Abgabe - Übungsblatt [8]

Angewandte Mathematik: Stochastik

[Vincent Schönbach] [Yihao Wang]

14. Juni 2020

Aufgabe 1 Unabhänigkeit & Normalverteilung

Wenn die ZV X und Y unabhängig sind, z.zg: $P(X, Y) = P(X) \cdot P(Y)$

$$\begin{aligned}
P(X,Y) &= \frac{1}{2\pi} \int\int_{X \times Y} exp(-\frac{x^2+y^2}{2}) dxdy \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{x_0} \left[\int_{-\infty}^{y_0} exp(-\frac{x^2+y^2}{2}) dy \right] dx && (1) \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{x_0} \left[\int_{-\infty}^{y_0} exp(-\frac{x^2}{2}) \cdot exp(-\frac{y^2}{2}) dy \right] dx && (2) \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{x_0} exp(-\frac{x^2}{2}) dx \cdot \int_{-\infty}^{y_0} exp(-\frac{y^2}{2}) dy \\
&= \frac{1}{2\pi} \int\int_{X} exp(-\frac{x^2+y^2}{2}) dxdy \cdot \frac{1}{2\pi} \int\int_{Y} exp(-\frac{x^2+y^2}{2}) dxdy \\
&= P(X) \cdot P(Y)
\end{aligned}$$

$\square$

Erklärung:
(1) Wir benutzen Satz von Fubini hier. $x_0 \in X$ und $y_0 \in Y$. Da die beide ZV sind, der untere Schrank ist negativ unendlich.
(2) Eigenschaft von Integral.

Aufgabe 2 Unabhänigkeitskriterium

"$\Rightarrow$":$(Y_i)_{i\in[1:n]}$ ist unabhängig.
d.h. $P(Y_1 = \omega_1, \dots, Y_n = \omega_n) = P(Y_1) \cdot \dots \cdot P(Y_n) = \prod_{i=1}^{n} P(Y_i = \omega_i)$
"$\Leftarrow$" analog.

Aufgabe 3 Tutorium

a) Bernoulli-Verteilung.

b) $\Omega \rightarrow [0 : n]$
A: 2^{Ω}
P: $A \rightarrow [0, 1]$
P $= \frac{|A|}{\Omega}$

c) $\hat{P} = \sum_{i=k+1}^{n} i^p \cdot (n - i)^{1-p}$

Bonusaufgabe 4

a) Geometrische Verteilung

b) $\hat{\Omega} = |\{(\omega_1, \ldots, \omega_n) \mid \omega_1 = \ldots = \omega_{n-1} = 1, \omega_n = 0\}|$ 1:stattgefunden 0:ausgefällt.
$\hat{A} = 2^{\hat{\Omega}}$

c) $\hat{P}$ stattgefunden werden.
P(Aufgabe4.3) $= (\hat{P})^6 \cdot (1 - \hat{P})^7 + (\hat{P})^7 \cdot (1 - \hat{P})^8$