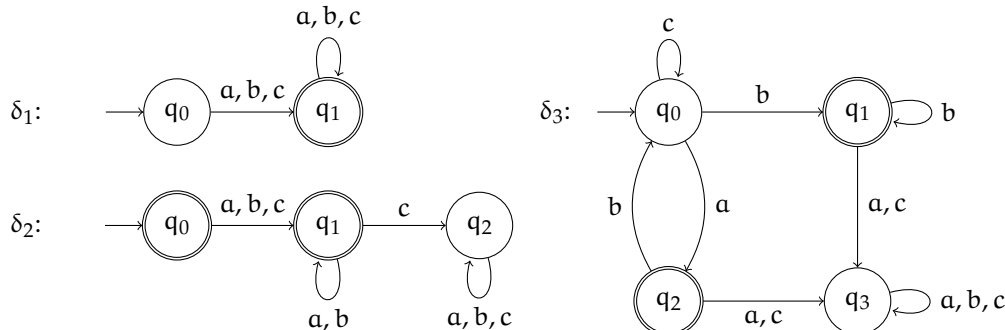


Zusatzaufgaben 6

Aufgabe 1: Berechnungen

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und die DFAs $M_1 \triangleq (\{ q_0, q_1 \}, \Sigma, \delta_1, q_0, \{ q_1 \})$, $M_2 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2 \}, \Sigma, \delta_2, q_0, \{ q_0, q_1 \})$ und $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \delta_3, q_0, \{ q_1, q_2 \})$ wobei δ_1, δ_2 und δ_3 durch die folgenden Graphen gegeben sind:



- 1.a) Gib die Berechnung von M_1 für die Eingabewörter ε, a, abc, an . Welche der Wörter werden von M_1 akzeptiert?

----- Lösung -----

$(q_0, \varepsilon) \not\vdash_{M_1}$ und damit $\varepsilon \notin L(M_1)$.
 $(q_0, a) \vdash_{M_1} (q_1, \varepsilon) \not\vdash_{M_1}$ und damit $a \in L(M_1)$.
 $(q_0, abc) \vdash_{M_1} (q_1, bc) \vdash_{M_1} (q_1, c) \vdash_{M_1} (q_1, \varepsilon) \not\vdash_{M_1}$ und damit $abc \in L(M_1)$.

----- /Lösung -----

- 1.b) Gib die Berechnung von M_2 für die Eingabewörter $\varepsilon, aa, abcabc$ an. Welche der Wörter werden von M_2 akzeptiert?

----- Lösung -----

$(q_0, \varepsilon) \not\vdash_{M_2}$ und damit $\varepsilon \in L(M_2)$.
 $(q_0, aa) \vdash_{M_2} (q_1, a) \vdash_{M_2} (q_1, \varepsilon) \not\vdash_{M_2}$ und damit $aa \in L(M_2)$.
 $(q_0, abcabc) \vdash_{M_2} (q_1, bcabc) \vdash_{M_2} (q_1, cabc) \vdash_{M_2} (q_2, abc) \vdash_{M_2} (q_2, bc) \vdash_{M_2} (q_2, c) \vdash_{M_2} (q_2, \varepsilon) \not\vdash_{M_2}$ und damit $abcabc \notin L(M_2)$.

----- /Lösung -----

- 1.c) Gib die Berechnung von M_3 für die Eingabewörter ε, bb, ba, ab an. Welche dieser Wörter gehören zu $L(M_3)$?

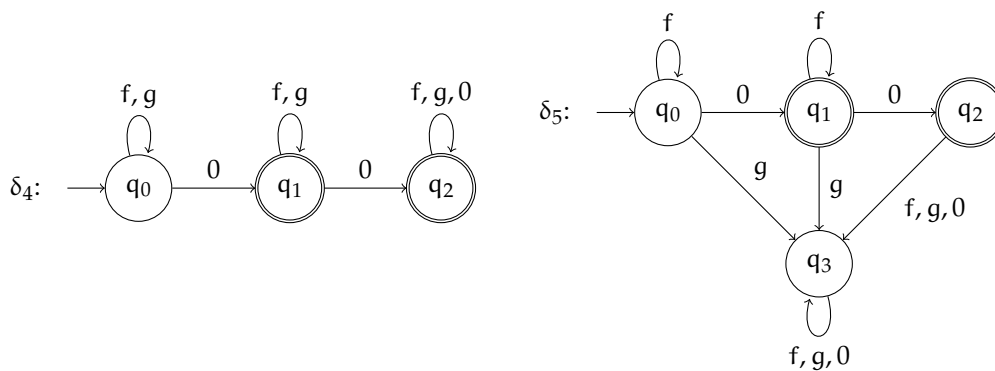
----- Lösung -----

$(q_0, \varepsilon) \not\vdash_{M_3}$ und damit $\varepsilon \notin L(M_3)$.
 $(q_0, bb) \vdash_{M_3} (q_1, b) \vdash_{M_3} (q_1, \varepsilon) \not\vdash_{M_3}$ und damit $bb \in L(M_3)$.
 $(q_0, ba) \vdash_{M_3} (q_1, a) \vdash_{M_3} (q_3, \varepsilon) \not\vdash_{M_3}$ und damit $ba \notin L(M_3)$.
 $(q_0, ab) \vdash_{M_3} (q_2, b) \vdash_{M_3} (q_0, \varepsilon) \not\vdash_{M_3}$ und damit $ab \notin L(M_3)$.

----- /Lösung -----

Aufgabe 2: Sprachen einfacher Automaten

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ f, g, 0 \}$ und die DFAs $M_4 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2 \}, \Sigma, \delta_4, q_0, \{ q_1, q_2 \})$ und $M_5 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \delta_5, q_0, \{ q_1, q_2 \})$, wobei δ_4 und δ_5 durch die folgenden Graphen gegeben sind:



- 2.a) Gib die Sprache $L(M_1)$ für den DFA M_1 aus Aufgabe 1 an.

Lösung

$$L(M_1) = L((a + b + c)(a + b + c)^*) = \{ w \in \{ a, b, c \}^* \mid |w| > 0 \}$$

Hinweis: Wir haben die Sprache hier einmal über einen regulären Ausdruck und einmal in Mengenschreibweise angegeben. Da nur nach der Sprache (und nicht mehreren Schreibweisen) gefragt war, genügt eine der Alternativen. Keine der beiden Varianten verweist auf eine Grammatik oder einen Automaten.

/Lösung

- 2.b) Gib die Sprache $L(M_2)$ für den DFA M_2 aus Aufgabe 1 an.

Lösung

$$\begin{aligned} L(M_2) &= L(\epsilon + ((a + b + c)(a + b)^*)) = \{ \epsilon \} \cup \{ xy \mid x \in \{ a, b, c \} \wedge y \in \{ a, b \}^* \} \\ &= \{ \epsilon, xy \mid x \in \{ a, b, c \} \wedge y \in \{ a, b \}^* \} \end{aligned}$$

/Lösung

- 2.c) Gib an: $L(M_3)$

Lösung

$$L(M_3) = \{ xa, xb^m \mid x \in \{ ab, c \}^* \wedge m \in \mathbb{N}^+ \}$$

/Lösung

- 2.d) Gib die Sprache $L(M_4)$ an.

Lösung

$$L(M_4) = L((f + g)^* 0 (f + g + 0)^*) = \{ v0w \mid v \in \{ f, g \}^* \wedge w \in \Sigma^* \} = \{ w \in \Sigma^* \mid |w|_0 \geq 1 \}$$

/Lösung

- 2.e) Gib an: Die Sprache $L(M_5)$, die der Automat M_5 akzeptiert.

Lösung

$$\begin{aligned} L(M_5) &= L(f^* 0 f^* (0 + \epsilon)) \\ &= \{ f^n 0 f^m v \mid n, m \in \mathbb{N} \wedge v \in \{ \epsilon, 0 \} \} = \{ f^n 0 f^m, f^i 0 f^j 0 \mid n, m, i, j \in \mathbb{N} \} \end{aligned}$$

/Lösung

Aufgabe 3: Erstellen einfacher Automaten

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ sowie die Sprachen:

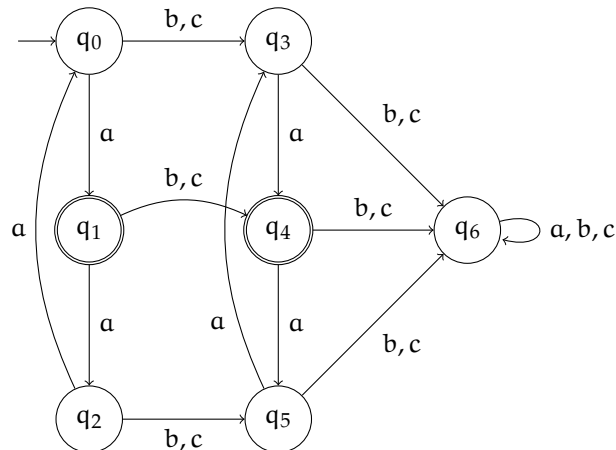
$$A_6 \triangleq \{ w \in \Sigma^* \mid |w|_a \bmod 3 = 1 \wedge |w|_b + |w|_c \leq 1 \}$$

$$A_7 \triangleq \{ xc^m \mid x \in \{ aa, aba, baa, baba \}^* \wedge m \geq 2 \}$$

- 3.a) Gib einen DFA M_6 so an, dass $L(M_6) = A_6$.

Lösung

$M_6 = (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6 \}, \Sigma, \delta_6, q_0, \{ q_1, q_4 \})$ mit δ_6 :

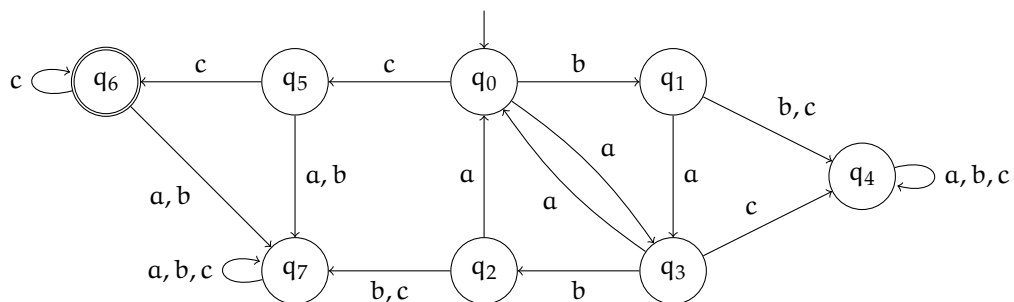


/Lösung

3.b) Gib einen DFA M_7 so an, dass $L(M_7) = A_7$.

Lösung

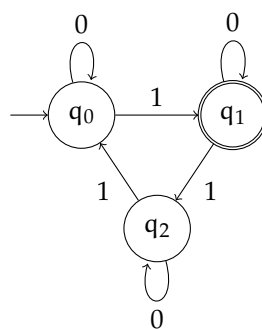
$M_7 = (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7 \}, \Sigma, \delta_7, q_0, \{ q_6 \})$ mit δ_7 :



/Lösung

Aufgabe 4: Erstellen einer Grammatik aus einem Automaten

Gegeben seien ein Alphabet $\Sigma \triangleq \{ 0, 1 \}$ sowie der Automat $M_8 = (\{ q_0, q_1, q_2 \}, \Sigma, \delta_8, q_0, \{ q_1 \})$, wobei δ_8 durch den folgenden Graphen gegeben ist:



4.a) Gib eine reguläre Grammatik G_8 so an, dass $L(G_8) = L(M_8)$ für den Automaten.

Lösung

$G_8 = (\{ Q_0, Q_1, Q_2 \}, \{ 0, 1 \}, P_8, Q_0)$ mit P_8 :

$$Q_0 \rightarrow 0Q_0 \mid 1Q_1 \mid 1, \quad Q_1 \rightarrow 0Q_1 \mid 1Q_2 \mid 0, \quad Q_2 \rightarrow 0Q_2 \mid 1Q_0$$

/Lösung