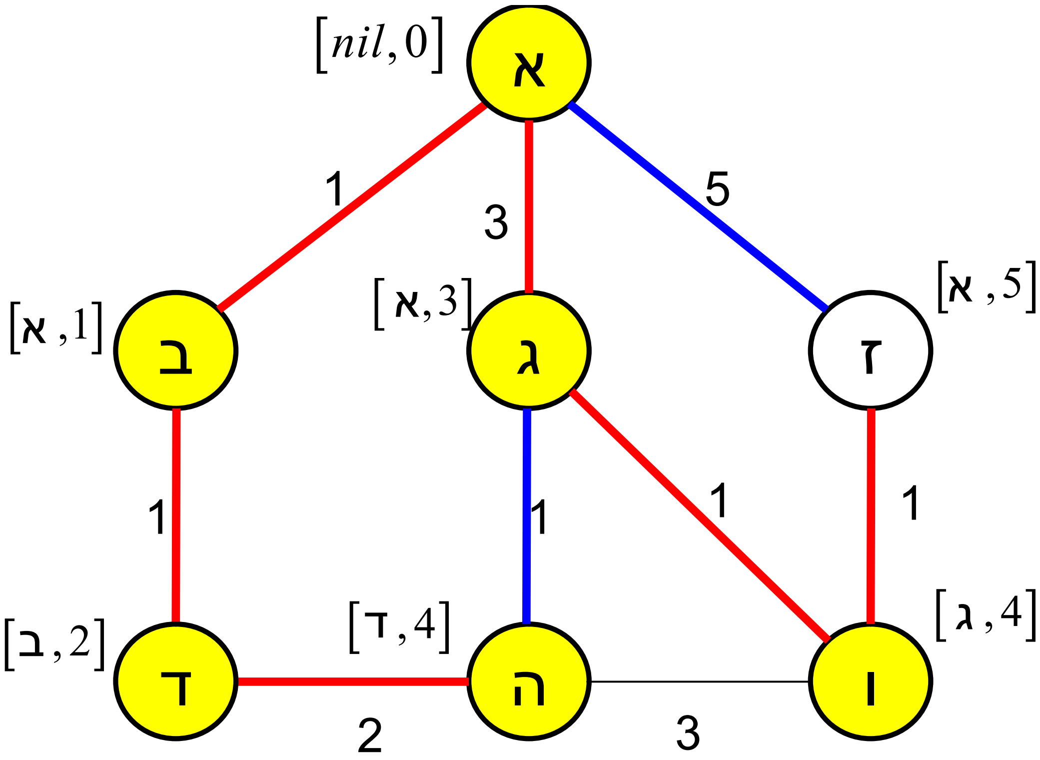
$d[u]=0$ $d[v]=5$

האם $0+5=5$?

התשובה היא כן,

נוסיף את הקשת (ז,א) לעץ המסלולים הקצרים





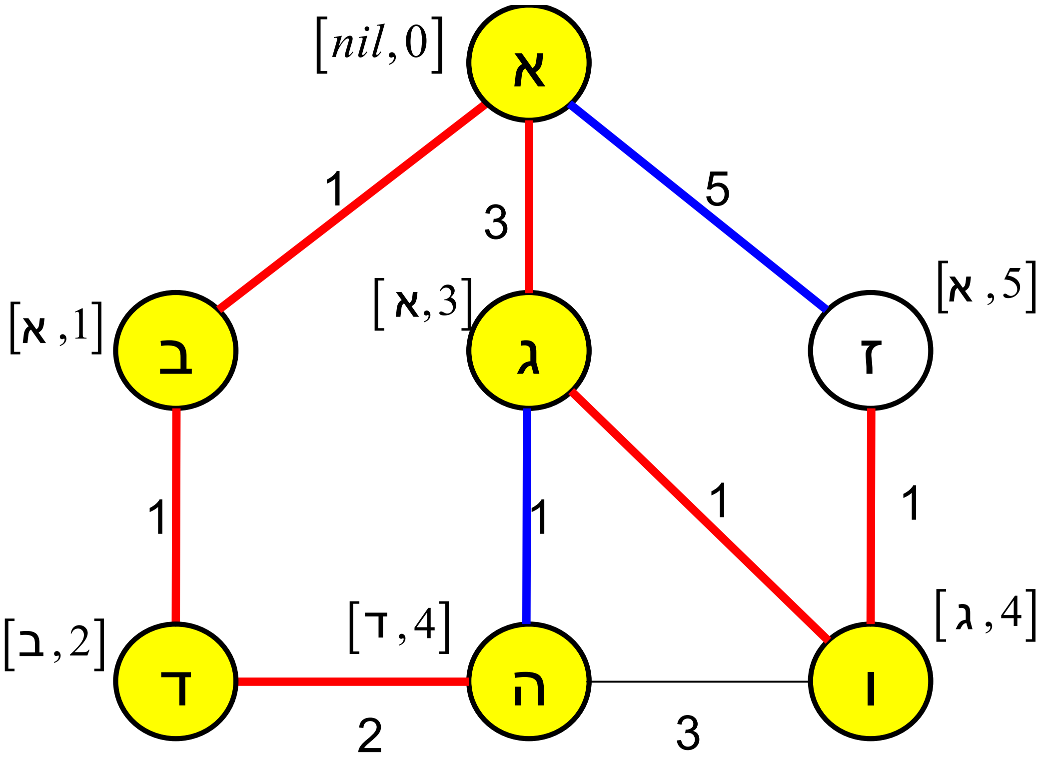
קיבלנו תת גרף המתאר
את כל המסלולים הקצרים
האפשריים

להלן הסדרות האפשריות בהם יוצאים הקודקודים מהתור
(המממש את קבוצת הקודקודים הזמניים T)הם:

א ב ד ה ג ו ז (זה מה שניתן ע"י דיקסטרה)

או

א ב ד ג ה ו ז



בדבר השאלה האם סדרת הקודקודים הבאה מהווה מסלול מינימאלי??

א. א ב ד ג ו ה ז - לא

ב. א ב ד ג ה ו ז - כן

ג. א ב ג ז ד ה ו - לא

תרגיל מספר 3:

3. הריצו את אלגוריתם דיקסטרה על הקלט הבאה:

קלט: רשימות סמיכות של גרף מכוון+משקולת.

(המשקל של קשת מצוין במקום המתאים ברשימת הסמיכות בין סוגריים עגולים).

A	E(0) D(1)
B	C(1)
C	B(2) E(0)
D	C(2) F(1)
E	B(6)
F	C(1) D(3)

קדקוד מקור הוא A .

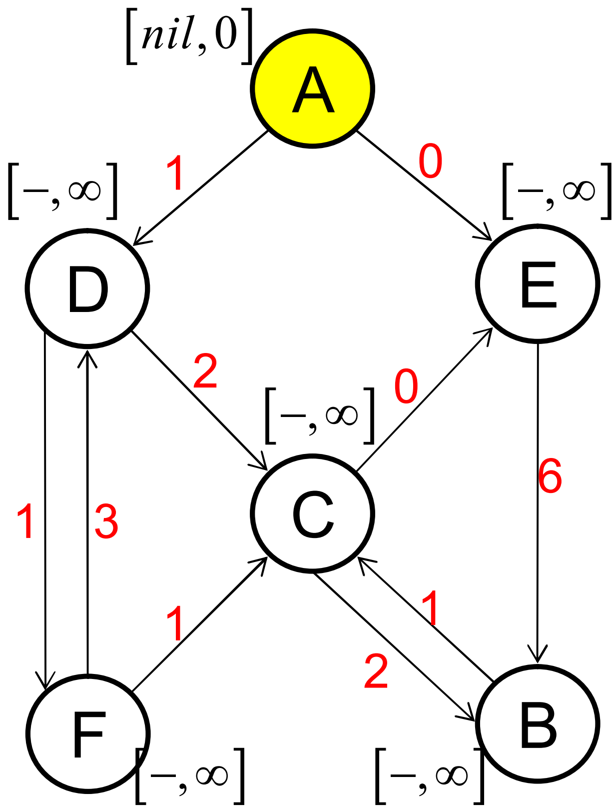
לאחר ההרצה, ציירו את עץ המסלולים הקצרים שהתקבל.

הוסיפו במקווקו את הקשתות שנמצאות בגרף אך אינן בעץ.

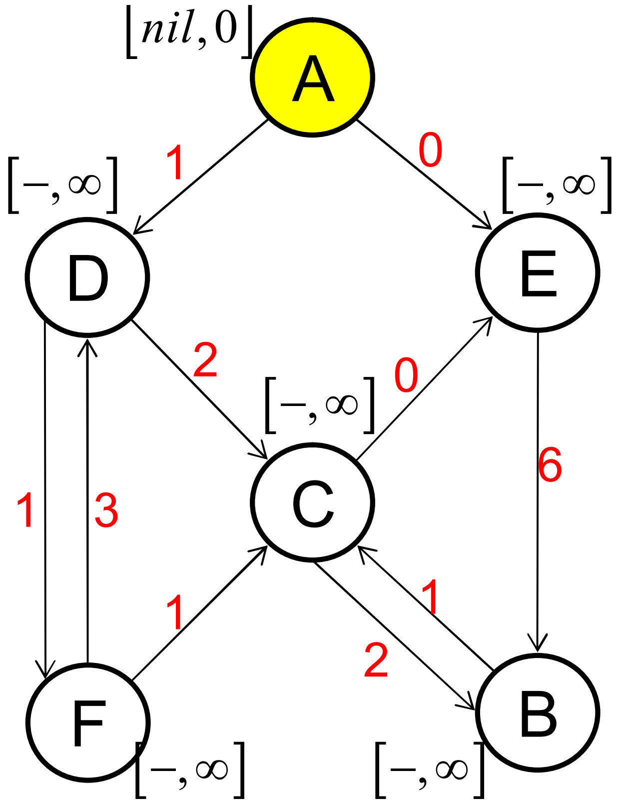
<u>טבלת הרצה לשאלה 3</u>

A	E(0) D(1)
B	C(1)
C	B(2) E(0)
D	C(2) F(1)
E	B(6)
F	C(1) D(3)

ראשית: זהו גרף מכוון – מתוך טבלת הסמיכות



מס' איטרציה	קדקד מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
לפני 1		A	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1			0					
2								
3								
4								
5								
6								



$$P = \{\ \}$$

$$T = \{A, B, C, D, E\}$$

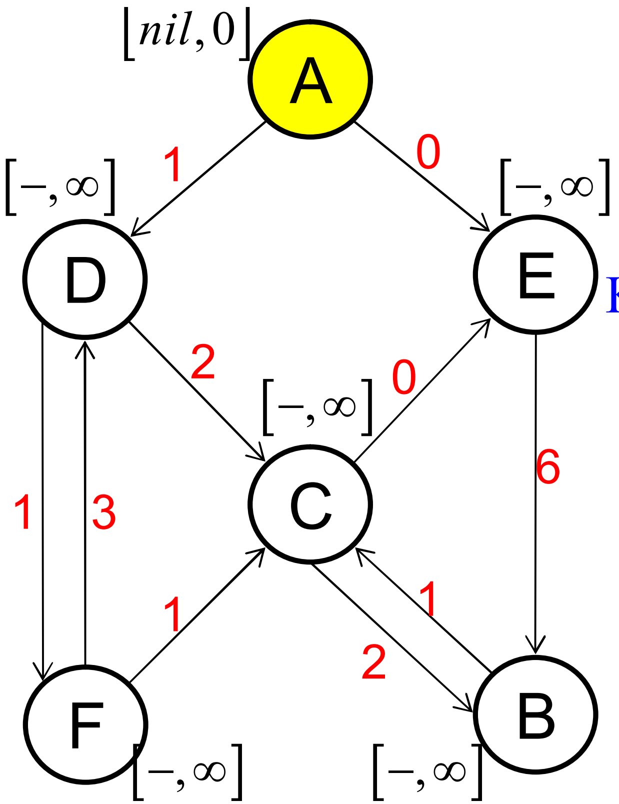
איטרציה מספר 1

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד A הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0].

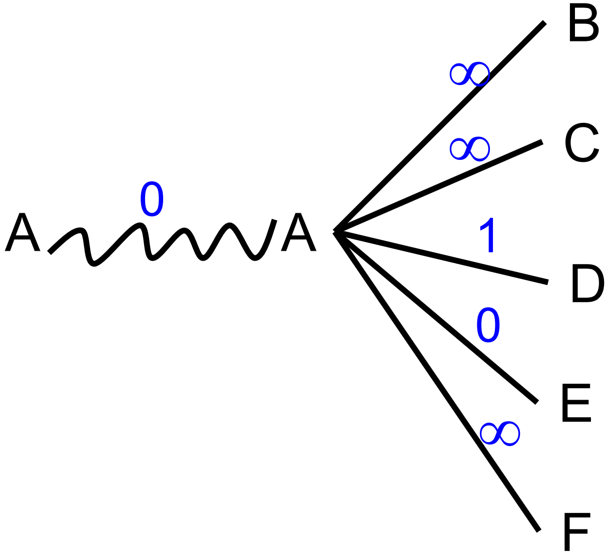


צעד מספר 2:

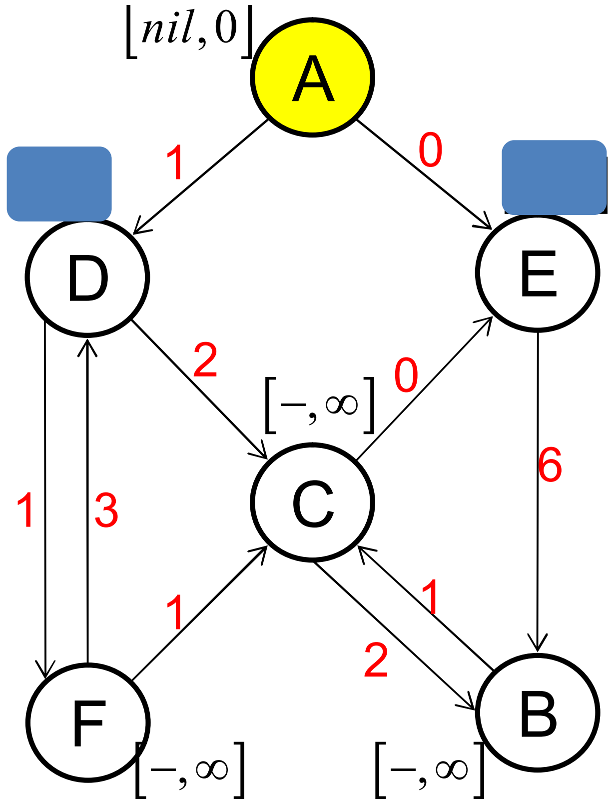
בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד A הוא קודקוד K

V	A	B	C	D	E	F
d[v]	0	∞	∞	∞	∞	∞

V	A	B	C	D	E	F
Pa[v]	nil	-	-	-	-	-

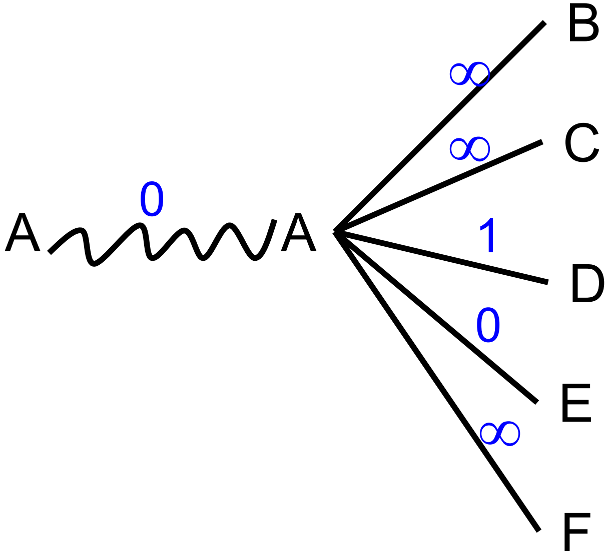


	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞
יש שינוי – האבא של D הוא A	1	0+1=1	∞
יש שינוי – האבא של E הוא A	0	0+0=0	∞
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞

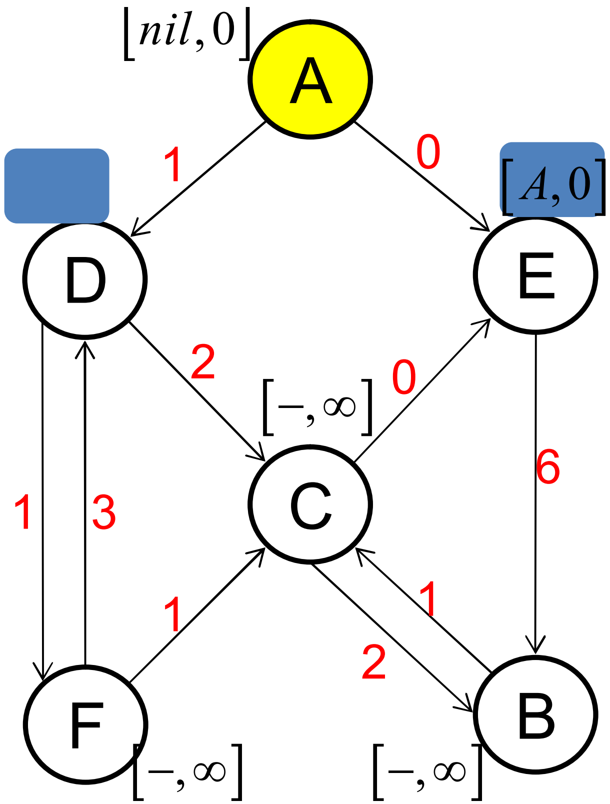


V	A	B	C	D	E	F
d[v]	0	∞	∞	1	0	∞

V	A	B	C	D	E	F
Pa[v]	nil	-	-	A	A	-

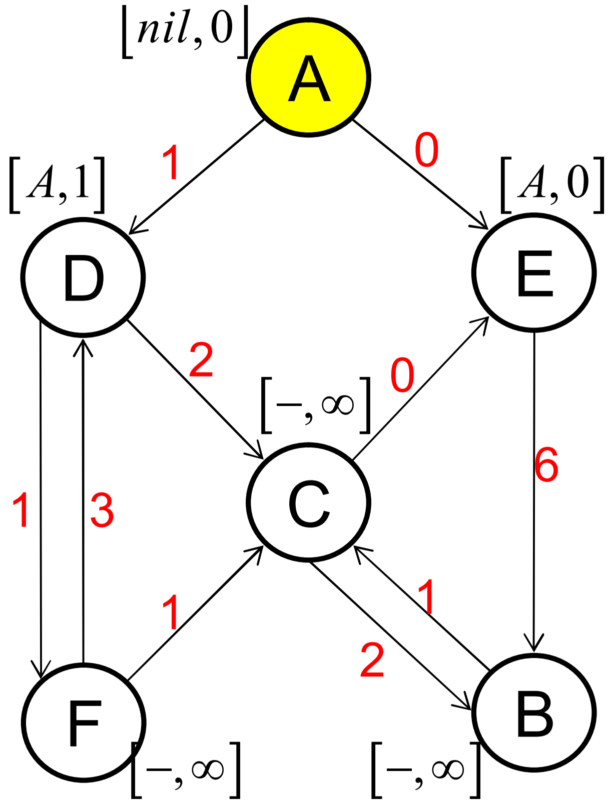


	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
B	∞	$0+\infty=\infty$	∞	<u>אין שינוי</u>
C	∞	$0+\infty=\infty$	∞	<u>אין שינוי</u>
D	∞	0+1=1	1	<u>יש שינוי –</u> <u>האבא של D הוא A</u>
E	∞	0+0=0	0	<u>יש שינוי –</u> <u>האבא של E הוא A</u>
F	∞	$0+\infty=\infty$	∞	<u>אין שינוי</u>



להלן מצב הטבלא עם סיום איטרציה זו:

מס' איטרציה	קדקד מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
לפני 1		A	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1	A	ED	0	∞	∞	1	0	∞
2								
3								
4								
5								
6								



V	A	B	C	D	E	F
d[v]	0	∞	∞	1	0	∞

V	A	B	C	D	E	F
Pa[v]	nil	-	-	A	A	-

$$P = \{A\}$$

$$T = \{B, C, D, E\}$$

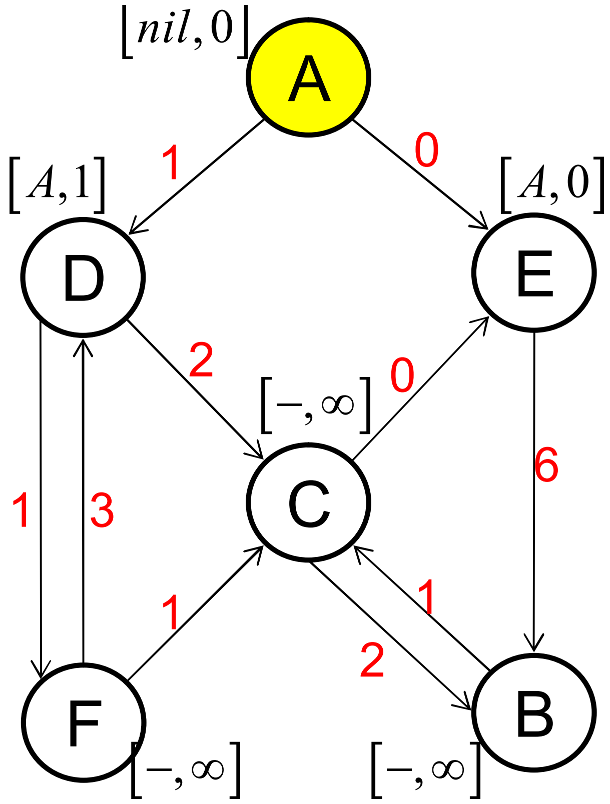
איטרציה מספר 2

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד E הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0].



V	A	E	C	D	B	F
d[v]	0	0	∞	1	∞	∞

V	A	E	C	D	B	F
Pa[v]	nil	A	-	A	-	-

$$P = \{A, E\}$$

$$T = \{B, C, D\}$$

איטרציה מספר 2

צעד מספר 1:

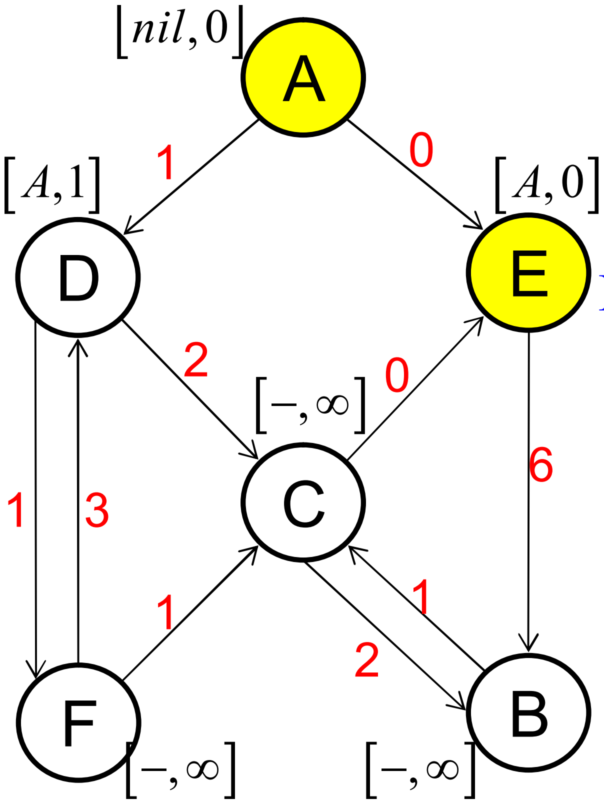
מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד E הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0].

