

Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 09. August 2023

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	3	17	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	4	20,5	MINIMIERUNG EINES DFA
3	6	11,5	SYNTAXBAUM UND CYK-ALGORITHMUS
4	7	11	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN

1,5 Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

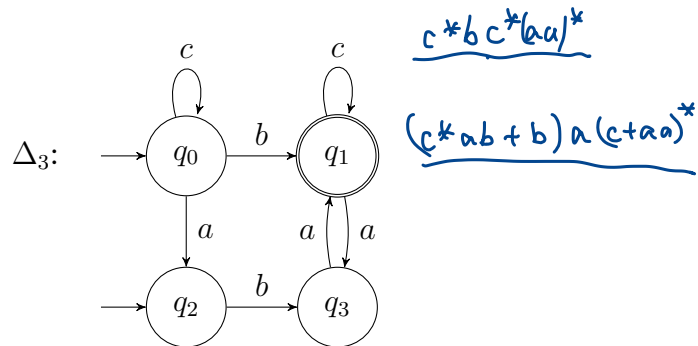
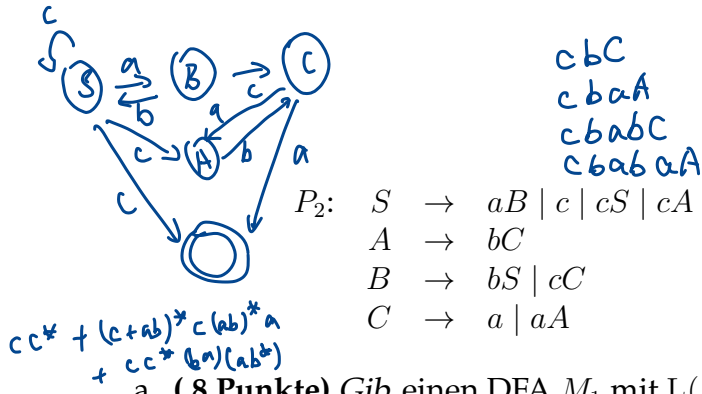
Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	Σ
PUNKTE	17	20,5	11,5	11	60
ERREICHT					
KORREKTOR					
EINSICHT					

Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen

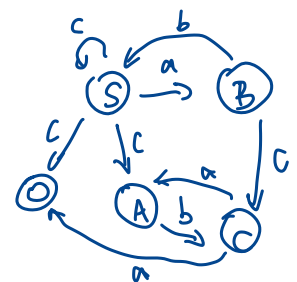
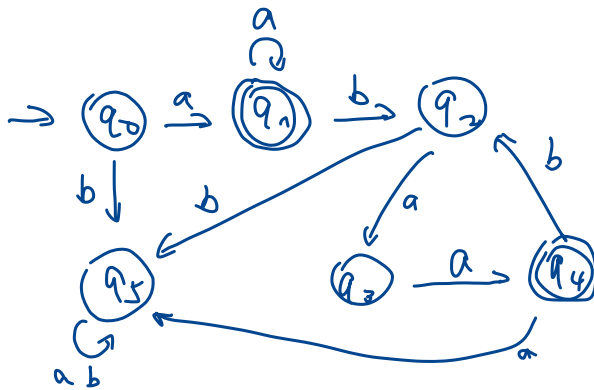
(17 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$,
 die reguläre Sprache $A_1 \triangleq \{ a^n(aba)^m a \mid m, n \in \mathbb{N} \}$,
 die reguläre Grammatik $G_2 \triangleq (\{ S, A, B, C \}, \Sigma, P_2, S)$ und
 der NFA $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \Delta_3, \{ q_0, q_2 \}, \{ q_1 \})$ mit:



a. (8 Punkte) Gib einen DFA M_1 mit $L(M_1) = A_1$ an.

