2.

$$\binom{12}{6} = \frac{12!}{6!\,6!} = \frac{\cancel{12}\cdot 11 \cdot \overset{2}{\cancel{10}} \cdot \overset{3}{\cancel{9}} \cdot \overset{2}{\cancel{8}} \cdot 7}{\cancel{6}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}} = \underset{6}{22} \cdot 6 = 132$$

$$132 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{3\cancel{6}\cdot 5}{\cancel{2}}$$

$$6 \cdot 5$$

4.

$$\pi_2(a) = \pi_2(\pi_1(d)) = \pi_3(d) = e$$

5.

$a_1 = 10$

$a_0 = 4 \quad a_2 = 16$

Begonnen am	Donnerstag, 30. Mai 2024, 15:28
Status	Beendet
Beendet am	Donnerstag, 30. Mai 2024, 15:51
Verbrauchte Zeit	23 Minuten 27 Sekunden
Punkte	12,38/25,00
Bewertung	**4,95** von 10,00 (**49,5**%)

Frage 1

Teilweise richtig

Erreichte Punkte 0,38 von 3,00

In der Kombinatorik haben wir Formeln und Begriffe für die Zahl vieler gängiger Arten von Teilmengen und anderer Substrukturen. Zum Beispiel gibt der Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$ [die Zahl der Tupel der Länge k mit Element aus] ✗ $\{1, 2, \ldots, n\}$ an. Auch stellt die Kombinatorik viele allgemeine Rechenregeln bereit, aus denen wir zum Beispiel folgern können, dass die Zahl $\binom{1909}{9}$ [gleich] ✓ der Zahl $\binom{1909}{1900}$ ist.

Eine partielle Ordnung muss **nicht** unbedingt [ ] ✗ sein. Eine Antikette in einer partiellen Ordnung ist eine Menge von Elementen, die [ ] ✗ . Wenn jede Antikette einer partiellen Ordnung genau ein Element enthält, dann nennen wir diese partielle Ordnung eine [ ] ✗ und eine solche Ordnung läßt sich immer mit [ ] ✗ überdecken.

Ein maximales Element einer partiellen Ordnung ist ein Element [ ] ✗ und eine partielle Ordnung besitzt [ ] ✗ ein maximales Element.

Die Antwort ist teilweise richtig.

Sie haben 1 richtig ausgewählt.
Die richtige Antwort lautet:
In der Kombinatorik haben wir Formeln und Begriffe für die Zahl vieler gängiger Arten von Teilmengen und anderer Substrukturen. Zum Beispiel gibt der Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$ [die Zahl der k-elementigen Teilmengen von] $\{1, 2, \ldots, n\}$ an. Auch stellt die Kombinatorik viele allgemeine Rechenregeln bereit, aus denen wir zum Beispiel folgern können, dass die Zahl $\binom{1909}{9}$ [gleich] der Zahl $\binom{1909}{1900}$ ist.

Eine partielle Ordnung muss **nicht** unbedingt [symmetrisch] sein. Eine Antikette in einer partiellen Ordnung ist eine Menge von Elementen, die [paarweise nicht vergleichbar sind]. Wenn jede Antikette einer partiellen Ordnung genau ein Element enthält, dann nennen wir diese partielle Ordnung eine [lineare Ordnung] und eine solche Ordnung läßt sich immer mit [einer Kette] überdecken.

Ein maximales Element einer partiellen Ordnung ist ein Element [für das es kein echt größeres Element in der Ordnung gibt] und eine partielle Ordnung besitzt [nicht immer] ein maximales Element.

Frage 2

Teilweise richtig

Erreichte Punkte 1,00 von 4,00

$$\binom{12}{6} = \frac{12!}{6!\,6!} = \frac{12\cdot 11 \cdots 7}{6!} = \frac{\cancel{12}\cdot 11\cdot \cancel{10}\cdot \cancel{9}\cdot \cancel{8}\cdot 7}{\cancel{6}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{4}\cdot 3\cdot\cancel{2}\cdot 1} = 924$$

Berechnen Sie in den folgenden Texten jeweils die Anzahl der unterschiedlichen Ereignisse. Sie dürfen für die Bearbeitung dieser Aufgabe Taschenrechner und andere externe Berechnungshilfen benutzen. **Geben Sie Ihre Antworten als Zahl an.**

Ein Supermarkt bietet 12 verschiedene Obstsorten an. Es gibt [95040] ✗ viele Möglichkeiten, davon 6 Sorten

924

auszuwählen, und es gibt [132] ✗ viele Möglichkeiten, 6 Öbste zu wählen (wobei in letzteren Fall die gleiche Sorte mehrfach gewählt werden darf).