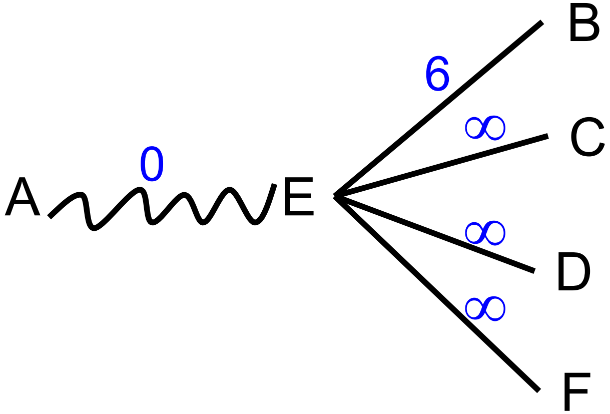
צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד A הוא קודקוד K

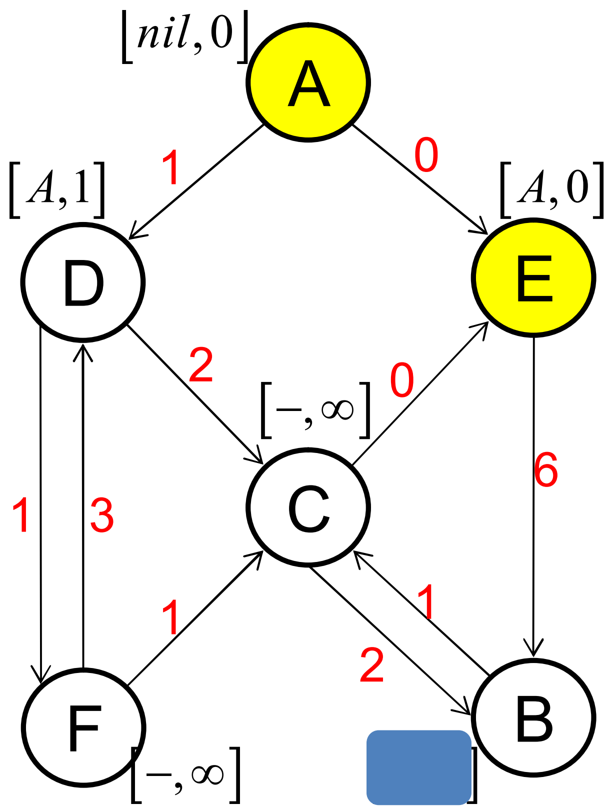


V	A	E	C	D	B	F
d[v]	0	0	∞	1	∞	∞

V	A	E	C	D	B	F
Pa[v]	nil	A	-	A	-	-

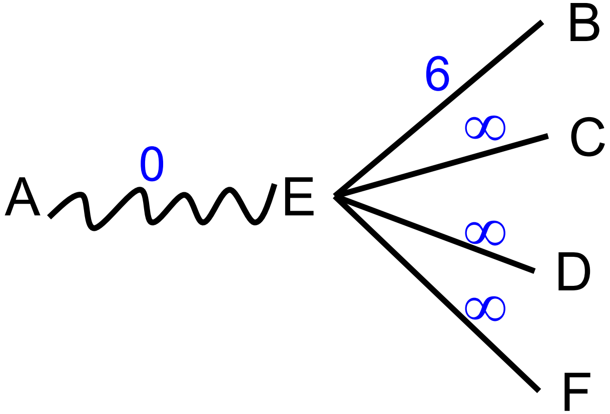


	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
יש שינוי – האבא של B הוא E	6	0+6=6	∞
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞
אין שינוי	1	$0+\infty=\infty$	1
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞

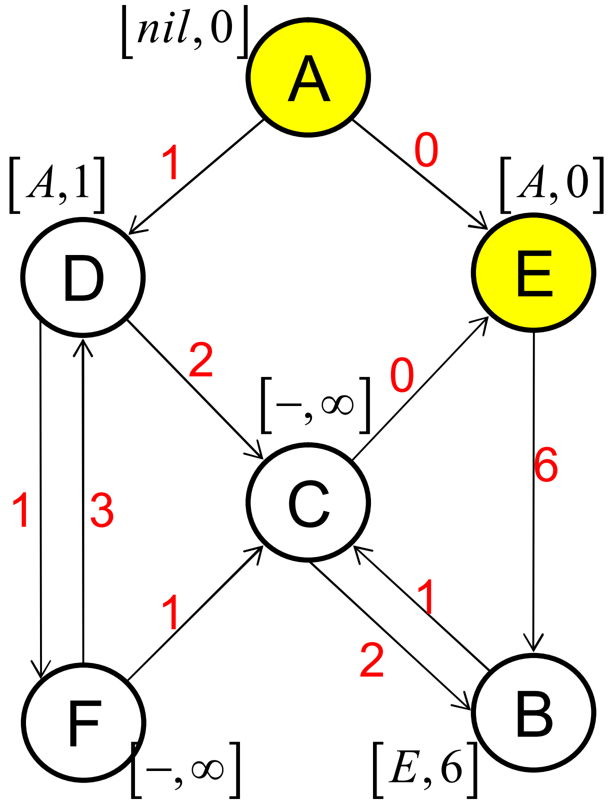


V	A	E	C	D	B	F
d[v]	0	**0**	∞	**1**	**6**	∞

V	A	E	C	D	B	F
Pa[v]	nil	**A**	**-**	**A**	**E**	**-**



אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
∞	0+6=6	6	**<u>יש שינוי – האבא של B הוא E</u>**
∞	$0+\infty=\infty$	∞	**<u>אין שינוי</u>**
1	$0+\infty=\infty$	1	**<u>אין שינוי</u>**
∞	$0+\infty=\infty$	∞	**<u>אין שינוי</u>**

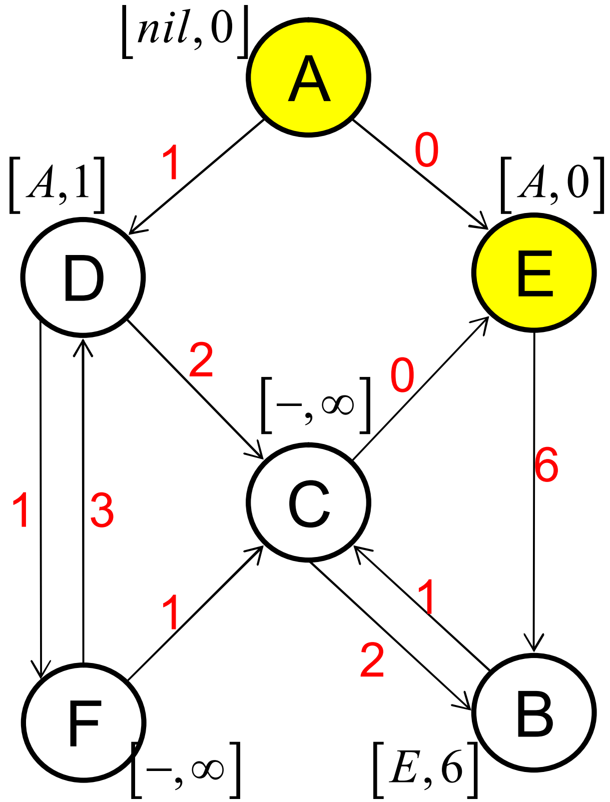


V	A	E	C	D	B	F
d[v]	0	0	∞	1	6	∞

V	A	E	C	D	B	F
Pa[v]	nil	A	-	A	E	-

להלן מצב הטבלא עם סיום איטרציה זו:

מס' איטרציה	קדקד מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
לפני 1		A	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1	A	ED	0	∞	∞	1	0	∞
2	E	DB	0	6	∞	1	0	∞
3								
4								
5								
6								



V	A	E	C	D	B	F
d[v]	0	0	∞	1	6	∞

V	A	E	C	D	B	F
Pa[v]	nil	A	-	A	E	-

$$P = \{A, E\}$$

$$T = \{B, C, D, F\}$$

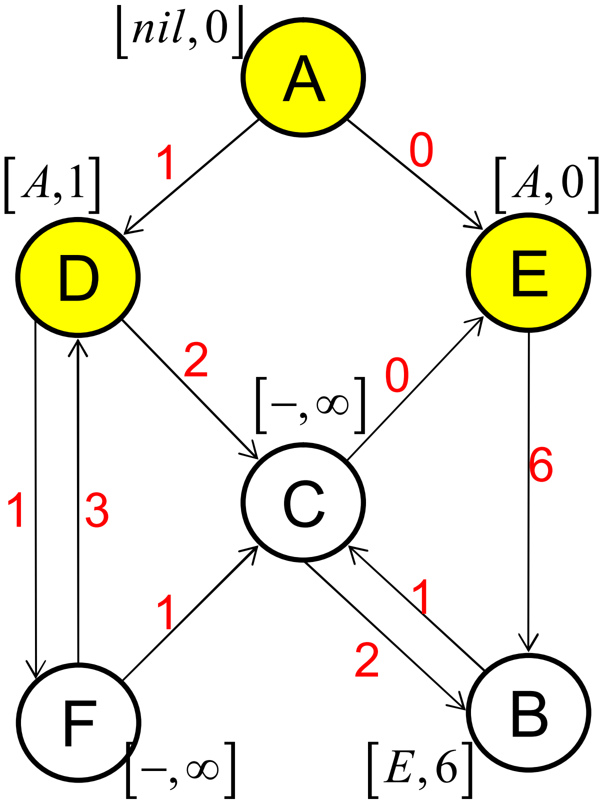
איטרציה מספר 3

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד D הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [1].



V	A	E	D	C	B	F
d[v]	0	0	1	∞	6	∞

V	A	E	D	C	B	F
Pa[v]	nil	A	A	-	E	-

$$P=\{A,E,D\}$$

$$T=\{B,C,F\}$$

איטרציה מספר 3

צעד מספר 1:

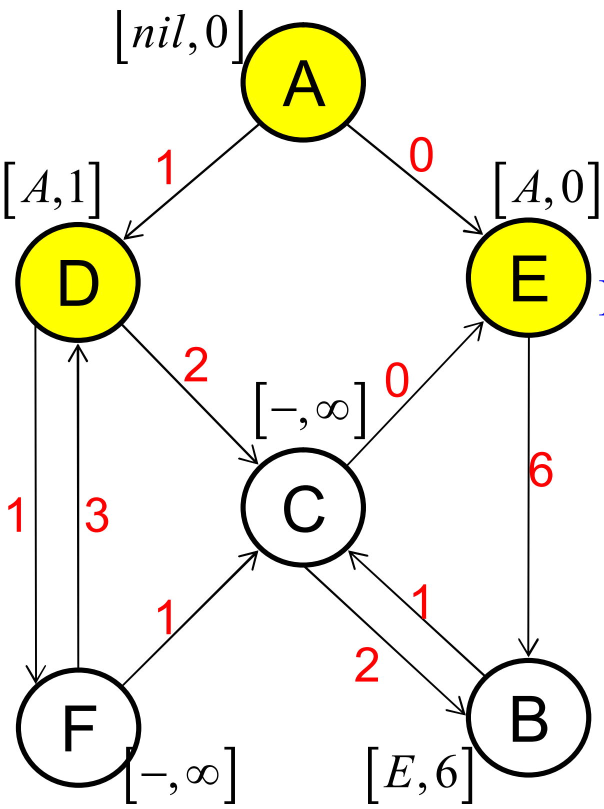
מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד D הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [1].

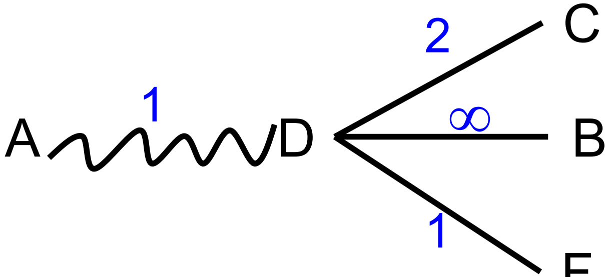
<u>צעד מספר 2:</u>

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד D הוא קודקוד K

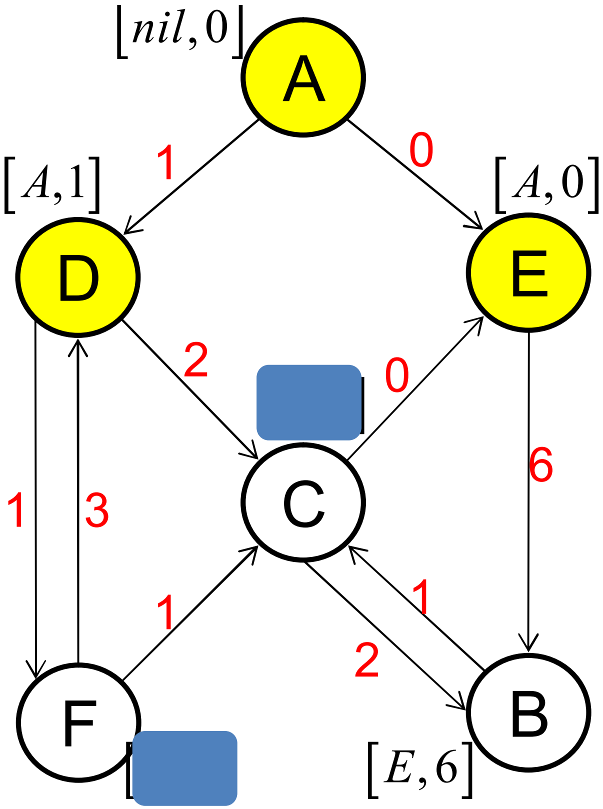


V	A	E	D	C	B	F
d[v]	0	0	1	∞	6	∞

V	A	E	D	C	B	F
Pa[v]	nil	A	A	-	E	-

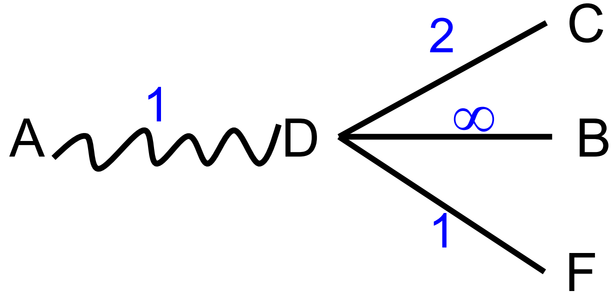


	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
<u>יש שינוי – האבא של C הוא D</u>	3	$1+2=3$	∞
<u>אין שינוי</u>	6	$1+\infty=\infty$	6
<u>יש שינוי – האבא של F הוא D</u>	2	$1+1=2$	∞

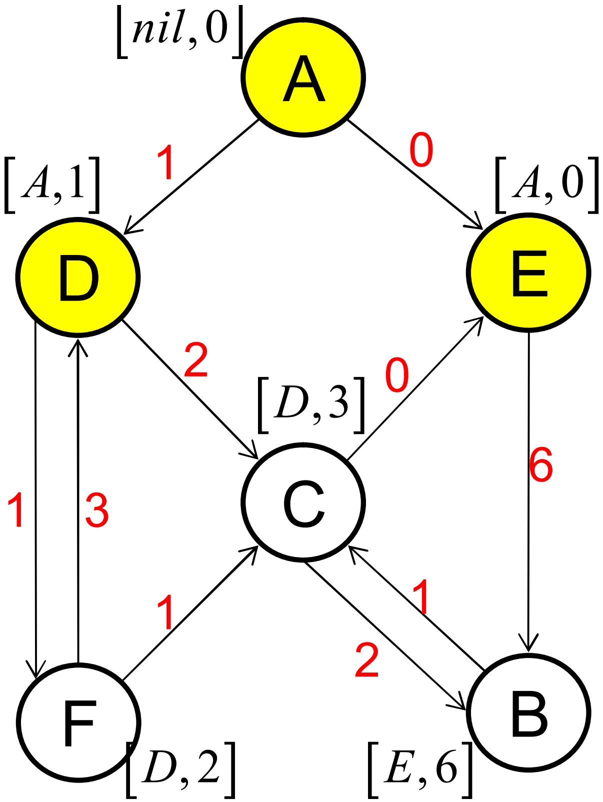


V	A	E	D	C	B	F
d[v]	0	0	1	3	6	2

V	A	E	D	C	B	F
Pa[v]	nil	A	A	D	E	D



אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
∞	$1+2=3$	3	**יש שינוי – האבא של C הוא D**
6	$1+\infty=\infty$	6	**אין שינוי**
∞	$1+1=2$	2	**יש שינוי – האבא של F הוא D**

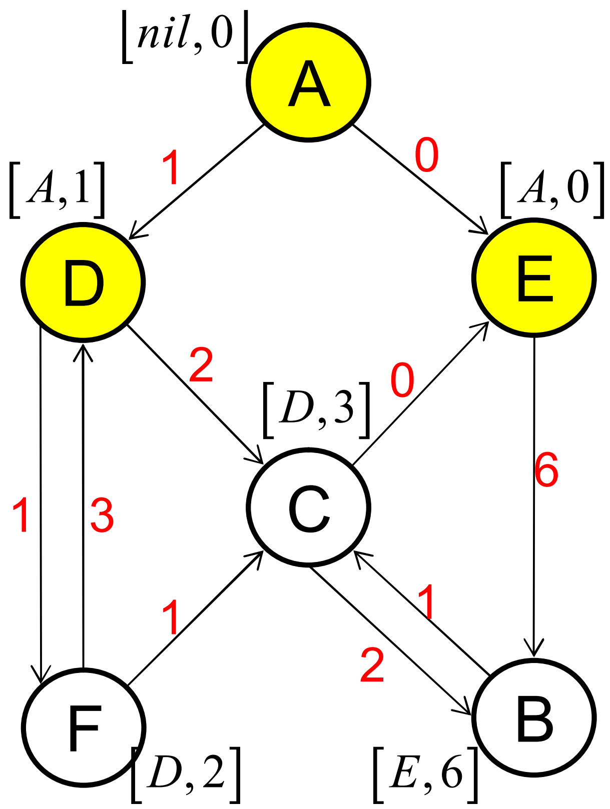


V	A	E	D	C	B	F
d[v]	0	0	1	3	6	2

V	A	E	D	C	B	F
Pa[v]	nil	A	A	D	E	D

להלן מצב הטבלא עם סיום איטרציה זו:

מס' איטרציה	קדקד מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
לפני 1		A	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1	A	ED	0	∞	∞	1	0	∞
2	E	DB	0	6	∞	1	0	∞
3	D	BCF	0	6	3	1	0	2
4								
5								
6								



V	A	E	D	C	B	F
d[v]	0	0	1	3	6	2

V	A	E	D	C	B	F
Pa[v]	nil	A	A	D	E	D

$$P=\{A,E,D\}$$

$$T=\{B,C,F\}$$

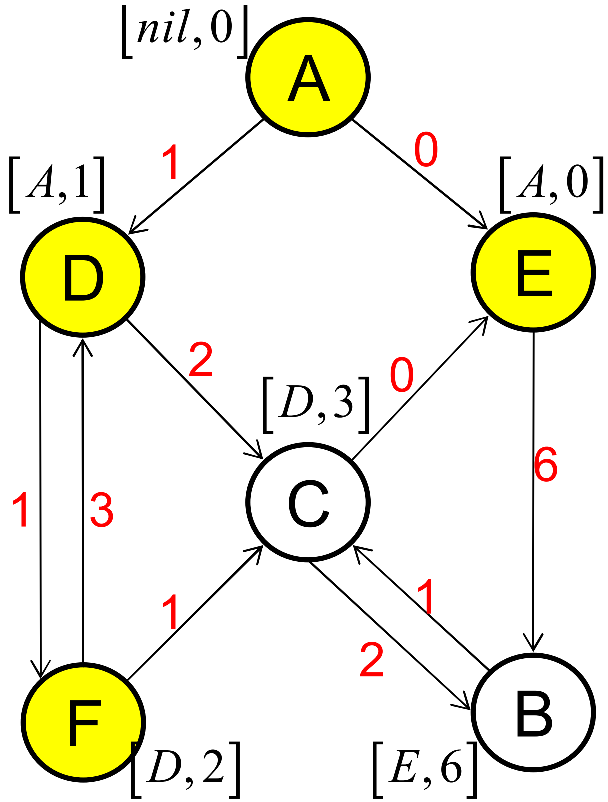
איטרציה מספר 4

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד F הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי.[2]



V	A	E	D	F	B	C
d[v]	0	**0**	**1**	**2**	**6**	**3**

V	A	E	D	F	B	C
Pa[v]	nil	**A**	**A**	**D**	**E**	**D**

$$P = \{A, E, D, F\}$$

$$T = \{B, C\}$$

איטרציה מספר 4

צעד מספר 1:

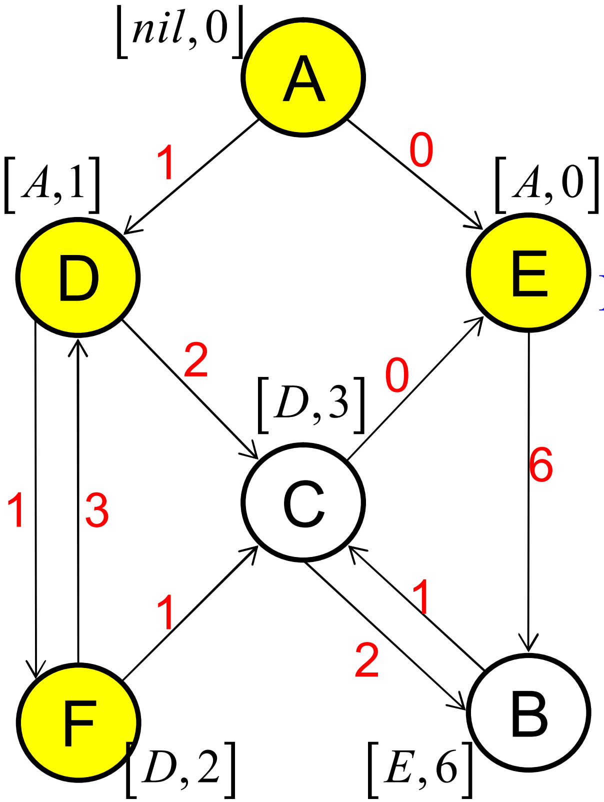
מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד F הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [2].

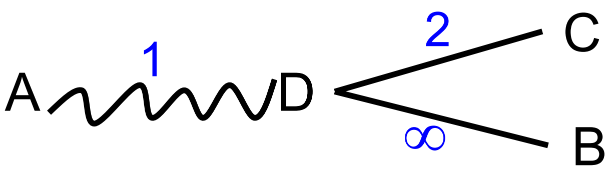
צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד D הוא קודקוד K

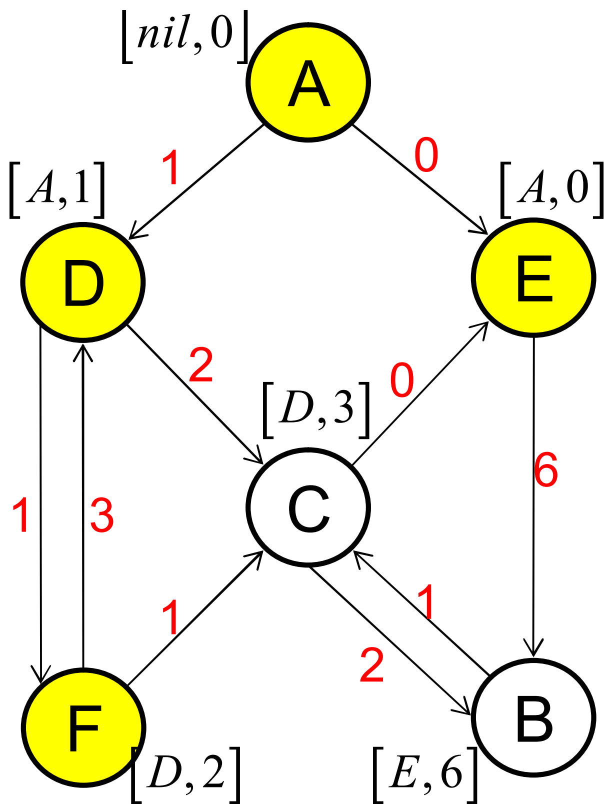


V	A	E	D	F	B	C
d[v]	0	0	1	2	6	3

V	A	E	D	F	B	C
Pa[v]	nil	A	A	D	E	D



	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
C	3	1+2=3	3	**אין שינוי**
B	6	$1+\infty=\infty$	6	**אין שינוי**

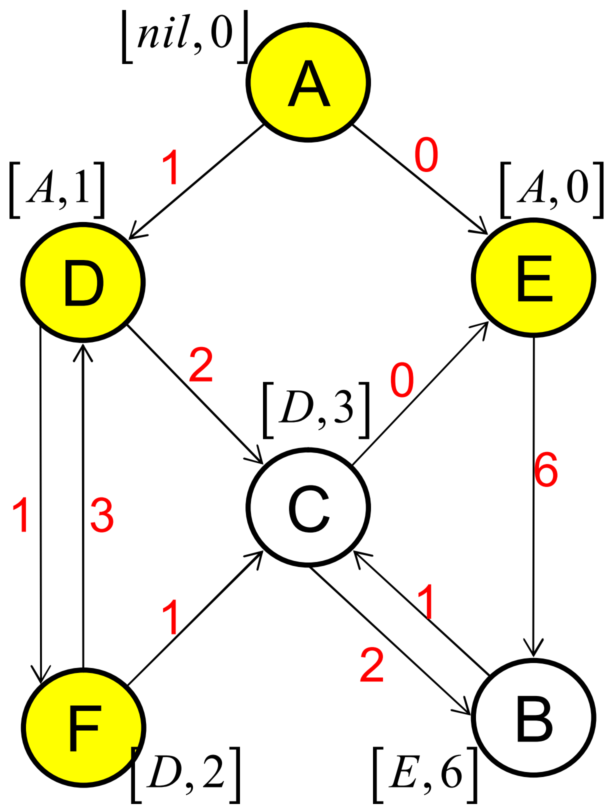


V	A	E	D	F	B	C
d[v]	0	0	1	2	6	3

V	A	E	D	F	B	C
Pa[v]	nil	A	A	D	E	D

להלן מצב הטבלא עם סיום איטרציה זו:

מס' איטרציה	קדקד מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
לפני 1		A	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1	A	ED	0	∞	∞	1	0	∞
2	E	DB	0	6	∞	1	0	∞
3	D	BCF	0	6	3	1	0	2
4	F	BC	0	6	3	1	0	2
5								
6								



V	A	E	D	F	B	C
d[v]	0	0	1	2	6	3

V	A	E	D	F	B	C
Pa[v]	nil	A	A	D	E	D

$$P = \{A, E, D, F\}$$

$$T = \{B, C\}$$

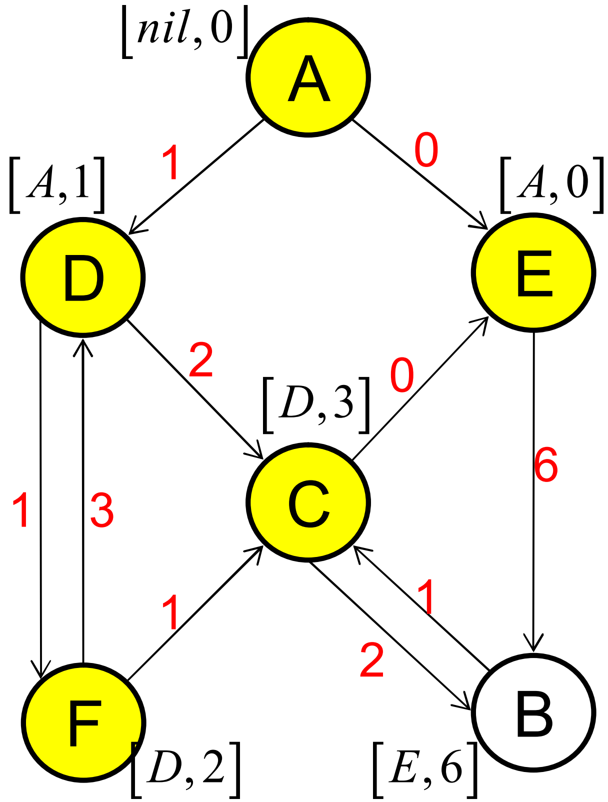
<u>איטרציה מספר 5</u>

<u>צעד מספר 1:</u>

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד C הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [3].



V	A	E	D	F	C	B
d[v]	0	0	1	2	3	6

V	A	E	D	F	C	B
Pa[v]	nil	A	A	D	D	E

$$P = \{A, E, D, F, C\}$$

$$T = \{B\}$$

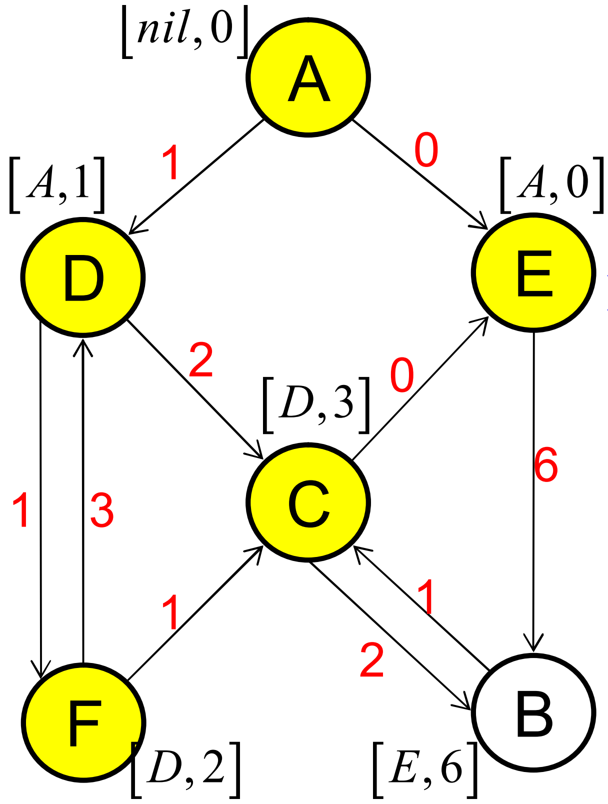
איטרציה מספר 5

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד C הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [3].

