

# **תכנון וניתוח אלגוריתמים**

## **תרגיל 4**

---

**שאלות לתרגול בעיות**  
**טרנספורטציה**









1. לפניכם נתוני בעיית התובלה בחברת "מתוק בפה" המייצרת סוכריות בשני מפעלים  $A$  ו- $B$  ושולחת אותם לאחסון בשני מרכזי אחסון: אלפא וביטא.

חנות המפעל				
		אלפא		היצע
מפעלים	$A$	10	12	450
	$B$	13	9	300
	ביקוש	350	400	





- א.  הציגו פתרון אפשרי לא בסיסי!
- ב.  שפרו את הפתרון מסעיף א. לפתרון בסיסי.
- ג.  ללא קשר לסעיפים קודמים, מצאו פתרון בסיסי  
התחלתי בשיטה הצפון-מערבית.
- ד.  בהמשך לסעיף ג, מצאו פתרון אופטימלי  
לבעיה!



2. בבעיית חברת גלילות אביב השתנו עלויות ההובלה באופן הבא:  $c_{13} = 1$  וכן  $c_{23} = 4$ . מצאו פתרון אופטימלי לבעיה כאשר הפתרון הבסיסי ההתחלתי נמצא בעזרת השיטה "הצפון-מערבית"





3. התפוקה היומית של שלוש מחצבות חצץ היא: 

מחצבה	תפוקה יומית
א	12 טון
ב	14 טון
ג	4 טון



❖ החצץ ישווק באמצעות שלושה מרכזי שיווק;  
מעריכים שהביקוש היומי במרכזי השיווק השונים  
יהיה:

מרכז שיווק	הביקוש היומי
A	9 טון
B	10 טון
C	11 טון





❖ מחירי התובלה של טון חצץ מהמחצבות השונות  
למרכזי השיווק השונים מרוכזים בטבלה הבאה:

מרכזי שיווק \ מחצבות		מרכזי שיווק		
		A	B	C
א'	5	1	8	
ב'	2	4	0	
ג'	3	6	7	



כמה טונות של חציץ יש לשלוח מדי יום  
מכל מחצבה לכל מרכז שיווק כדי שהוצאות  
ההובלה יהיו מינימליות ?






4. חברה להשכרת רכב בארה"ב צריכה לבצע חלוקה מחודשת של צי הרכב שלה כדי לתקן מצבים של חוסר רכבים להשכרה בסניפים השונים.

במצב הנוכחי לחברה רכבים רבים מדי בסניף בניו-יורק (10 מכוניות עודפות) ובסניף בשיקגו (12 מכוניות עודפות) ואילו בסניף בפיטסבורג חסרות 6 מכוניות, בסניף בלוס אנג'לס חסרות 9 מכוניות ובסניף במיאמי חסרות 7 מכוניות.



העלות של העברת המכונות בין הערים  
השונות מתוארת בטבלה להלן :

	פיטסבורג	לוס-אנג'לס	מיאמי
ניו-יורק	50	250	100
שיקגו	25	200	125

כיצד תבוצע ההעברה הדרושה בעלות המינימלית ? 





5. חברה מייצרת מוצר יחיד. לרשות החברה שלושה מפעלים, והיא מוכרת לארבעה לקוחות.

שלושת המפעלים עומדים לייצר במשך תקופת הזמן הבאה 6, 8 ו-4 יחידות בהתאמה.

החברה התחייבה למכור 4 יחידות ללקוח 1, 6 יחידות ללקוח 2, ולפחות 2 יחידות ללקוח 3. לקוחות 3 ו-4 מעוניינים לקנות כמה שיותר מעודף המוצר. **הרווח** הנקי המתקבל מהובלת יחידת מוצר ממפעל  $i$  ללקוח  $j$  נתון



## בטבלה הבאה :

		לקוח			
		1	2	3	4
מפעל	1	8	7	5	2
	2	5	2	1	3
	3	6	4	3	5






◆ ההנהלה מעוניינת לדעת כמה יחידות למכור ללקוחות 3 ו-4, וכמה יחידות להוביל מכל מפעל לכל לקוח כך שהרווח יהיה מקסימלי. 💬

◆ א. נסחו את הבעייה כבעיית תובלה על-ידי בניית טבלת עלויות וביקושים מתאימה.

◆ ב. התחילו בשיטה הצפון-מערבית, והשתמש בשיטת הסימפלקס לתובלה כדי לפתור את הבעיה שנוסחה בחלק א'.



