

תכנון וניתוח אלגוריתמים תרגיל 2

פרק 2: פתרון שאלות לתרגול פתרון גרפי



שאלה 2.5 (תרגיל 1.12 מהפרק הקודם)



- ◆ בית-חרושת לשוקולד מייצר שני סוגי שוקולד – חלב ומריר.
- ◆ המחיר לצרכן של 100 גרם שוקולד חלב הוא 5 ₪, ושל 100 גרם שוקולד מריר 4 ₪.
- ◆ ההבדל בין שני סוגי השוקולד הוא כמויות המרכיבים של השוקולד:
- ◆ בכל 100 גרם שוקולד חלב ישנם 20 גרם פולי קקאו ו-80 גרם סוכר

המשך שאלה 2.5



- ◆ ואילו בכל 100 גרם שוקולד מריר נמצאים 35 גרם פולי קקאו ו- 65 גרם סוכר.
- ◆ למפעל אספקה יומית של 4 טון פולי קקאו ו-10 טון סוכר.

המשך שאלה 2.5



- ◆ מה צריכה להיות התפוקה היומית של המפעל אם מטרתו היא להביא את הכנסותיו למקסימום ?
- ◆ שרטטו את מערכת האילוצים של הבעיה הזו ופתרו אותה באופן גרפי.



◆ פתרון לשאלה 2.5

◆ הפתרון האופטימלי $Z = 625,000$ מתקבל
בקדקוד :

◆ $(X_1 = 125,000, X_2 = 0)$

שאלה 2.6(תרגיל 1.18 מהפרק הקודם)



◆ חברת "אופני איכות" מייצרת שני סוגים של
אופניים :

◆ אופני הרים.

◆ אופני כביש.

◆ פס ייצור האופניים עבור שני הסוגים כולל
מעבר דרך שתי תחנות עבודה :

המשך שאלה 2.6



◆ הרכבת כידון.

◆ הרכבת גלגלים.

◆ בתחנה 1, הרכבת כידון ניתן להרכיב כידון לזוג אופניים אחד בו-זמנית.

◆ הרכבת כידון לאופני הרים אורכת 2 שעות.

◆ הרכבת כידון לאופני כביש אורכת שעה אחת.

16.01.2008

Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008

7

המשך שאלה 2.6



◆ בתחנה 2, הרכבת גלגלים ניתן להרכיב גלגלים לזוג אופניים אחד בו-זמנית.

◆ הרכבת גלגלים לאופני הרים אורכת שעה אחת.

◆ הרכבת כידון לאופני כביש אורכת 2 שעות.

◆ החברה עובדת 16 שעות ביום.

◆ הרווח של החברה על זוג אופני הרים הוא \$400 ועל זוג אופני כביש \$200.

16.01.2008

Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008

8

המשך שאלה 2.6



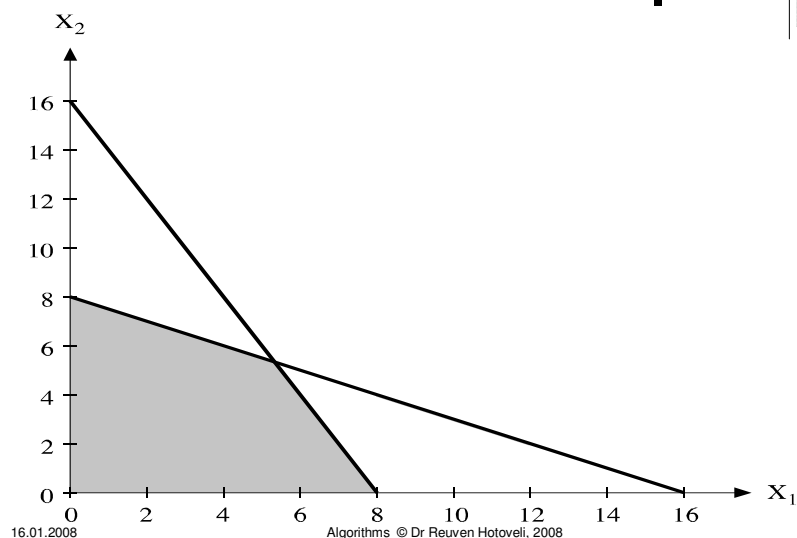
מה מספר זוגות אופני ההרים ומספר זוגות אופני הכביש שעל חברת "אופני איכות" לייצר ביום בכדי להגיע לרווח מקסימלי? שרטטו את מערכת האילוצים של הבעיה הזו ופתרו אותה באופן גרפי.

