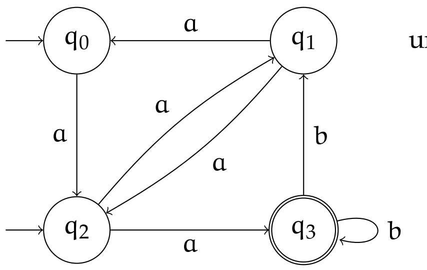
Zusatzaufgaben 7

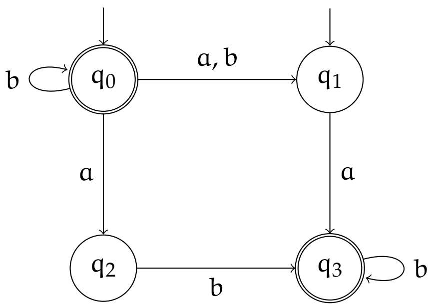
Aufgabe 1: Nichtdeterministische endliche Automaten

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$, die NFAs $M_1 \triangleq (Q, \Sigma, \Delta_1, \{ q_0, q_2 \}, \{ q_3 \})$ und $M_2 \triangleq (Q, \Sigma, \Delta_2, \{ q_0, q_1 \}, \{ q_0, q_3 \})$ mit $Q \triangleq \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$ und

Δ_1:



und Δ_2:



sowie die Sprachen:

$$A_4 \triangleq \{ xay \mid x \in \{ a, ab \}^* \land y \in \{ bb, ba \}^* \}$$

1.a) *Gib* alle Berechnungen von M_1 für das Eingabewort ab *an*. Gehört ab zur Sprache von M_1?

Lösung

$(q_0, ab) \vdash_{M_1} (q_2, b) \nvdash_{M_1}$
$(q_2, ab) \vdash_{M_1} (q_1, b) \nvdash_{M_1}$
$(q_2, ab) \vdash_{M_1} (q_3, b) \vdash_{M_1} (q_1, \varepsilon) \nvdash_{M_1}$
$(q_2, ab) \vdash_{M_1} (q_3, b) \vdash_{M_1} (q_3, \varepsilon) \nvdash_{M_1}$
$ab \in L(M_1)$.

/Lösung

1.b) *Gib* alle Berechnungen von M_2 für das Eingabewort aaa *an*. Gehört aaa zur Sprache von M_2?

Lösung

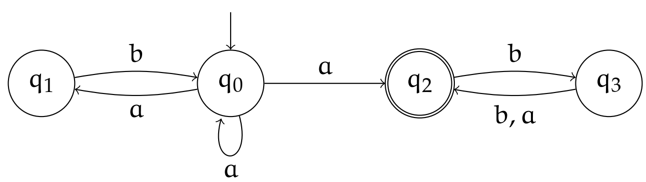
$(q_0, aaa) \vdash_{M_2} (q_1, aa) \vdash_{M_2} (q_3, a) \nvdash_{M_2}$
$(q_0, aaa) \vdash_{M_2} (q_2, aa) \nvdash_{M_2}$
$(q_1, aaa) \vdash_{M_2} (q_3, aa) \nvdash_{M_2}$
$aaa \notin L(M_2)$.

/Lösung

1.c) *Gib* einen NFA M_4 so *an*, dass $L(M_4) = A_4$.

Lösung

NFA $M_4 = (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \Delta_4, \{ q_0 \}, \{ q_2 \})$ mit Δ_4:



/Lösung

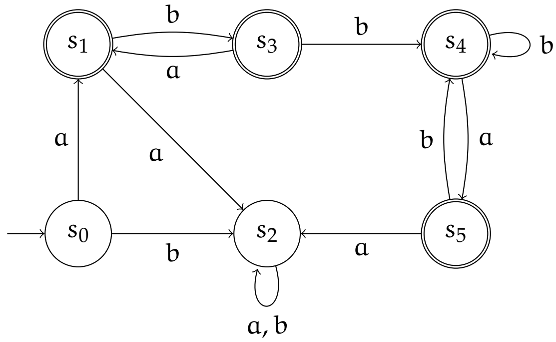
Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion

2.a) *Berechne:* Konstruiere nur mit Hilfe der Untermenge-Konstruktion den DFA M_3' zu dem NFA M_3, der in Aufgabe 1.e) des Tutorienblattes angegeben wurde.