12376

$$\binom{6+12-1}{6} = \binom{17}{6} = \frac{17!}{11!\,6!} = \frac{17\cdot 16\cdot \cancel{15}\cdot \cancel{14}\cdot 13\cdot \cancel{12}}{\cancel{6}\cdot\cancel{5}\cdot 4\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}}$$

Von den 6 angebotenen Tomatenmarksorten gibt es jeweils nur eine Dose. Man kann auf [15] ✗ verschiedene Arten 4 Dosen auswählen und die aufeinander aufstapeln.

$$\frac{6!}{2!} = 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot \cancel{2} = 30\cdot 12 = 360$$

Sechs Personen kommen gleichzeitig an der Kasse an. Diese Personen können sich auf [720] ✓ viele verschiedene Arten in eine Warteschlange stellen.

$$6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2$$

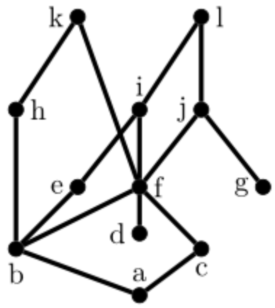
$$= 30\cdot 24 = 720$$

Frage 3

Nicht beantwortet

Erreichbare Punkte: 3,00

Sei die folgende partielle Ordnung $(P, \prec_P)$ durch ihre Darstellung als Hasse-Diagramm angegeben:



Das angegebene Poset besitzt 12 Elemente. [ ] ist [ ]. Insgesamt gibt es genau [ ] und [ ] in diesem Poset.

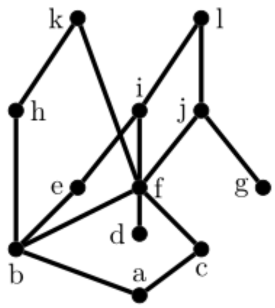
[ ]

Die Weite von $(P, \prec_P)$ ist [ ] und die Höhe ist [ ].

Es findet sich in P [ ] Paar zweier Elemente, die jeweils weder maximal noch minimal sind, welche unvergleichbar sind.

Die Antwort ist falsch.

Die richtige Antwort lautet:
Sei die folgende partielle Ordnung $(P, \prec_P)$ durch ihre Darstellung als Hasse-Diagramm angegeben:



Das angegebene Poset besitzt 12 Elemente. [a] ist [eines von mehreren minimalen Elementen.]. Insgesamt gibt es genau [3 minimale Elemente] und [2 maximale Elemente] in diesem Poset. [In jeder linearen Erweiterung des Posets ist a kleiner als j.]

Die Weite von $(P, \prec_P)$ ist [5] und die Höhe ist [5].

Es findet sich in P [mindestens ein] Paar zweier Elemente, die jeweils weder maximal noch minimal sind, welche unvergleichbar sind.

Frage 4

Richtig

Erreichte Punkte 1,00 von 1,00

Finden Sie eine Permutation π_2, so dass $\pi_2 \circ \pi_1 = \pi_3$, wobei π_1 und π_3 durch die folgenden Permutationen gegeben sind.

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f \\ f & c & e & a & d & b \end{pmatrix}$$

$\pi_2(a) = \pi_2(\pi_1(d)) = \pi_3(d) = c$

$$\pi_3 = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f \\ e & f & a & c & d & b \end{pmatrix}$$

$$\pi_2 = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f \\ \boxed{c} & \boxed{b} & \boxed{f} & \boxed{d} & \boxed{a} & \boxed{e} \end{pmatrix}$$

Die Antwort ist richtig.