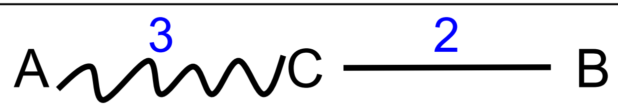


צעד מספר 2:

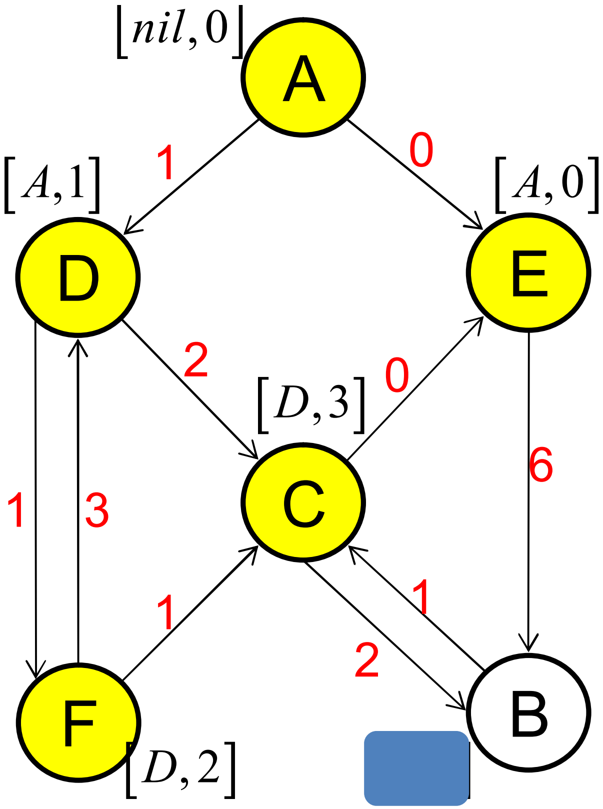
בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K, שנקבע בצעד הראשון, מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד C הוא קודקוד K

V	A	E	D	F	C	B
d[v]	0	**0**	**1**	**2**	**3**	**6**

V	A	E	D	F	C	B
Pa[v]	nil	**A**	**A**	**D**	**D**	**E**

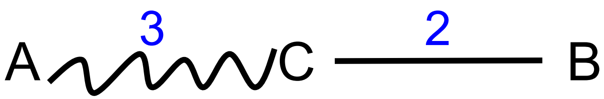


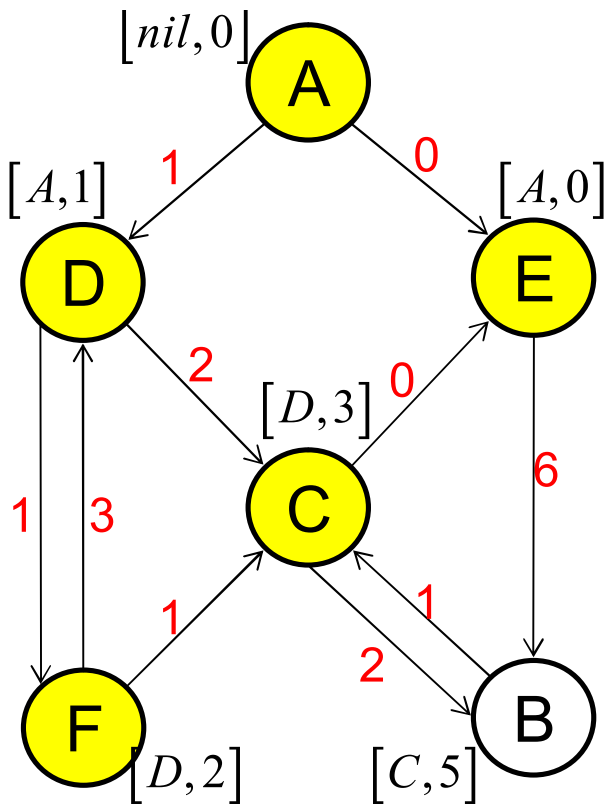
אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
6	3+2=5	5	**יש שינוי –** **האבא של B הוא C**



V	A	E	D	F	C	B
d[v]	0	**0**	**1**	**2**	**3**	**5**

V	A	E	D	F	C	B
Pa[v]	nil	**A**	**A**	**D**	**D**	**C**

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
	6	3+2=5	5	**יש שינוי – האבא של B הוא C**

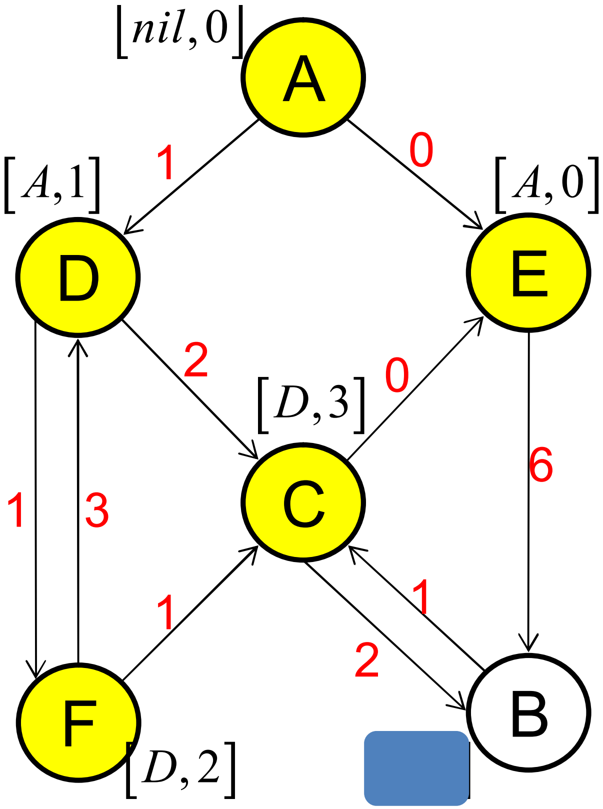


V	A	E	D	F	C	B
d[v]	0	**0**	**1**	**2**	**3**	**5**

V	A	E	D	F	C	B
Pa[v]	nil	**A**	**A**	**D**	**D**	**C**

להלן מצב הטבלא עם סיום איטרציה זו:

מס' איטרציה	קדקד מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
לפני 1		A	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1	A	ED	0	∞	∞	1	0	∞
2	E	DB	0	6	∞	1	0	∞
3	D	BCF	0	6	3	1	0	2
4	F	BC	0	6	3	1	0	2
5	C	B	0	5	3	1	0	2
6								



V	A	E	D	F	C	B
d[v]	0	**0**	**1**	**2**	**3**	**5**

V	A	E	D	F	C	B
Pa[v]	nil	**A**	**A**	**D**	**D**	**C**

$$P = \{A, E, D, F, C\}$$

$$T = \{B\}$$

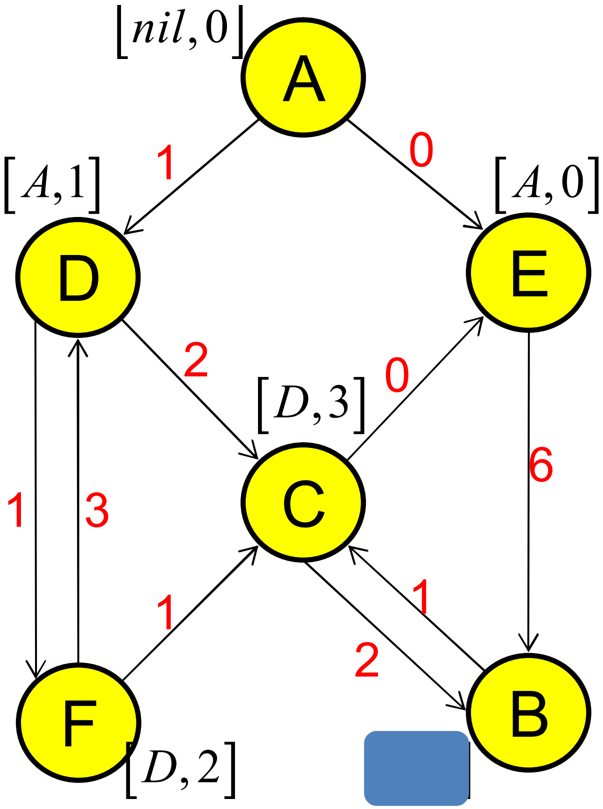
איטרציה מספר 6

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד B הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [6]. גם היחיד....



V	A	E	D	F	C	B
d[v]	0	0	1	2	3	5

V	A	E	D	F	C	B
Pa[v	nil	A	A	D	D	C

$$P = \{ A, E, D, F, C, B \}$$

$$T = \{ \phi \}$$

איטרציה מספר 6

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

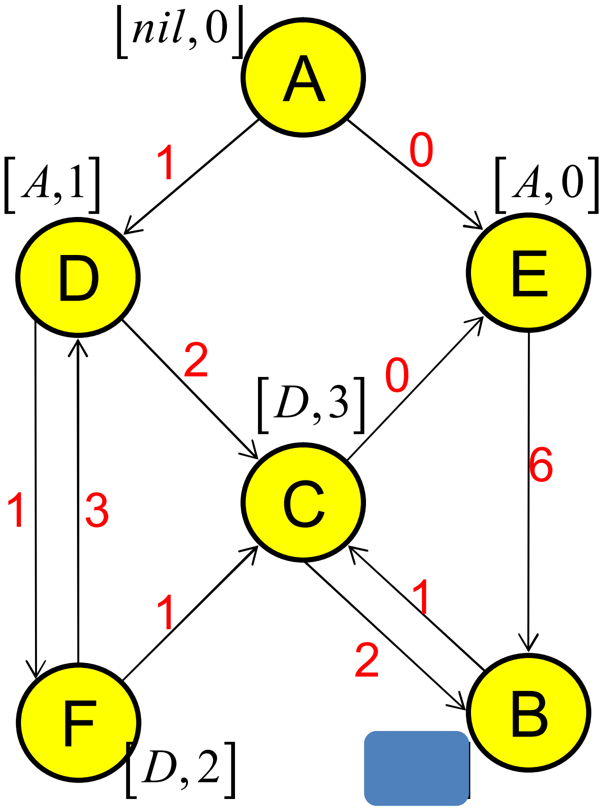
(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד B הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [6]. גם היחיד....

צעד מספר 2 :

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד C הוא קודקוד K

אין כבר מה לשפר



להלן מצב הטבלא עם סיום איטרציה זו:
למעשה סיום האלגוריתם

מס' איטרציה	קדקד מטופל (u)	תוכן התור	d[A]	d[B]	d[C]	d[D]	d[E]	d[F]
לפני 1		A						
1	A	ED	0			1	0	
2	E	DB	0	6		1	0	
3	D	BCF	0	6	3	1	0	2
4	F	BC	0	6	3	1	0	2
5	C	B	0	5	3	1	0	2
6	B	-	0	5	3	1	0	2
סופית		-	0	5	3	1	0	2

$$P = \{A, E, D, F, C, B\}$$

$$T = \{\phi\}$$

תרגיל מספר 4:

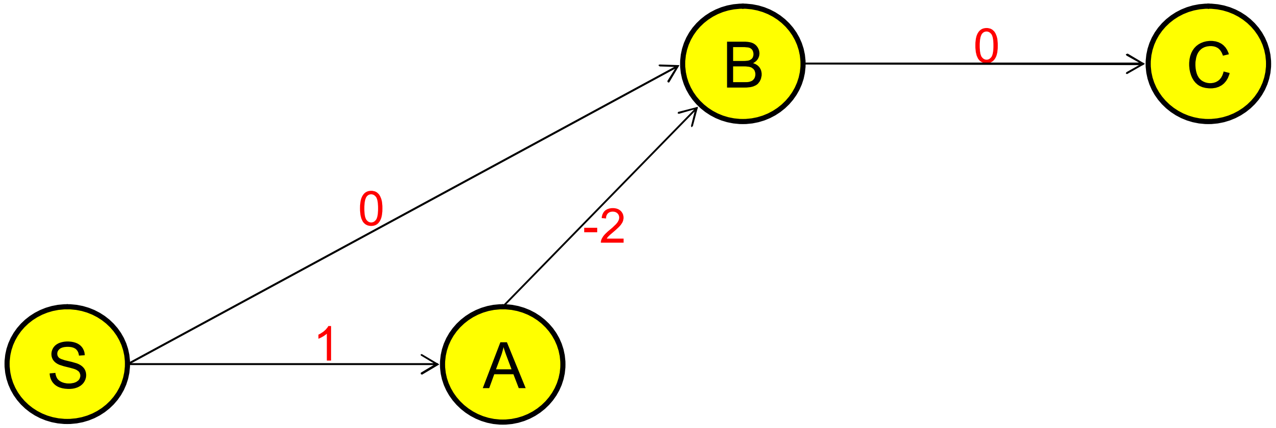
4. א.

הציגו דוגמא שמראה שהאלגוריתם דיקסטרה שוגה על גרף עם משקולות שליליים.

הגרף אינו צריך להכיל מעגל שלילי.

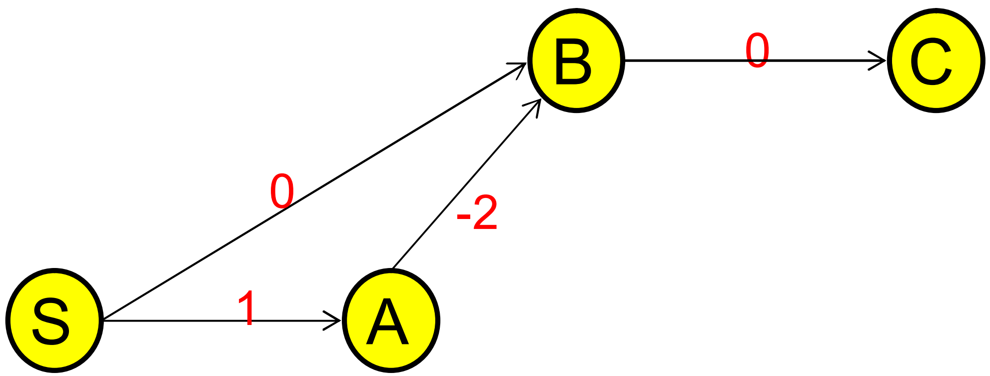
ב.

הסבירו למה הוכחת הנכונות של האלגוריתם אינה תקפה במקרה זה.



אלגוריתם דיקסטרה ייקבע בעבור B ו- C מרחק מינימאלי 0, למרות שבפועל זה 1-.

להלן אלגוריתם דיקסטרה עבור גרף נתון זה:



V	S	A	B	C
d[v]	0	∞	∞	∞

V	S	A	B	C
Pa[v]	nil	-	-	-

$$P = \{\ \}$$

$$T = \{S, A, B, C\}$$

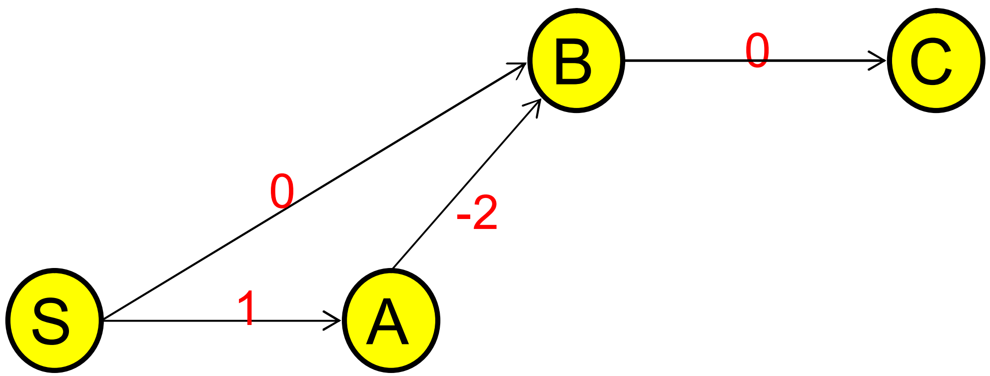
איטרציה מספר 1

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד S הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0] לעצמו.



V	S	A	B	C
d[v]	0	∞	∞	∞

V	S	A	B	C
Pa[v]	nil	-	-	-

$$P = \{ S \}$$

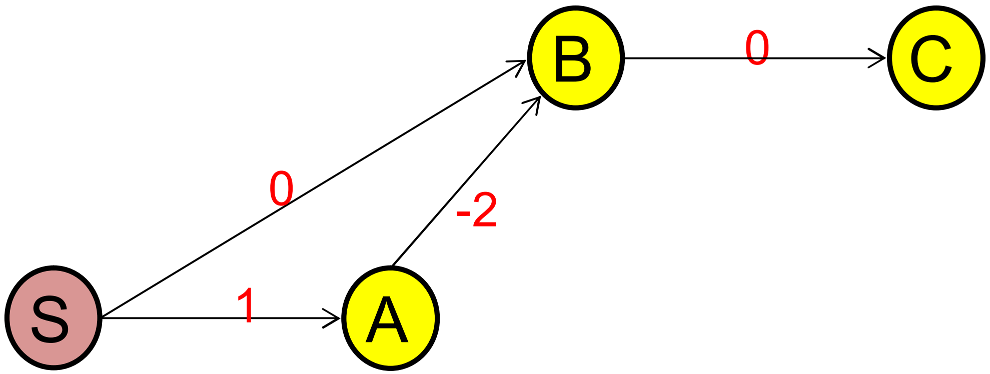
$$T = \{ A, B, C \}$$

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים

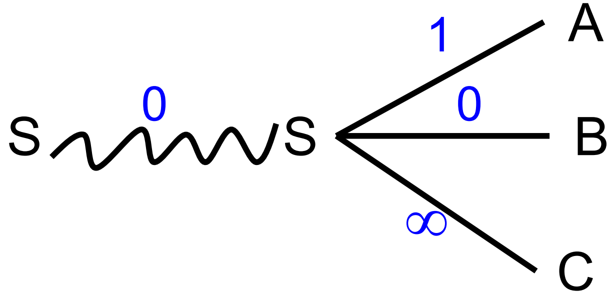
העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד

מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד C הוא קודקוד K



V	S	A	B	C
d[v]	0	∞	∞	∞

V	S	A	B	C
Pa[v]	nil	-	-	-



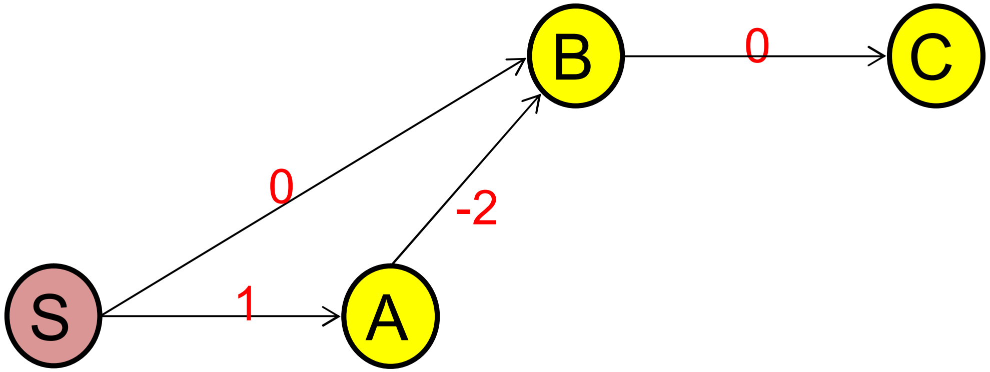
	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
יש שינוי – האבא של A הוא S	1	0+1=1	∞
יש שינוי – האבא של B הוא S	0	0+0=0	∞
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים

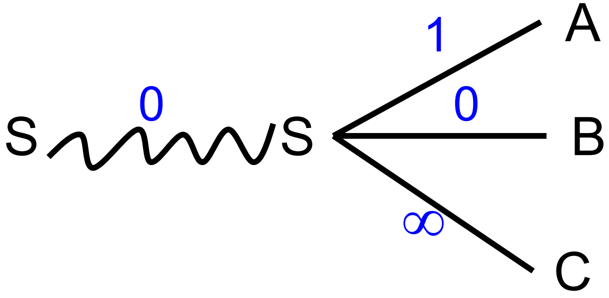
העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד

מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד C הוא קודקוד K



V	S	A	B	C
d[v]	0	1	0	∞

V	S	A	B	C
Pa[v]	nil	S	S	-



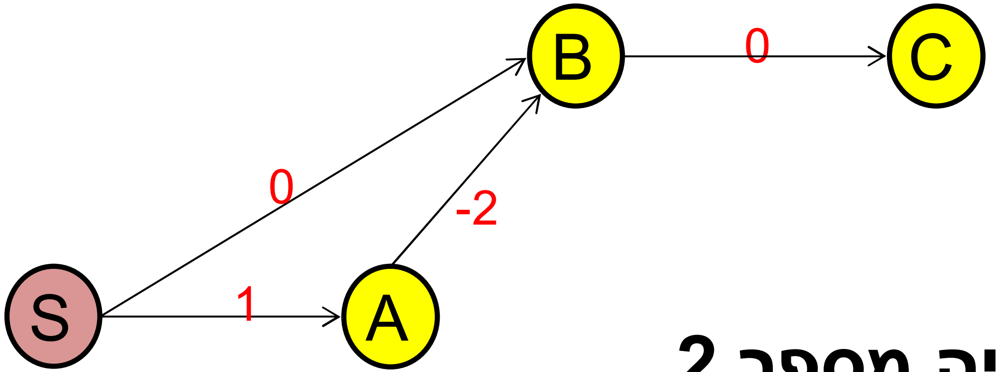
	אורך המסלול שיהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שהיה
יש שינוי – האבא של A הוא S	1	$0+1=1$	∞
יש שינוי – האבא של B הוא S	0	$0+0=0$	∞
אין שינוי	∞	$0+\infty=\infty$	∞

$$P = \{S\}$$

$$T = \{A, B, C\}$$

V	S	A	B	C
d[v]	0	1	0	∞

V	S	A	B	C
Pa[v]	nil	S	S	-



איטרציה מספר 2

צעד מספר 1:

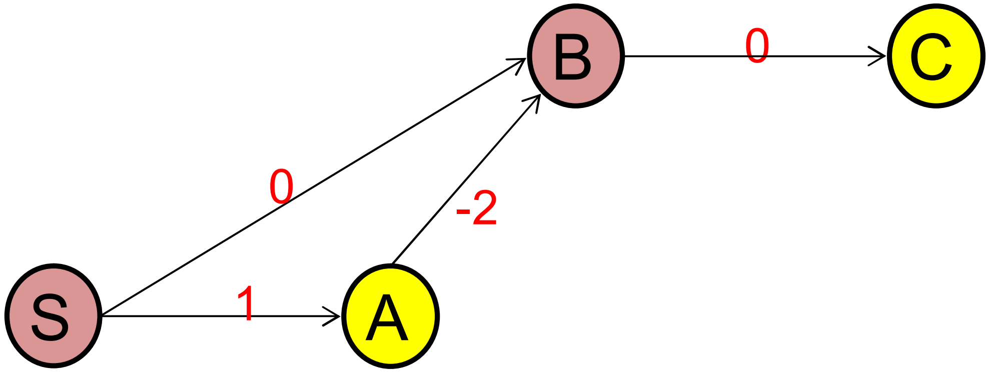
מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד B הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0] לעצמו.

$$P = \{S, B\}$$

$$T = \{A, C\}$$



V	S	A	B	C
d[v]	0	1	0	∞

V	S	A	B	C
Pa[v]	nil	S	S	-

<u>צעד מספר 2:</u>

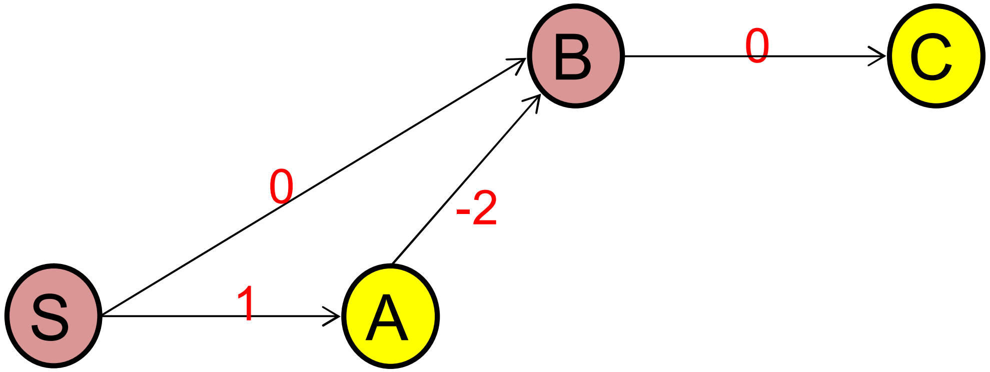
בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים

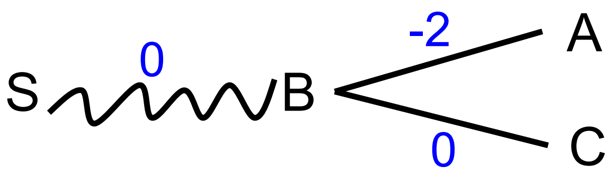
העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד

מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד B הוא קודקוד K

V	S	B	A	C
d[v]	0	0	1	∞

V	S	B	A	C
Pa[v]	nil	S	S	-

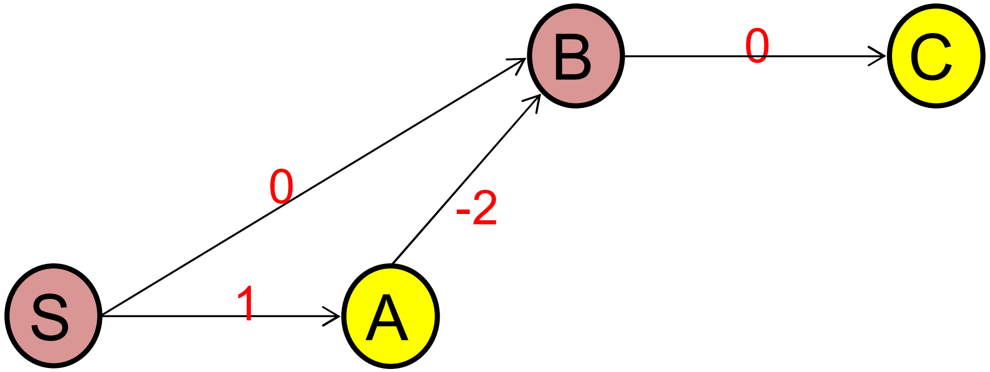


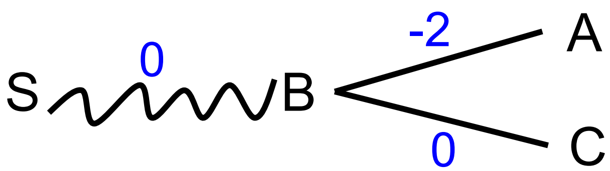


	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
A	1	0+(-2)=-2	-2	**יש שינוי –** **האבא של A הוא B**
C	∞	0+0=0	0	**יש שינוי –** **האבא של C הוא B**

V	S	B	A	C
d[v]	0	0	-2	0

V	S	B	A	C
Pa[v]	nil	S	B	B





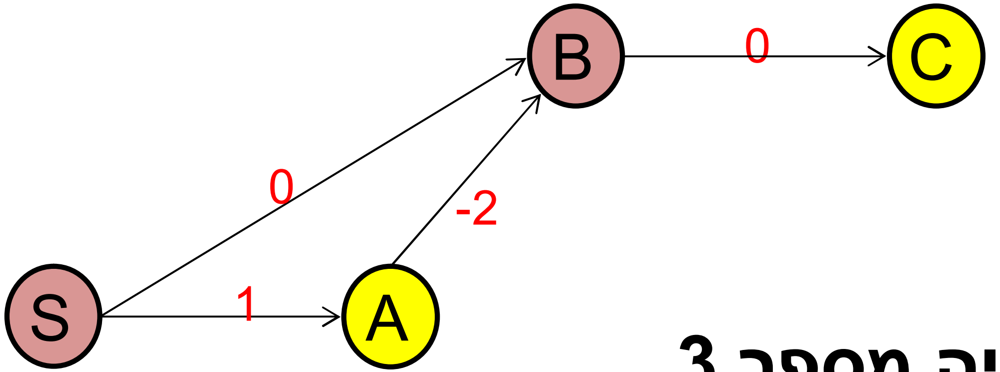
אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
1	0+(-2)=-2	-2	**יש שינוי – האבא של A הוא B**
∞	0+0=0	0	**יש שינוי – האבא של C הוא B**

$$P = \{S, B\}$$

$$T = \{A, C\}$$

V	S	B	A	C
d[v]	0	0	-2	0

V	S	B	A	C
Pa[v]	nil	S	B	B



איטרציה מספר 3

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

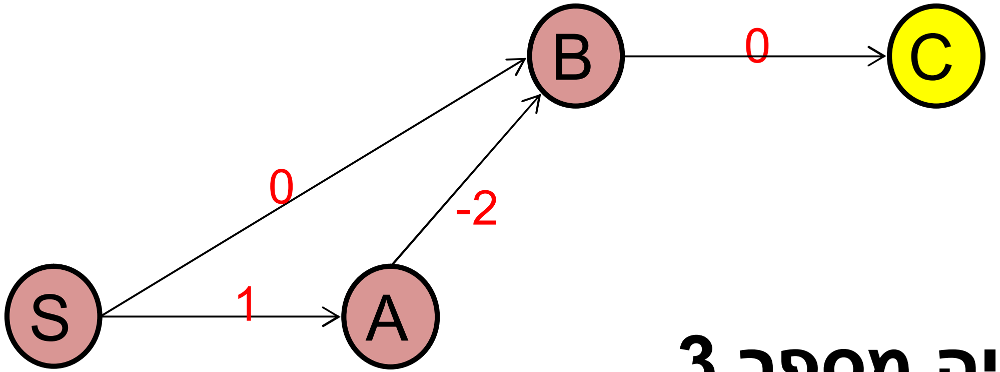
במקרה שלנו קודקוד A הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [-2].

$$P = \{S, B, A\}$$

$$T = \{C\}$$

V	S	B	A	C
d[v]	0	0	-2	0

V	S	B	A	C
Pa[v]	nil	S	B	B



איטרציה מספר 3

צעד מספר 1:

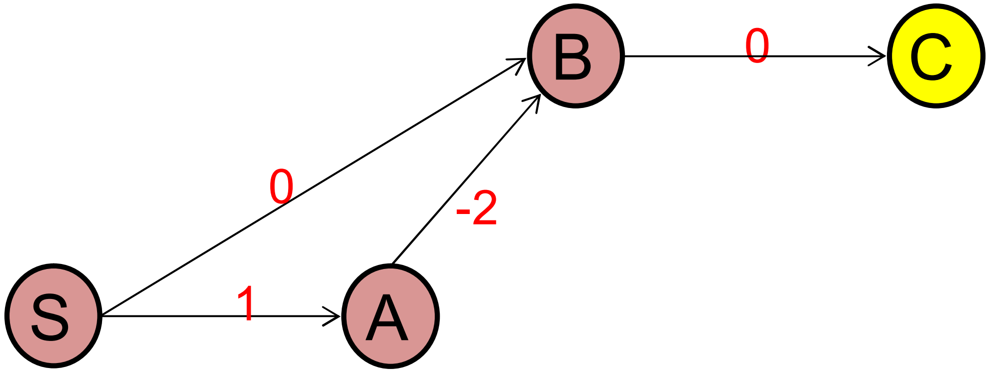
מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד A הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [-2].

$$P = \{S, B, A\}$$

$$T = \{C\}$$



V	S	B	A	C
d[v]	0	0	-2	0

V	S	B	A	C
Pa[v]	nil	S	B	B

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים

העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד

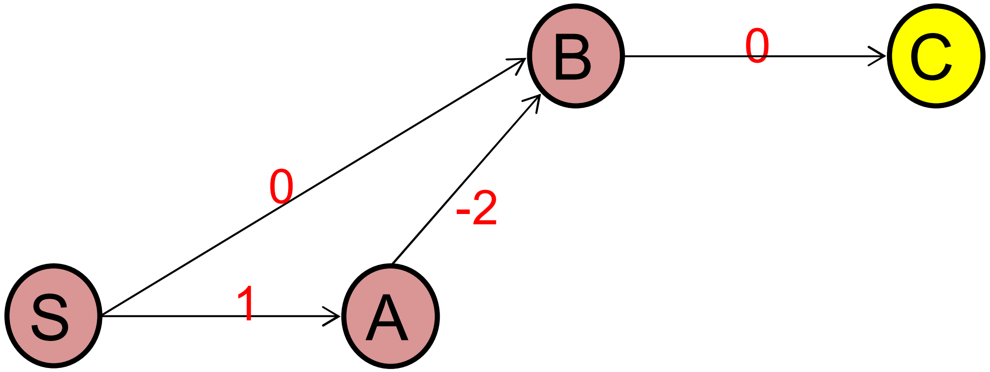
מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד A הוא קודקוד K

$$P = \{S, B, A\}$$

$$T = \{C\}$$

V	S	B	A	C
d[v]	0	0	-2	0

V	S	B	A	C
Pa[v]	nil	S	B	B



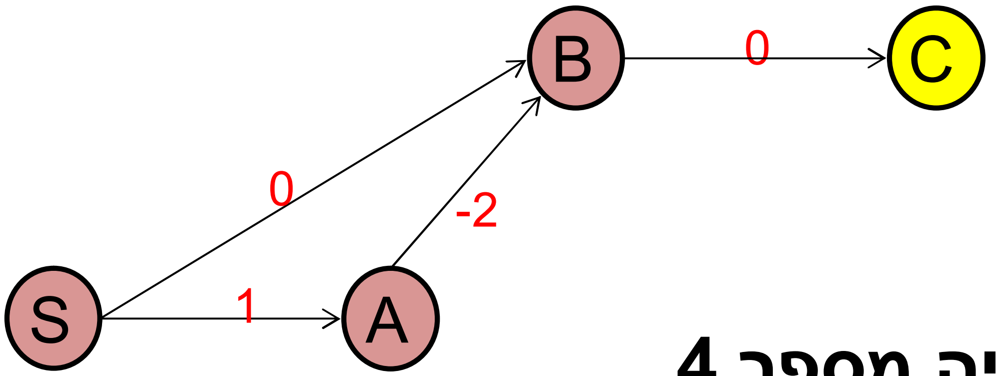
	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
$S \overset{-2}{\rightsquigarrow} A \overset{\infty}{\text{———}} C$	0	$-2+\infty=\infty$	0	**<u>אין שינוי</u>**

$$P = \{S, B, A\}$$

$$T = \{C\}$$

V	S	B	A	C
d[v]	0	0	-2	0

V	S	B	A	C
Pa[v]	nil	S	B	B



איטרציה מספר 4

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני

מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

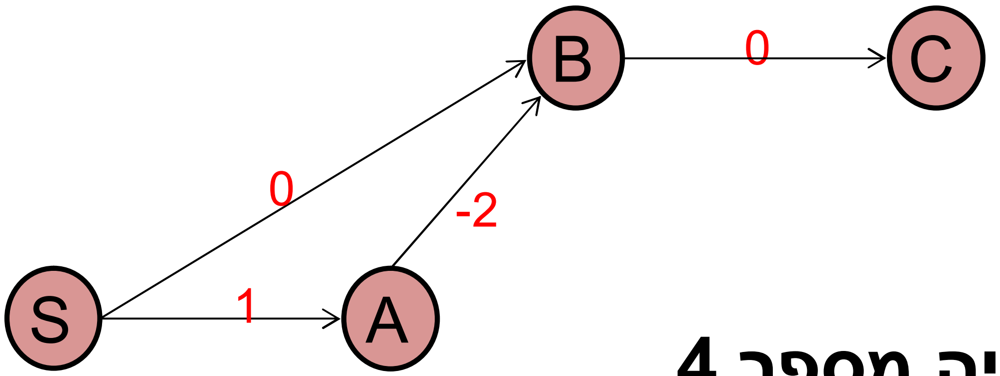
במקרה שלנו קודקוד C הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0]. הקודקוד היחיד...

$$P = \{S, B, A, C\}$$

$$T = \{\}$$

V	S	B	A	C
d[v]	0	0	-2	0

V	S	B	A	C
Pa[v]	nil	S	B	B



איטרציה מספר 4

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני

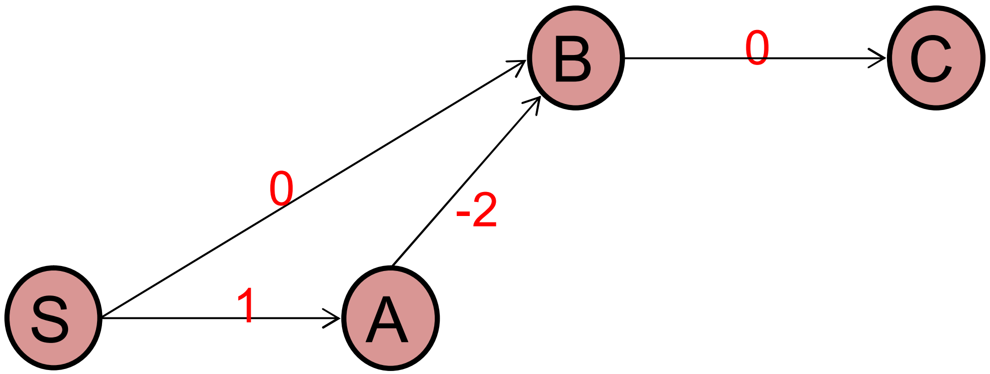
מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד C הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0]. הקודקוד היחיד...

V	S	B	A	C
d[v]	0	0	-2	0

V	S	B	A	C
Pa[v]	nil	S	B	B



מתוך אלגוריתם דיקסטרה גילינו שבעבור B ו- C המרחק מינימאלי הוא 0, למרות שבפועל זה 1-.
הסיבה לכך נעוצה כאמור במשקל השלילי.

ב.

הסבירו למה הוכחת הנכונות של האלגוריתם אינה תקפה במקרה זה.

ההוכחה מסתמכת על כך שלאורכו של מסלול קצר ביותר, הולכים המרחקים מהמוצא ועולים (או בכל אופן לא יורדים).

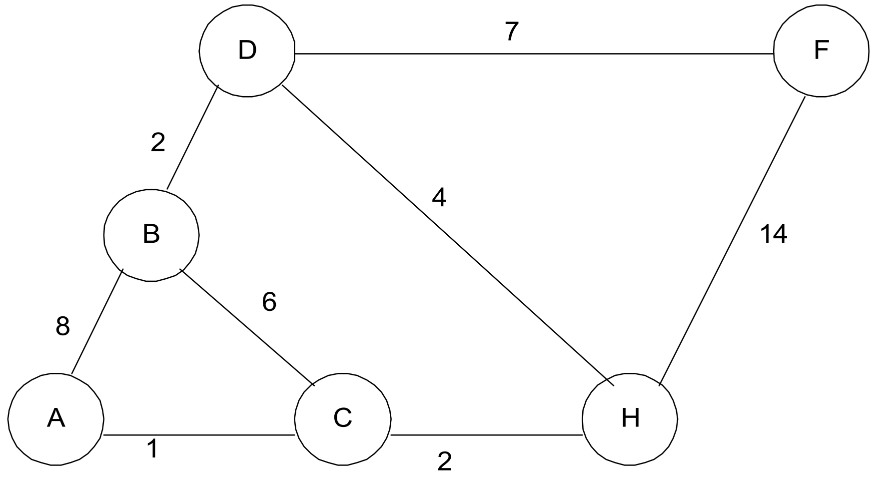
טענה זו לא מתקיימת אם המסלול מכיל קשת במשקל שלילי.

תרגיל מספר 5:

5. קודקודים G מוגדר ע"י G=(V,E) כאשר V מבטא קבוצות צמתים בגרף, ו E – מבטא קבוצת קשתות בגרף.

פונקצית המשקל $W : E \rightarrow R^{+}$ קובעת משקל (מספר) לכל קשת בגרף G.

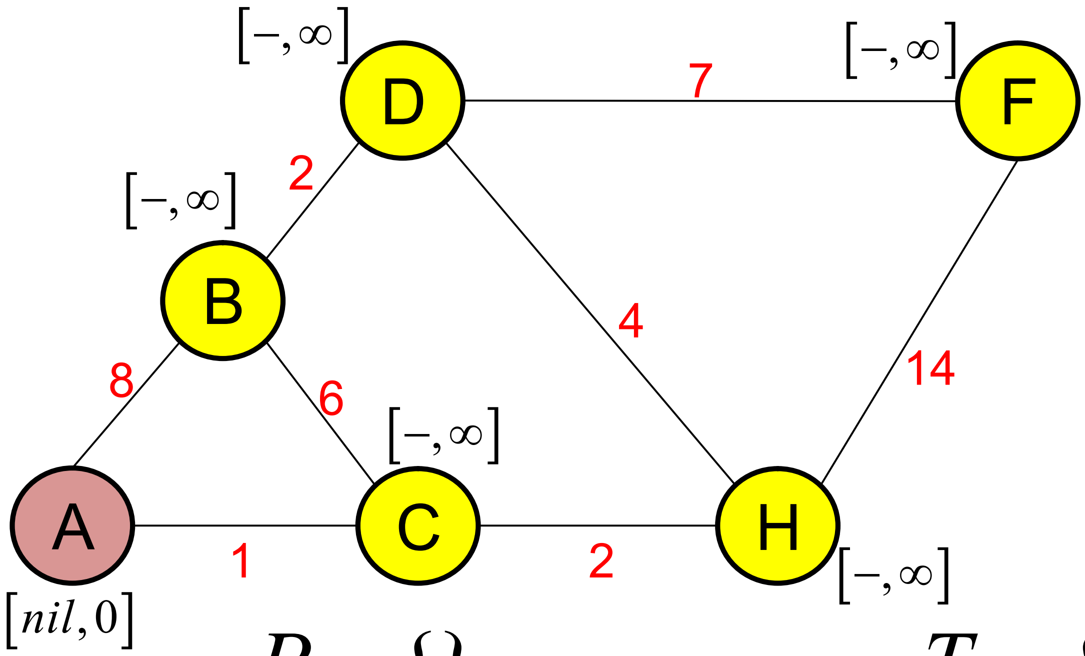
לפניך רשת:



א. מצא את המסלולים הקצרים ביותר מן הקודקוד A לכל אחד מן הקודקודים האחרים ברשת הנתונה.

תאר את המסלולים האלה בצורת עץ, באופן סכמתי.

ב. כל קשת בגרף G צבועה בכחול או באדום.
X ו Y הם קודקודים בגרף.
כתוב אלגוריתם מילולי, קצר ויעיל, בעברית מובנת, למציאת אורך המסלול הקצר ביותר מ- X ל- Y , כאשר חלקו הראשון של המסלול יהיה מורכב מקשתות **אדומות בלבד** וחלקו השני יהיה מורכב מקשתות **כחולות בלבד**.
שים לב : כל אחד משני החלקים יכול להיות ריק.



V	A	B	C	D	F	H
d[v]	0	∞	∞	∞	∞	∞

V	A	B	C	D	F	H
Pa[v]	nil	-	-	-	-	-

$$P = \{\}$$

$$T = \{A, B, C, D, F, H\}$$

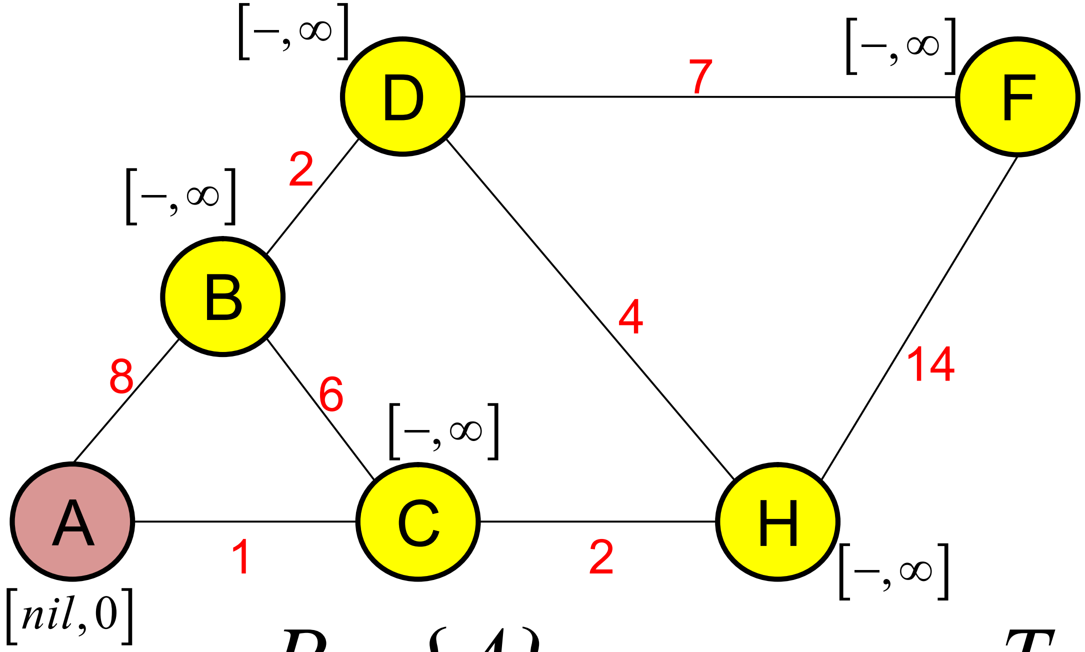
איטרציה מספר 1

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד A הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0]. מעצמו



V	A	B	C	D	F	H
d[v]	0	∞	∞	∞	∞	∞

V	A	B	C	D	F	H
Pa[v]	nil	-	-	-	-	-

$$P=\{A\} \qquad T=\{B,C,D,F,H\}$$

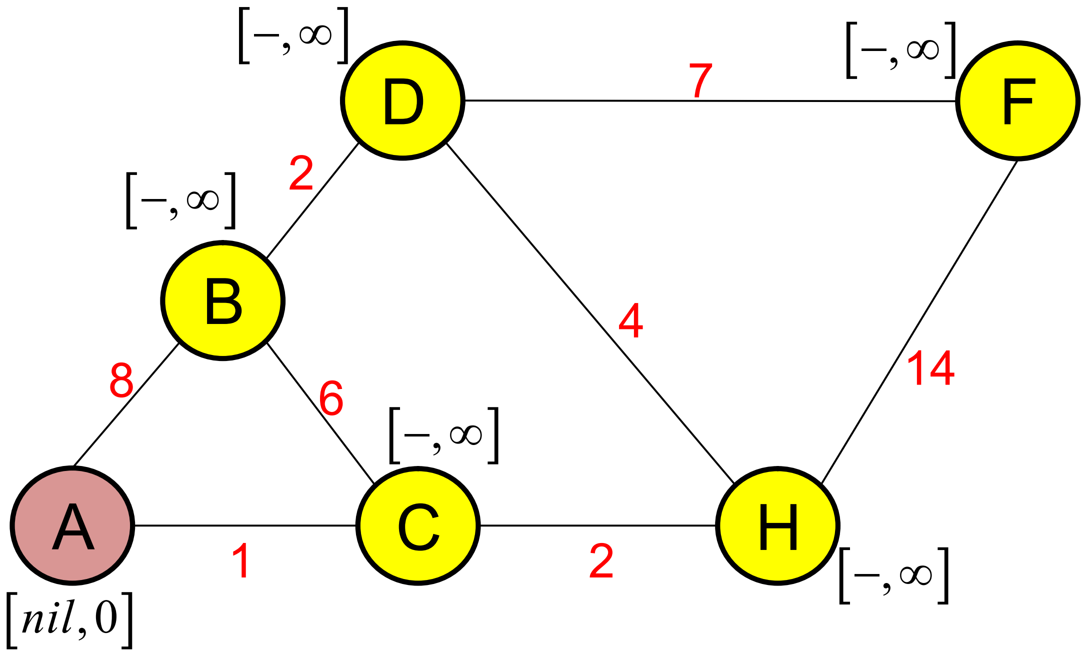
איטרציה מספר 1

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד A הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [0]. מעצמו



V	A	B	C	D	F	H
d[v]	0	∞	∞	∞	∞	∞

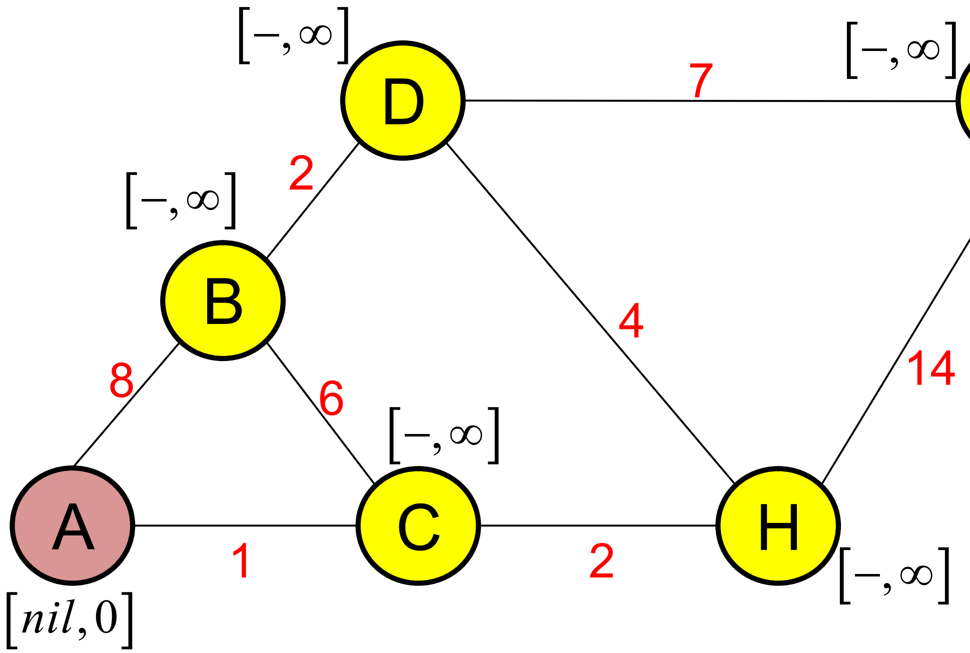
V	A	B	C	D	F	H
Pa[v]	nil	-	-	-	-	-

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים

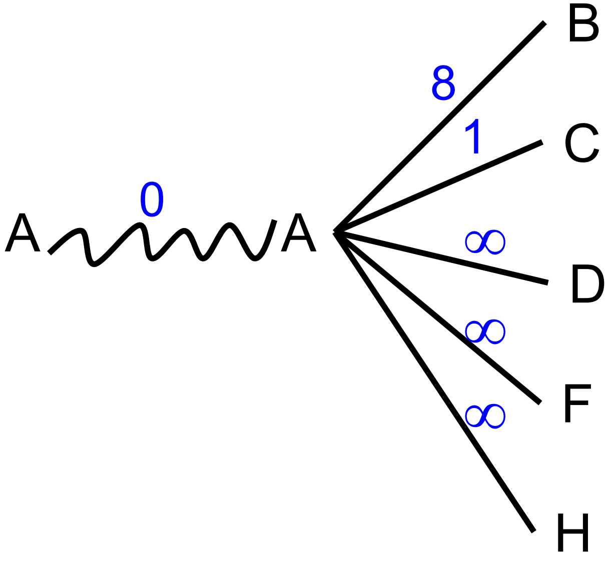
העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד

מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד A הוא קודקוד K

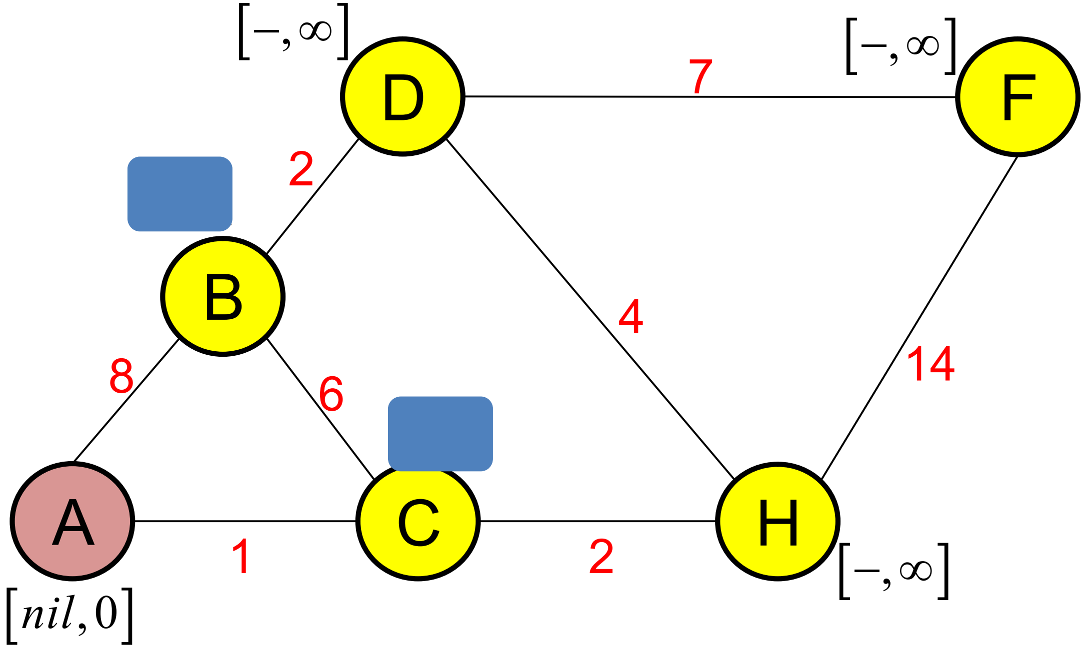


V	A	B	C	D	F	H
d[v]	0	∞	∞	∞	∞	∞

V	A	B	C	D	F	H
Pa[v]	nil	-	-	-	-	-

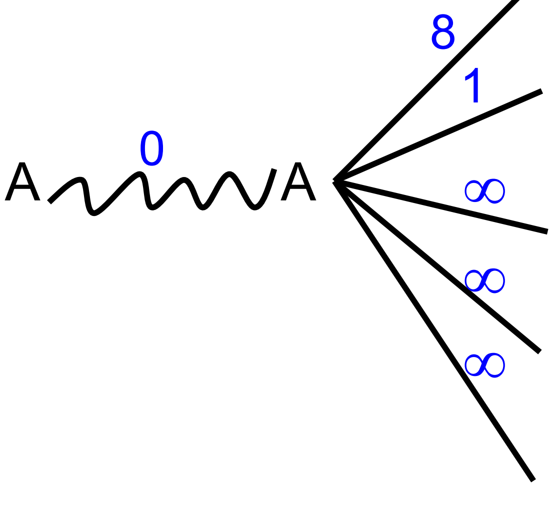


אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
∞	0+8=8	8	**יש שינוי – האבא של B הוא A**
∞	0+1=1	1	**יש שינוי – האבא של C הוא A**
∞	$0+\infty=\infty$	∞	**אין שינוי**
∞	$0+\infty=\infty$	∞	**אין שינוי**
∞	$0+\infty=\infty$	∞	**אין שינוי**

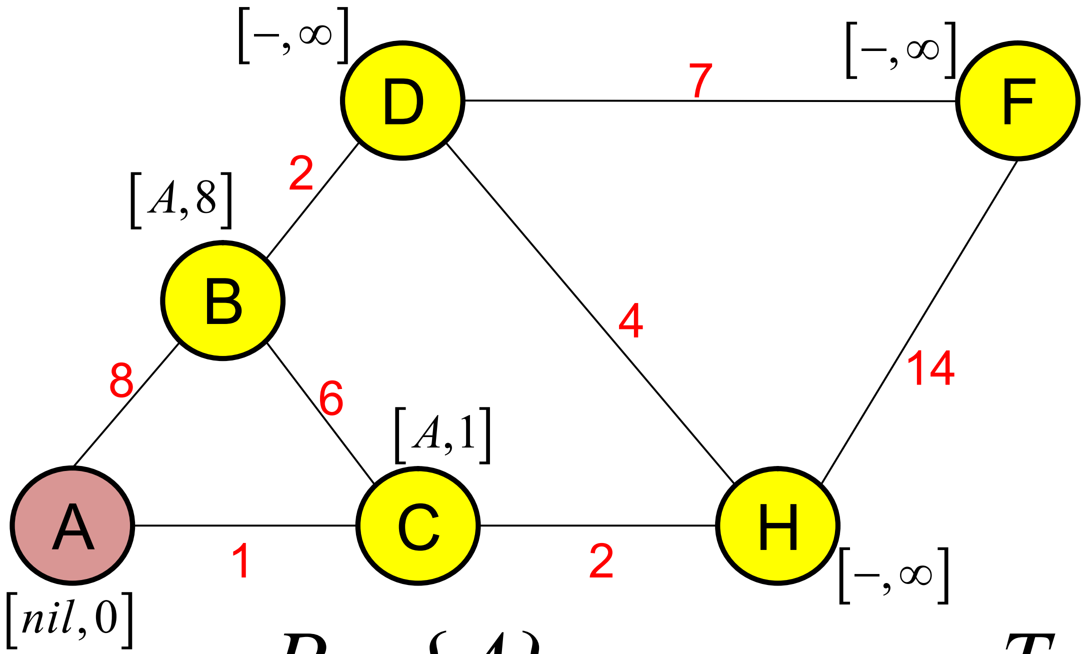


V	A	B	C	D	F	H
d[v]	0	8	1	∞	∞	∞

V	A	B	C	D	F	H
Pa[v]	nil	A	A	-	-	-



	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
B	∞	0+8=8	8	**<u>יש שינוי – האבא של B הוא A</u>**
C	∞	0+1=1	1	**<u>יש שינוי – האבא של C הוא A</u>**
D	∞	$0+\infty=\infty$	∞	**<u>אין שינוי</u>**
F	∞	$0+\infty=\infty$	∞	**<u>אין שינוי</u>**
H	∞	$0+\infty=\infty$	∞	**<u>אין שינוי</u>**



V	A	B	C	D	F	H
d[v]	0	8	1	∞	∞	∞

V	A	B	C	D	F	H
Pa[v]	nil	A	A	-	-	-

$P=\{A\}$ $T=\{B,C,D,F,H\}$

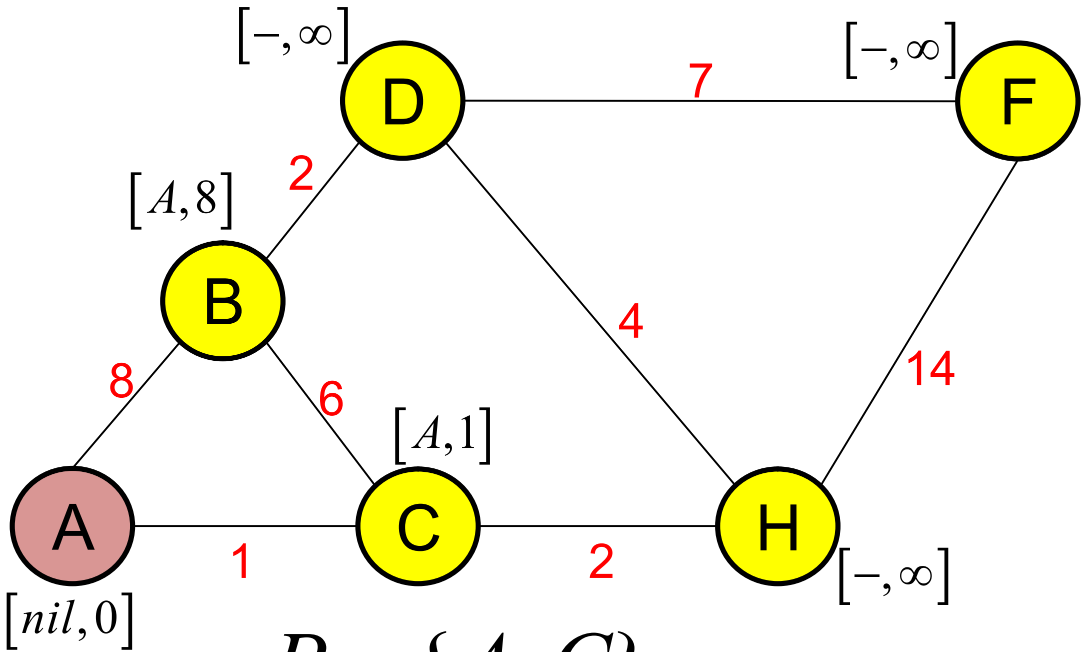
איטרציה מספר 2

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד C הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [1].



V	A	B	C	D	F	H
d[v]	0	8	1	∞	∞	∞

V	A	B	C	D	F	H
Pa[v]	nil	A	A	-	-	-

$$P = \{A, C\} \qquad T = \{B, D, F, H\}$$

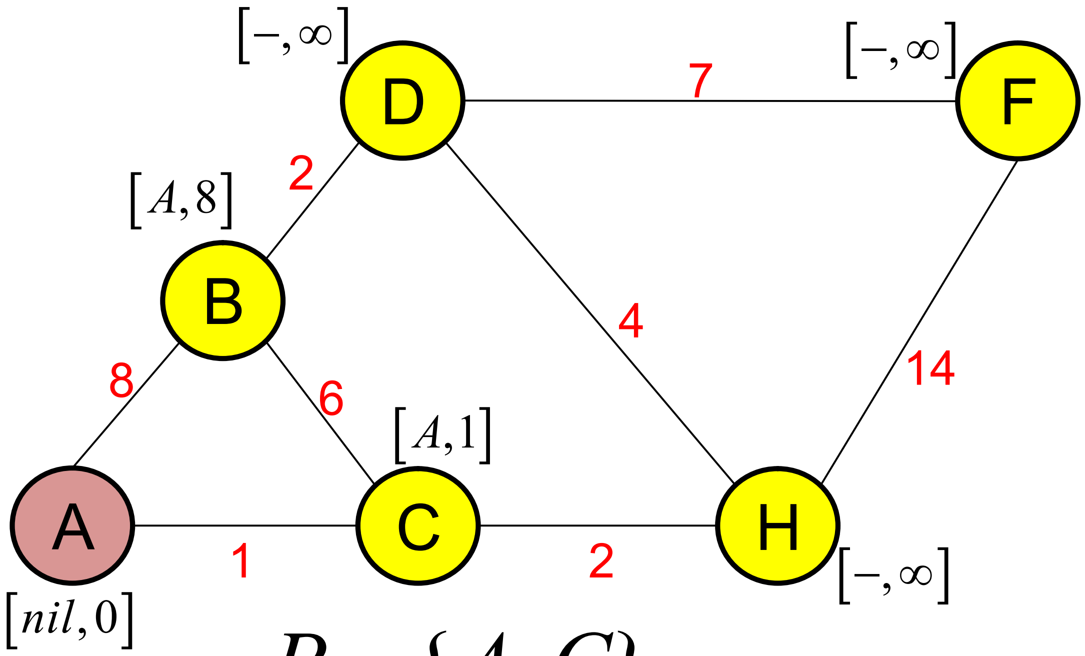
איטרציה מספר 2

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד C הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [1].



V	A	B	C	D	F	H
d[v]	0	8	1	∞	∞	∞

V	A	B	C	D	F	H
Pa[v]	nil	A	A	-	-	-

$$P = \{A, C\}$$

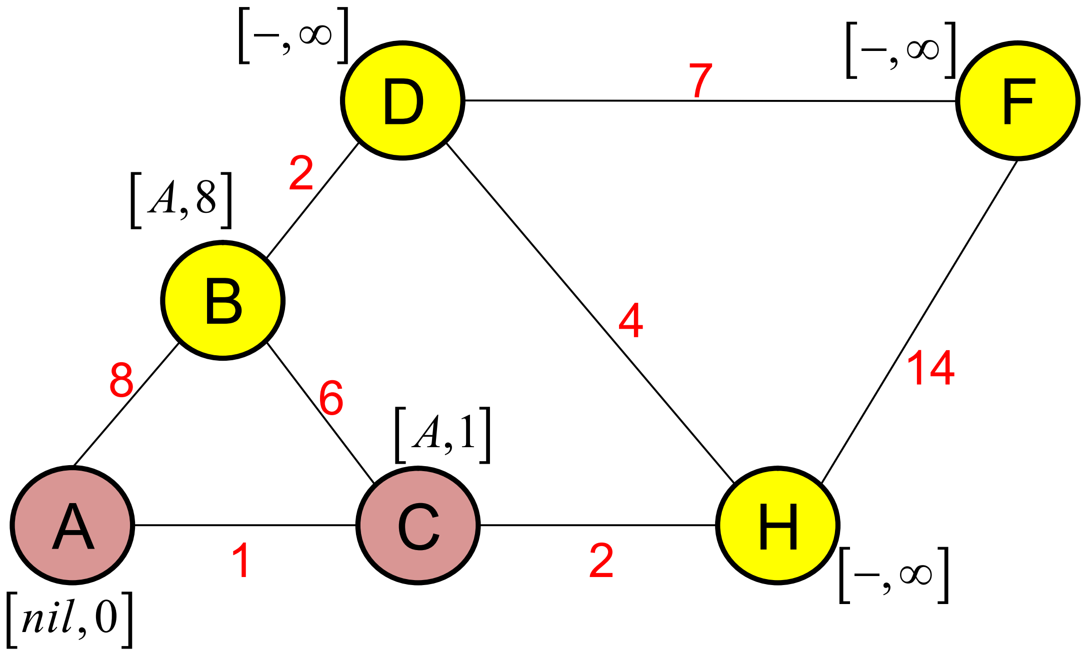
$$T = \{B, D, F, H\}$$

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים

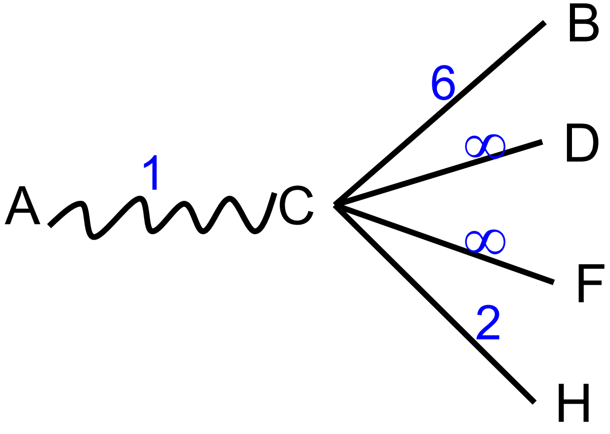
העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד

מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד C הוא קודקוד K

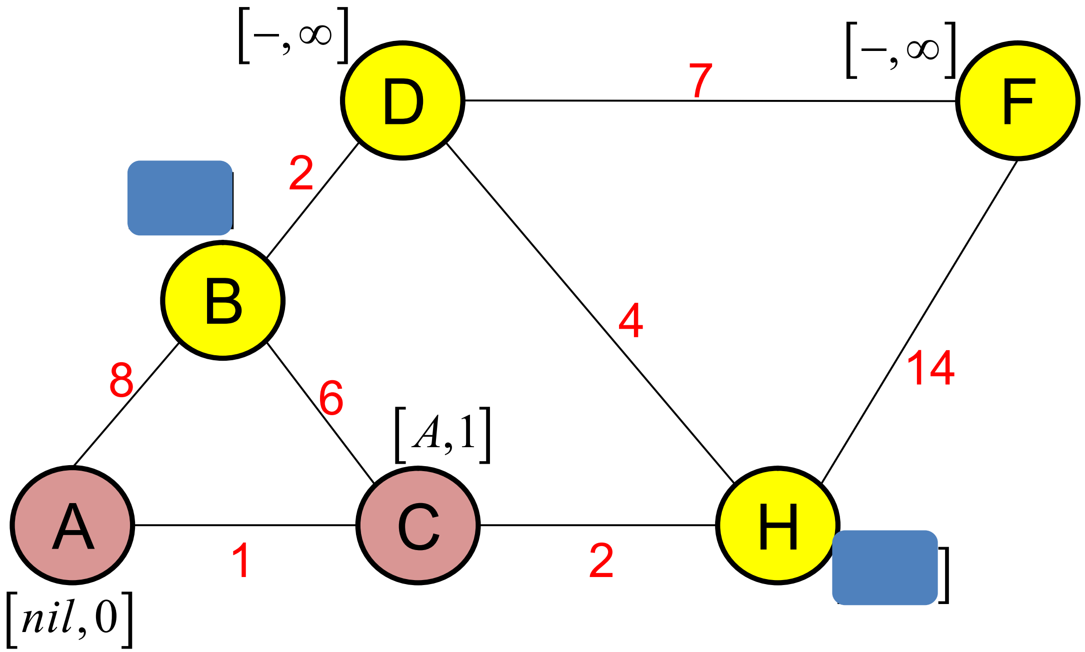


V	A	C	B	D	F	H
d[v]	0	1	8	∞	∞	∞

V	A	C	B	D	F	H
Pa[v]	nil	A	A	-	-	-

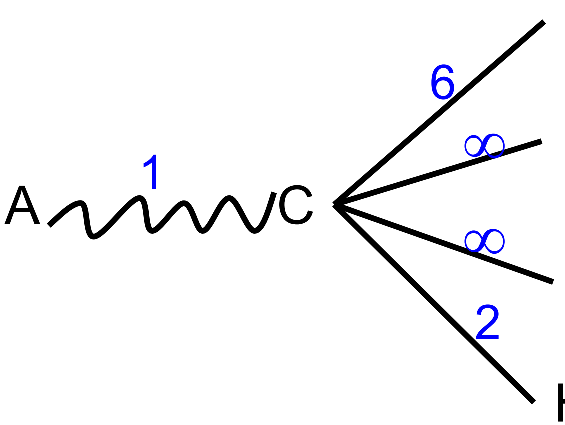


אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
8	1+6=7	7	**<u>יש שינוי – האבא של B הוא C</u>**
∞	$1+\infty=\infty$	∞	**<u>אין שינוי</u>**
∞	$1+\infty=\infty$	∞	**<u>אין שינוי</u>**
∞	1+2=3	3	**<u>יש שינוי – האבא של H הוא C</u>**

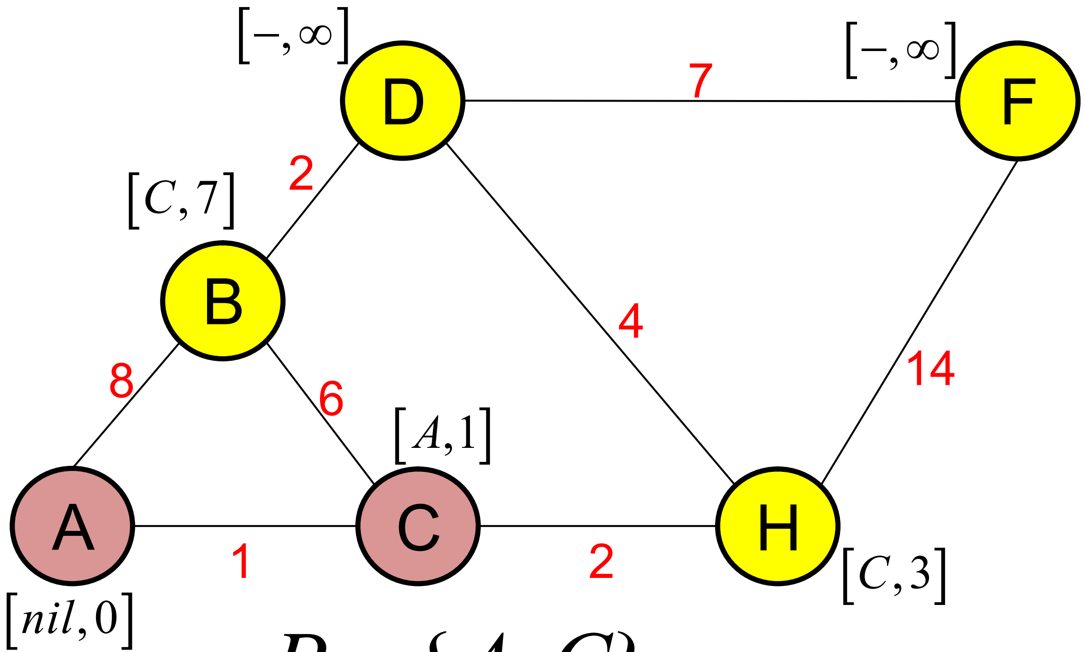


V	A	C	B	D	F	H
d[v]	0	1	7	∞	∞	3

V	A	C	B	D	F	H
Pa[v]	nil	A	C	-	-	C



	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
B	8	1+6=7	7	**יש שינוי – האבא של B הוא C**
D	∞	$1+\infty=\infty$	∞	**אין שינוי**
F	∞	$1+\infty=\infty$	∞	**אין שינוי**
H	∞	1+2=3	3	**יש שינוי – האבא של H הוא C**



V	A	C	B	D	F	H
d[v]	0	1	7	∞	∞	3

V	A	C	B	D	F	H
Pa[v]	nil	A	C	-	-	C

$$P=\{A,C\} \qquad T=\{B,D,F,H\}$$

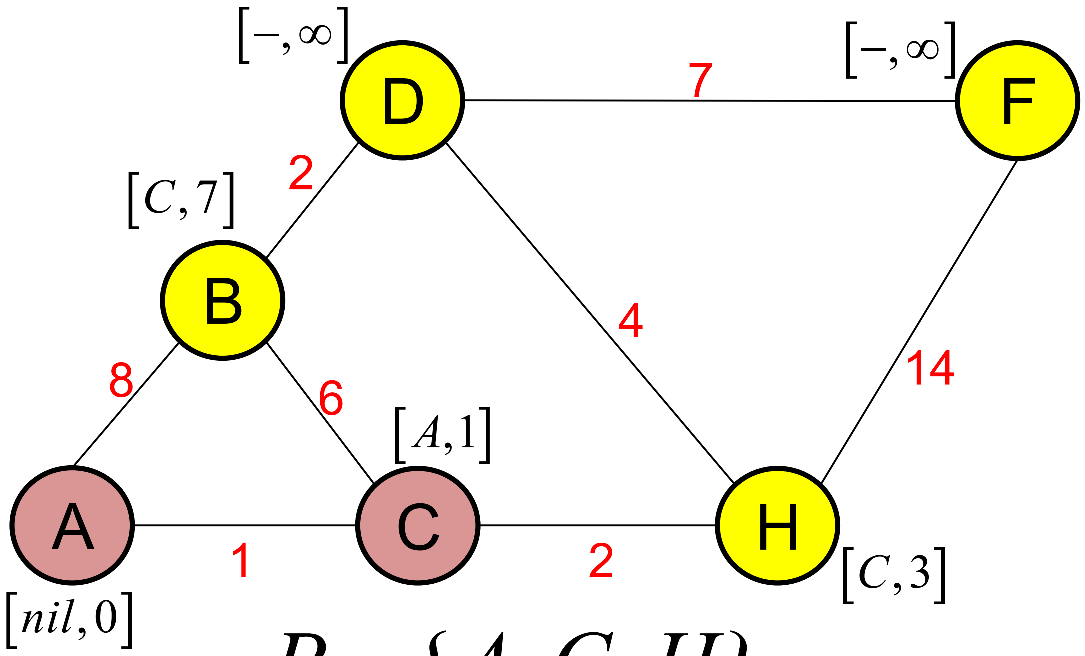
איטרציה מספר 3

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד H הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [3].



V	A	C	B	D	F	H
d[v]	0	1	7	∞	∞	3

V	A	C	B	D	F	H
Pa[v]	nil	A	C	-	-	C

$$P = \{A, C, H\}$$

$$T = \{B, D, F\}$$

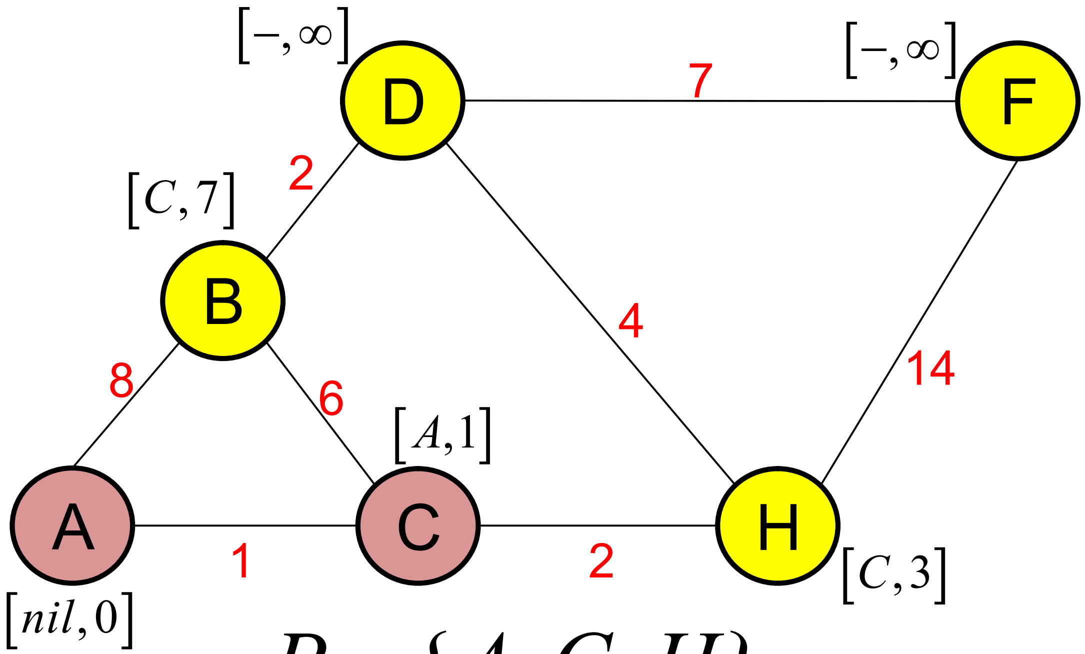
איטרציה מספר 3

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד H הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [3].



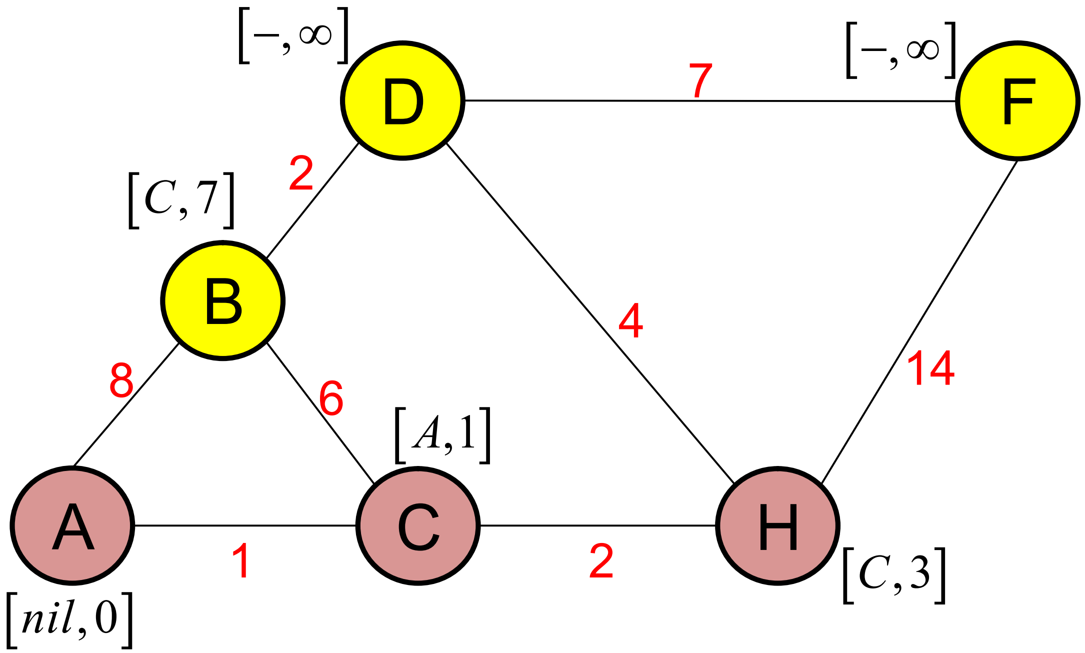
V	A	C	B	D	F	H
d[v]	0	1	7	∞	∞	3

V	A	C	B	D	F	H
Pa[v]	nil	A	C	-	-	C

$$P=\{A,C,H\} \qquad T=\{B,D,F\}$$

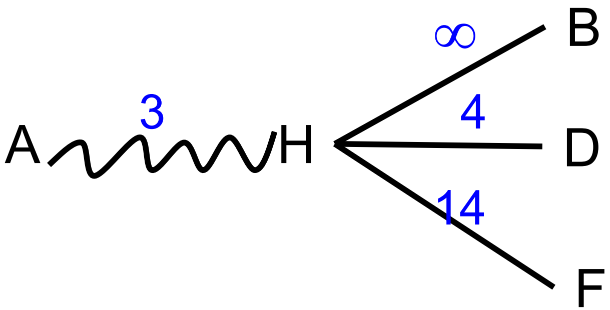
צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד H הוא קודקוד K

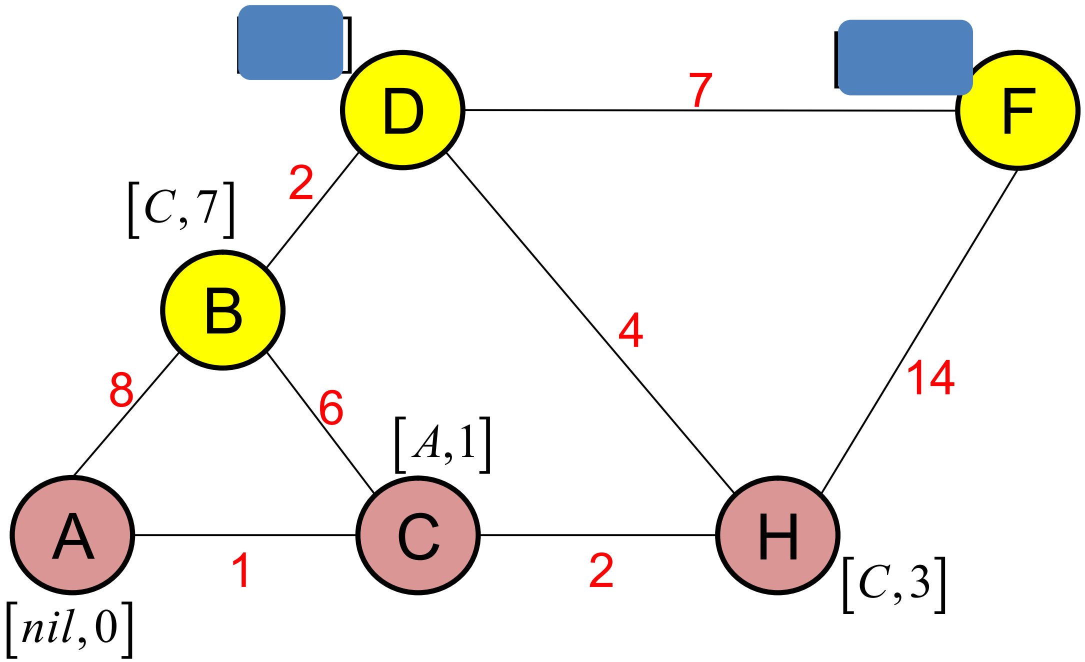


V	A	C	H	D	F	B
d[v]	0	1	3	∞	∞	7

V	A	C	H	D	F	B
Pa[v]	nil	A	C	-	-	C

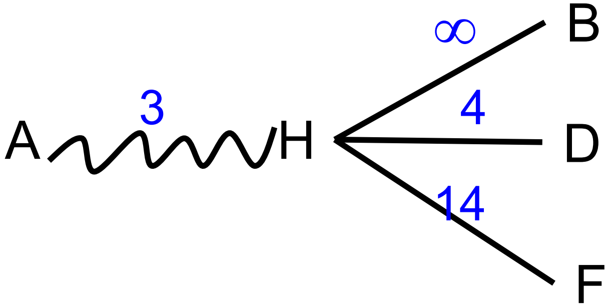


	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
B	7	$3+\infty=\infty$	7	**<u>אין שינוי</u>**
D	∞	3+4=7	7	**<u>יש שינוי – האבא של D הוא H</u>**
F	∞	3+14=17	17	**<u>יש שינוי – האבא של F הוא H</u>**

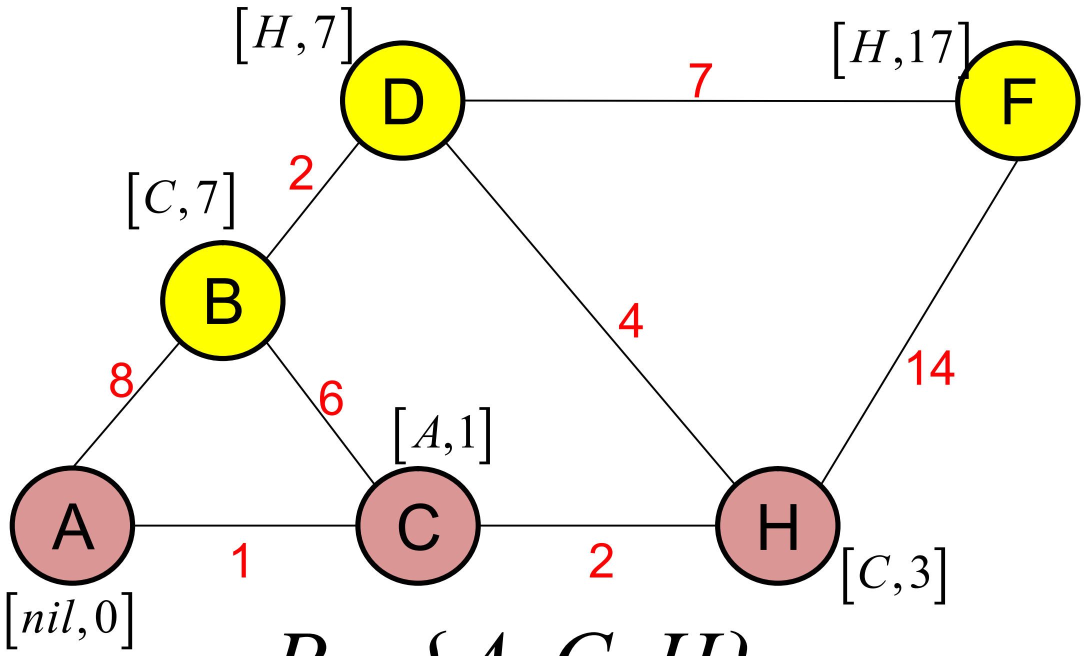


V	A	C	H	D	F	B
d[v]	0	1	3	7	17	7

V	A	C	H	D	F	B
Pa[v]	nil	A	C	H	H	C



אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
7	$3+\infty=\infty$	7	**אין שינוי**
∞	3+4=7	7	**יש שינוי – האבא של D הוא H**
∞	3+14=17	17	**יש שינוי – האבא של F הוא H**



V	A	C	H	D	F	B
d[v]	0	1	3	7	17	7

V	A	C	H	D	F	B
Pa[v]	nil	A	C	H	H	C

$$P = \{A, C, H\}$$

$$T = \{B, D, F\}$$

איטרציה מספר 4

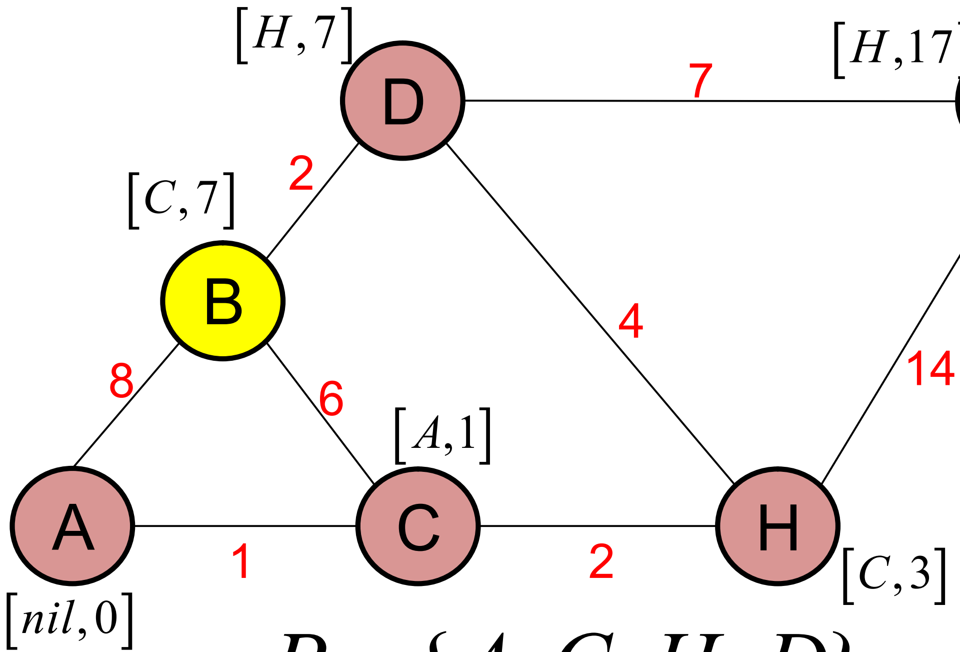
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד D הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [7].

ניתן היה גם לבחור את B



V	A	C	H	D	F	B
d[v]	0	1	3	7	17	7

V	A	C	H	D	F	B
Pa[v]	nil	A	C	H	H	C

$$P = \{A, C, H, D\}$$

$$T = \{B, F\}$$

איטרציה מספר 4

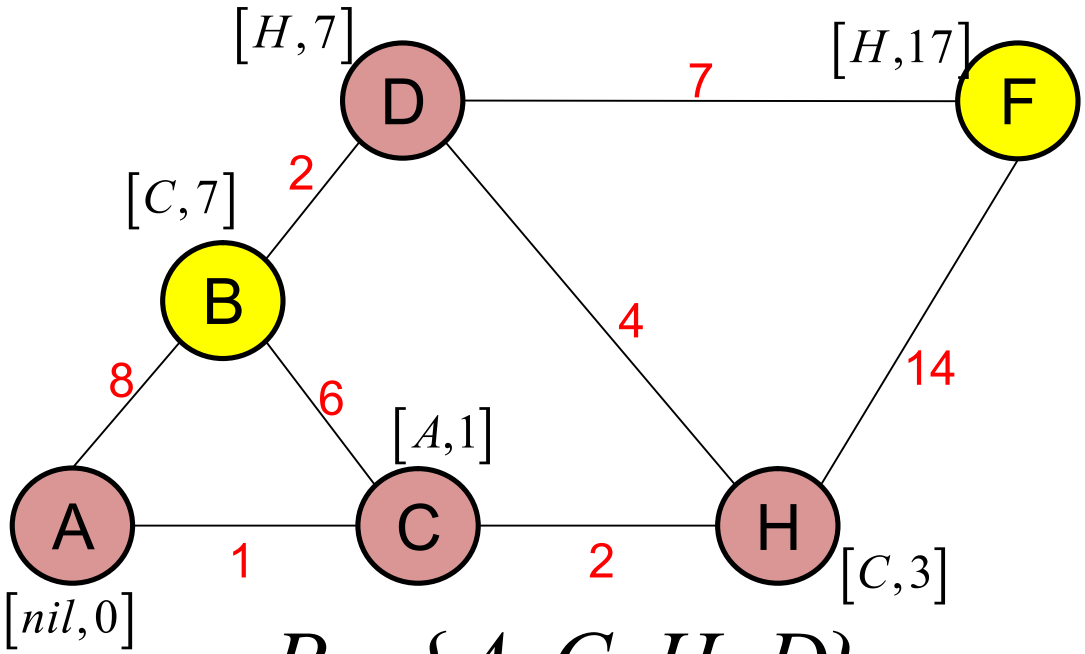
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד D הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [7].

ניתן היה גם לבחור את B



V	A	C	H	D	F	B
d[v]	0	1	3	7	17	7

V	A	C	H	D	F	B
Pa[v]	nil	A	C	H	H	C

$$P = \{A, C, H, D\}$$

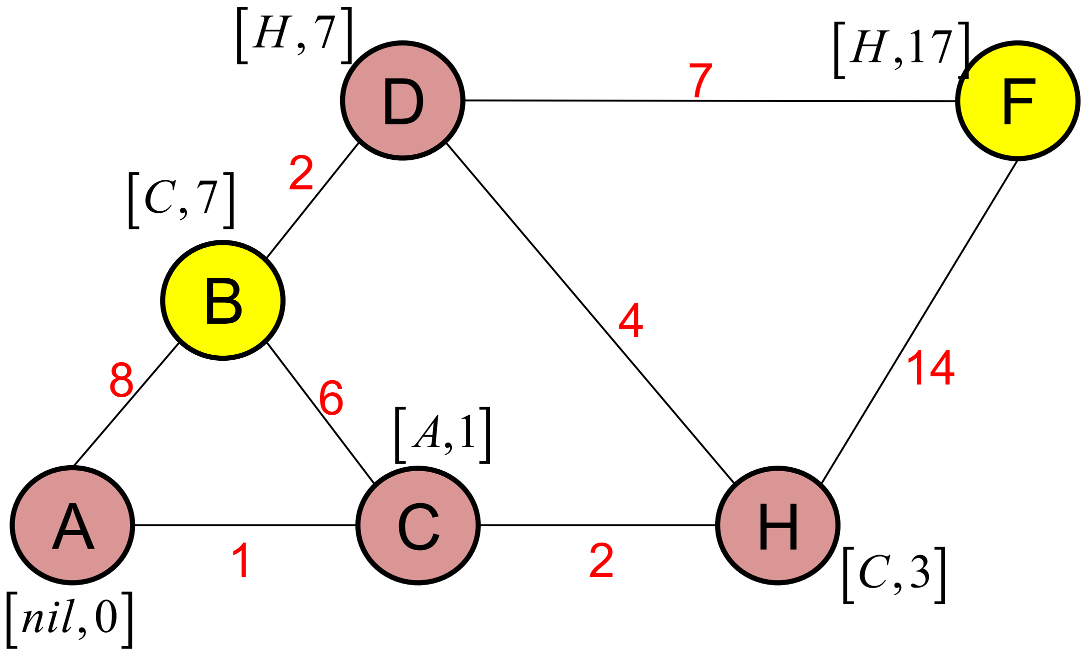
$$T = \{B, F\}$$

צעד מספר 2:

בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים

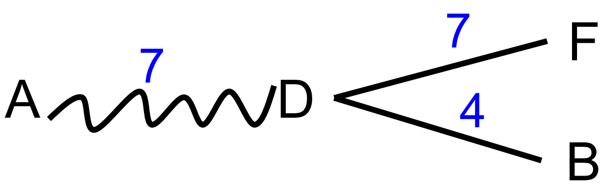
העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד

מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד H הוא קודקוד K

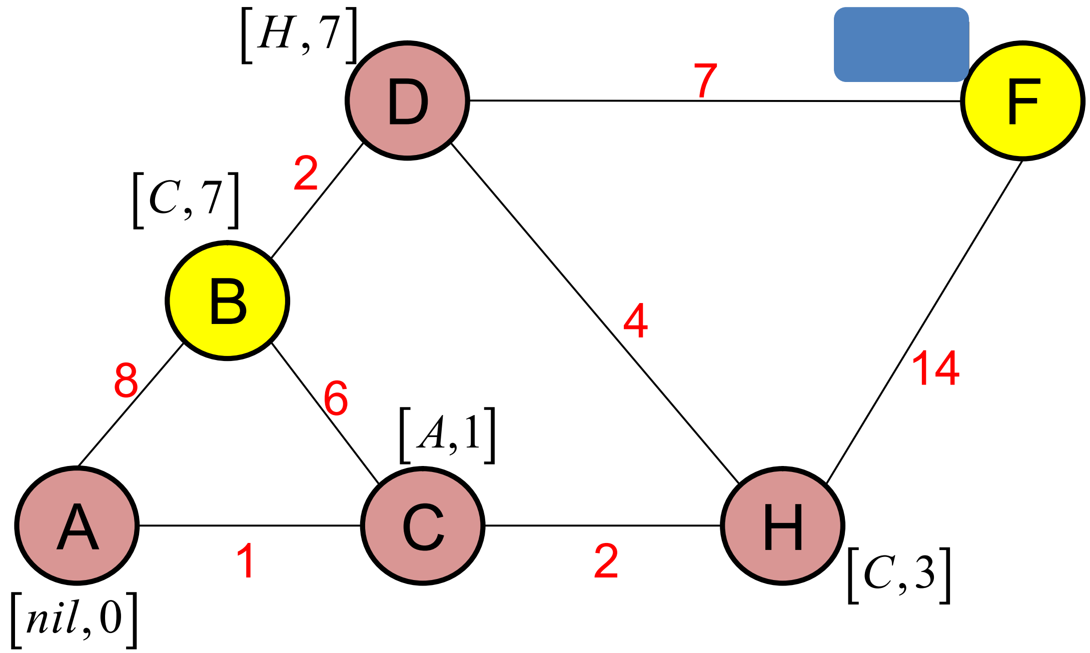


V	A	C	H	D	F	B
d[v]	0	1	3	7	17	7

V	A	C	H	D	F	B
Pa[v]	nil	A	C	H	H	C

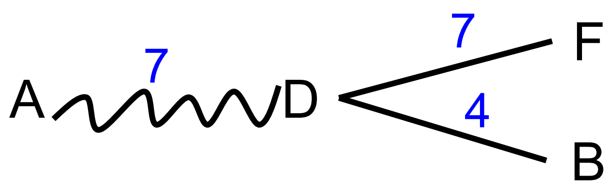


אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
17	7+7=14	14	**יש שינוי – האבא של F הוא D**
7	7+4=11	7	**אין שינוי**

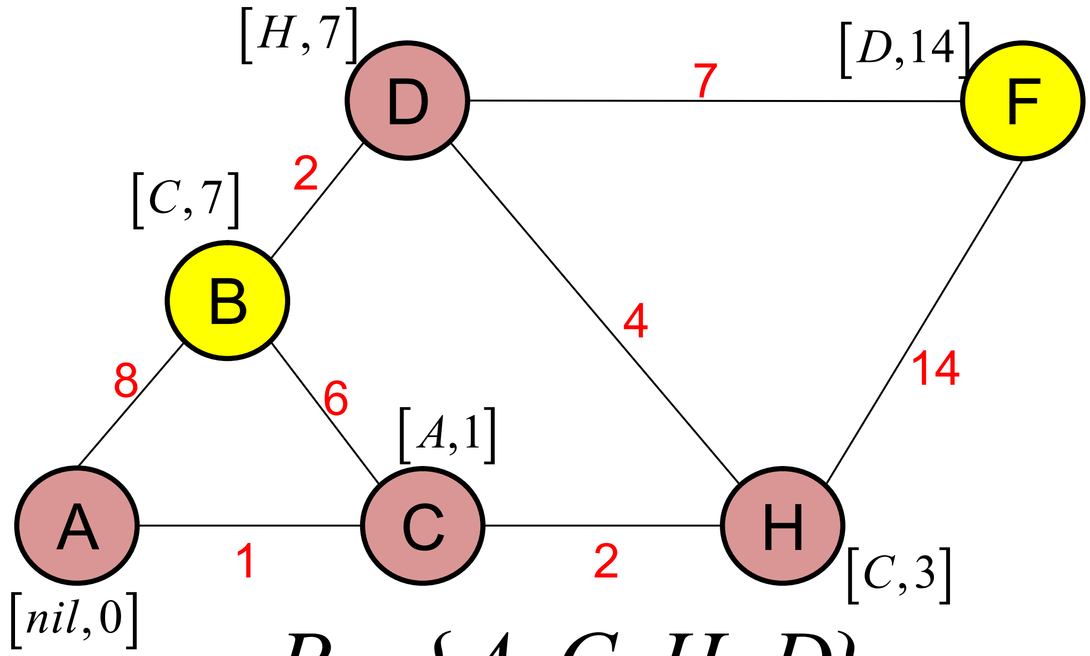


V	A	C	H	D	F	B
d[v]	0	1	3	7	14	7

V	A	C	H	D	F	B
Pa[v]	nil	A	C	H	D	C



	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
F	17	7+7=14	14	**יש שינוי – האבא של F הוא D**
B	7	7+4=11	7	**אין שינוי**



V	A	C	H	D	F	B
d[v]	0	1	3	7	14	7

V	A	C	H	D	F	B
Pa[v]	nil	A	C	H	D	C

$$P=\{A,C,H,D\}$$

$$T=\{B,F\}$$

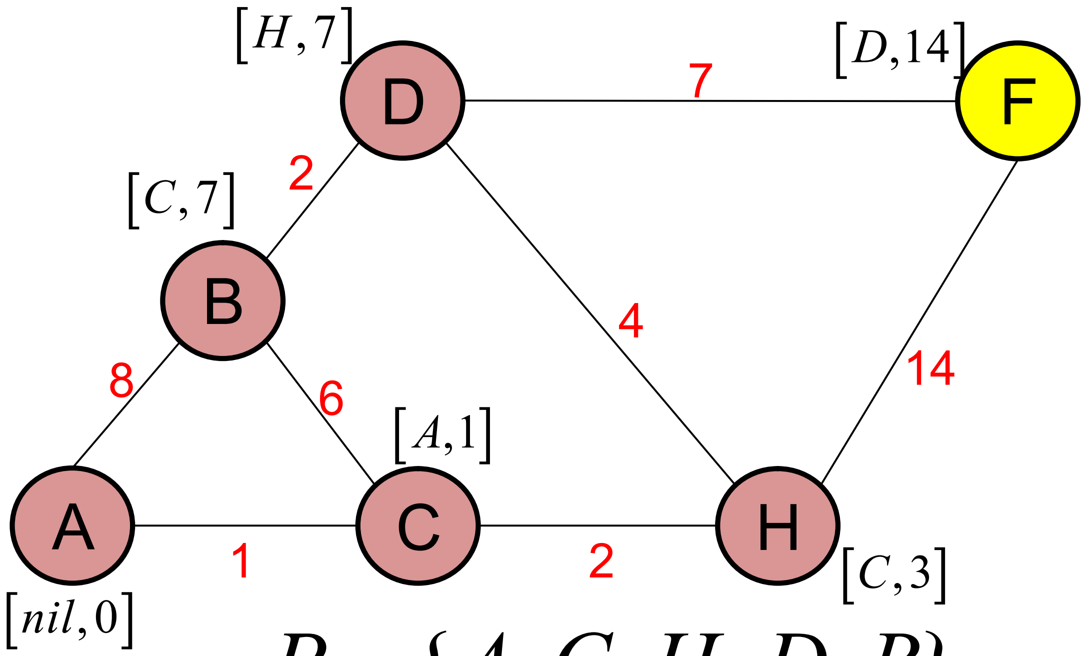
איטרציה מספר 5

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד B הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [7].