Lösung

		a	b	
S	$\{ q_0 \}$	$\{ q_1, q_2 \}$	$\emptyset$	s_0
F	$\{ q_1, q_2 \}$	$\emptyset$	$\{ q_0, q_2, q_3 \}$	s_1
	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	s_2
F	$\{ q_0, q_2, q_3 \}$	$\{ q_1, q_2 \}$	$\{ q_2, q_3 \}$	s_3
F	$\{ q_2, q_3 \}$	$\{ q_2 \}$	$\{ q_2, q_3 \}$	s_4
F	$\{ q_2 \}$	$\emptyset$	$\{ q_2, q_3 \}$	s_5

Damit ergibt sich der DFA $M'_3 = (\{ s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 \}, \Sigma, \delta'_3, s_0, \{ s_1, s_3, s_4, s_5 \})$ mit δ'_3:



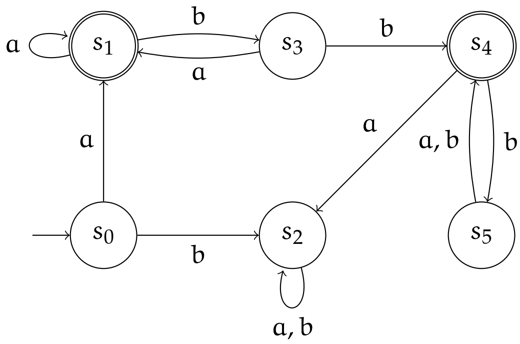
/Lösung

2.b) *Berechne:* Konstruiere nur mit Hilfe der Untermenge-Konstruktion den DFA M'_4 zu dem NFA M_4, der in Aufgabe 1.c) angegeben wurde.

Lösung

		a	b	
S	$\{ q_0 \}$	$\{ q_0, q_1, q_2 \}$	$\emptyset$	s_0
F	$\{ q_0, q_1, q_2 \}$	$\{ q_0, q_1, q_2 \}$	$\{ q_0, q_3 \}$	s_1
	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	s_2
	$\{ q_0, q_3 \}$	$\{ q_0, q_1, q_2 \}$	$\{ q_2 \}$	s_3
F	$\{ q_2 \}$	$\emptyset$	$\{ q_3 \}$	s_4
	$\{ q_3 \}$	$\{ q_2 \}$	$\{ q_2 \}$	s_5

Damit ergibt sich der DFA $M'_4 = (\{ s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 \}, \Sigma, \delta'_4, s_0, \{ s_1, s_4 \})$ mit δ'_4:



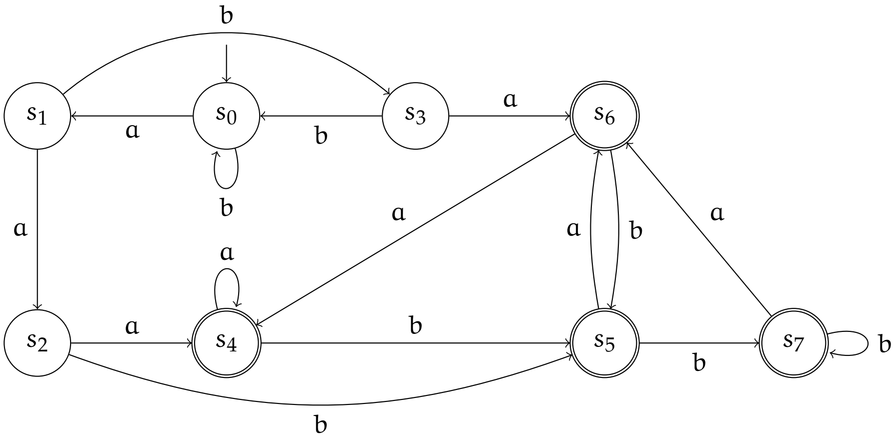
/Lösung

2.c) *Berechne:* Konstruiere nur mit Hilfe der Untermenge-Konstruktion den DFA M'_5 zu dem NFA M_4, der in Aufgabe 1.f) des Tutorienblattes angegeben wurde.

