

תכנון וניתוח אלגוריתמים

תרגיל 1 – תשע"ו

ד"ר ראובן חוטובלי
ד"ר אנדרי דולגין



שאלה 1



1.1

- ◆ **Maximize** $Z = X_1 + X_2$
- ◆ **Subject to:**
- ◆ 1) $X_1 - X_2 \geq 1$
- ◆ 2) $X_1 + X_2 \leq 3$
- ◆ 3) $-X_1 + X_2 \leq 1$
- ◆ 4) $X_1 - X_2 \leq 1$
- ◆ 4) $X_1 \geq 0$ 5) $X_2 \geq 0$

המשך שאלה 1



א. צייר במישור את תחום הפתרונות האפשריים ומצא את הפתרון האופטימלי.

ב. פתור את הבעיה הנתונה בשיטת הסימפלכס והעזר בשיטת ה-M הגדול. בכל שלב הראה באיזו נקודה בציור של חלק א' את/ה נמצא/ת.

ג. נסח את הבעיה הדואלית.

המשך שאלה 1










ד. פתור את הבעיה הדואלית בשיטת הסימפלכס והעזר בשיטת ה-M הגדול. האם לבעיה הדואלית פתרון יחיד? נמק! 

ה. בהמשך לסעיף א' בלבד, השתמש בפתרון הבעיה הפרימלית שקיבלת בסעיף א', וביחסים בין שתי הבעיות-פרימלית ודואלית, על מנת למצוא את פתרון של הבעיה הדואלית.

שאלה 2



2. 

-  **Minimize** $Z = X_1 + X_2$
-  **Subject to:**
-  1) $X_1 - X_2 \geq 1$
-  2) $X_1 + X_2 \leq 3$
-  3) $-X_1 + X_2 \leq 1$
-  4) $X_1 - X_2 \leq 1$
-  4) $X_1 \geq 0$ 5) $X_2 \geq 0$

המשך שאלה 2



א. צייר במישור את תחום הפתרונות האפשריים ומצא את הפתרון האופטימלי.

ב. פתור את הבעיה בשיטת הסימפלכס והעזר בשיטת ה-M הגדול. בכל שלב הראה באיזו נקודה בציור של חלק א' את/ה נמצא/ת.


שאלה 3




3. 

 **Maximize** $Z = X_1 + X_2$

 **Subject to:**

 1) $X_1 - X_2 \geq 1$

 2) $X_1 + X_2 \leq 3$

 3) $-X_1 + X_2 \leq 1$

 4) $X_1 - X_2 \leq 1$



המשך שאלה 3



א. צייר במישור את תחום הפתרונות האפשריים ומצא את הפתרון האופטימלי.

ב. פתור את הבעיה בשיטת הסימפלכס והעזר בשיטת ה-M הגדול. בכל שלב הראה באיזו נקודה בציור של חלק א' את/ה נמצא/ת.

שאלה 4



4

◆ **Minimize** $Z = X_1 + X_2$

◆ **Subject to:**

◆ 1) $X_1 - X_2 \geq 1$

◆ 2) $X_1 + X_2 \leq 3$

◆ 3) $-X_1 + X_2 \leq 1$

◆ 4) $X_1 - X_2 \leq 1$



המשך שאלה 4



א. צייר במישור את תחום הפתרונות האפשריים ומצא את הפתרון האופטימלי.

ב. פתור את הבעיה בשיטת הסימפלכס והעזר בשיטת ה-M הגדול. בכל שלב הראה באיזו נקודה בציור של חלק א' את/ה נמצא/ת.

ג. פתור את הבעיה הדואלית של הבעיה הפרימלית הנתונה באמצעות שיטת סימלכס.

ד. הסבר את התוצאות שקיבלת בסעיפים הקודמים.

שאלה 5



.5

- ◆ **Maximize** $Z = X_1 + X_2$
- ◆ **Subject to:**
- ◆ 1) $X_1 - X_2 \geq 1$
- ◆ 2) $X_1 + X_2 \leq 3$
- ◆ 3) $-X_1 + X_2 \geq 1$
- ◆ 4) $X_1 \geq 0$ 5) $X_2 \geq 0$

המשך שאלה 5



א. צייר במישור את תחום הפתרונות האפשריים ומצא את הפתרון האופטימלי.

ב. פתור את הבעיה בשיטת הסימפלכס והעזר בשיטת ה-M הגדול. בכל שלב הראה באיזו נקודה בציור של חלק א' את/ה נמצא/ת.

ג. פתור את הבעיה הדואלית של הבעיה הפרימלית הנתונה באמצעות שיטת סימלכס.

שאלה 6



6. נתונה הבעיה הזאת:

◆ **Maximize** $Z = 5X_1 - X_2$

◆ **Subject to:**

◆ 1) $X_2 \leq X_1$

◆ 2) $2X_1 + X_2 \geq 2$

◆ 3) $X_1 \geq 0$

◆ 4) $X_2 \geq 0$

המשך שאלה 6



- א. צייר במישור את תחום הפתרונות האפשריים ומצא את הפתרון האופטימלי.
- ב. מהי הבעיה הדואלית של הבעיה הפרימלית הנתונה? נסח את הבעיה.
- ג. פתור את הבעיה הדואלית בשיטת הסימפלקס.
- ד. מהי מסקנתך?

שאלה 7



7. א. נתונה בעיית תכנון לינארי הבאה:

$$\max\{z = 12X_1 + 18X_2 + 20X_3 + 15X_4\}$$

$$X_1 + 2X_2 + 5X_3 + 4X_4 \leq 20$$

$$2X_1 + X_2 + 3X_3 + X_4 \leq 18$$

$$2X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 2X_4 \leq 22$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

המשך שאלה 7



המטרה היא למצוא פתרון אופטימלי של הבעיה
הנתונה בשיטת הסימפלקס.

טבלה א' שלפניך מתקבלת עבור הבעיה הנתונה
לאחר מספר צעדים (איטרציות) בשיטת
הסימפלקס.

טבלה א'



| משתני בסיס | z | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | b_i |
|---------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| z | 1 | 0 | 0 | 22 | 15 | 6 | 0 | 3 | e |
| x_2 | 0 | 0 | 1 | 3 | 3 | 1 | 0 | -0.5 | 9 |
| x_6 | 0 | 0 | a | 2 | 2 | 1 | c | -1.5 | f |
| x_1 | 0 | 1 | b | -1 | -2 | -1 | d | 1 | 2 |

המשך שאלה 7



בטבלה א' חסרים שישה ערכים המסומנים באותיות a עד f . עליך לחשב ערכים אלה.

במחברת הבחינה רשום את האותיות a עד f וליד כל אות רשום את הערך שצריך להופיע בטבלה במקום האות.

המשך שאלה 7



ב. נתונה בעיית תכנון לינארי הבאה: 


$$\max\{z = 12X_1 + 18X_2 + 20X_3 + 15X_4\}$$

$$X_1 + 3X_2 - 6X_3 + 4X_4 \leq 20$$

$$-2X_1 + X_2 - 3X_3 + X_4 \leq 18$$

$$2X_1 - 2X_2 + 4X_3 - 2X_4 \leq 22$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

המטרה היא למצוא פתרון אופטימלי של הבעיה הנתונה 
בשיטת הסימפלקס.

המשך שאלה 7




❖ טבלה ב' שלפניך מתקבלת עבור הבעיה הנתונה לאחר צעד אחד בשיטת הסימפלקס.

| משתני בסיס | z | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | X_6 | X_7 | b_i |
|---------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| z | 1 | 0 | -28 | 0 | -25 | 0 | 0 | 5 | 110 |
| X_5 | 0 | 4 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1.5 | 53 |
| X_6 | 0 | -0.5 | -0.5 | 0 | -0.5 | 0 | 1 | 0.75 | 34.5 |
| X_3 | 0 | 0.5 | -0.5 | 1 | -0.5 | 0 | 0 | 0.25 | 5.5 |

המשך שאלה 7



לפניך 4 היגדים:

1. לבעיה יש פתרון אופטימלי יחיד
 2. לבעיה יש אינסוף פתרונות אופטימליים
 3. לבעיה אין פתרון אופטימלי
 4. לבעיה יש פתרון לא חסום 
- במחברת הבחינה רשום את סעיף ב' ולצידו את המספר המייצג את ההיגד הנכון.

שאלה 8



.8

◆ **Maximize** $Z = -2X_1 - X_2 + 3X_3 - 2X_4$

◆ **Subject to:**

◆ 1) $X_1 + 3X_2 - X_3 + 2X_4 \leq 7$

◆ 2) $-X_1 - 2X_2 + 4X_3 \leq 12$

◆ 3) $-X_1 - 4X_2 + 3X_3 + 8X_4 \leq 10$

◆ 4) $X_1 \geq 0$ 5) $X_2 \geq 0$

◆ 6) $X_3 \geq 0$ 7) $X_4 \geq 0$

המשך שאלה 8



בהוספת משתני חוסר x_5, x_6, x_7 , באיטרציה האחרונה של
הסימפלקס, התקבל:

$$z + \frac{7}{5}x_1 + \frac{12}{5}x_4 + \frac{1}{5}x_5 + \frac{4}{5}x_6 = 11$$

$$\frac{3}{10}x_1 + 1x_2 + \frac{4}{5}x_4 + \frac{2}{5}x_5 + \frac{1}{10}x_6 = 4$$

$$-\frac{1}{10}x_1 + 1x_3 + \frac{2}{5}x_4 + \frac{1}{5}x_5 + \frac{3}{10}x_6 = 5$$

$$\frac{1}{2}x_1 + 10x_4 + 1x_5 - \frac{1}{2}x_6 + 1x_7 = 11$$

המשך שאלה 8



א. מהו ערכי X_j האופטימליים וערך פונקציית המטרה האופטימלי?

ב. האם הפתרון בסעיף א' הוא פתרון יחיד?

ג. מהי הבעיה הדואלית ומה פתרונה? בסס את תשובתך על הטבלה הנתונה בלבד.