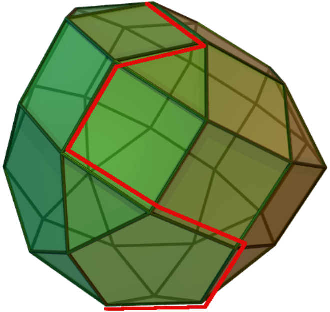
Agenda

2. Lineare Optimierung

Agenda

2. Lineare Optimierung

- Algorithmus, der die möglichen Optima – also die Ecken – abarbeitet
- 1947 von George Dantzig entwickelt
- Bis heute der leistungsfähigste Algorithmus zum Lösen linearer Optimierungsprobleme



- Voraussetzung: Bekannter „Startpunkt“ (zulässige Basislösung)
- z. B. Koordinatenursprung, falls dieser im zulässigen Bereich liegt

Allgemeine Form

Aus der Allgemeinen Form . . .

$$
\begin{aligned}
\max z = \sum_{j=1}^{p} c_j \cdot x_j & \\
\text{s.t.} \sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \leq b_i & \text{ für } 1 \leq i \leq m_1 \\
\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \geq b_i & \text{ für } m_1 + 1 \leq i \leq m_2 \\
\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j = b_i & \text{ für } m_2 + 1 \leq i \leq m \\
x_j \in \mathbb{R} & \text{ für } 1 \leq j \leq p
\end{aligned}
$$

Allgemeine Form

... erhält man durch die Umformung der Zielfunktion ...

$$\max z = \sum_{j=1}^{p} c_j \cdot x_j \qquad \Leftrightarrow \min -z = \sum_{j=1}^{p} -c_j \cdot x_j$$

$$\text{s.t.} \sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \leq b_i \qquad \text{für } 1 \leq i \leq m_1$$

$$\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \geq b_i \qquad \text{für } m_1 + 1 \leq i \leq m_2$$

$$\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j = b_i \qquad \text{für } m_2 + 1 \leq i \leq m$$

$$x_j \in \mathbb{R}$$

Allgemeine Form

. . . und der Nebenbedingungen . . .

$$\max z = \sum_{j=1}^{p} c_j \cdot x_j$$

$$\text{s.t.} \sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \leq b_i \qquad \text{für } 1 \leq i \leq m_1$$

$$\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \geq b_i \qquad \Leftrightarrow \sum_{j=1}^{p} -a_{ij} \cdot x_j \leq -b_i \text{ für } m_1 + 1 \leq i \leq m_2$$

$$\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j = b_i \qquad \text{für } m_2 + 1 \leq i \leq m$$

$$x_j \in \mathbb{R}$$

Allgemeine Form

. . . und der Nebenbedingungen . . .

$$\max z = \sum_{j=1}^{p} c_j \cdot x_j$$

$$\text{s.t.} \sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \leq b_i \qquad \text{für } 1 \leq i \leq m_1$$

$$\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \geq b_i \qquad \text{für } m_1 + 1 \leq i \leq m_2$$

$$\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j = b_i \qquad \Leftrightarrow \sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \leq b_i \text{ für } m_2 + 1 \leq i \leq m$$

$$\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \geq b_i \text{ für } m_2 + 1 \leq i \leq m$$

$$x_j \in \mathbb{R}$$

Allgemeine Form

... und der Nebenbedingungen ...

$$\max z = \sum_{j=1}^{p} c_j \cdot x_j$$

$$\text{s.t.} \sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \leq b_i \qquad \text{für } 1 \leq i \leq m_1$$

$$\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j \geq b_i \qquad \text{für } m_1 + 1 \leq i \leq m_2$$

$$\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j = b_i \qquad \text{für } m_2 + 1 \leq i \leq m$$

$$x_j \in \mathbb{R} \qquad \Leftrightarrow x_j' \geq 0$$

$$x_j'' \geq 0 \text{ substituiere } x_j = x_j' - x_j''$$

Standardform

... und durch Einführung von Schlupfvariablen ...

$$
\begin{array}{llll}
\max z = \sum_{j=1}^{p} c_j \cdot x_j & \boxed{+ \sum_{j=p+1}^{n} 0 x_j} & & \\
\text{s.t.} \sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j & +x_{p+i} & = b_i & \text{für } 1 \leq i \leq m_1 \\
\sum_{j=1}^{p} -a_{ij} \cdot x_j & +x_{p+i} & = -b_i & \text{für } m_1 + 1 \leq i \leq m_2 \\
\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j & +x_{p+i} & = b_i & \text{für } m_2 + 1 \leq i \leq m \\
\sum_{j=1}^{p} -a_{ij} \cdot x_j & +x_{p+i} & = -b_i & \text{für } m_2 + 1 \leq i \leq m \\
x_j & \geq 0 & & \text{für } 1 \leq j \leq n
\end{array}
$$