V	A	C	H	D	F	B
d[v]	0	1	3	7	14	7

V	A	C	H	D	F	B
Pa[v]	nil	A	C	H	D	C

$$P = \{A, C, H, D, B\}$$

$$T = \{F\}$$

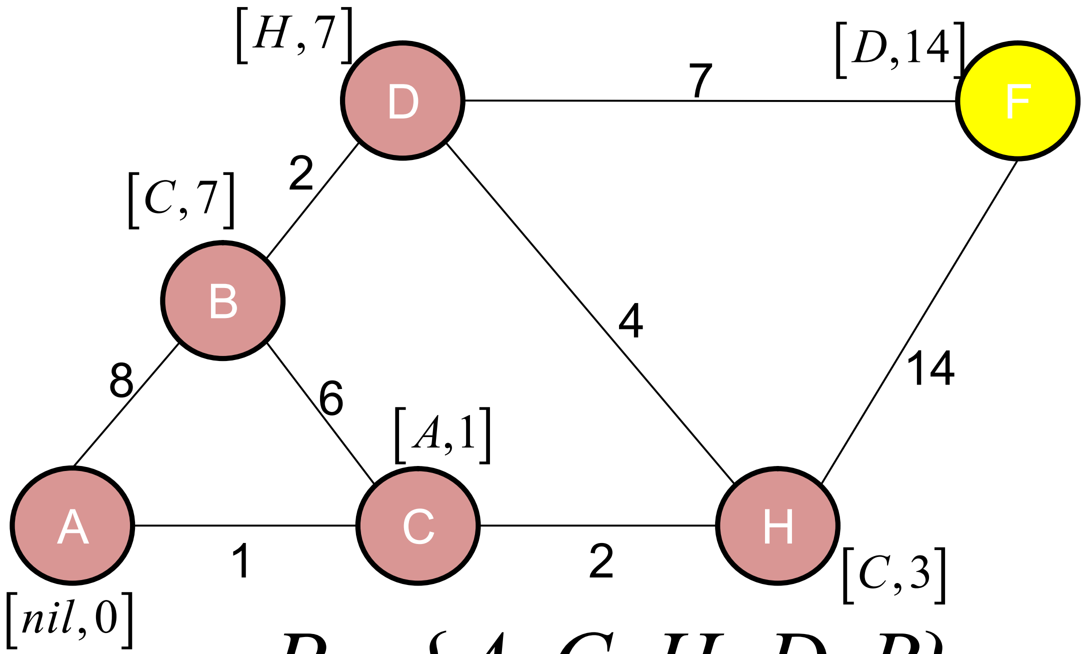
איטרציה מספר 5

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד B הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [7].



$$P = \{A, C, H, D, B\}$$

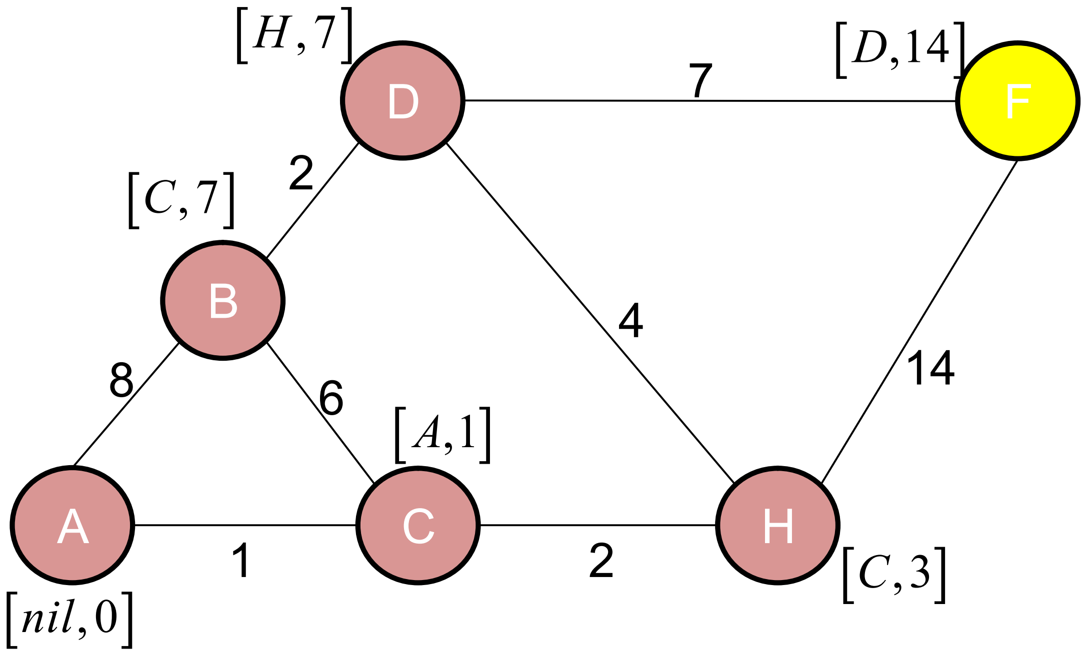
V	A	C	H	D	B	F
d[v]	0	1	3	7	7	14

V	A	C	H	D	B	F
Pa[v]	nil	A	C	H	C	D

$$T = \{F\}$$

צעד מספר 2:

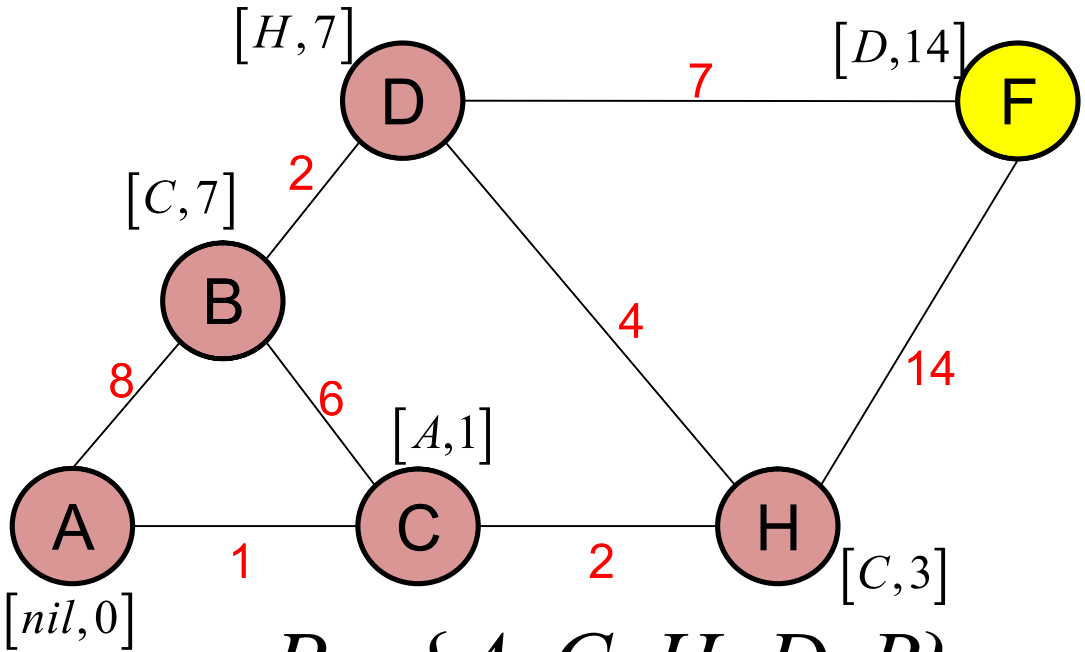
בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד B הוא קודקוד K



V	A	C	H	D	B	F
d[v]	0	1	3	7	7	14

V	A	C	H	D	B	F
Pa[v]	nil	A	C	H	C	D

	אורך המסלול שהיה	אורך המסלול כעת	אורך המסלול שיהיה	
A $\overset{7}{\rightsquigarrow}$ B $\overset{\infty}{\text{———}}$ F	14	$7+\infty=\infty$	14	<u>**אין שינוי**</u>



V	A	C	H	D	B	F
d[v]	0	1	3	7	7	14

V	A	C	H	D	B	F
Pa[v]	nil	A	C	H	C	D

$$P=\{A,C,H,D,B\}$$

$$T=\{F\}$$

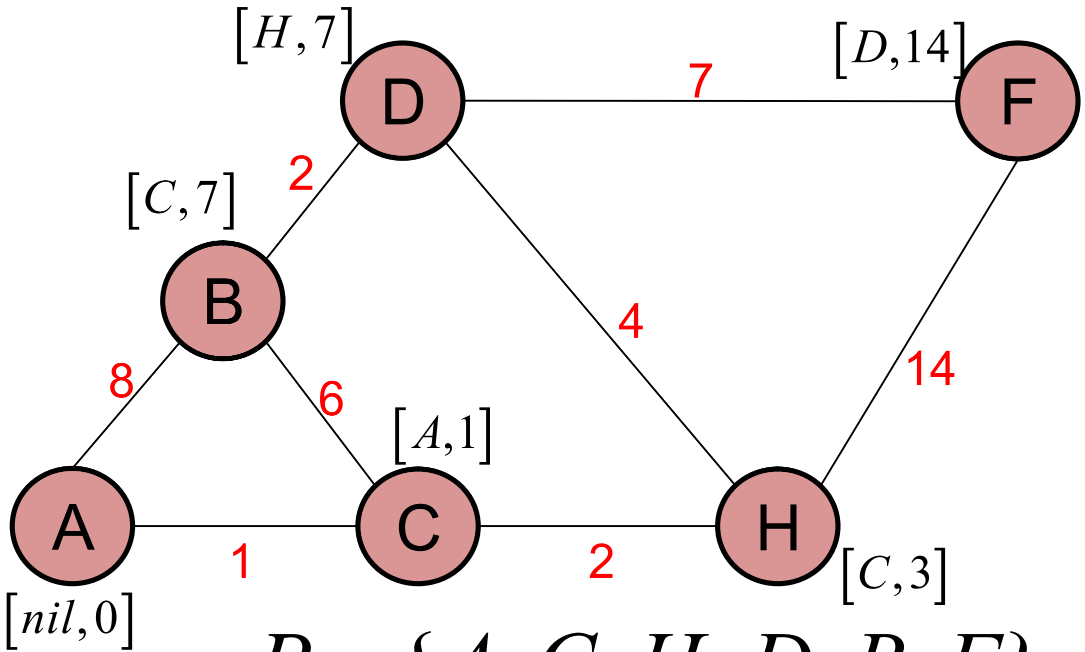
איטרציה מספר 6

צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד F הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [14].



V	A	C	H	D	B	F
d[v]	0	1	3	7	7	14

V	A	C	H	D	B	F
Pa[v]	nil	A	C	H	C	D

$$P = \{A, C, H, D, B, F\}$$

$$T = \{\}$$

איטרציה מספר 6

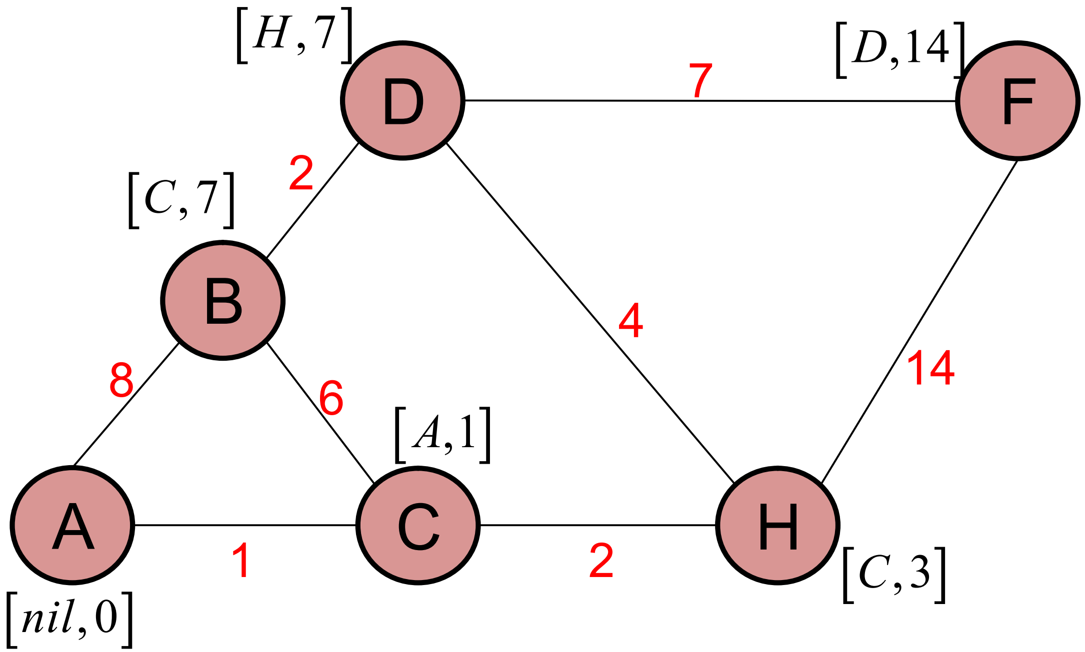
צעד מספר 1:

מבין קבוצת הזמניים (קבוצה T), נסמן את הקודקוד בעל אורך המסלול המינימאלי הזמני

מקודקוד המקור.

(מרחקו קבוע ולא ישתנה לעולם) נסמנו ב- K והעבירו לקבוצת ה"קבועים".

במקרה שלנו קודקוד F הוא הקודקוד הזמני בעל המרחק המינימאלי [14].



V	A	C	H	D	B	F
d[v]	0	1	3	7	7	14

V	A	C	H	D	B	F
Pa[v]	nil	A	C	H	C	D

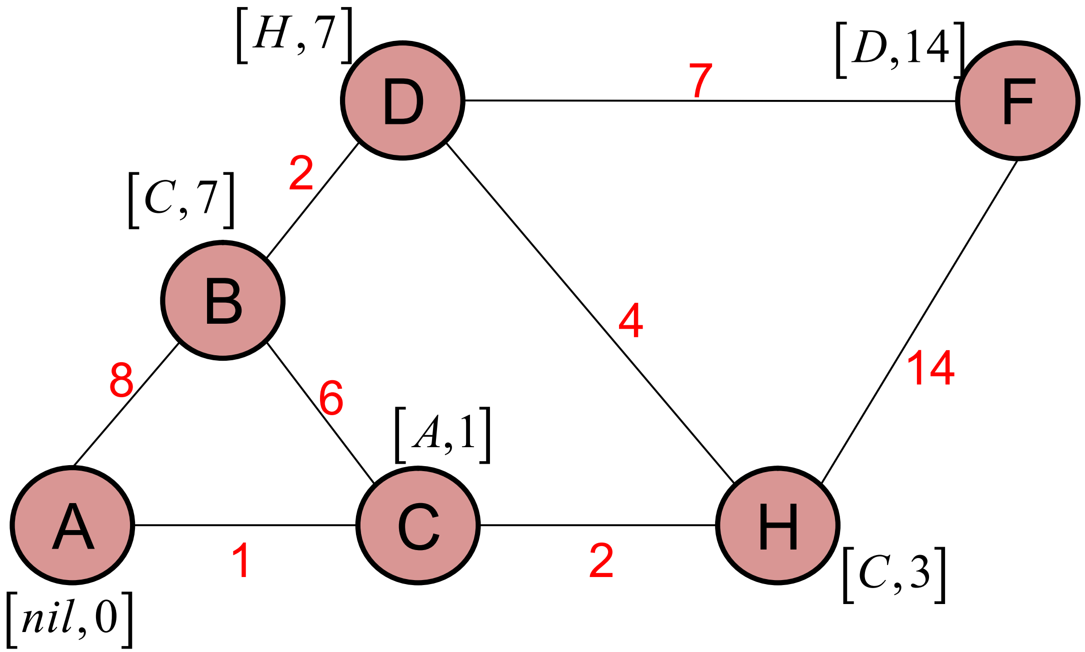
צעד מספר 2:

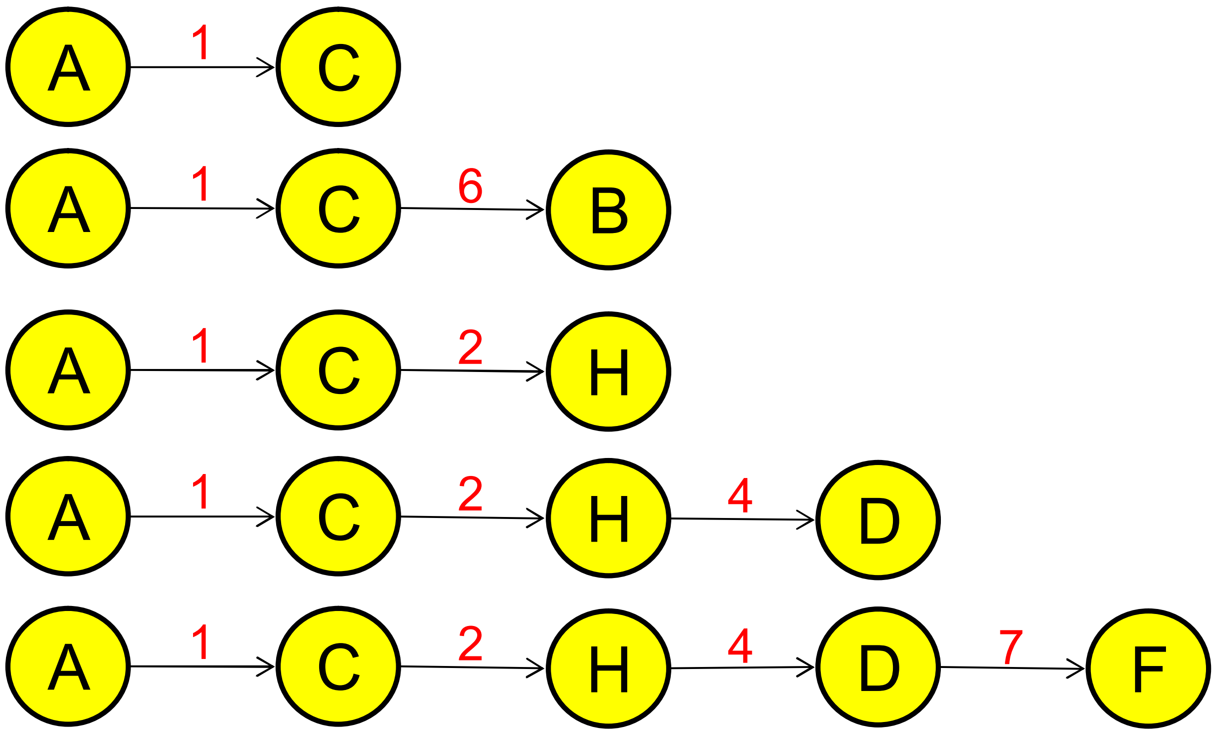
בצעד זה ננסה לשפר את האורכים של המסלולים הקצרים

העוברים דרך קודקוד K , שנקבע בצעד הראשון , מקודקוד

מקור 0 לכל קודקוד j כאשר במקרה שלנו קודקוד F הוא קודקוד K

אין כלום בקבוצת הזמניים – לכן סיימנו


[H,7]
D
7
[D,14]
F
2
[C,7]
B
4
14
8
6
[A,1]
A
1
C
2
H
[C,3]
[nil,0]


A 1 C
A 1 C 6 B
A 1 C 2 H
A 1 C 2 H 4 D
A 1 C 2 H 4 D 7 F

ב. כל קשת בגרף G צבועה בכחול או באדום.
X ו Y הם קודקודים בגרף.
כתוב אלגוריתם מילולי, קצר ויעיל, בעברית מובנת, למציאת אורך המסלול הקצר ביותר מ- X ל- Y , כאשר חלקו הראשון של המסלול יהיה מורכב מקשתות **אדומות בלבד** וחלקו השני יהיה מורכב מקשתות **כחולות בלבד**.
שים לב : כל אחד משני החלקים יכול להיות ריק.

1.נבנה גרף $G_1=(V,E_1)$, כאשר ב-E_1 רק קשתות אדומות.

2.הפעל את האלגוריתם דיקסטרה על G_1 מקודקוד X וכך

נמצא את המסלול האדום הקצר ביותר מ- X לכל

קודקוד אחר בגרף.

3. מהגרף G נבנה גרף $G_2=(V,E_2)$, כאשר ב- E_2 :

קשתות כחולות שב-E **ובנוסף**

בעבור כל צומת V, אם אורך המסלול האדום שמצאנו בצעד 2

מ-X ל-V קטן מאינסוף, אז נוסיף ל-E_2 קשת מ-X ל-V ומשקלה

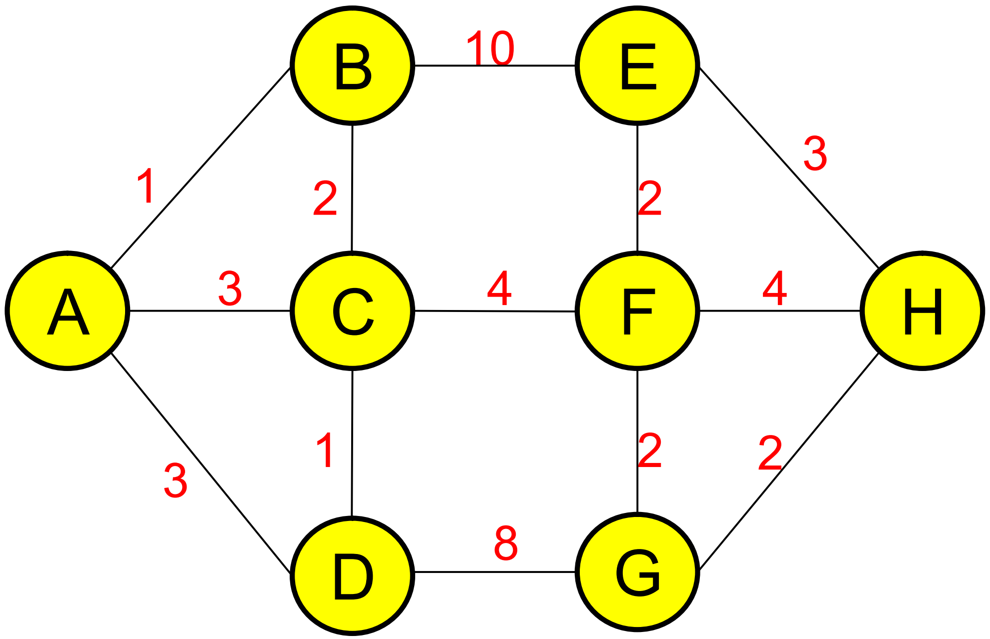
של קשת זו כאורך המסלול האדום שמצאנו בצעד 2.

4. הפעל את האלגוריתם דיקסטרה על G2 מקודקוד X וכך נמצא את המסלול הקצר ביותר המבוקש מ-X לכל קודקוד אחר ובפרט ל-Y.

תרגיל מספר 6:

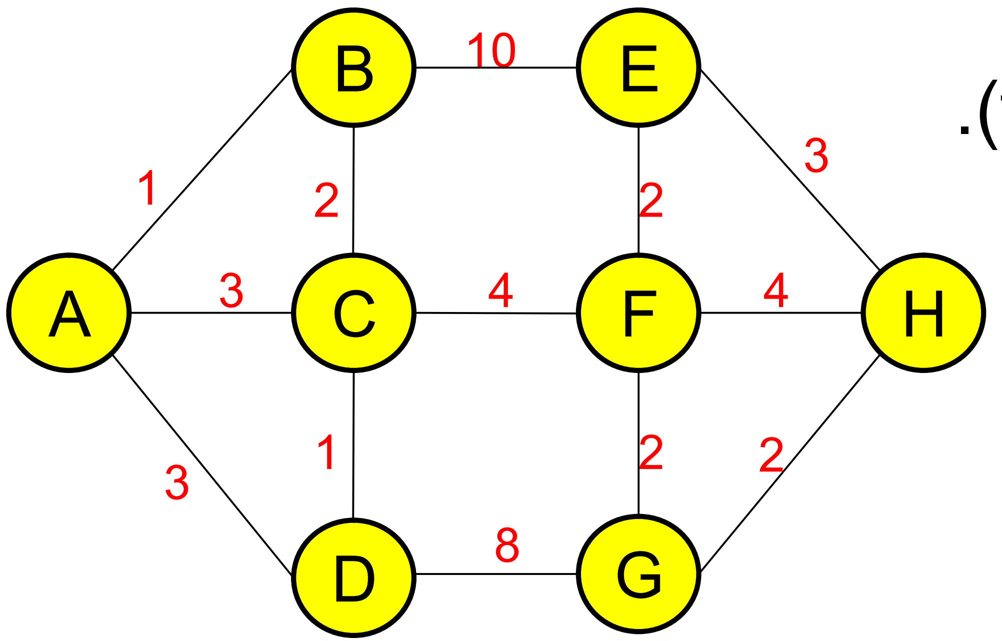
.6

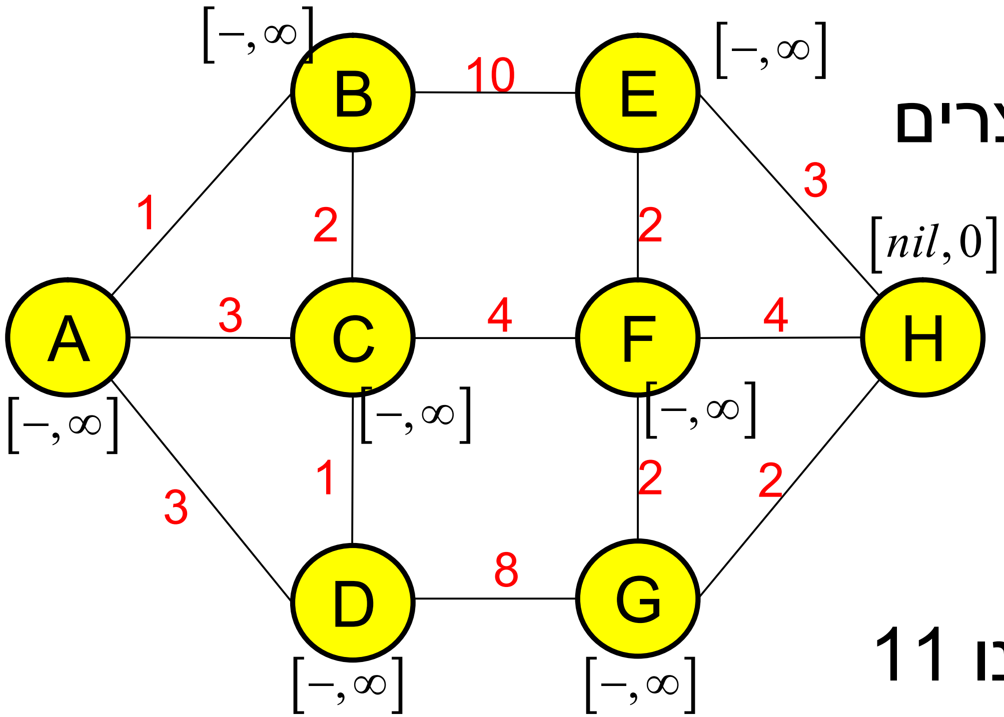
הגרף G מוגדר על ידי G(V,E), כאשר V מבטא קבוצת קודקודים בגרף, ו E – מבטא קבוצת קשתות בגרף.
פונקצית המשקל $W:E\rightarrow R^{+}$ קובעת משקל (מספר) לכל קשת בגרף G.
לפניך רשת:



א. מצא את כל המסלולים הקצרים ביותר מן הקודקוד A לקודקוד H ברשת הנתונה.
תאר כל מסלול כזה בנפרד באופן סכמתי, בצורת רשימה ליניארית מקושרת – לדוגמא: $A \to C \to F \to H$.

ב. יהיו Z,Y,X קודקודים בגרף $(Z \in V, Y \in V, X \in V)$.
כתוב אלגוריתם מילולי, קצר ויעיל בעברית מובנית, אשר מחזיר את תשובה "אמת" (true) אם כל המסלולים הקצרים ביותר מ- X ל- Y עוברים דרך Z ;
אחרת הוא מחזיר את התשובה "שקר" (false).

