



בעיות טרנספורטציה



תפריט שאלות

שאלה 1

שאלה 2

שאלה 3

שאלה 4

שאלה 5

שאלה 6

שאלה 7

שאלה 8



שאלה 1

| היצע | ביתא | אלפא | מרכזי איכסון/ מפעלים |
|------|------|------|----------------------------|
| 450 | 12 | 10 | A |
| 300 | 9 | 13 | B |
| 750 | 400 | 350 | ביקוש |

- א.הציגו פתרון לא בסיסי
ב.שפרו לפתרון בסיסי
ג.מצאו פתרון בסיסי בשיטת
"פינה צפון מערבית"
ד.מצאו פתרון אופטימלי

סעיף א'

| | אלפא | ביתא | היצע |
|-------|-----------|-----------|------|
| A | 10 100 | 12 350 | 450 |
| B | 13 250 | 9 50 | 300 |
| ביקוש | 350 | 400 | 750 |

- פתרון בסיסי אפשרי הוא מספר משתנים: $m+n-1$ בפתרון זה מספר משתנים 4 ולכן אינו בסיסי אפשרי.

פתרון אפשרי

$$10*100+12*350+13*250+9*50=8900$$

סעיף ב'

מספר משתנים: $m+n-1=3$

| | אלפא | ביתא | היצע |
|-------|-----------|-----------|------|
| A | 10 50 | 12 400 | 450 |
| B | 13 300 | 9 0 | 300 |
| ביקוש | 350 | 400 | 750 |

פתרון אפשרי בסיסי

$$10 \cdot 50 + 12 \cdot 400 + 13 \cdot 300 + 9 \cdot 0 = 9200$$

סעיף ג'

מספר משתנים: $m+n-1=3$
פינה צפון מערבית :

| | אלפא | ביתא | היצע |
|------|---------------------|---------------------|------|
| A | <div>10 0</div> | <div>12 0</div> | 450 |
| B | <div>13 0</div> | <div>9 0</div> | 300 |
| היצע | 350 | 400 | 750 |

סעיף ג'

צעד 1:

בחירת התא הצפון מערבי

צעד 2:

נבחר את הערך המינימלי

ביותר מבין ההיצע והביקוש

(ע"מ לספק את אילוצי הבעיה)

| | אלפא | ביתא | היצע |
|-------|------------------------------|----------------------------|------|
| A | <div>10</div> <div>350</div> | <div>12</div> <div>0</div> | 450 |
| B | <div>13</div> <div>0</div> | <div>9</div> <div>0</div> | 300 |
| ביקוש | 350 | 400 | 750 |

סעיף ג'

צעד 3:

ביטול השורה/העמודה

שסופקה

צעד 4:

חזרה לבחירת הפינה הצפון

מערבית (שלב א')

| | אלכא | ביתא | היצע |
|-------|------------------------------|----------------------------|------|
| A | <div>10</div> <div>350</div> | <div>12</div> <div>0</div> | 100 |
| B | <div>13</div> <div>0</div> | <div>9</div> <div>0</div> | 300 |
| ביקוש | 0 | 400 | 750 |

סעיף ג'

| | אלפא | ביתא | היצע |
|-------|-----------|------------------|------|
| A | 10 350 | 12 100 | 0 |
| B | 13 0 | 9 0 | 300 |
| ביקוש | 0 | 300 | 750 |

2. עדכון ערכי היצע וביקוש

3. התקדמות צעד

-אם ביקוש התאפס – צעד ימינה

-אם היצע התאפס – צעד מטה

חוזר חלילה צעדים 1-3

סעיף ג'

| | אלפא | ביתא | היצע |
|-------|-----------|-----------|------|
| A | 10 350 | 12 100 | 0 |
| B | 13 0 | 9 300 | 0 |
| ביקוש | 0 | 0 | 750 |

סעיף ג'

מבחן אופטימליות :

- נסמן u, v ונחשבם ע"י מחיר המשתנים הבסיסים בלבד
- נבחר את השורה בעלת מספר הרב ביותר של משתנים בסיסים ונגדיר מחיר 0

$$C_{ij} - u_i - v_j = 0$$

- עבור המשתנים הלא בסיסיים נחשב :

$$C_{ij} - m_i - n_j$$

- אם שלילי – לא אופטימלי
- אם חיובי – אופטימלי

$$C_{21} = 13 + 3 - 10 = 6$$

| | אלפא | ביתא | היצע |
|--------------|-----------------------|-----------|------|
| | $V_1=10$ | $V_2=12$ | |
| A | 10 350 $U_1=0$ | 12 100 | 450 |
| B | 13 300 $U_2=-3$ | 9 300 | 300 |
| ביקוש | 350 | 400 | 750 |

סעיף ג'

| | אלפא | ביתא | היצע |
|-------|-----------|-----------|------|
| A | 10 350 | 12 100 | 450 |
| B | 13 0 | 9 300 | 300 |
| ביקוש | 350 | 400 | 750 |

• פתרון אופטימלי עבור

• $X_{11}=350$

• $X_{12}=100$

• $X_{21}=0$

• $X_{22}=300$

מחיר התובלה

$$10 \cdot 350 + 12 \cdot 100 + 13 \cdot 0 + 9 \cdot 300 = 7400$$



גלידות אביב
מצאו פתרון אופטימלי

שאלה 2

| | באר שבע | חיפה | תל-אביב | היצע |
|----------|---------|--------|---------|--------|
| ראש העין | 2 | 4 | 1 | 230000 |
| קריית גת | 3 | 5 | 4 | 550000 |
| ביקוש | 300000 | 260000 | 220000 | |

