



מערכות ספרתיות

1

- מבוא
- משתנים בוליאניים
- ייצוג מספרים
- אריתמטיקה בינארית
- קודים בינאריים

ד"ר רון שמואלי
rons@afeka.ac.il

(c) Dr. Ron Shmueli

1

כללי**• ספר הקורס**

- האוניברסיטה הפתוחה – מערכות ספרתיות תרגום פרקים 1-7 מן הספר של M. Mano – 1988 () – (קיים גם מדריך למידה בספריה.)

• ספרים נוספים

- M. Morris Mano, Computer Engineering Hardware Design, Prentice Hall, 1997
- M. Morris Mano, Digital Design, Prentice Hall, 1991

• אתר למידה מרחוק

- שקפים
- דפי נוסחאות
- סיכומי הרצאות

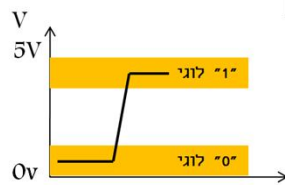
• מבנה ציון

- מבחן 80% בוחן 10% תרגילים 10%

הקדמה

- מערכות ספרתיות - אבני הבניין של המחשב הספרתי.
- אות אנלוגי ביחס לספרתי

- ייצוג מספרים בעזרת שני ערכים מנוגדים



"0" לוגי	"1" לוגי
False	True
Low	High
Off	On
טוֹק	גע

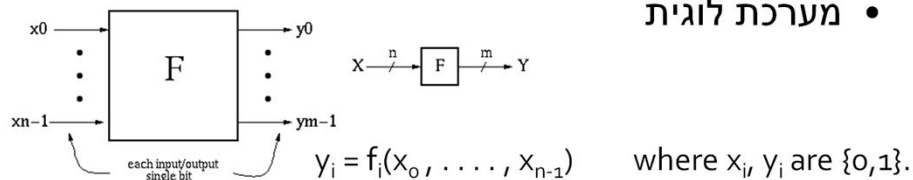
2011

(c) Dr. Ron Shmueli

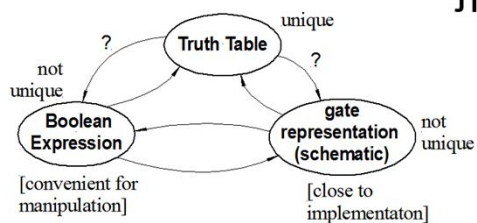
3

הקדמה (המשך)

- המשתנים הלוגיים יכולים לקבל שני ערכים $\{ "0", "1" \}$
- מערכת לוגית



- תאור הפונקציונליות הלוגית




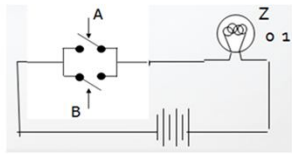
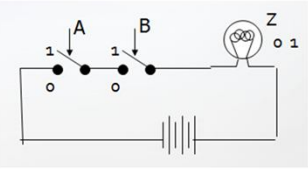
- טבלת אמת

טבלה המתארת את הקשר
בין כל הצרופים האפשריים
של ערכי הכניסה ביחס
לתוצאת הפעולה

2011

(c) Dr. Ron Shmueli

4



מערכת
לוגית

הקדמה (המשך)

- דוגמא א

A	B	Z
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	
- דוגמא ב

A	B	Z
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	
- דוגמא ג

A	B	Z
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

5 • פעולת משלים (NOT)

ייצוג מספרים בבסיסים שונים

• ייצוג משוקלל

בסיס עשרוני $b=10$:

$$(23.7)_{10} = 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1}$$

בסיס $b=8$ (אוקטלי):

$$(370.5)_8 = 3 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} = (248.625)_{10}$$

בסיס $b=5$:

$$(124.3)_5 = 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 + 3 \cdot 5^{-1} = (39.6)_{10}$$

בסיס $b=2$ (בינארי):

$$(1010.01)_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^{-2} = (10.25)_{10}$$

בסיס $b=16$ (הקסדצימלי):

$$(A31.C)_{16} = 10 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 + 12 \cdot 16^{-1} = (2609.75)_{10}$$

6

מעבר מבסיס כלשהוא לבסיס 10.

- הצורה הקנונית

– מספר בבסיס r המורכב מ n ספרות לפני הנקודה ו m ספרות אחרי הנקודה מהצורה :

$$a_{n-1} a_{n-2} \cdots a_0 . a_{-1} a_{-2} \cdots a_{-m}$$

- ערכו של המספר בבסיס 10 יהיה:

$$(N)_{10} = a_{n-1} r^{n-1} + a_{n-2} r^{n-2} + \cdots + a_0 r^0 + a_{-1} r^{-1} + a_{-2} r^{-2} \cdots + a_{-m} r^{-m}$$

$$(N)_{10} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i r^i$$

מעבר מבסיס 10 לבסיס כלשהוא

- מפרידים בין החלק השלם לשבר

– החלק השלם

- בכל שלב מחלקים בבסיס r
- השארית מהווה ספרה במספר החדש
- המנה מועברת לשלב הבא

- דוגמא:

	<u>מספר</u>	<u>שארית</u>	$(133)_{10} = (?)_3$
	133	$1 = d_0$	
	44	$2 = d_1$	
	14	$2 = d_2$	
	4	$1 = d_3$	
	1	$1 = d_4$	
	0	-	
$133 = (11221)_3$			