Lösung

		a	b	
S	$\{ q_0 \}$	$\{ q_0, q_1 \}$	$\{ q_0 \}$	s_0
	$\{ q_0, q_1 \}$	$\{ q_0, q_1, q_2 \}$	$\{ q_0, q_3 \}$	s_1
	$\{ q_0, q_1, q_2 \}$	$\{ q_0, q_1, q_2, q_4 \}$	$\{ q_0, q_3, q_4 \}$	s_2
	$\{ q_0, q_3 \}$	$\{ q_0, q_1, q_4 \}$	$\{ q_0 \}$	s_3
F	$\{ q_0, q_1, q_2, q_4 \}$	$\{ q_0, q_1, q_2, q_4 \}$	$\{ q_0, q_3, q_4 \}$	s_4
F	$\{ q_0, q_3, q_4 \}$	$\{ q_0, q_1, q_4 \}$	$\{ q_0, q_4 \}$	s_5
F	$\{ q_0, q_1, q_4 \}$	$\{ q_0, q_1, q_2, q_4 \}$	$\{ q_0, q_3, q_4 \}$	s_6
F	$\{ q_0, q_4 \}$	$\{ q_0, q_1, q_4 \}$	$\{ q_0, q_4 \}$	s_7

Damit ergibt sich der DFA $M_5' = (Q, \Sigma, \delta_5', s_0, \{ s_4, s_5, s_6, s_7 \})$ mit der Menge $Q = \{ s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7 \}$ und δ_5':



/Lösung

Aufgabe 3: DFAs und reguläre Grammatiken

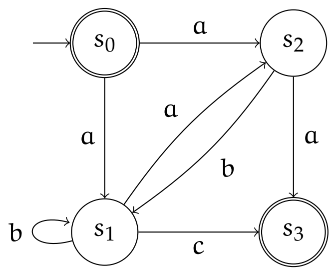
Gegeben seien $\Sigma \triangleq \{\, a,\ b,\ c \,\}$ und die reguläre Grammatik $G_6 \triangleq (\{\, S,\ T,\ U \,\},\ \Sigma,\ P_6,\ S)$ mit:

$$
\begin{aligned}
P_6:\quad S &\rightarrow \varepsilon \mid aT \mid aU\\
T &\rightarrow c \mid aU \mid bT\\
U &\rightarrow a \mid bT
\end{aligned}
$$

3.a) *Berechne:* Konstruiere einen DFA M_6 mit $L(M_6) = L(G_6)$.

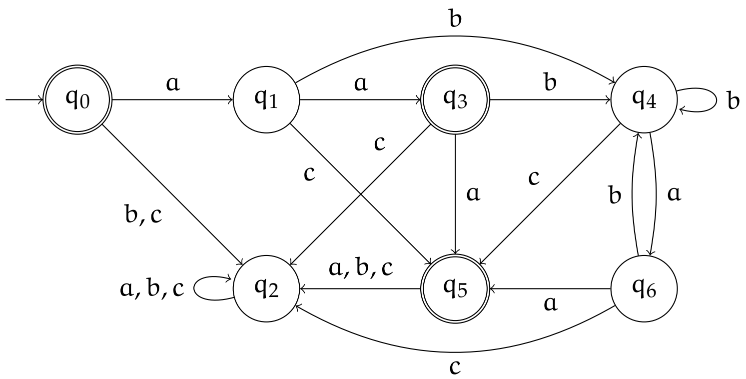
Lösung

NFA $M_6' = (\{\, s_0,\ s_1,\ s_2,\ s_3 \,\},\ \Sigma,\ \Delta_6',\ \{\, s_0 \,\},\ \{\, s_0,\ s_3 \,\})$ mit Δ_6':



		a	b	c	
SF	$\{\, s_0 \,\}$	$\{\, s_1,\ s_2 \,\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	q_0
	$\{\, s_1,\ s_2 \,\}$	$\{\, s_2,\ s_3 \,\}$	$\{\, s_1 \,\}$	$\{\, s_3 \,\}$	q_1
	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	q_2
F	$\{\, s_2,\ s_3 \,\}$	$\{\, s_3 \,\}$	$\{\, s_1 \,\}$	$\emptyset$	q_3
	$\{\, s_1 \,\}$	$\{\, s_2 \,\}$	$\{\, s_1 \,\}$	$\{\, s_3 \,\}$	q_4
F	$\{\, s_3 \,\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	q_5
	$\{\, s_2 \,\}$	$\{\, s_3 \,\}$	$\{\, s_1 \,\}$	$\emptyset$	q_6

Damit ergibt sich der DFA $M_6 = (\{\, q_0,\ q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ q_5,\ q_6 \,\},\ \Sigma,\ \delta_6,\ q_0,\ \{\, q_0,\ q_3,\ q_5 \,\})$ mit δ_6:



/Lösung

3.b) *Gib an:* $L(G_6)$

Lösung

$L(G_6) = \{\, \varepsilon, aa, axaa, axc, abxaa, abxc \mid x \in \{\, b,\ ab \,\}^* \,\}$

/Lösung