Frage 5

Teilweise richtig

Erreichte Punkte 4,00 von 6,00

Finden Sie Lösungen (d.h., geschlossene Ausdrücke) für die folgenden Rekursionsgleichungen, indem Sie die richtigen Zahlen in die gegebenen Lücken eingeben.

$a_0 = 4, a_n = a_{n-1} + 6, a_n =$ 6 ✓ $\cdot n +$ 4 ✓

$b_0 = 2, b_n = 4 \cdot b_{n-1}, b_n =$ 2 ✓ $\cdot($ 4 ✓ $)^n$

$c_0 = -2, c_1 = 5, c_n = 18 \cdot c_{n-2} + 3 \cdot c_{n-1}, c_n = (($ ✗ $\cdot(-3)^n) + ($ ✗ $\cdot 6^n))/(-9)$

17 7

$c_0 = -2$ $c_1 = 5$

$c_n = 18 \cdot c_{n-2} + 3 \cdot c_{n-1}$

$c_{n-1} = 18\, c_{n-3} + 3 \cdot c_{n-2}$

$\vdots$

$c_2 = 18 \cdot c_0 + 3 \cdot c_1 = -36 + 15 = -21$

Frage 6

Teilweise richtig

Erreichte Punkte 2,00 von 4,00

Ordnen Sie die Rekursionsgleichungen den jeweiligen Zählprobleme zu.

Was ist die Anzahl von Wörter der Länge n, die aus dem Buchstaben A,B und C bestehen,...

- ...wo kein A von einem A gefolgt wird?

Anfangsbedingung: [f(1) = 2, f(2) = 8] ✗ f(1) = 3 f(2) = 8
Rekursionsgleichung: [f(n) = 2 f(n-1) + f(n-2)] ✗ f(n) = 2 f(n-1) + f(n-2)

- ...die mit "ABC" anfangen? ABC_

Anfangsbedingung: [f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 1] ✓
Rekursionsgleichung: [f(n) = 2 f(n-1) + 2 f(n-2)] ✗ f(n) = 3 f(n-1)

- ...die der Form www sind, wobei w ein nicht-leeres Wort ist?

Anfangsbedingung: [f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 3] ✓
Rekursionsgleichung: [f(n) = 3 f(n-3)] ✓

[f(n) = 9 f(n-2)]

[f(1) = 3, f(2) = 8]

[f(n) = 3 f(n - 1)]

Die Antwort ist teilweise richtig.

Sie haben 3 richtig ausgewählt.
Die richtige Antwort lautet:
Ordnen Sie die Rekursionsgleichungen den jeweiligen Zählprobleme zu.

Was ist die Anzahl von Wörter der Länge n, die aus dem Buchstaben A,B und C bestehen,...

- ...wo kein A von einem A gefolgt wird?

Anfangsbedingung: [f(1) = 3, f(2) = 8]
Rekursionsgleichung: [f(n) = 2 f(n-1) + 2 f(n-2)]

- ...die mit "ABC" anfangen?

Anfangsbedingung: [f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 1]
Rekursionsgleichung: [f(n) = 3 f(n - 1)]

- ...die der Form www sind, wobei w ein nicht-leeres Wort ist?

Anfangsbedingung: [f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 3]
Rekursionsgleichung: [f(n) = 3 f(n-3)]

Frage 7

Richtig

Erreichte Punkte 4,00 von 4,00

Ordnen Sie jeder der angegebenen Permutationen die richtige Zerlegung in Kreise zu, indem Sie die richtige Zerlegung unter die dazugehörige Permutation ziehen.

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f & g \\ b & e & g & a & d & c & f \end{pmatrix} \qquad \pi_2 = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f & g \\ e & f & b & d & g & c & a \end{pmatrix}$$

(e d a b)(g f c) (f c b)(d)(a e g)

$$\pi_3 = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f & g \\ c & f & g & a & d & e & b \end{pmatrix} \qquad \pi_4 = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f & g \\ c & a & f & e & d & g & b \end{pmatrix}$$

(e d a c g b f) (b a c f g)(d e)

(c g b f)(d a e) (f g c)(d a b e) (e d)(c f g a b)

Die Antwort ist richtig.