2011

(c) Dr. Ron Shmueli

8

מעבר מבסיס 10 לבסיס כלשהוא (המשך)

– חלק השבר

- בכל שלב מכפילים בבסיס r
- החלק השלם הוא ספרה במספר החדש
- השבר שנישאר מועבר לשלב הבא

– לדוגמא:

$$(0.43)_{10} = (?)_5$$

<u>מספר</u>	<u>שארית</u>
$0.43 \times 5 = 2.15$	$2 = d_{-1}$
$0.15 \times 5 = 0.75$	$0 = d_{-2}$
$0.75 \times 5 = 3.75$	$3 = d_{-3}$
$0.75 \times 5 = 3.75$	$3 = d_{-4}$
...	...

$$0.43 = (0.20333...)_5$$

2011

(c) Dr. Ron Shmueli

9

בסיס 2	בסיס 16
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

מעבר מהיר בין בסיסים שהן חזקות של 2

• הבסיסים $(2^1, 2^2, 2^3, 2^4)$ 2, 4, 8, 16

בסיס 2	בסיס 8
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

בסיס 2	בסיס 4
00	0
01	1
10	2
11	3

• דוגמא:

$(101101101.101)_2 =$
 $= (01\ 01\ 10\ 11\ 01.10\ 10)_2 = (\quad)_4$
 $= (101\ 101\ 101.101)_2 = (\quad)_8$
 $= (0001\ 0110\ 1101.1010) = (\quad)_{16}$

אריתמטיקה בינארית (קבוצה 1)

חיסור בינארי $(x-y)$

x y	D= Difference	B= Borrow
00		
01		
10		
11		

חילוק בינארי

x y	x/y
00	
01	
10	
11	

• חיבור בינארי $(x+y)$

x y	S= Sum	C= Carry
00		
01		
10		
11		

• כפל בינארי

x y	xy
00	
01	
10	
11	

2011

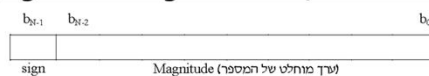
(c) Dr. Ron Shmueli

11

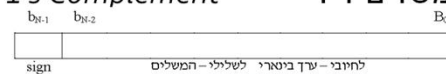
מס' ביט 2	גודל + סימן	משלים ל 1	משלים ל 2
0000	0	0	0
0001	1	1	1
0010	2	2	2
0011	3	3	3
0100	4	4	4
0101	5	5	5
0110	6	6	6
0111	7	7	7
1000	-0	-7	-8
1001	-1	-6	-7
1010	-2	-5	-6
1011	-3	-4	-5
1100	-4	-3	-4
1101	-5	-2	-3
1110	-6	-1	-2
1111	-7	-0	-1

ייצוג מספרים מסומנים במחשב

• גודל + סימן *Sign and Magnitude*



• משלים ל 1 *1's Complement*

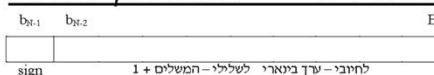


ביצוע פעולת חיסור במשלים ל 1

$$M - N = M + (-N) = M + \bar{N}$$

(נשא סופי מסוכם מעגלית לתוצאה)

• משלים ל 2 *2's Complement*



ביצוע פעולת חיסור במשלים ל 2

$$M - N = M + (-N) = M + \bar{N}$$

(מתעלמים מנשא סופי)

(c) Dr. Ron Shmueli

12

• דוגמא

במחשב הפועל בשיטת משלים ל 2, בגודל מילה של 8 סיביות.
נתון המספר הבינארי $M = 10010110$
מה ערכו הדצימלי של המספר?
מה היה ערכו בשיטת גודל + סימן?

2011

(c) Dr. Ron Shmueli

13

קודים בינאריים משוקללים

- קודים
 - קוד BCD
 - משקלים שונים

6 3 1 -1	2 4 2 1	8 4 2 1	משקלים	ספרה
	0 0 0 0	0 0 0 0		0
	0 0 0 1	0 0 0 1		1
	0 0 1 0	0 0 1 0		2
	0 0 1 1	0 0 1 1		3
	0 1 0 0	0 1 0 0		4
	1 0 1 1	0 1 0 1		5
	1 1 0 0	0 1 1 0		6
	1 1 0 1	0 1 1 1		7
	1 1 1 0	1 0 0 0		8
	1 1 1 1	1 0 0 1		9

2011

(c) Dr. Ron Shmueli

14

קודים בינאריים לא משוקללים

• קוד $\text{Ex-3} = \text{BCD} + 3$

Excess-3	BCD	ספרה
0 0 1 1	0 0 0 0	0
0 1 0 0	0 0 0 1	1
0 1 0 1	0 0 1 0	2
0 1 1 0	0 0 1 1	3
0 1 1 1	0 1 0 0	4
1 0 0 0	0 1 0 1	5
1 0 0 1	0 1 1 0	6
1 0 1 0	0 1 1 1	7
1 0 1 1	1 0 0 0	8
1 1 0 0	1 0 0 1	9

קודים לא משוקללים

- קוד גריי – gray
מספרים עוקבים נבדלים בסיבית אחת

קוד באורך $n=3$	
ספרה	מילת קוד
0	000
1	001
2	011
3	010
4	110
5	111
6	101
7	100

2011

(c) Dr. Ron Shmueli

16

דוגמא - Parity Bit

- הגנה על מסר, ע"י הוספת סיבית נוספת אשר תגרום למספר ה "1" במסר להיות זוגי (אי-זוגי)

abc	parity
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	