פינה צפון מערבית

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות

| | באר שבע V1=3 | חיפה V2=5 | תל-אביב V3=4 | היצע |
|-------------------|-----------------|--------------|-----------------|--------|
| ראש העין U1=-1 | 2 230000 | 4 | 1 | 230000 |
| קריית גת U2=0 | 3 70000 | 5 260000 | 4 220000 | 550000 |
| ביקוש | 300000 | 260000 | 220000 | |

פינה צפון מערבית

בחירת המשתנה הנכנס – יהיה המשתנה
בעל הערך השלילי ביותר – ע"מ להקטין
סה"כ העלות

| | באר שבע $V1=3$ | חיפה $V2=5$ | תל-אביב $V3=4$ | היצע |
|---------------------|-------------------|------------------|-------------------|--------|
| ראש העין $U1=-1$ | 2 230000 - | 4 0 + | 1 -2 + | 230000 |
| קריית גת $U2=0$ | 3 70000 + | 5 260000 - | 4 220000 - | 550000 |
| ביקוש | 300000 | 260000 | 220000 | |

בחירת המשתנה היוצא: בעל ההקצאה
הקטנה ביותר מבין התורמים
הוצאת איבר 2,4 – הכנסת 1,3

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | באר שבע V1=3 | חיפה V2=5 | תל-אביב V3=2 | היצע |
|-------------------|-----------------|--------------|-----------------|--------|
| ראש העין U1=-1 | 2 10000 | 4 0 | 1 220000 | 230000 |
| קריית גת U2=0 | 3 290000 | 5 260000 | 4 2 | 550000 |
| ביקוש | 300000 | 260000 | 220000 | |

פתרון אופטימאלי: $Z=10000*2+220000*1+290000*3+260000*5= 2,410,000$



שאלה - 3

מחצבות חצץ – יש לחשב הוצאות הובלה מינימליות

| | A | B | C | היצע |
|-------|---|----|----|------|
| א' | 5 | 1 | 8 | 12 |
| ב' | 2 | 4 | 0 | 14 |
| ג' | 3 | 6 | 7 | 4 |
| ביקוש | 9 | 10 | 11 | |

פינה צפון מערבית
 חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
 חישוב ערכים חדשים

| | A | B | C | היצע |
|-------------|----------|---------|--------|------|
| | V1=5 | V2=1 | V3=-3 | |
| א' U1=0 | 5 9 | 1 3 | 8 1 | 12 |
| ב' U2=3 | 2 -6 | 4 7 | 0 7 | 14 |
| ג' U3=10 | 3 -12 | 6 -5 | 7 4 | 4 |
| ביקוש | 9 | 10 | 11 | |

הוצאת איבר 3,3 – הכנסת 3,1

פינה צפון מערבית
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | A | | B | | C | | היצע |
|-------------|------|-----|------|----|-------|---|------|
| | V1=5 | | V2=1 | | V3=-3 | | |
| א' U1=0 | 5 | | 1 | | 8 | 1 | 12 |
| | | 9 | | 3 | | 1 | |
| ב' U2=3 | | - | | + | | | 14 |
| | 2 | -6 | 4 | | 0 | | |
| ג' U3=10 | | | | | | | 4 |
| | 3 | -12 | 6 | -5 | 7 | | |
| ביקוש | | + | | | | - | |
| | | | | | | | |
| | 9 | | 10 | | 11 | | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | A | B | C | היצע |
|-------------|---------|---------|---------|------|
| | V1=8 | V2=4 | V3=0 | |
| א' U1=-3 | 5 5 | 1 7 | 8 1 | 12 |
| ב' U2=0 | 2 -6 | 4 3 | 0 11 | 14 |
| ג' U3=5 | 3 4 | 6 -3 | 7 2 | 4 |
| ביקוש | 9 | 10 | 11 | |

הוצאת איבר 2,2 – הכנסת 2,1

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | A | B | C | היצע |
|-------------|------|------|------|------|
| | V1=8 | V2=4 | V3=0 | |
| א' U1=-3 | 5 | 1 | 8 | 12 |
| ב' U2=0 | 2 | 4 | 0 | 14 |
| ג' U3=5 | 3 | 6 | 7 | 4 |
| ביקוש | 9 | 10 | 11 | |

$$Z=2*5+10*1+3*2+11*0+4*3=38$$

פתרון אופטימאלי:

מצב חדש
בדיקת פתרון
חישוב ערכים חדשים

| | A | B | C | היצע |
|------------|--------|---------|---------|------|
| | V1=2 | V2=-2 | V3=0 | |
| א' U1=3 | 5 2 | 1 10 | 8 5 | 12 |
| ב' U2=0 | 2 3 | 4 6 | 0 11 | 14 |
| ג' U3=1 | 3 4 | 6 7 | 7 6 | 4 |
| ביקוש | 9 | 10 | 11 | |



חברת השכרה
העברת מכוניות במחיר מינימלי

שאלה 4

| היצע | מיאמי | לוס אנג'לס | פיטסבורג | |
|----------|---------|------------|----------|----|
| ניו יורק | 10 0 | 25 0 | 50 | 10 |
| שיקגו | 12 5 | 200 | 25 | 12 |
| ביקוש | 7 | 9 | 6 | |