$M_1 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2 \}, \Sigma, \delta_1, q_0, \{ q_1 \})$ mit $\delta_1:$



b. (5.5 Punkte) Gib $L(G_2)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

$$L(G_2) = \left[(c^* + c^* (ab)^*) c + (c^* c (ba)^* + c^* (ab)^* c) a \right]$$

c. (3.5 Punkte) Gib $L(M_3)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

$$\begin{aligned} & c^* b c^* \\ & + c^* b c^* (aa + c)^* \\ & + c^* ab a (aa + c)^* \\ & + b a (aa + c)^* \end{aligned}$$

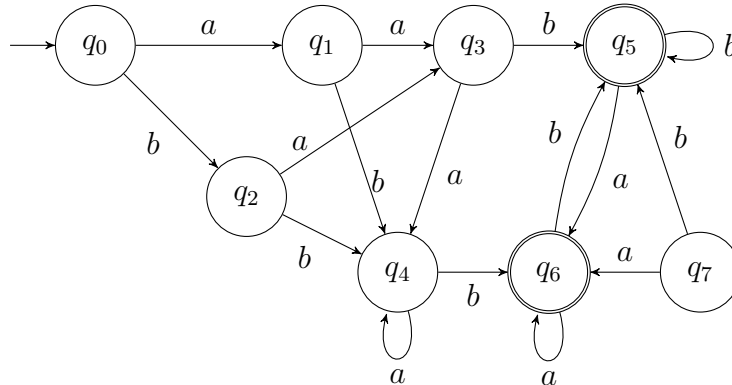
,5

Aufgabe 2: Minimierung eines DFA

(20,5 Punkte)

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{q_5, q_6\})$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und δ :

$\begin{matrix} & a & b \\ q_0 & q_1 & q_2 \\ q_1 & q_3 & q_4 \\ q_2 & q_3 & q_4 \\ q_3 & q_4 & q_5 \\ q_4 & q_4 & q_6 \\ q_5 & q_6 & q_5 \\ q_6 & q_6 & q_5 \end{matrix}$



a. (0.5 Punkte) Gib an: Welche Zustände sind nicht erreichbar?

q_7

b. (7.5 Punkte) Gib an: Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs aus. Verwende dabei Kreuze (x) für nicht äquivalente und Kreise (o) für äquivalente Zustände (äquivalent im Sinne von FS 2.3.2 bzw. 2.3.8).

Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt.

q_1	x						
q_2	x						
q_3	x	x	x				
q_4	x	x	x				
q_5	x	x	x	x	x		
q_6	x	x	x	x	x		
q_7						x	x
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

Ersatztable

(falls ein zweiter Ansatz nötig ist)

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

c. (3.5 Punkte) Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. Gib alle Äquivalenzklassen an, die sich aus der Tabelle ergeben.

Hinweis: Hierbei ist nach den konkreten Mengen in Mengenschreibweise gefragt. Das heißt, Repräsentanten sind nicht ausreichend.

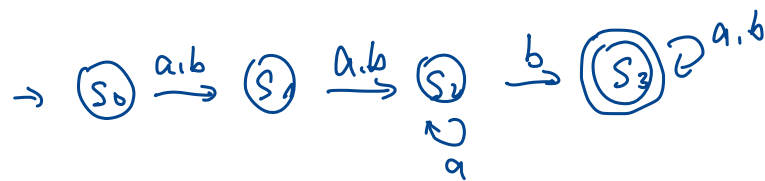
$[q_1] = \{q_1, q_2\} s_1$ $[q_0] = \{q_0\} s_0$

$[q_3] = \{q_3, q_4\} s_2$

$[q_5] = \{q_5, q_6\} s_3$

Matrikelnummer: _____ Name: _____

d. (6 Punkte) Gib den minimierten DFA M' an.



e. (3 Punkte) Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

$(a+b)(a+b)a^*b(a+b)^*$

,5

Aufgabe 3: Syntaxbaum und CYK-Algorithmus
(11,5 Punkte)