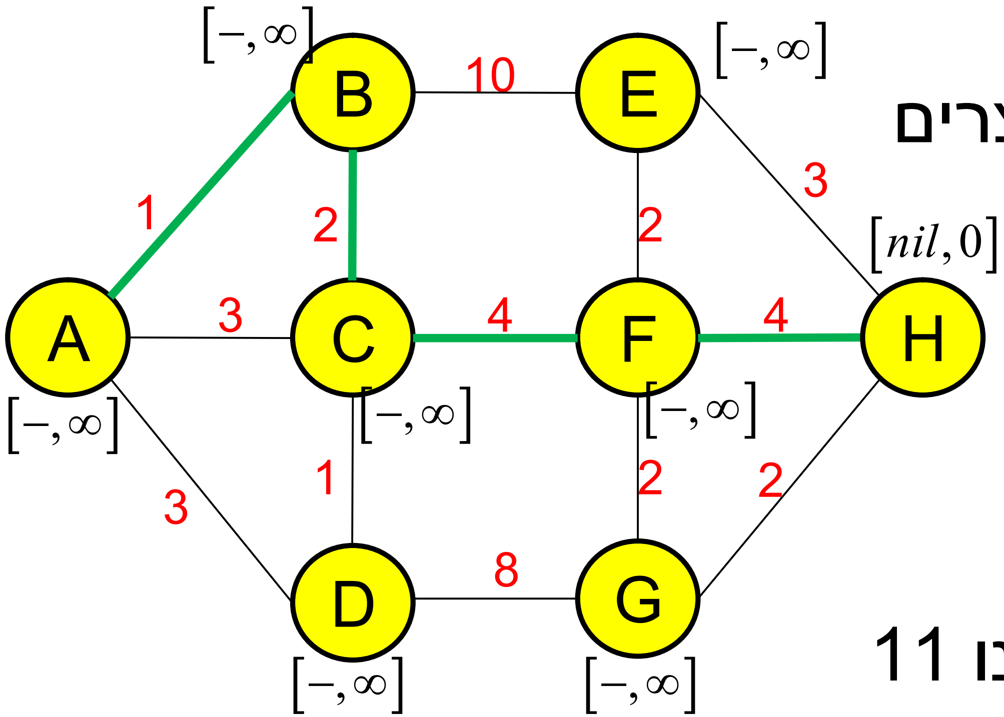




תחילה נציין את המסלולים הקצרים ביותר הקיימים

מקודקוד A לקודקוד H

משקל המסלול הקצר ביותר הינו 11

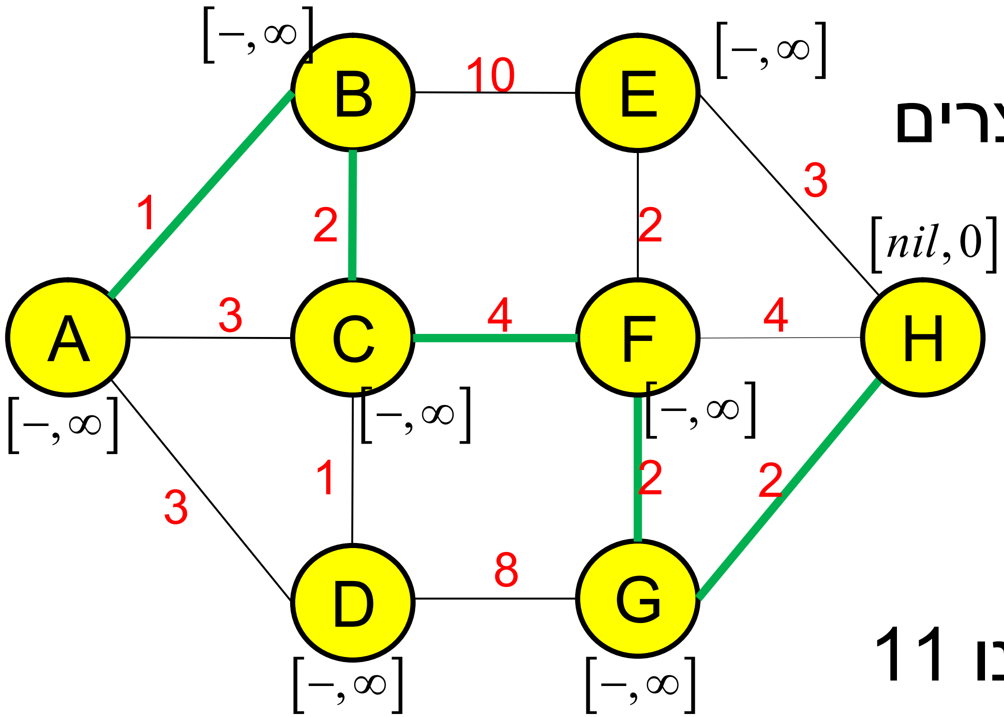


תחילה נציין את המסלולים הקצרים ביותר הקיימים מקודקוד A לקודקוד H

משקל המסלול הקצר ביותר הינו 11

מסלול מספר 1:

$$A \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} C \xrightarrow{4} F \xrightarrow{4} H = 11$$



תחילה נציין את המסלולים הקצרים ביותר הקיימים מקודקוד A לקודקוד H

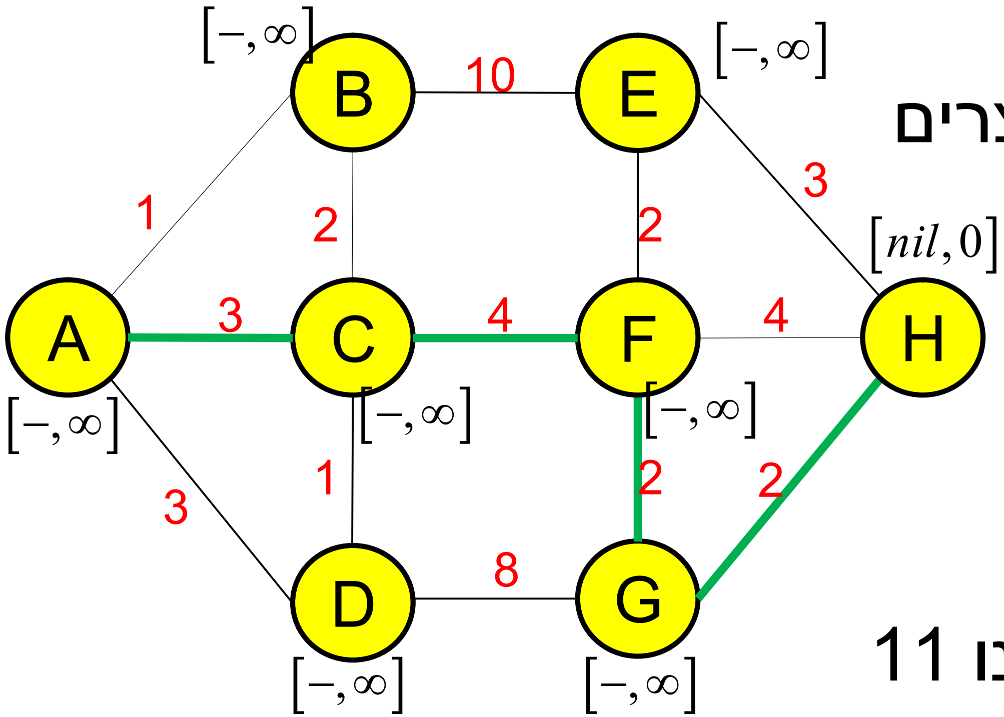
משקל המסלול הקצר ביותר הינו 11

מסלול מספר 1:

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow H = 11$$

מסלול מספר 2:

$$A \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} C \xrightarrow{4} F \xrightarrow{2} G \xrightarrow{2} H = 11$$



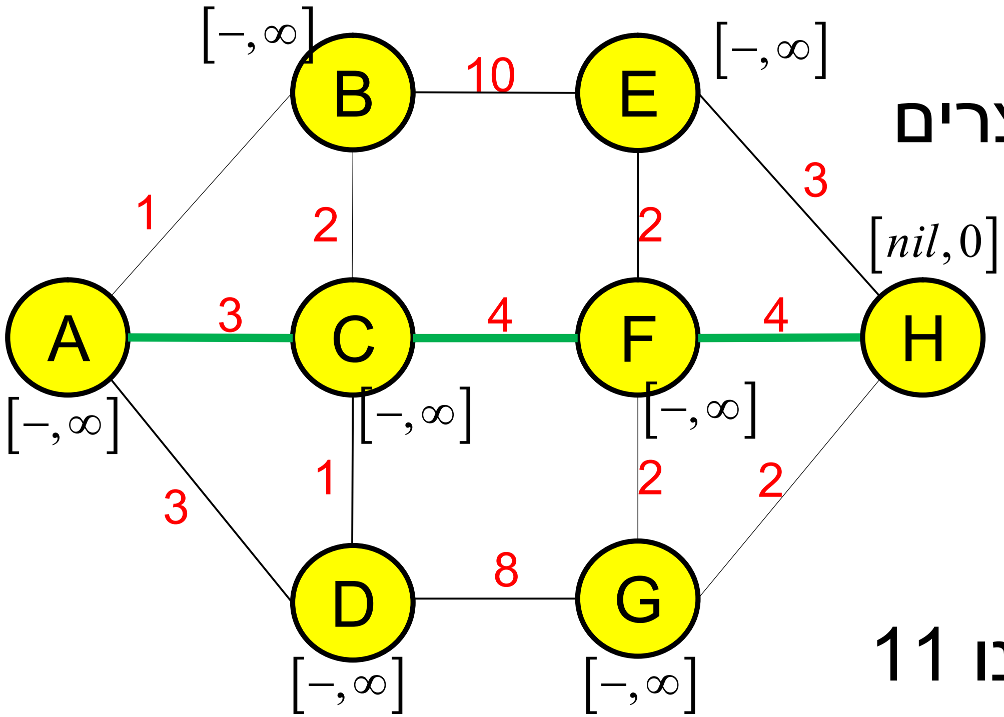
תחילה נציין את המסלולים הקצרים ביותר הקיימים מקודקוד A לקודקוד H

משקל המסלול הקצר ביותר הינו 11

מסלול מספר 1: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow H = 11$

מסלול מספר 2: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H = 11$

מסלול מספר 3: $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} F \xrightarrow{2} G \xrightarrow{2} H = 11$



תחילה נציין את המסלולים הקצרים ביותר הקיימים מקודקוד A לקודקוד H

משקל המסלול הקצר ביותר הינו 11

מסלול מספר 1: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow H = 11$

מסלול מספר 2: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H = 11$

מסלול מספר 3: $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H = 11$

מסלול מספר 4: $A \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} F \xrightarrow{4} H = 11$

ב. יהיו Z,Y,X קודקודים בגרף.
כתוב אלגוריתם מילולי, קצר ויעיל בעברית מובנית,
אשר מחזיר את תשובה "אמת" (true) אם כל
המסלולים הקצרים ביותר מ- X ל- Y עוברים דרך Z
אחרת הוא מחזיר את התשובה "שקר" (false) .

נתון $G=(V,E)$

צעד 1: הפעל את אלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

נתון $G=(V,E)$

צעד 1: הפעל את אלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

צעד 2: קבע את אורך המסלול הקצר מ- s ל- t ב- G והשם אותו ב- M_1

נתון $G=(V,E)$

צעד 1: הפעל את אלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

צעד 2: קבע את אורך המסלול הקצר מ- s ל-t ב- G והשם אותו ב- M_1

צעד 3: מחק בגרף (בטל) את הקודקוד Z ואת כל הקשתות הנוגעות ב-Z.

נקבל גרף חדש $G_1=(V_1,E)$ כאשר $V_1=V-\{z\}$

נתון $G=(V,E)$

צעד 1: הפעל את אלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

צעד 2: קבע את אורך המסלול הקצר מ- s ל-t ב- G והשם אותו ב- M_1

צעד 3: מחק בגרף (בטל) את הקודקוד Z ואת כל הקשתות הנוגעות ב-Z.

נקבל גרף חדש $G_1=(V_1,E)$ כאשר $V_1=V-\{z\}$

צעד 4: הפעל את האלגוריתם דיקסטרה מקודקוד S לכל קודקוד אחר ב- G_1

צעד 5: קבע את אורך המסלול הקצר מ- S ל-t ב- G_1

והשם אותו ב- M_2

צעד 5: קבע את אורך המסלול הקצר מ- S ל-t ב- G_1
והשם אותו ב- M_2

צעד 6: אם $M_2 > M_1$ אזי ברור כי כל המסלולים הקצרים מ-S ל- t עוברים דרך הקודקוד Z ולכן החזר תשובה חיובית (true) אחרת החזר תשובה שלילית (false).

תרגיל מספר 7:

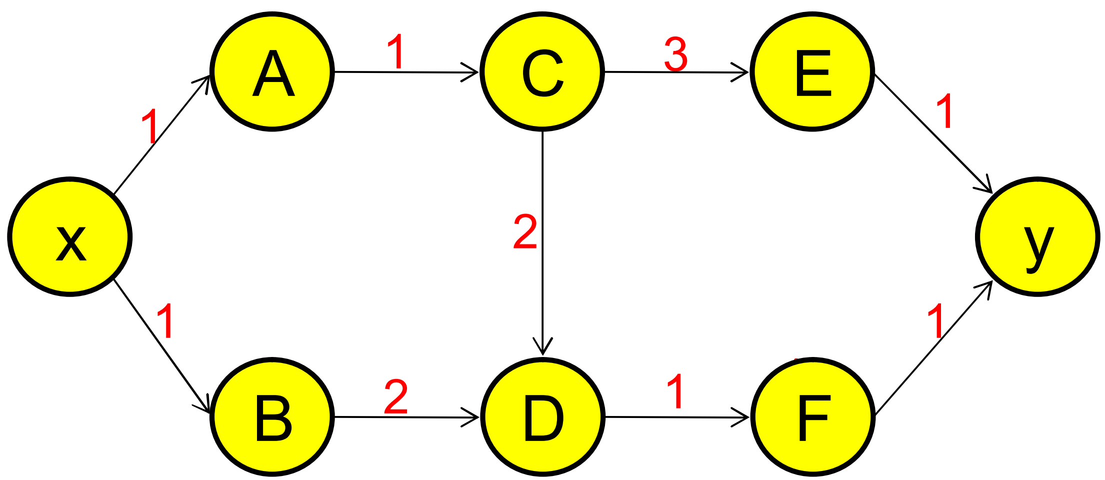
.7

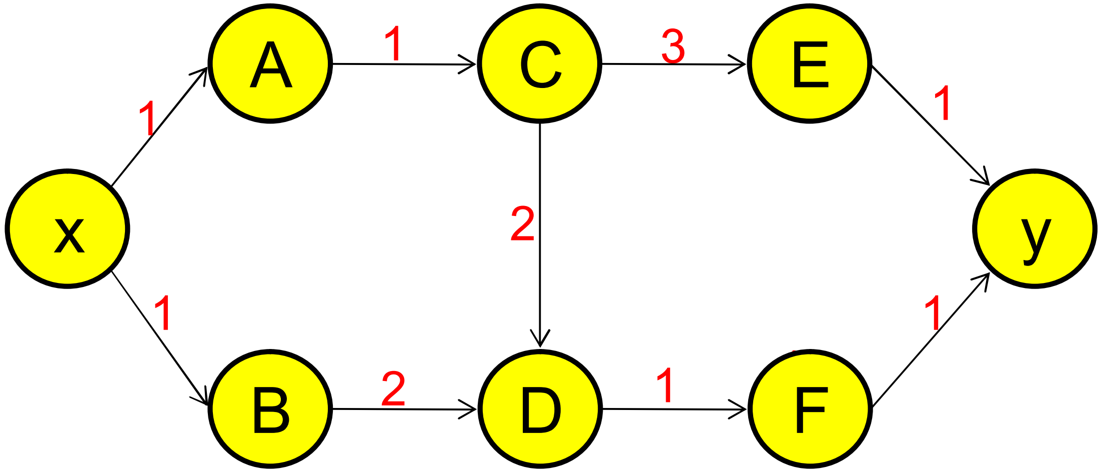
הגרף G מוגדר ע"י G=(V,E).

פונקציית המשקל $W:E\rightarrow R^{+}$ קובעת משקל (מספר) לכל קשת בגרף G .

לפניך רשת:

א. מצא את כל המסלולים הקצרים ביותר מן הקודקוד X לקודקוד Y ברשת הנתונה. תאר כל מסלול כזה בנפרד באופן סכמתי, בצורת רשימה ליניארית מקושרת .





משקל המסלול הקצר ביותר הינו 11

מסלול מספר 1:

$$X \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} D \xrightarrow{1} F \xrightarrow{1} Y = 5$$

ב. יהי S קודקוד בגרף $(S \in V)$.

נסמן לכל מסלול P מקודקוד S לקודקוד a :

(P) W מסמן את משקל המסלול (כלומר את סכום משקלי הקשתות של מסלול P).

L(P) מסמן את אורך המסלול (כלומר את מספר הקשתות במסלול P).

כתוב אלגוריתם מילולי קצר ויעיל, בעברית מובנית, המוצא לכל קודקוד a את הערך המינימאלי האפשרי של W(P) + L(P).

הדרכה: בנה גרף חדש, ;G' , G'=(V',E') מצא את הערך W(P) + L(P) המינימלי האפשרי ב G' וציין מה מכיל V' ומה מכיל E' .

אלגוריתם:

בעזרת הגרף $G=(V,E)$ נבנה גרף חדש $G_1=(V,E_1)$

באופן הבא:

לכל קשת $e\in E$, $W(e)=W(e)+1$ ב- E_1

עתה נפעיל את האלגוריתם דיקסטרה וכך נמצא את הערך

המינימאלי האפשרי $W(p)+L(p)$

תרגיל מספר 8:

יהי $G=(V,E)$ **גרף מכוון.**

פונקצית המשקל $W : E \to R$ קובעת משקל שלם , W(e) המקיים,

$1 \le W(e) \le 50$ לכל קשת e בגרף .

יהי $s \in V$ קודקוד נתון בגרף.

א. נסמן $|V|$ -מספר הקודקודים בגרף.

$|E|$ -מספר הקשתות בגרף.

כתוב אלגוריתם מילולי קצר ויעיל, בעברית מובנית, בעל סיבוכיות

זמן $0(|V|+|E|)$, אשר מוצא לכל צומת $v \in V-\{s\}$ את **משקל**

המסלול **הקל** ביותר מ- s ל- v.

ב. הראה כי סיבוכיות הזמן של האלגוריתם שהצעת היא

הסיבוכיות הנדרשת $0(|V|+|E|)$

- נריץ את האלגוריתם של Dijkstra וננצל את העובדה שהמשקולות הם רק בין 1 ל-50 כדי לממש את תור העדיפויות בצורה יעילה יותר.

- תזכורת: זמן הריצה של Dijkstra הוא $O(|V|+|V|*extract\_min + |E|*update)$.

אורך המסלולים הוא O(|V|)

- כיוון שהמשקולות אי-שליליים, המסלולים הקצרים ביותר חייבים להיות פשוטים.
- מכיוון שמסלול פשוט מכיל לכל היותר 1 - |V| קשתות, ומשקל מקסימאלי של קשת הוא 50, הערך d של כל צומת הוא מספר שלם בין 0 ל-50|V| (או אינסוף).
- לשם פשטות, נחליף את הסימון $d = \infty$ בסימון $d=50|V|+1$, ונחליפו בחזרה כאשר האלגוריתם יסתיים.

רדוקציה לקורס "מבני נתונים"

- כלומר, עלינו לממש ADT בעל ממשק דומה לזה של ערימה (heap), כאשר נתון שהמפתחות הם אי-שליליים עד 50|V|+1.
- מימוש ה-ADT יהיה בעזרת מערך בגודל 50|V|+2 (עם אינדקסים בין 1 ל-50V+1).
- במקום ה- i במערך – רשימה מקושרת דו-כיוונית של מצביעים אל הקודקודים v עבורם d[v]=i.
- מצביעים הדדיים בין כל קודקוד בגרף והערך המתאים לו ברשימה המקושרת.

מימוש ה-ADT

- update(v, new_d) – נמחוק את המצביע לקודקוד v מהרשימה המתאימה במערך. נכניס אותו בראש הרשימה המתאימה ל-new_d. זמן: O(1).
- extract_min – נמצא את האיבר הראשון במערך שאינו מכיל רשימה ריקה.
- כיוון שכל קריאה ל- extract_min מחזירה ערך גדול או שווה לקריאה הקודמת, אין צורך לבצע את הסריקה כל פעם מתחילת המערך בזמן (O(|V|).

זמן extract_min

- הסריקה בקריאה ל-extract_min תמשיך מהמקום בו הופסקה הסריקה הקודמת.
- זאת בעזרת משתנה שיכיל את האינדקס בו הופסקה הסריקה האחרונה.
- משתנה זה יאותחל ל-0.
- אמנם זמן הריצה בקריאה אחת הוא מס' התאים שנסרקו, כלומר O(V), אך מכיוון שכל תא נסרק פעם אחת בכל האלגוריתם, זהו גם זמן הריצה של כל |V| הקריאות ל-extract_min.

זמן ריצה כולל

O(|V|+|V|*extract_min + |E|*update)
=O(|V|+|E|)

תרגיל מספר 9:

נתון גרף $G=(V,E)$.

פונקציית המשקל $W:E\rightarrow R^{+}$ קובעת משקל (מספר) לכל קשת בגרף G .

א. כתוב אלגוריתם יעיל הקובע אם קשת מסוימת e נמצאת על כל המסלולים הקצרים ביותר מקודקוד מקור s לקודקוד יעד t .

ב. נתח את סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם שהצעת בסעיף הקודם .

צעד 1: הפעל את האלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

צעד 1: הפעל את האלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

צעד 2: קבע את אורך המסלול הקצר מ-S ל-t ב-G והשם אותו ב-M_1

צעד 1: הפעל את האלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

צעד 2: קבע את אורך המסלול הקצר מ-S ל-t ב-G והשם אותו ב-M_1

צעד 3: מחק בגרף (בטל) את הקשת e בגרף ונקבל גרף חדש $G_1=\left(V,E_1\right)$ כאשר $E_1=E-\{e\}$

צעד 1: הפעל את האלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

צעד 2: קבע את אורך המסלול הקצר מ-S ל-t ב-G והשם אותו ב-M_1

צעד 3: מחק בגרף (בטל) את הקשת e בגרף ונקבל גרף חדש $G_1 = (V, E_1)$ כאשר $E_1 = E - \{e\}$

צעד 4: הפעל את אלגוריתם דיקסטרה מקודקוד S לכל קודקוד אחר ב-G_1

צעד 1: הפעל את האלגוריתם דיקסטרה מצומת S לכל קודקוד אחר ב- G

צעד 2: קבע את אורך המסלול הקצר מ-S ל-t ב-G והשם אותו ב-M_1

צעד 3: מחק בגרף (בטל) את הקשת e בגרף ונקבל גרף חדש

$G_1 = (V, E_1)$ כאשר $E_1 = E - \{e\}$

צעד 4: הפעל את אלגוריתם דיקסטרה מקודקוד S לכל קודקוד אחר ב-G_1

צעד 5: קבע את אורך המסלול הקצר בs- ל-t ב-G_1 והשם אותו ב- M_2

צעד 6: אם $M_1 > M_2$ אזי ברור כי כל המסלולים הקצרים מ-s ל- t עוברים דרך הקשת e

ולכן החזר תשובה חיובית (true)

אחרת,

החזר תשובה שלילית (false)

תרגיל מספר 10:

רשת תקשורת מתוארת ע"י גרף מכוון שבו כל קשת מייצגת ערוץ תקשורת ולכל קשת (u,v) יש "משקל" $r(u,v)$ שהינו מספר בין 0 ל- 1 המתאר את האמינות (reliability) של הערוץ (למעשה זו ההסתברות שהוא יעבוד).

בהנחה שמתקיימת אי-תלות הסתברותית בין המאורעות, ההסתברות שמסלול כלשהו יעבוד היא מכפלת ההסתברויות על קשתותיו.

עליכם למצוא אלגוריתם יעיל שמקבל גרף כזה וזוג קדקודים (s,t) ומוצא מסלול אמין ביותר מ- s ל- t.

(הערה: כדאי להפריד בין הצגת האלגוריתם להוכחת הנכונות. האלגוריתם אמור להיות קל מאוד להצגה, גם אם הוכחת נכונותו דורשת מאמץ מסוים).

$P_1, P_2, \ldots, P_n$ יקבל ערך מקסימאלי אם ורק אם

$\log\left(P_1 P_2 \ldots P_n\right)$ יקבל ערך מקסימאלי אם ורק אם

$-\log\left(P_1 P_2 \ldots P_n\right)$ יקבל ערך מינימאלי.

כלומר, הבעיה המקורית שקולה למצוא ערך מינימאלי לביטוי

$$\left(-\log P_1\right)+\left(-\log P_2\right)+\ldots+\left(-\log P_n\right)$$

ואת זה נוכל להשיג באמצעות דיקסטרה.

1. נתון גרף $G=\left(V,E\right)$ עם $W:E\rightarrow\left[0,1\right]$

נבנה גרף $G_1=\left(V,E\right)$ עם פונקצית משקל לכל קשת

$W_1\left(e\right)=-\log W\left(e\right)$ קבל ערך מינימאלי.

2. נריץ דיקסטרה על G1 , ונקבל עץ המסלולים הקצרים,

ועץ זה מתאר גם את המסלולים שהאמינות שלהם

מקסימאלית.

תרגיל מספר 11:

נתון גרף מכוון G=(V,E)

פונקצית המשקל $W: E \to R^+$ קובעת משקל (מספר) לכל קשת בגרף G .

כל קשת בגרף צבועה באדום או בלבן.

נתונים שני קודקודים s ו t בגרף G .

א. כתוב אלגוריתם יעיל אשר מוצא מבין המסלולים הקצרים ביותר בין s ל – t (ביחס למשקולות שעל הקשתות) את זה שמספר הקשתות האדומות מינימאלי.

ב. נתח את סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם שהצעת בסעיף א'.

צעד 1: הפעל את האלגוריתם של דיקסטרה למציאת מסלולים קצרים בגרף G.

האלגוריתם מניב עץ פורש T, שהינו עץ המסלולים הקצרים מקדקוד מקור s לכל יתר הקדקודים בגרף G

צעד 2: נבנה גרף חדש $G1=(V,E1)$ כאשר

$E1=T\cup\{(u,v)|\ d[v]=d[u]+w(u,v)\}$ עם פונקציית

משקל חדשה w_1 אשר מוגדרת באופן הבא:

עבור כל קשת e בצבע אדום $W(e)=1$,

אחרת $W(e)=0$

צעד3:

הפעל את האלגוריתם של דיקסטרה למציאת מסלולים קצרים בגרף G1 .

צעד4:

אם $d[t]=\infty$ אזי לא קיים המסלול המבוקש, אחרת המסלול מ-s ל- t הוא המסלול הקצר ביותר בו מספר הקשתות האדומות מינימאלי.