עודף מכוניות

חסר מכוניות

פינה צפון מערבית
 חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
 חישוב ערכים חדשים

| | פיטסבורג V1=0 | לוס אנג'לס V2=200 | מיאמי V3=125 | היצע |
|-------------------|------------------|----------------------|-----------------|------|
| ניו יורק U1=50 | 50 6 | 25 0 4 | 10 0 -75 | 10 |
| שיקגו U2=0 | 25 25 | 200 5 | 125 7 | 12 |
| ביקוש | 6 | 9 | 7 | |

פינה צפון מערבית
 חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
 חישוב ערכים חדשים

הוצאת איבר 1,2 – הכנסת 1,3

| | פיטסבורג $V1=0$ | לוס אנג'לס $V2=200$ | מיאמי $V3=125$ | היצע |
|---------------------|--------------------|------------------------|---------------------|------|
| ניו יורק $U1=50$ | 50 6 | 25 0 4 | 10 0 -75 + | 10 |
| שיקגו $U2=0$ | 25 25 | 200 5 | 125 7 + | 12 |
| ביקוש | 6 | 9 | 7 | |

מצב חדש

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות

חישוב ערכים חדשים

הוצאת איבר 2,3 – הכנסת 1,3

| | פיטסבורג $V1=75$ | לוס אנג'לס $V2=200$ | מיאמי $V3=125$ | היצע |
|----------------------|---------------------|------------------------|-------------------|------|
| ניו יורק $U1=-25$ | 50 6 | 25 0 75 | 10 0 4 | 10 |
| שיקגו $U2=0$ | 25 -50 | 200 9 | 125 3 | 12 |
| ביקוש | 6 | 9 | 7 | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | פיטסבורג V1=25 | לוס אנג'לס V2=200 | מיאמי V3=75 | היצע |
|-------------------|-------------------|----------------------|----------------|------|
| ניו יורק U1=25 | 50 3 | 25 0 25 | 10 0 7 | 10 |
| שיקגו U2=0 | 25 3 | 200 9 | 125 50 | 12 |
| ביקוש | 6 | 9 | 7 | |

$$Z=3*50+7*100+3*25+9*200=2725$$

פתרון אופטימאלי:



שאלה 5 – בעיית מקסימום

ההנהלה מעוניינת לדעת כמה יחידות למכור ללקוח 3 ו- 4 וכמה יחידות יש להוביל מכל מפעל לכל לקוח כדי שהרווח יהיה **מקסימלי**

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 7 | 5 | 2 |
| 2 | 5 | 2 | 1 | 3 |
| 3 | 6 | 4 | 3 | 5 |

כדי לנסח את הבעיה כבעיית טרנספורטציה יש להפוך את הבעיה לבעיית מינימום
נשתמש בעובדה ש- $\text{MAX } Z = -\text{MIN}(-Z)$

כיוון שלקוח 3 מקבל **לפחות** 2 יחידות ניתן לו 2 ונוסיף לקוח נוסף 3' שיקבל את שאר היחידות.

על מנת שההיצע יהיה זהה לביקוש גם לאחר הוספת לקוח נוסף יש להוסיף עוד עמודה לטבלה שתייצג מפעל וירטואלי שיספק את הפער בין ההיצע לביקוש.

המחירים בשורה 4 בעמודות 1-3 יקבלו מס' גדול M כדי שלא ייכנסו לבסיס, בעמודות 4
 ו-3 המחירים אפס כדי שלא ישנו את פונקציית המטרה

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 3' | היצע |
|-------|----|----|----|----|----|------|
| 1 | -8 | -7 | -5 | -2 | -5 | 6 |
| 2 | -5 | -2 | -1 | -3 | -1 | 8 |
| 3 | -6 | -4 | -3 | -5 | -3 | 4 |
| 4 | M | M | M | 0 | 0 | 6 |
| ביקוש | 4 | 6 | 2 | 6 | 6 | |

פינה צפון מערבית
 חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
 חישוב ערכים חדשים

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 3' | היצע |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|------|
| | V1=-3 | V2=-2 | V3=-1 | V4=-3 | V'3=-1 | |
| 1 | -8 4 | -7 2 | -5 1 | -2 6 | -5 1 | 6 |
| U1=-5 | | | | | | |
| 2 | -5 4 | -2 4 | -1 2 | -3 2 | -1 0 | 8 |
| U2=0 | | | | | | |
| 3 | -6 4 | -1 0 | -4 0 | -3 4 | -3 0 | 4 |
| U3=-2 | | | | | | |
| 4 | M | M | M | 0 6 | 2 6 | 6 |
| U4=1 | | | | | | |
| ביקוש | 4 | 6 | 2 | 6 | 6 | |

פינה צפון מערבית

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות

חישוב ערכים חדשים

הוצאת איבר 1,1 – הכנסת 2,1

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 3' | היצע |
|---------|---------|---------|---------|---------|----------|------|
| | $V1=-3$ | $V2=-2$ | $V3=-1$ | $V4=-3$ | $V'3=-1$ | |
| 1 | -8 | -7 | -5 | -2 | -5 | 6 |
| $U1=-5$ | 4 | 2 | 1 | 6 | 1 | |
| 2 | -5 | -2 | -1 | -3 | -1 | 8 |
| $U2=0$ | -2 | -2 | 2 | 2 | 0 | |
| 3 | -6 | -4 | -3 | -5 | -3 | 4 |
| $U3=-2$ | -1 | 0 | 0 | 4 | 0 | |
| 4 | M | M | M | 0 | 0 | 6 |
| $U4=1$ | | | | 2 | 6 | |
| ביקוש | 4 | 6 | 2 | 6 | 6 | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 3' | היצע |
|---------|---------|---------|---------|---------|----------|------|
| | $V1=-5$ | $V2=-2$ | $V3=-1$ | $V4=-3$ | $V'3=-1$ | |
| 1 | -8 2 | -7 6 | -5 1 | -2 6 | -5 1 | 6 |
| $U1=-5$ | | | | | | |
| 2 | -5 4 | -2 0 | -1 2 | -3 2 | -1 1 | 8 |
| $U2=0$ | | | | | | |
| 3 | -6 1 | -4 2 | -3 0 | -5 4 | -3 0 | 4 |
| $U3=-2$ | | | | | | |
| 4 | M | M | M | 0 2 | 0 6 | 6 |
| $U4=1$ | | | | | | |
| ביקוש | 4 | 6 | 2 | 6 | 6 | |