Gegeben sei ein Alphabet $\Sigma \triangleq \{a, b, c\}$, sowie die Grammatiken

 $G_1 \triangleq (\{S_1, A, B, C, D\}, \Sigma, P_1, S_1)$ und $G_2 \triangleq (\{S_2, T, R, Q\}, \Sigma, P_2, S_2)$ mit:

$$\begin{array}{ll}
 P_1 : S_1 \rightarrow AC & P_2 : S_2 \rightarrow b \mid aTR \mid bc \\
 A \rightarrow AB \mid a & T \rightarrow aT \mid RTS_2 \mid aQS_2 \\
 B \rightarrow c \mid b \mid DD & Q \rightarrow c \mid cQ \\
 C \rightarrow BC \mid DA & R \rightarrow aT \mid b \\
 D \rightarrow b \mid BA
 \end{array}$$

- a. **(8 Punkte)** Berechne: Gegeben sei das Wort $w \triangleq acaba$. Löse mit dem CYK-Algorithmus das Wortproblem: $w \in L(G_1)$ oder $w \notin L(G_1)$? Fülle dafür die Tabelle vollständig aus.

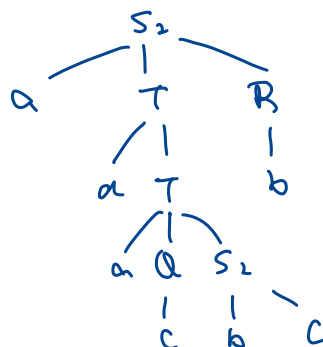
$CYK_w(i, j)$	1	2	3	4	5
1: a	{A}	{A}	\emptyset	{A}	{A, S ₁ }
2: c	{B}	{D}	{D, B}	{B, C, D}	
3: a	{A}	{A}	{S ₁ }		
4: b	{B, D}	{C, D}			
5: a	{A}				

$w \notin L(G_1)$
da $S_1 \notin CYK_w(1, 5)$

- b. **(3.5 Punkte)** Gegeben sei die folgende Ableitung.

$$\sigma \triangleq S_2 \Rightarrow_{G_2} aTR \Rightarrow_{G_2} aTb \Rightarrow_{G_2} aaTb \Rightarrow_{G_2} aaaQS_2b \Rightarrow_{G_2} aaacS_2b \Rightarrow_{G_2} aaacbc b$$

Gib den zugehörigen Syntaxbaum an.



Aufgabe 4: Modelle Kontextfreier Sprachen

(11 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und die kontextfreie Sprache:

$$A \triangleq \{ ba^m w b^{2n} \mid n \in \mathbb{N} \wedge m \in \mathbb{N}^+ \wedge w \in \{ b, c \}^* \wedge |w| = m \}$$

a. (5.5 Punkte) Gib eine Typ-2 Grammatik G mit $L(G) = A$ an.

$$G \triangleq (\{S, T, U\}, \Sigma, P, S) \text{ mit } P:$$

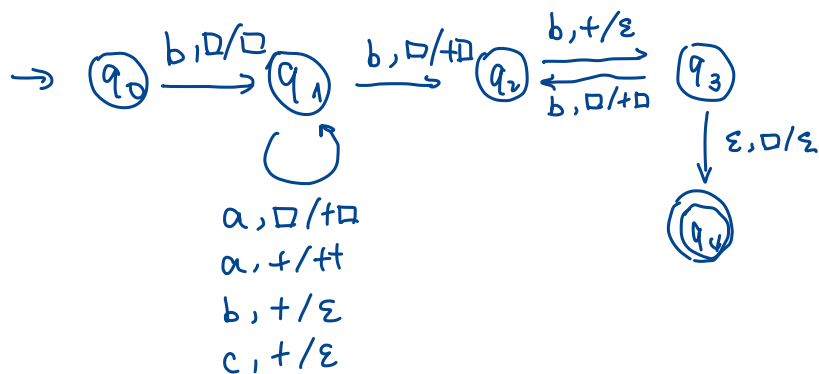
$$S \rightarrow bTU$$

$$T \rightarrow aTb \mid aTc \mid ab$$

$$U \rightarrow bbU$$

b. (5.5 Punkte) Gib einen PDA M mit $L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = A$ an.

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \{q_4\}) \text{ mit } \delta:$$



Matrikelnummer: _____ Name: _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :

Matrikelnummer: _____ *Name:* _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :