Abgabe - Übungsblatt [7]

Angewandte Mathematik: Stochastik

[Vincent Schönbach] [Yihao Wang]

6. Juni 2020

Aufgabe 1

k bedeutet Person ist krank. t bedeutet der Test ist positiv.
$P(k) = \frac{2}{10000}$, $P(\neg k) = \frac{9998}{10000}$
$P(t \mid k) = \frac{97}{100}$
$P(t \mid \neg k) = \frac{0.2}{100}$

Nach Bayes folgt $P(k \mid t) = \frac{P(k) \cdot P(t|k)}{P(k) \cdot P(t|k) + P(\neg k) \cdot P(t|\neg k)} \approx 0.0884$

Aufgabe 2

$P(\text{Tourist wird befragt}) = \frac{2}{3}$
$P(\text{Richtung ist richtig} \mid \text{Tourist wird befragt}) = \frac{3}{4}$
$P(\text{Richtung ist richtig} \mid \neg\text{Tourist wird befragt}) = 0$

a) k-mal Person befragen, jedes mal sagt diese Osten.

$P(\text{Osten ist richtig} \mid \neg\text{Person ist Tourist}) = 0$,
da Mendacier immer das falsche antworten.

$P(\text{Osten ist richtig} \mid \text{Person ist Tourist}) = 1 - P(\neg\text{Osten ist richtig} \mid \text{Person ist Tourist})$
$= 1 - (\frac{1}{4})^k$

Damit ist $P(\text{Osten ist richtig}) = P(\text{Osten ist richtig} \mid \text{Person ist Tourist}) \cdot P(\text{Person ist Tourist}) + P(\text{Osten ist richtig} \mid \neg\text{Person ist Tourist}) \cdot P(\neg\text{Person ist Tourist}) =$
$(1 - (\frac{1}{4})^k) \cdot \frac{2}{3} + 0 \cdot \frac{1}{3}$
$= (1 - (\frac{1}{4})^k) \cdot \frac{2}{3}$

b) Einsetzen ergibt:
$k = 1 \Rightarrow P(\text{Osten ist richtig}) = 0.5$
$k = 2 \Rightarrow P(\text{Osten ist richtig}) = 0.625$
$k = 3 \Rightarrow P(\text{Osten ist richtig}) = 0.65625$
$k = 4 \Rightarrow P(\text{Osten ist richtig}) = 0.6640625$

c) Weil diese Antwort nur vom Tourist kommen kann, gilt:

$P(\text{Osten ist richtig} \mid \text{Antwort: O, O, O, W})$
$= P(\text{Osten ist richtig} \mid \text{Antwort: O, O, O, W} \land \text{Person ist Tourist})$
$= 1 - P(\neg\text{Osten ist richtig} \mid \text{Antwort: O, O, O, W} \land \text{Person ist Tourist})$
$= 1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \approx 0.9883$

Aufgabe 3

a) $P(G) = 0.6$
$P(S) = 0.4$
$P(g \mid G) = 0.8$
$P(s \mid G) = 0.2$
$P(s \mid S) = 0.9$
$P(g \mid S) = 0.1$
$(\Omega, \mathcal{A}, P)$ mit $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 = \{(G, g), (G, s), (S, g), (S, s)\}$
und $\Omega_1 = \{G, S\}, \Omega_2 = \{g, s\}, \mathcal{A} = 2^\Omega$
$P(\{(G, g)\}) = 0.6 \cdot 0.8$
$P(\{(G, s)\}) = 0.6 \cdot 0.2$
$P(\{(s, g)\}) = 0.4 \cdot 0.1$
$P(\{(S, s)\}) = 0.4 \cdot 0.9$

b) $P(\text{gutes Wetter}) = P(\text{richtige Vorhersage für G}) + P(\text{falsche Vorhersage für S})) =$
$P(g) = 0.6 \cdot 0.8 + 0.4 \cdot 0.1 = 0.52$

c) $A =$ gestrige Vorhersage war gutes Wetter,
$B =$ heute gutes Wetter
$P(A \mid B) = P(A) = 0.6$, denn die Ereignisse sind unabhängig voneinander (zumindest nach Aufgabenstellung kein Hinweis auf Abhängigkeit).