פתרון אופטימאלי

העברה למקסימום:

$$Z=6*7+4*5+2*1+2*3+4*5=90$$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 3' | היצע |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|------|
| 1 | -8 6 | -7 6 | -5 | -2 | -5 | 6 |
| 2 | -5 4 | -2 0 | -1 2 | -3 2 | -1 | 8 |
| 3 | -6 | -4 | -3 | -5 4 | -3 0 | 4 |
| 4 | M | M | M | 0 | 0 6 | 6 |
| ביקוש | 4 | 6 | 2 | 6 | 6 | |



שאלה 6 – מפעלי סוכר

יש לחשב עלות הובלה מינימלית כאשר לא ניתן להוביל סוכר ממפעל מס' 2 למרכז שווק מס' 4 – לכן ניתן מחיר גדול מאד M

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|-------|----|----|----|----|----|------|
| 1 | 7 | 0 | 6 | 3 | 2 | 25 |
| 2 | 9 | 3 | 5 | M | 8 | 40 |
| 3 | 8 | 4 | 4 | 4 | 5 | 60 |
| 4 | 2 | 3 | 4 | 9 | 6 | 15 |
| ביקוש | 25 | 25 | 40 | 30 | 20 | |

פינה צפון מערבית
 חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
 חישוב ערכים חדשים

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע |
|-------|------|----|------|----|------|----|------|----|------|----|------|
| | V1=9 | | V2=3 | | V3=5 | | V4=5 | | V5=6 | | |
| 1 | 7 | 25 | 0 | -1 | 6 | 3 | 3 | 0 | 2 | -2 | 25 |
| U1=2 | | | | | | | | | | | |
| 2 | 9 | 0 | 3 | 25 | 5 | 15 | M | | 8 | 2 | 40 |
| U2=0 | | | | | | | | | | | |
| 3 | 8 | 0 | 4 | 2 | 4 | 25 | 4 | 30 | 5 | 5 | 60 |
| U3=-1 | | | | | | | | | | | |
| 4 | 2 | -7 | 3 | 0 | 4 | -1 | 9 | 4 | 6 | 15 | 15 |
| U4=0 | | | | | | | | | | | |
| ביקוש | 25 | | 25 | | 40 | | 30 | | 20 | | |

פינה צפון מערבית

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות

הוצאת איבר 2,1 – הכנסת 4,1

חישוב ערכים חדשים

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע |
|-------|------|----|------|----|------|----|------|----|------|----|------|
| | V1=9 | | V2=3 | | V3=5 | | V4=5 | | V5=6 | | |
| 1 | 7 | | 0 | -1 | 6 | 3 | 3 | 0 | 2 | -2 | 25 |
| U1=2 | 25 | | | | | | | | | | |
| 2 | 9 | | 3 | | 5 | 15 | M | | 8 | 2 | 40 |
| U2=0 | 0 | | 25 | | 15 | | | | | | |
| 3 | 8 | 0 | 4 | 2 | 4 | 25 | 4 | 30 | 5 | 5 | 60 |
| U3=-1 | | | | | | | | | | | |
| 4 | 2 | -7 | 3 | 0 | 4 | -1 | 9 | 4 | 6 | 15 | 15 |
| U4=0 | | | | | | | | | | | |
| ביקוש | 25 | | 25 | | 40 | | 30 | | 20 | | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|-------|------|------|------|------|------|------|
| | V1=1 | V2=2 | V3=4 | V4=4 | V5=5 | |
| 1 | 7 | 0 | 6 | 3 | 2 | 25 |
| U1=6 | 25 | | | | | |
| 2 | 9 | 3 | 5 | M | 8 | 40 |
| U2=1 | 7 | 25 | 15 | | 2 | |
| 3 | 8 | 4 | 4 | 4 | 5 | 60 |
| U3=0 | 7 | 2 | 25 | 30 | 5 | |
| 4 | 2 | 3 | 4 | 9 | 6 | 15 |
| U4=1 | 0 | 0 | -1 | 4 | 15 | |
| ביקוש | 25 | 25 | 40 | 30 | 20 | |