16.01.2008

Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008

9

פתרון לשאלה 2.6



16.01.2008

Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008

10



◆ הערך המקסימלי $Z = \$3200$ מתקבל על הצלע בין הקדקודים :

◆ $(X_1 = 8, X_2 = 0)$

◆ -1 $\left(X_1 = 5\frac{1}{3}, X_2 = 5\frac{1}{3} \right)$

◆ לכן יש אינסוף פתרונות.



◆ שאלה 2.7

◆ פתרו את בעיות התכנון הליניארי שלהלן:

◆ 1.

◆ **Minimize** $Z = 3X_1 - 2X_2$

◆ **Subject to:**

◆ 1) $2X_1 + X_2 \leq 6$

◆ 2) $3X_1 - X_2 \geq 6$

◆ 3) $X_1 \geq 0$

◆ 4) $X_2 \geq 0$



.2 ♦

♦ **Minimize** $Z = -X_1 + X_2$

♦ **Subject to:**

♦ 1) $X_1 + X_2 \leq 4$

♦ 2) $X_1 \leq 3$

♦ 3) $X_2 \leq 3$

♦ 4) $X_1 \geq 0$

♦ 5) $X_2 \geq 0$

16.01.2008

Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008

13



.3 ♦

♦ **Minimize** $Z = X_1 + X_2$

♦ **Subject to:**

♦ 1) $3X_1 + X_2 \geq 6$

♦ 2) $3X_1 - X_2 \geq 6$

♦ 3) $X_1 \leq 3$

♦ 4) $X_1 \geq 0$

♦ 5) $X_2 \geq 0$

16.01.2008

Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008

14



◆ **שאלה 2.8** פתרו את בעיות התכנון הליניארי שלהלן:


◆ 1.

◆ **Maximize** $Z = -X_1 + 2X_2$

◆ **Subject to:**

◆ 1) $2X_1 + X_2 \leq 20$

◆ 2) $X_2 \leq 6$

◆ 3) $X_1 - X_2 \geq 0$ 

◆ 4) $X_1 \geq 0$

◆ 5) $X_2 \geq 0$

16.01.2008

Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008

15



◆ 2.

◆ **Maximize** $Z = -2X_1 + X_2$

◆ **Subject to:**

◆ 1) $7X_1 + 3X_2 \leq 42$

◆ 2) $X_1 - X_2 \leq 0$

◆ 3) $X_1 \leq 3$

◆ 4) $X_1 \geq 0$

◆ 5) $X_2 \geq 0$

16.01.2008

Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008

16



3. ♦

- ♦ **Maximize** $Z = -X_1 + 2X_2$
- ♦ **Subject to:**
- ♦ 1) $8X_1 + 4X_2 \leq 80$
- ♦ 2) $5X_1 - 5X_2 \geq 0$
- ♦ 3) $X_1 \leq 8$
- ♦ 4) $X_2 \leq 3$
- ♦ 5) $X_1 \geq 0$ 6) $X_2 \geq 0$

16.01.2008

Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008

17



♦ **שאלה 2.9** פתרו את בעיית התכנון הליניארי שלהלן:

- ♦ **Minimize** $Z = 3X_1 + 2X_2$
- ♦ **Subject to:**
- ♦ 1) $5X_1 + X_2 \geq 10$
- ♦ 2) $2X_1 + 2X_2 \geq 12$
- ♦ 3) $X_1 + 4X_2 \geq 12$
- ♦ 4) $X_1 \geq 0$; $X_2 \geq 0$

16.01.2008

Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008

18



◆ פתרון לשאלה 2.7

◆ 1. המינימום הוא 4.8 . 2. המינימום הוא -3 .

◆ 3. המינימום הוא 2 .

◆ פתרון לשאלה 2.8

◆ 1. הערך המקסימלי הוא 6 . 2. הערך המקסימלי הוא 14 .

◆ 3. הערך המקסימלי הוא 3 .

◆ פתרון לשאלה 2.9

◆ המינימום הוא 13 .



בעיה 2.10

◆ נתונה בעיית התכנון הליניארי שלהלן:

◆ **Maximum** $Z = a X_1 + 2X_2$

◆ **Subject to:**

◆ $X_1 + X_2 \leq 5$

◆ $2X_1 + X_2 \leq 4$

◆ $X_1, X_2 \geq 0$

◆ עבור אילו ערכים של הפרמטר a יהיו לבעיה אינסוף פתרונות אופטימליים?



פיתרון לשאלה 2.10

לבעיה הנתונה יש אינסוף פתרונות כאשר $a = 4$.

כאשר $a = 4$ הפיתרון האופטימלי הוא $Z = 8$.