Formale Sprachen und Automaten

MTV: Modelle und Theorie Verteilter Systeme *13.06.2022 – 19.06.2022*

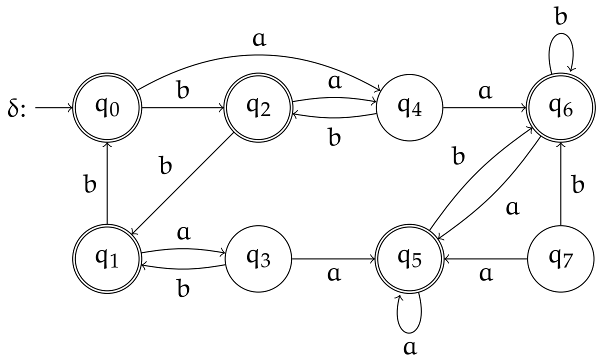
Tutorium 8

Aufgabe 1: Minimierung von DFAs

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$ und der DFA

$$M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7 \}, \Sigma, \delta, q_0, \{ q_0, q_1, q_2, q_5, q_6 \}),$$

wobei δ durch den folgenden Graphen gegeben ist:



1.a) *Berechne:* Minimiere den DFA M.

Lösung

Schritt 1 (eliminiere nicht erreichbare Zustände): nur q_7 ist nicht erreichbar

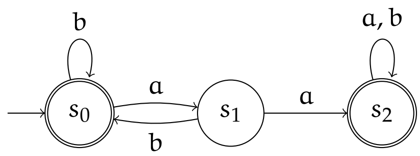
Schritt 2 (Table-Filling):

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
q_1	o					
q_2	o	o				
q_3	x	x	x			
q_4	x	x	x	o		
q_5	x	x	x	x	x	
q_6	x	x	x	x	x	o

Schritt 3 (gib alle Äquivalenzklassen von Zuständen und eine Umbenennung an):

$[\, q_0 \,] = \{ q_0, q_1, q_2 \}$	s_0
$[\, q_3 \,] = \{ q_3, q_4 \}$	s_1
$[\, q_5 \,] = \{ q_5, q_6 \}$	s_2

Schritt 4 (gib den minimierten DFA an): $M' = (\{ s_0, s_1, s_2 \}, \Sigma, \delta', s_0, \{ s_0, s_2 \})$, wobei δ' durch den folgenden Graphen gegeben ist:



/Lösung

1.b) *Gib an:* $L(M)$

Lösung

$L(M) = L\big((b + ab)^* + (b + ab)^* \, aa \, (a + b)^*\big) = \{ x, xaay \mid x \in \{ b, ab \}^* \wedge y \in \Sigma^* \}$

/Lösung

1.c) *Gib* alle Äquivalenzklassen der Myhill-Nerode-Relation bzgl. $L(M)$ *an*.

Lösung

$$
\begin{aligned}
[\,\varepsilon\,]_{\equiv_{L(M)}} &= L\big((b+ab)^*\big) = \{\, b,\ ab \,\}^* \\
[\,a\,]_{\equiv_{L(M)}} &= L\big((b+ab)^*\,a\big) = \{\, xa \mid x \in \{\, b,\ ab \,\}^* \,\} \\
[\,aa\,]_{\equiv_{L(M)}} &= L\big((b+ab)^*\,aa\,(a+b)^*\big) = \{\, xaay \mid x \in \{\, b,\ ab \,\}^* \wedge y \in \Sigma^* \,\}
\end{aligned}
$$

/Lösung

Aufgabe 2: Myhill-Nerode für reguläre Sprachen

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{\, a,\ b \,\}$ und die Sprachen

$A \triangleq \left\{\, ab^n a \mid n \in \mathbb{N}^+ \,\right\}$ und $B \triangleq \{\, w \in \{\, a,\ b \,\}^* \mid |w|_a \mod 2 = 0 \,\}$

2.a) *Gib* alle Äquivalenzklassen der Myhill-Nerode-Relation bzgl. A *an*.

Lösung

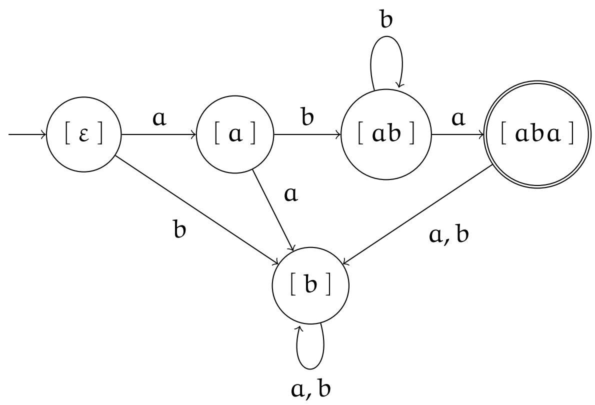
$$
\begin{aligned}
[\,\varepsilon\,]_{\equiv_A} &= \{\, \varepsilon \,\} \\
[\,a\,]_{\equiv_A} &= \{\, a \,\} \\
[\,ab\,]_{\equiv_A} &= \left\{\, ab^n \mid n \in \mathbb{N}^+ \,\right\} \\
[\,aba\,]_{\equiv_A} &= A \\
[\,b\,]_{\equiv_A} &= \left\{\, bx, aax, ab^n ay \mid x \in \Sigma^* \wedge y \in \Sigma^+ \wedge n \in \mathbb{N}^+ \,\right\}
\end{aligned}
$$

/Lösung

2.b) *Gib* den A-Äquivalenzklassenautomaten M_A *an*.

Lösung

$M_A = (\{\,[\,\varepsilon\,],\ [\,a\,],\ [\,ab\,],\ [\,aba\,],\ [\,b\,]\,\}, \Sigma, \delta_A, [\,\varepsilon\,], \{\,[\,aba\,]\,\})$, wobei δ_A durch den folgenden Graphen gegeben ist:



/Lösung

2.c) *Gib* alle Äquivalenzklassen der Myhill-Nerode-Relation bzgl. B *an*.

Lösung

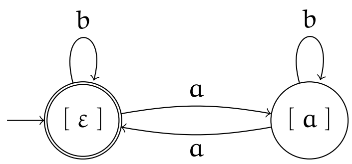
$$[\,\varepsilon\,]_{\equiv_{\mathrm{B}}} = \mathrm{B}$$
$$[\,a\,]_{\equiv_{\mathrm{B}}} = \{\, w \in \{\, a,\ b\,\}^* \mid |w|_a \mod 2 = 1 \,\}$$

/Lösung

2.d) *Gib* den B-Äquivalenzklassenautomaten M_{B} *an*.

Lösung

$M_{\mathrm{B}} = (\{\,[\,\varepsilon\,],\ [\,a\,]\,\}, \Sigma, \delta_{\mathrm{B}}, [\,\varepsilon\,], \{\,[\,\varepsilon\,]\,\})$, wobei δ_{B} durch den folgenden Graphen gegeben ist:



/Lösung