מצב חדש

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות

הוצאת איבר 5,5 – הכנסת 1,5

חישוב ערכים חדשים

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע |
|-------|------|---|------|----|------|----|------|----|------|----|------|
| | V1=1 | | V2=2 | | V3=4 | | V4=4 | | V5=5 | | |
| 1 | 7 | | 0 | -8 | 6 | -4 | 3 | -7 | 2 | -9 | 25 |
| U1=6 | | - | | | | | | | | + | |
| 2 | 9 | 7 | 3 | | 5 | 15 | M | | 8 | 2 | 40 |
| U2=1 | | | | | | | | | | | |
| 3 | 8 | 7 | 4 | 2 | 4 | 25 | 4 | 30 | 5 | 5 | 60 |
| U3=0 | | | | | | | | | | | |
| 4 | 2 | | 3 | 0 | 4 | -1 | 9 | 4 | 6 | 15 | 15 |
| U4=1 | | + | | | | | | | | - | |
| ביקוש | 25 | | 25 | | 40 | | 30 | | 20 | | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|-------|-------|------|------|------|------|------|
| | V1=10 | V2=2 | V3=4 | V4=4 | V5=5 | |
| 1 | 7 | 0 | 6 | 3 | 2 | 25 |
| U1=-3 | 10 | | | | 15 | |
| 2 | 9 | -2 | 5 | M | 8 | 40 |
| U2=1 | 25 | | 15 | | | |
| 3 | 8 | -2 | 4 | 4 | 5 | 60 |
| U3=0 | | 2 | 25 | 30 | 5 | |
| 4 | 2 | 3 | 4 | 9 | 6 | 15 |
| U4=-8 | 15 | 9 | 8 | 13 | 9 | |
| ביקוש | 25 | 25 | 40 | 30 | 20 | |

מצב חדש

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

הוצאת איבר 3,5 – הכנסת 3,1

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|-------|-------|------|------|------|------|------|
| | V1=10 | V2=2 | V3=4 | V4=4 | V5=5 | |
| 1 | 7 | 0 | 6 | 3 | 2 | 25 |
| U1=-3 | 10 | - | | | 15 | + |
| 2 | 9 | -2 | 5 | M | 8 | 40 |
| U2=1 | | 25 | 15 | | 2 | |
| 3 | 8 | -2 | 4 | 4 | 5 | 60 |
| U3=0 | | + | 25 | 30 | 5 | - |
| 4 | 2 | 3 | 4 | 9 | 6 | 15 |
| U4=-8 | 15 | 9 | 8 | 13 | 9 | |
| ביקוש | 25 | 25 | 40 | 30 | 20 | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|-------|------|------|------|------|------|------|
| | V1=8 | V2=2 | V3=4 | V4=4 | V5=3 | |
| 1 | 7 | 0 | 6 | 3 | 2 | 25 |
| U1=-1 | 5 | | | | 20 | |
| 2 | 9 | 3 | 5 | M | 8 | 40 |
| U2=1 | 0 | 25 | 15 | | 4 | |
| 3 | 8 | 4 | 4 | 4 | 5 | 60 |
| U3=0 | 5 | | 25 | 30 | 2 | |
| 4 | 2 | 3 | 4 | 9 | 6 | 15 |
| U4=-6 | 15 | 7 | 6 | 11 | 9 | |
| ביקוש | 25 | 25 | 40 | 30 | 20 | |

מצב חדש

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות

הוצאת איבר 1,1 – הכנסת 1,2

חישוב ערכים חדשים

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע |
|-------|------|----|------|----|------|----|------|----|------|----|------|
| | V1=8 | | V2=2 | | V3=4 | | V4=4 | | V5=3 | | |
| 1 | 7 | 5 | 0 | -1 | 6 | 3 | 3 | 0 | 2 | 20 | 25 |
| U1=-1 | | - | | + | | | | | | | |
| 2 | 9 | 0 | 3 | | 5 | | M | | 8 | 4 | 40 |
| U2=1 | | | 25 | | 15 | | | | | | |
| 3 | 8 | 5 | 4 | 2 | 4 | | 4 | | 5 | 2 | 60 |
| U3=0 | | + | | | | 25 | | | | | |
| 4 | 2 | 15 | 3 | 7 | 4 | 6 | 9 | 11 | 6 | 9 | 15 |
| U4=-6 | | | | | | | | | | | |
| ביקוש | 25 | | 25 | | 40 | | 30 | | 20 | | |

מצב חדש

פתרון אופטימאלי:

$$Z=20*2+20*3+20*5+10*8+20*4+30*4+15*2=510$$

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות

חישוב ערכים חדשים

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע |
|-------|------|----|------|----|------|----|------|----|------|----|------|
| | V1=8 | | V2=2 | | V3=4 | | V4=4 | | V5=4 | | |
| 1 | 7 | 1 | 0 | | 6 | 4 | 3 | 1 | 2 | | 25 |
| U1=-2 | | | 5 | | | | | | 20 | | |
| 2 | 9 | 0 | 3 | | 5 | | M | | 8 | 3 | 40 |
| U2=1 | | | 20 | | 20 | | | | | | |
| 3 | 8 | | 4 | 2 | 4 | | 4 | | 5 | 1 | 60 |
| U3=0 | | 10 | | | 20 | | 30 | | | | |
| 4 | 2 | | 3 | 7 | 4 | 6 | 9 | 11 | 6 | 8 | 15 |
| U4=-6 | | 15 | | | | | | | | | |
| ביקוש | | 25 | | 25 | | 40 | | 30 | | 20 | |



שאלה 7 – טכנאים

יש להקצות את הטכנאים למשימות התיקון השבועיות כך שסה"כ עלות העבודה תהיה מינימלית

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|----|----|----|----|----|
| א | 4 | 5 | 6 | 8 | |
| ב | 6 | 7 | 10 | 13 | 15 |
| ג | 8 | 10 | 14 | 16 | 20 |
| ד | 10 | 14 | 18 | 20 | 26 |

טכנאי בדרגת הסמכה א' אינו מסוגל לבצע תיקון של תקלה בדרגת קושי 5
לכן נציב מחיר גבוה מאד M-

