Abgabe - Übungsblatt [5]

Angewandte Mathematik: Stochastik

[Vincent Schönbach] [Yihao Wang]

24. Mai 2020

Aufgabe 1

a) $\Omega_n = [1 : m]^n = \{(\omega_1, \dots, \omega_m) \mid \forall i : \omega_i \in [1 : m]\}, m, n \in \mathbb{N}$
$A = 2^{\Omega}$
$P = \frac{1}{m^n}$

b) $X = \{\#(\omega_i, \omega_{i+1}) \mid \forall i \in [0 : n-1] : \omega_i = \omega_{i+1})\}$

c) Wir haben zwei unterscheidbare Kugeln und nennen die r(rot) & b(blau). Es gibt inegesamt 2^3 Möglichkeiten: bbb/**bbr**/brb/**rbb**/**brr**/rbr/**rrb**/rrr
Offensichtlich ist $P(X = k) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
$X^{-1}(\{1\}) = \{(\omega_a, \omega_b, \omega_c) \mid \omega_a = \omega_b \neq \omega_c \vee \omega_a = \omega_c \neq \omega_b \vee \omega_c = \omega_b \neq \omega_a)\}$

Aufgabe 2

a) Wenn ich die Prüfung bestehen möchte, muss ich zum mindestens 11 Aufgaben richtig antworten.
Wir schauen mal zunächst die Möglichkeit, die ich genau 11 Aufgaben richtig geantwortet habe. Das passt genau die Binomial-Verteilung
$\binom{18}{11} \times (\frac{3}{4})^7 \times (\frac{1}{4})^{11}$
zum mindestens 11 Aufgaben bezeichnet man als:
$P(bestanden) = \sum_{i=11}^{18} \binom{18}{i} \times (\frac{3}{4})^{18-i} \times (\frac{1}{4})^i \approx 1.24 \times 10^{-3}$
$\Omega = [1:4]^{18}$
$\mathcal{A} = 2^\Omega$

b) die Intuition ist gleich:
$P(bestanden) = \sum_{i=11}^{18} \binom{18}{i} \times (\frac{2}{3})^{18-i} \times (\frac{1}{3})^i \approx 0.0144$
$\Omega = [1:3]^{18}$
$\mathcal{A} = 2^\Omega$

c) $P(bestanden) = \sum_{i=11}^{18} \binom{18}{i} \times (\frac{1}{2})^{18-i} \times (\frac{1}{2})^i \approx 0.2403$
$\Omega = [1:2]^{18}$
$\mathcal{A} = 2^\Omega$

Aufgabe 3

a) $\sum_{i=8}^{12} \binom{12}{i} \times (\frac{1}{2})^{12-i} \times (\frac{1}{2})^{i} \approx 0.1938$
Wir finden, dass die Binomial-Verteilung schon reicht, aber natürlich kann man es mit Poisson-Verteilung approximiert werden.

b) Wir übersetzen die Aufgabestellung, man muss nun mindestens 6 Aufgaben von 10 Fragen richtig antworten.
$\sum_{i=6}^{10} \binom{10}{i} \times (\frac{1}{2})^{10-i} \times (\frac{1}{2})^{i} \approx 0.3769$
wie a), Binomial-Verteilung.

c) $\frac{1+\binom{12}{2}+\binom{12}{8}}{\binom{12}{6}} \approx 0.608$
Ja, es ist günstiger.

Aufgabe 4

a) 1 : ein kleiner Gewinn, 2 : ein größerer Geweinn, 3 : Bild
$\Omega = [1:3]^{24} = \{\#(\omega_i) \mid \omega_i \in [1:2]\}$.
$\mathcal{A} = 2^{\Omega}$

b) $\binom{24}{5} \times (\frac{3}{10})^5 \times \binom{19}{3} \times (\frac{1}{10})^3 \times (\frac{6}{10})^{16} \approx 0.02823$