Standardform

...und Umstellung der Zielfunktion ...

$$\max z - \sum_{j=1}^{p} c_j \cdot x_j - \sum_{j=p+1}^{n} 0 x_j = 0$$

$$\begin{aligned}
\text{s.t.} \sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j + x_{p+i} &= b_i \text{ für } 1 \leq i \leq m_1 \\
\sum_{j=1}^{p} -a_{ij} \cdot x_j + x_{p+i} &= -b_i \text{ für } m_1 + 1 \leq i \leq m_2 \\
\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j + x_{p+i} &= b_i \text{ für } m_2 + 1 \leq i \leq m \\
\sum_{j=1}^{p} -a_{ij} \cdot x_j + x_{p+i} &= -b_i \text{ für } m_2 + 1 \leq i \leq m \\
x_j &\geq 0 \text{ für } 1 \leq j \leq n
\end{aligned}$$

...die sogenannte **Standardform** oder **kanonische Form**.

Standardform

	Strukturvariablen	Schlupfvariablen		
$\max z -$	$\sum_{j=1}^{p} c_j \cdot x_j$	$- \sum_{j=p+1}^{n} 0x_j$	$= 0$	
s.t.	$\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j$	$+x_{p+i}$	$= b_i$	für $1 \leq i \leq m_1$
	$\sum_{j=1}^{p} -a_{ij} \cdot x_j$	$+x_{p+i}$	$= -b_i$	für $m_1 + 1 \leq i \leq m_2$
	$\sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot x_j$	$+x_{p+i}$	$= b_i$	für $m_2 + 1 \leq i \leq m$
	$\sum_{j=1}^{p} -a_{ij} \cdot x_j$	$+x_{p+i}$	$= -b_i$	für $m_2 + 1 \leq i \leq m$
	x_j		≥ 0	für $1 \leq j \leq n$

Matrizenschreibweise

Neben der bekannten, herkömmlichen Schreibweise ...

$$
\begin{aligned}
\max z = \sum_{j=1}^{p} c_j x_j \\
\text{s.t.} \sum_{j=1}^{p} a_{ij} x_j + \quad a_{p+i} x_{p+i} &= b_i && \text{für } 1 \leq i \leq m \\
a_{p+i} &\in \{0; 1\} && \text{für } 1 \leq i \leq m \\
x_j \qquad &\geq 0 && \text{für } 1 \leq j \leq p
\end{aligned}
$$

... können die Probleme auch in Matrizenform dargestellt werden:

$$
\begin{aligned}
\max z = \quad & c^T x \\
\text{s.t.} \quad & Ax = b \\
& x \geq 0
\end{aligned}
$$

Matrizenschreibweise

In der Matrizenschreibweise sind die einzelnen Koeffizienten und Variablen zu Vektoren und Matrizen zusammengefasst.

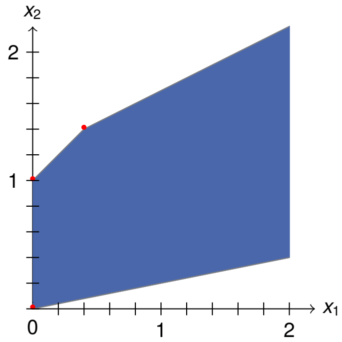
$$\begin{aligned} \max z = \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

- Zielfunktionskoeffizienten $c^T = (c_1, c_2, \ldots, c_p, 0, \ldots, 0)$
- Koeffizienten der Nebenbedingungen $A = \left(\begin{array}{cccc|cccc} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1p} & a_{1,p+1} & 0 & \ldots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2p} & 0 & a_{2,p+2} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mp} & 0 & 0 & \ldots & a_{m,p+m} \end{array}\right)$

Zulässige Basislösungen

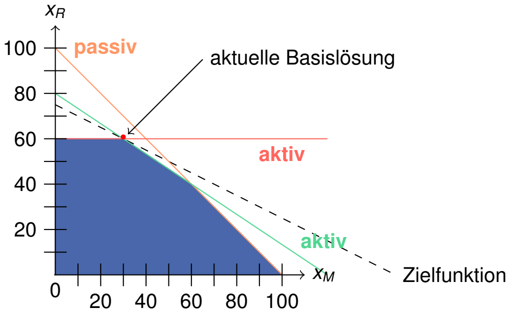
Definition

„Kandidaten“ für optimale Lösungen sind die Eckpunkte des Lösungsraumes. Sie werden **zulässige Basislösungen** genannt.

