תכנון וניתוח אלגוריתמים

תרגילים נוספים בתכנות לינארי



תרגיל 1



נתונה בעיית תכנות הלינארי: ●

Max $\{Z = a X_1 + 2X_2 \}$

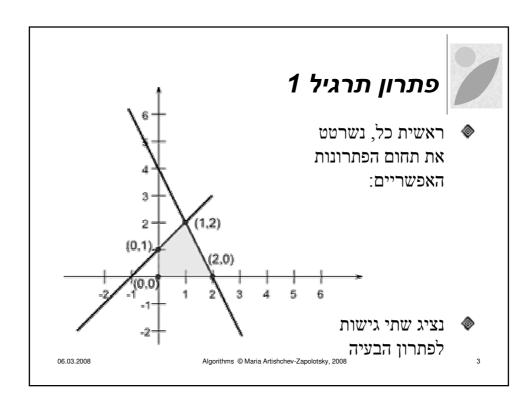
Subject to:

- $2X_1 + X_2 \le 4$
- \bullet $X_1, X_2 \ge 0$

עבור אילו ערכים של הפרמטר a יהיה לבעיה פתרון פתרון אופטימלי יחיד בנקודה ?(1,2)

06.03.2008

Algorithms © Maria Artishchev-Zapolotsky, 2008



97

פתרון תרגיל 1

א. שיטת חישוב הקדקודים:

(1,2)	(0,1)	(2,0)	(0,0)	קדקוד
a + 4	2	2 <i>a</i>	0	Z ערך

- ע"מ לקבל מקסימום בנקודה (1,2), עלינו לדרוש כי: ●
- a + 4 > 2
- ()
- a + 4 > 2a

-2 < a < 4 מכאן:

06.03.2008

Algorithms © Maria Artishchev-Zapolotsky, 2008





- שיטת חישוב השיפועים:
- הנקודה (1,2) הינה נקודת חיתוך של קווי האילוצים:

$$X_1 - X_2 \ge -1$$

$$2X_1 + X_2 \le 4 \quad \bullet$$

- -2 -ו שיפועי הקווים האלה הם 1
- שיפוע המטרה אייב הוא -a/2 הוא המטרה שיפוע שיפוע שיפוע שיפועי קווי האילוצים היוצרים את קדקוד המקסימום

$$-2 < a < 4$$
 לכן , $-2 < -a/2 < 1$ מכאן:

06.03.2008

Algorithms © Maria Artishchev-Zapolotsky, 2008

תרגיל 2

Max $\{Z = 4X_1 + 3X_2\}$

Subject to:

- $5X_1 + 4X_2 \le 40$
- $5X_1 + X_2 \le 20$
- $X_1 \leq X_2$
- $X_1 \ge 0$
- **③** X_2 ≥ 0

יש למצוא את הפתרון בשיטת הסימפלקס. ◆

06.03.2008

Algorithms © Maria Artishchev-Zapolotsky, 2008



פתרון תרגיל 2

:בצע את כל פעולות ההכנה

$$5X_1 + 4X_2 + X_3 = 40$$

$$4 5X_1 + X_2 + X_4 = 20$$

$$\lozenge X_1 \ge 0$$

$$\Diamond X_2 \ge 0$$

ונמלא את הטבלה ●

--, -

06.03.2008

Algorithms © Maria Artishchev-Zapolotsky, 2008

פתרון תרגיל 2



								100.00
		<i>x</i> ₁	<i>x</i> ₂	x_3	x ₄	 x ₅		
ים	מחירי	4	3	0	0	0		
	בסיס	\overline{a}_1	\overline{a}_2	\overline{a}_3	\overline{a}_4	\overline{a}_{5}	\overline{b}	$\frac{b_i}{a_{ik}}$
1	x_3	5	4	1	0	0	40	8
2	x_4	5	1	0	1	0	20	4
3	x_5	1	-1	0	0	1	0	0
	C_j^{\perp}	-4	-3	0	0	0	0	=Z