פינה צפון מערבית
 חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
 חישוב ערכים חדשים

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|-------|----------|---------|--------------|-------------|--------------|------|
| | V1=13 | V2=14 | V3=18 | V4=20 | V5=26 | |
| א' | 4 10 | 5 0 | 6 -3 | 8 -3 | M | 10 |
| U1=-9 | | | | | | |
| ב' | 6 0 | 7 15 | 10 -1 | 13 0 | 15 -4 | 15 |
| U2=-7 | | | | | | |
| ג' | 8 -1 | 10 0 | 1 4 20 | 16 0 | 20 -2 | 20 |
| U3=-4 | | | | | | |
| ד' | 10 -3 | 14 0 | 1 8 10 | 2 0 5 | 2 6 10 | 25 |
| U4=0 | | | | | | |
| ביקוש | 10 | 15 | 30 | 5 | 10 | |

פינה צפון מערבית

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות

חישוב ערכים חדשים

הוצאת איבר 4,5 – הכנסת 2,5

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|-------|----------|---------|--------------|-------------|--------------|------|
| | V1=13 | V2=14 | V3=18 | V4=20 | V5=26 | |
| א' | 4 10 | 5 0 | 6 -3 | 8 -3 | M | 10 |
| U1=-9 | | | | | | |
| ב' | 6 0 | 7 15 | 10 -1 | 13 0 | 15 -4 | 15 |
| U2=-7 | | | - | | + | |
| ג' | 8 -1 | 10 0 | 1 4 20 | 16 0 | 20 -2 | 20 |
| U3=-4 | | | + | - | | |
| ד' | 10 -3 | 14 0 | 1 8 10 | 2 0 5 | 2 6 10 | 25 |
| U4=0 | | | + | | - | |
| ביקוש | 10 | 15 | 30 | 5 | 10 | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|-------|----------|----------|--------------|-------------|-------------|------|
| | V1=13 | V2=14 | V3=18 | V4=20 | V5=22 | |
| א' | 4 10 | 5 0 | 6 -3 | 8 -3 | M | 10 |
| U1=-9 | | | | | | |
| ב' | 6 0 | 7 5 | 10 -1 | 13 0 | 15 10 | 15 |
| U2=-7 | | | | | | |
| ג' | 8 -1 | 10 10 | 1 4 10 | 16 0 | 20 2 | 20 |
| U3=-4 | | | | | | |
| ד' | 10 -3 | 14 0 | 1 8 20 | 2 0 5 | 2 6 4 | 25 |
| U4=0 | | | | | | |
| ביקוש | 10 | 15 | 30 | 5 | 10 | |

מצב חדש

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

הוצאת איבר 2,2 – הכנסת 1,3

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| | V1=13 | V2=14 | V3=18 | V4=20 | V5=22 | |
| א' | 4 | 5 | 6 | 8 | M | 10 |
| U1=-9 | 10 | - | + | | | |
| ב' | 6 | 7 | 10 | 13 | 15 | 15 |
| U2=-7 | 0 | 5 | - | | 10 | |
| ג' | 8 | -1 | 10 | 16 | 20 | 20 |
| U3=-4 | | 10 | 4 | | 2 | |
| ד' | 10 | -3 | 14 | 2 | 2 | 25 |
| U4=0 | | | 8 | 0 | 6 | |
| ביקוש | 10 | 15 | 30 | 5 | 10 | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|--------|----------|----------|--------------|-------------|--------------|------|
| | V1=16 | V2=14 | V3=18 | V4=20 | V5=25 | |
| א' | 4 5 | 5 3 | 6 5 | 8 0 | M | 10 |
| U1=-12 | | | | | | |
| ב' | 6 5 | 7 3 | 10 2 | 13 3 | 1 5 10 | 15 |
| U2=-10 | | | | | | |
| ג' | 8 -4 | 10 15 | 1 4 5 | 16 0 | 20 -1 | 20 |
| U3=-4 | | | | | | |
| ד' | 10 -6 | 14 0 | 1 8 20 | 2 0 5 | 2 6 1 | 25 |
| U4=0 | | | | | | |
| ביקוש | 10 | 15 | 30 | 5 | 10 | |

מצב חדש

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

הוצאת איבר 1,1 – הכנסת 4,1

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע | | | |
|--------|-------|----|-------|----|-------|---|-------|----|-------|----|------|----|----|----|
| | V1=16 | | V2=14 | | V3=18 | | V4=20 | | V5=25 | | | | | |
| א' | 4 | | 5 | 3 | 6 | | 8 | 0 | M | | 10 | | | |
| U1=-12 | | 5 | - | | | 5 | | + | | | | | | |
| ב' | 6 | | 7 | 3 | 10 | | 2 | 13 | 3 | 1 | 5 | 10 | 15 | |
| U2=-10 | | 5 | | | | | | | | | | | | |
| ג' | 8 | -4 | 10 | | 1 | 4 | 5 | 16 | 0 | 20 | -1 | | 20 | |
| U3=-4 | | | | 15 | | | | | | | | | | |
| ד' | 10 | -6 | 14 | 0 | 1 | 8 | 20 | 2 | 0 | 5 | 2 | 6 | 1 | 25 |
| U4=0 | | | + | | | | | | | | | | | |
| ביקוש | 10 | | 15 | | 30 | | 5 | | 10 | | | | | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע |
|--------|-------|---|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|------|
| | V1=10 | | V2=14 | | V3=18 | | V4=20 | | V5=19 | | |
| א' | 4 | 6 | 5 | 3 | 6 | 10 | 8 | 0 | M | | 10 |
| U1=-12 | | | | | | | | | | | |
| ב' | 6 | 5 | 7 | -3 | 10 | -4 | 13 | -3 | 1 | 5 | 15 |
| U2=-4 | | | | | | | | | | | |
| ג' | 8 | 2 | 10 | 15 | 1 | 4 | 5 | 16 | 0 | 20 | 20 |
| U3=-4 | | | | | | | | | | | |
| ד' | 10 | 5 | 14 | 0 | 1 | 8 | 15 | 2 | 0 | 5 | 25 |
| U4=0 | | | | | | | | | | | |
| ביקוש | 10 | | 15 | | 30 | | 5 | | 10 | | |