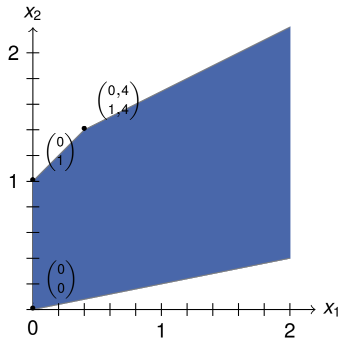


Definition

Eine Nebenbedingung heißt in einer Basislösung **bindend** (bzw. **aktiv**), wenn die dazugehörige Schlupfvariable den Wert Null annimmt. Eine Nebenbedingung, die in der Basislösung keine Einschränkung darstellt, ist **nicht bindend** (bzw. **passiv**).



$$\begin{aligned} \max z = \quad & -0{,}8x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 0{,}2x_1 \leq x_2 \\ & 1 + x_1 \geq x_2 \\ & 1{,}2 + 0{,}5x_1 \geq x_2 \\ & x_{1,2} \geq 0 \end{aligned}$$

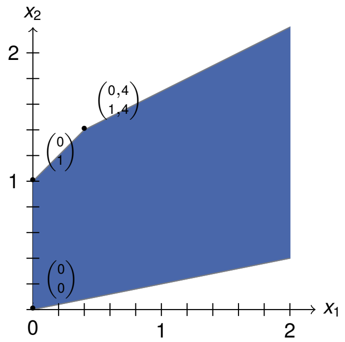


Eckpunkt $(x_1;x_2)$	Basisvariablen	Nichtbasisvariablen	Basislösungen x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
(0;0)	x_3,x_4,x_5	x_1,x_2	0	0	0	1	1,2
(0;1))	x_2,x_3,x_5	x_1,x_4	0	1	1	0	0,2
(0,4;1,4))	x_1,x_2,x_3	x_4,x_5	0,4	1,4	1,32	0	0

Simplex-Algorithmus - Beispiel

Zunächste müssen die Gleichungen ...

$$
\begin{aligned}
\max z = \quad & -0{,}8x_1 + x_2 \\
\text{s.t.} \quad & 0{,}2x_1 \leq x_2 \\
& 1 + x_1 \geq x_2 \\
& 1{,}2 + 0{,}5x_1 \geq x_2 \\
& x_{1,2} \geq 0
\end{aligned}
$$



... in die Standardform überführt werden.

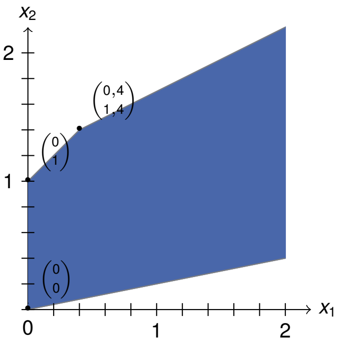
$$
\begin{aligned}
0{,}2x_1 - 1x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 0x_5 \quad & = 0 \\
-1x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 0x_5 \quad & = 1 \\
-0.5x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 1x_5 \quad & = 1{,}2 \\
0{,}8x_1 - 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \quad + z & = 0
\end{aligned}
$$

Welche Nichtbasisvariable (NBV) verbessert die Zielfunktion am meisten?

$$
\begin{array}{rcccc}
x_3 & = & 0 & -0{,}2x_1 & +\,1x_2 \\
x_4 & = & 1 & +1x_1 & -1x_2 \\
x_5 & = & 1{,}2 & +0{,}5x_1 & -1x_2 \\
z & = & 0 & -0{,}8x_1 & +1x_2
\end{array}
$$

Wähle Basisvariable mit niedrigerer oberer Schranke für x_2.

$$
\begin{array}{rccccc}
x_3 & = & 0 & -0{,}2x_1 & +\,1x_2 & \\
x_4 & = & 1 & +1x_1 & -\,1x_2 & x_2 \leq 1 \\
x_5 & = & 1{,}2 & +0{,}5x_1 & -1x_2 & x_2 \leq 1{,}2 \\
z & = & 0 & -0{,}8x_1 & +1x_2 &
\end{array}
$$

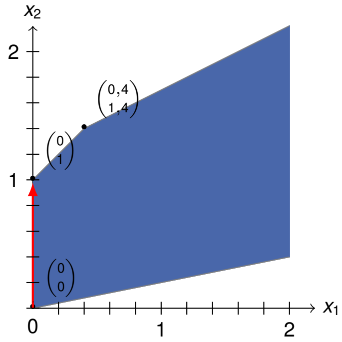


Welche Nichtbasisvariable (NBV) verbessert die Zielfunktion am meisten?