6. תאגיד של ארבעה מפעלים המייצרים סוכר,   
משווק את המוצר באמצעות חמישה מרכזי שיווק.  
התפוקה השבועית של כל מפעל (בטונות), ועלויות  
התובלה (שקלים לק"מ) מכל מפעל לכל מרכז  
שיווק מסוכמים בטבלה הבאה :





	1	2	3	4	5		
1	7	0	6	3	2	25	היצע
2	9	3	5		8	40	
3	8	4	4	4	5	60	
4	2	3	4	9	6	15	
	25	25	40	30	20		

מפעל

ביקוש



פירוש המשבצת הריקה: לא ניתן להוביל סוכר

ממפעל מס' 2 למרכז שיווק מס' 4 (סיבות  
אפשריות לדבר : אין כביש או מסילת ברזל  
מקשרים בין שתי הנקודות הללו). מטרת התאגיד  
היא להביא למינימום את עלות התובלה תהיה  
מינימלית.

כיצד ניתן ליישם את אלגוריתם התובלה בבעיה זו?





- 7. בחברה המתקנת מוצרי חשמל קיימות 4 דרגות הסמכה של טכנאים : א', ב', ג' ו-ד'. בחברה זו מועסקים :
  - 10 טכנאים בדרגת הסמכה א',
  - 15 טכנאים בדרגת הסמכה ב',
  - 20 טכנאים בדרגת הסמכה ג'
  - ו-25 טכנאים בדרגת הסמכה ד'.
- חברה זו מתקנת תקלות במכשירי חשמל הממויינות ל-5 דרגות קושי.



- באופן ממוצע שבועי יש :
- 10 תקלות בדרגת קושי 1,
- 15 תקלות בדרגת קושי 2,
- 30 תקלות בדרגת קושי 3,
- 5 תקלות בדרגת קושי 4
- ו- 10 תקלות בדרגת קושי 5.





❖ כל טכנאי מסוגל לתקן את כל סוגי התקלות (בכל דרגות הקושי) למעט טכנאי בדרגת הסמכה א' שאינו מסוגל לבצע תיקון של תקלה בדרגת קושי 5.

❖ הטבלה הבאה כוללת את התעריפים לשעת עבודה שהמפעל משלם לכל טכנאי, תמורת התיקון של התקלות השונות :



דרגת קושי של תקלה

דרגת  
הסמכה

	1	2	3	4	5
א	4	5	6	8	
ב	6	7	10	13	15
ג	8	10	14	16	20
ד	10	14	18	20	26





❖ כיצד יש להקצות את הטכנאים למשימות התיקון  
השבועיות כך שסה"כ עלות העבודה תהיה  
מינימלית ?



## 8.29 בעיית ההשמה

חברת גלילות אביב רכשה עבור המפעל בקרית שמונה 3 מכוניות חדשות: מכונה לייצור גביעים, מכונה לייצור גלילה ומכונת אריזה. לשם הפעלת הציוד הדש גייסה החברה שלושה פועלים חדשים: בני, אלי ויוסי, כאשר כל פועל אמור להפעיל אחת מהמכוניות.

מכיוון שהפועלים אינם מכירים את המכוניות החדישות יש להכשירם לתפקיד. עלות הכשרת כל פועל לצורך הפעלת המכוניות השונות נתונה בטבלה הבאה (היחידות הם ימי הכשרה אשר עלותם קבועה ללא תלות במכונה):





מכונה פועל	ייצור גביעי גלידה	ייצור גלידה	אריזה
בני	8	6	4
אלי	10	7	3
יוסי	11	10	5





❖ על מנהל המפעל להחליט בבעיה שתוארה. איזה עובד יש ליעד לאיזו מכונה, כך שעלות ההכשרה תהיה מינימלית.

❖ בעיה זו המוצגת לפניכם נקראת בעיית ההשמה וקיים עבודה אלגוריתם ייחודי המתאים למבנה המיוחד של הבעיה. למרות זאת ניתן להציג את בעיית ההשמה כמקרה פרטי של בעיית התובלה, ולפתרה בעזרת אלגוריתם הסימפלקס לתובלה.





- א.  הציגו את מודל התכנון הליניארי לבעיית  
ההשמה בחברת גלילות אביב .
- ב.  מצאו את ההשמה האופטימלית בעזרת  
אלגוריתם הסימפלקס לתובלה.