מצב חדש

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

הוצאת איבר 2,1 – הכנסת 2,3

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע |
|--------|-------|---|-------|----|--------|----|--------|----|--------|----|------|
| | V1=10 | | V2=14 | | V3=18 | | V4=20 | | V5=19 | | |
| א' | 4 | 6 | 5 | 3 | 6 | 10 | 8 | 0 | M | | 10 |
| U1=-12 | | | | | | | | | | | |
| ב' | 6 | 5 | 7 | -3 | 10 | -4 | 13 | -3 | 1 5 | 10 | 15 |
| U2=-4 | | | - | | | + | | | | | |
| ג' | 8 | 2 | 10 | 15 | 1 4 | 5 | 16 | 0 | 20 | 5 | 20 |
| U3=-4 | | | | | | | | | | | |
| ד' | 10 | 5 | 14 | 0 | 1 8 | 15 | 2 0 | 5 | 2 6 | 7 | 25 |
| U4=0 | | | + | | | - | | | | | |
| ביקוש | 10 | | 15 | | 30 | | 5 | | 10 | | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע | |
|-------|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|------|----|
| | V1=10 | | V2=14 | | V3=18 | | V4=20 | | V5=23 | | | |
| א' | 4 | -2 | 5 | -5 | 6 | 10 | 8 | 7 | M | | 10 | |
| U1=-4 | | | | | | | | | | | | |
| ב' | 6 | 4 | 7 | 1 | 1 | 5 | 13 | 16 | 1 | 5 | 15 | |
| U2=-8 | | | | | | | | | | | | |
| ג' | 8 | 2 | 10 | 15 | 1 | 4 | 5 | 16 | 17 | 20 | 1 | 20 |
| U3=-4 | | | | | | | | | | | | |
| ד' | 1 | 0 | 10 | 14 | 0 | 1 | 8 | 10 | 2 | 0 | 5 | 25 |
| U4=0 | | | | | | | | | | | | |
| ביקוש | 10 | | 15 | | 30 | | 5 | | 10 | | | |

מצב חדש

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

הוצאת איבר 1,3 – הכנסת 1,2

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע |
|-------|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|------|
| | V1=10 | | V2=14 | | V3=18 | | V4=20 | | V5=23 | | |
| א' | 4 | -2 | 5 | -5 | 6 | 10 | 8 | 7 | M | | 10 |
| U1=-4 | | | | + | | - | | | | | |
| ב' | 6 | 4 | 7 | 1 | 1 | 0 | 13 | 16 | 1 | 5 | 15 |
| U2=-8 | | | | | | 5 | | | | 10 | |
| ג' | 8 | 2 | 10 | | 1 | 4 | 16 | 17 | 20 | 1 | 20 |
| U3=-4 | | | 15 | - | | 5 | | | | | |
| ד' | 1 | 0 | 14 | 0 | 1 | 8 | 2 | 0 | 2 | 6 | 25 |
| U4=0 | | 10 | | | | 10 | | 5 | | 3 | |
| ביקוש | 10 | | 15 | | 30 | | 5 | | 10 | | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע |
|-------|-------|---|-------|----|-------|----|-------|----|-------|---|------|
| | V1=10 | | V2=14 | | V3=18 | | V4=20 | | V5=23 | | |
| א' | 4 | 3 | 5 | 10 | 6 | -3 | 8 | -3 | M | | 10 |
| U1=-9 | | | | | | | | | | | |
| ב' | 6 | 4 | 7 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 5 | 15 |
| U2=-8 | | | | | | | | | | | |
| ג' | 8 | 2 | 10 | 5 | 1 | 4 | 16 | 0 | 20 | 1 | 20 |
| U3=-4 | | | | | | | | | | | |
| ד' | 1 | 0 | 14 | 0 | 1 | 8 | 2 | 0 | 2 | 6 | 25 |
| U4=0 | | | | | | | | | | | |
| ביקוש | 10 | | 15 | | 30 | | 5 | | 10 | | |

מצב חדש

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

הוצאת איבר 4,4 – הכנסת 1,4

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע |
|-------|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|-------|----|------|
| | V1=10 | | V2=14 | | V3=18 | | V4=20 | | V5=23 | | |
| א' | 4 | 3 | 5 | 10 | 6 | -3 | 8 | -3 | M | | 10 |
| U1=-9 | | | | - | | | | + | | | |
| ב' | 6 | 4 | 7 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 10 | 15 |
| U2=-8 | | | | | | 5 | 3 | | 5 | | |
| ג' | 8 | 2 | 10 | 5 | 1 | 4 | 16 | 0 | 20 | 1 | 20 |
| U3=-4 | | | | + | | 15 | | | | | |
| ד' | 1 | 0 | 14 | 0 | 1 | 8 | 2 | 0 | 2 | 3 | 25 |
| U4=0 | | 10 | | | | 10 | 5 | | 6 | | |
| ביקוש | 10 | | 15 | | 30 | | 5 | | 10 | | |