06.03.2008

Algorithms © Maria Artishchev-Zapolotsky, 2008



פתרון תרגיל 2 – ניתוח תוצאות ביניים

- נשים לב, כי ערך פונקצית המטרה Z לא השתנה! ◆
- אך גם לא פגע בפתרון, אך גם לא כלומר, המעבר לבסיס חדש אמנם לא פגע בפתרון, אך גם לא שיפר אותו
 - הינו אפס אפס הינו אפס ארכו של בסיסי מערכו של \mathbf{x}_{\bullet}
 - זהו מצב נדיר יחסית, אך בהחלט חוקי מבחינת אלגוריתם הסימפלקס

06.03.2008

Algorithms © Maria Artishchev-Zapolotsky, 2008

9

פתרון תרגיל 2 – ניתוח תוצאות ביניים



- כי לראות, ממנו ניתן אחלוץ לראות, כי גוצר כתוצאה מהאילוץ אילר כתוצאה פאכו ערכו של לא יגדל, כל עוד איגדל, כל עוד לאפס ערכו איגדל, כל עוד איגדל, כל עוד אינדל אפס
- ,המעודד להכניסו לבסיס, אלכן למרות של המינימלי של אלכן למרות המחיר המינימלי של לכן למרות עלינו להקפיא את ערכו של X_1 באפס בינתיים)
- - בתריתם: סעת, נמשיך בהרצת האלגוריתם: ◆

06.03.2008

Algorithms © Maria Artishchev-Zapolotsky, 2008





								100000
		<i>x</i> ₁	<i>x</i> ₂	x_3	<i>x</i> ₄	x ₅		
ים	מחירי	4	3	0	0	0		
	בסיס	\overline{a}_1	\overline{a}_2	\overline{a}_3	\overline{a}_4	\overline{a}_{5}	\overline{b}	$\frac{b_i}{a_{ik}}$
1	x_3	5	4	1	0	0	40	8
2	x_4	5	1	0	1	0	20	4
3	x_5	(1)	-1	0	0	1	0	0
	C_j^{\perp}	-4	-3	0	0	0	0	= Z

06.03.2008

Algorithms © Maria Artishchev-Zapolotsky, 2008

11

פתרון תרגיל 2



							_	
		x_1	$\begin{bmatrix} x_2 \end{bmatrix}$	x_3	x_4	x ₅		
ים	מחיר	4	3	0	0	0		
	בסיס	\overline{a}_1	\overline{a}_2	$ \overline{a}_3 $	\overline{a}_4	\overline{a}_{5}	\overline{b}	$\frac{b_i}{a_{ik}}$
1	x_3	0	9	1	0	-5	40	$\frac{40}{9}$
2	x_4	0	6	0	1	-5	20	$\frac{10}{3}$
3	x_1	1	-1	0	0	1	0	
	C^{\perp}	0	-7	0	0	4	0	=Z

06.03.2008

Algorithms @ Maria Artishchev-Zapolotsky, 2008

		x_1	$\int_{1}^{1} x_2$	$\begin{bmatrix} 1 & x_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & x_4 \end{bmatrix}$	1 x ₅		
ים	מחיר	4	3	0	0	0		
	בסיס	\overline{a}_1	\overline{a}_2	$ a_3 $	\overline{a}_4	\overline{a}_5	\overline{b}	$\frac{b_i}{a_{ik}}$
1	x_3	0	0		$-\frac{3}{2}$	$\left(\frac{5}{2}\right)$	10	4
2	x_2	0	1	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{5}{6}$	$\frac{10}{3}$	
3	x_1	1	0	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{10}{3}$	20
	C_j^{\perp}	0	0	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{11}{6}$	$\frac{70}{3}$	= Z

	פתרון תרגיל 2										
		<i>x</i> ₁	$\int_{1}^{1} x_2$	<i>x</i> ₃	! x ₄	! x ₅					
ים.	מחיר	4	3	0	0	0					
	בסיס	\overline{a}_1	\overline{a}_2	\overline{a}_3	\overline{a}_4	\bar{a}_{5}	\overline{b}	$\frac{b_i}{a_{ik}}$			
1	<i>x</i> ₅	0	0	$\frac{2}{5}$	$-\frac{3}{5}$	1	4				
2	x_2	0	1 1	$\frac{1}{3}$	$\left -\frac{1}{3} \right $	0	$\frac{20}{3}$				
3	x_1	1	0	$-\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	0	$\frac{8}{3}$				
	C_j^{\perp}	0	0	$\frac{11}{15}$	$\frac{1}{15}$	0	$\frac{92}{3}$	= Z	14		