מצב חדש
חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|-------|--------|-------|--------|-------|--------|------|
| | V1=10 | V2=14 | V3=18 | V4=17 | V5=23 | |
| א' | 4 3 | 5 5 | 6 -3 | 8 5 | M | 10 |
| U1=-9 | | | | | | |
| ב' | 6 4 | 7 1 | 1 0 5 | 1 3 4 | 1 5 10 | 15 |
| U2=-8 | | | | | | |
| ג' | 8 2 | 10 10 | 1 4 10 | 16 3 | 20 1 | 20 |
| U3=-4 | | | | | | |
| ד' | 1 0 10 | 14 0 | 1 8 15 | 2 0 3 | 2 6 3 | 25 |
| U4=0 | | | | | | |
| ביקוש | 10 | 15 | 30 | 5 | 10 | |

מצב חדש

חישוב ערכים להפחתה משורות ועמודות
חישוב ערכים חדשים

הוצאת איבר 1,2 – הכנסת 1,3

| | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | היצע |
|-------|-------|----|-------|---|-------|----|-------|---|-------|----|------|
| | V1=10 | | V2=14 | | V3=18 | | V4=17 | | V5=23 | | |
| א' | 4 | 3 | 5 | | 6 | -3 | 8 | | M | | 10 |
| U1=-9 | | | 5 | | | | 5 | | | | |
| ב' | 6 | 4 | 7 | 1 | 1 | | 1 | 4 | 1 | | 15 |
| U2=-8 | | | | | 0 | 5 | 3 | | 5 | 10 | |
| ג' | 8 | 2 | 10 | | 1 | | 16 | 3 | 20 | 1 | 20 |
| U3=-4 | | | 10 | | 4 | 10 | | | | | |
| ד' | 1 | | 14 | 0 | 1 | | 2 | 3 | 2 | 3 | 25 |
| U4=0 | 0 | 10 | | | 8 | 15 | 0 | | 6 | | |
| ביקוש | 10 | | 15 | | 30 | | 5 | | 10 | | |

מצב חדש

פתרון אופטימאלי (סוף סוף):

$$Z = 5 \cdot 6 + 5 \cdot 8 + 5 \cdot 10 + 10 \cdot 15 + 15 \cdot 10 + 5 \cdot 14 + 10 \cdot 10 + 15 \cdot 18 = 860$$

חישוב ערכים חדשים

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | היצע |
|--------|--------|--------|--------|-------|--------|------|
| | V1=10 | V2=14 | V3=18 | V4=20 | V5=23 | |
| א' | 4 6 | 5 3 | 6 5 | 8 5 | M | 10 |
| U1=-12 | | | | | | |
| ב' | 6 4 | 7 1 | 1 0 5 | 1 3 1 | 1 5 10 | 15 |
| U2=-8 | | | | | | |
| ג' | 8 2 | 1 0 15 | 14 5 | 16 0 | 20 1 | 20 |
| U3=-4 | | | | | | |
| ד' | 1 0 10 | 14 0 | 1 8 15 | 2 0 0 | 2 6 3 | 25 |
| U4=0 | | | | | | |
| ביקוש | 10 | 15 | 30 | 5 | 10 | |



שאלה 8 – בעיית השמה בשיטת טרנספורטציה

יש לבחור עובד לכל מכונה כך שהעלות תהיה מינימלית

| | אריזה | ייצור גלידה | ייצור גביעי גלידה |
|------|-------|-------------|-------------------|
| בני | 4 | 6 | 8 |
| אלי | 3 | 7 | 10 |
| יוסי | 5 | 10 | 11 |

העברה לבעיית טרנספוטציה

נוסיף "היצע" ו"ביקוש" לפי נתוני השאלה – כל עובד רק למכונה אחת וכל מכונה רק עובד אחד

| היצע | אריזה | ייצור גלידה | ייצור גביעי גלידה | |
|------|-------|-------------|-------------------|-------|
| 1 | 4 | 6 | 8 | בני |
| 1 | 3 | 7 | 10 | אלי |
| 1 | 5 | 10 | 11 | יוסי |
| | 1 | 1 | 1 | ביקוש |

העברה לבעיית טרנספוטציה

פתרון בסיסי אפשרי - פינה צפון מערבית

| | ייצור גביעי גלידה $V_1=8$ | ייצור גלידה $V_2=6$ | אריזה $V_3=2$ | היצע |
|-----------------|---------------------------------|------------------------|------------------|------|
| בני $U_1=0$ | 8 1 | 6 0 | 4 2 1 | 1 |
| אלי $U_2=1$ | 10 1 | 7 1 | 3 0 1 | 1 |
| יוסי $U_3=3$ | 11 0 | 10 1 | 5 1 1 | 1 |
| ביקוש | 1 | 1 | 1 | |

העברה לבעיית טרנספוטציה

$$Z=8*1+7*1+5*1=20$$

קבלנו פתרון אפטימלי:

| | ייצור גביעי גלידה V1=8 | ייצור גלידה V2=6 | אריזה V3=2 | היצע |
|--------------|------------------------------|---------------------|---------------|------|
| בני U1=0 | 8 1 | 6 0 | 4 2 1 | 1 |
| אלי U2=1 | 10 1 | 7 1 | 3 0 1 | 1 |
| יוסי U3=3 | 11 0 | 10 1 | 5 1 1 | 1 |
| ביקוש | 1 | 1 | 1 | |