$$\begin{array}{rcrrr} x_3 & = & 0 & -0{,}2x_1 & \boxed{+1x_2} \\ x_4 & = & 1 & +1x_1 & \boxed{-1x_2} \\ x_5 & = & 1{,}2 & +0{,}5x_1 & \boxed{-1x_2} \\ z & = & 0 & -0{,}8x_1 & \boxed{+1x_2} \end{array}$$

Basisvariable x_4 wird Nichtbasisvariable und x_2 kommt in die Basis. Es wird x_2 wie folgt substituiert $x_2 = 1 + x_1 - x_4$.

$$\begin{array}{rcrrr} x_3 & = & 1 & +0{,}8x_1 & -1x_4 \\ x_2 & = & 1 & +1x_1 & -1x_4 \\ x_5 & = & 0{,}2 & -0{,}5x_1 & +1x_4 \\ z & = & 1 & +0{,}2x_1 & -1x_4 \end{array}$$

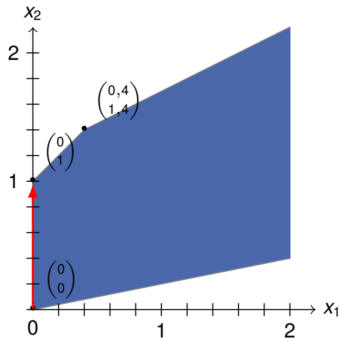


Welche Nichtbasisvariable (NBV) verbessert die Zielfunktion am meisten?

$$\begin{aligned} x_3 &= 1 \quad + 0{,}8x_1 \quad -1x_4 \\ x_2 &= 1 \quad +1x_1 \quad -1x_4 \\ x_5 &= 0{,}2 \quad -0{,}5x_1 \quad +1x_4 \\ z &= 1 \quad +0{,}2x_1 \quad -1x_4 \end{aligned}$$

Wähle einzigen negativen Koeffizienten.

$$\begin{aligned} x_3 &= 1 \quad + 0{,}8x_1 \quad -1x_4 \\ x_2 &= 1 \quad +1x_1 \quad -1x_4 \\ x_5 &= 0{,}2 \quad -0{,}5x_1 \quad +1x_4 \\ z &= 1 \quad +0{,}2x_1 \quad -1x_4 \end{aligned}$$



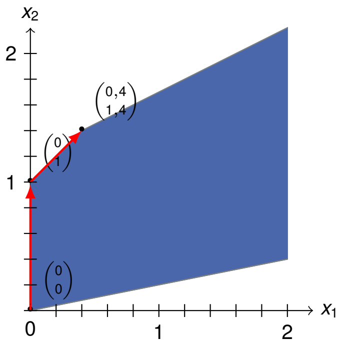
Simplex-Algorithmus - Beispiel

$$\begin{array}{rcrrr} x_3 & = & 1 & +0{,}8x_1 & -1x_4 \\ x_2 & = & 1 & +1x_1 & -1x_4 \\ x_5 & = & 0{,}2 & -0{,}5x_1 & +1x_4 \\ z & = & 1 & +0{,}2x_1 & -1x_4 \end{array}$$

Basisvariable x_5 wird Nichtbasisvariable und x_1 kommt in die Basis. Es wird x_1 wie folgt substituiert $x_1 = 0{,}4 + 2x_4 - 2x_5$.

$$\begin{array}{rcrrr} x_3 & = & 1{,}32 & +0{,}6x_4 & -1{,}6x_5 \\ x_2 & = & 1{,}4 & +1x_4 & -2x_5 \\ x_1 & = & 0{,}4 & +2x_4 & -2x_5 \\ z & = & 1{,}08 & -0{,}6x_4 & -0{,}4x_5 \end{array}$$

Keine weitere Verbesserung möglich.



Simplex-Algorithmus: Tableauschreibweise

Zur Vereinfachung kann die Tableauschreibweise des Simplex-Algorithmus angewendet werden.
Dazu wird ebenfalls die Standardform benötigt:

$$
\begin{aligned}
0{,}2x_1 - 1x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 0x_5 \quad &= 0\\
-1x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 0x_5 \quad &= 1\\
-0.5x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 1x_5 \quad &= 1{,}2\\
0{,}8x_1 - 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \quad +z &= 0
\end{aligned}
$$

Diese wird in die einfache Tableauschreibweise übertragen:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	$0{,}2x_1$	$-1x_2$	$+1x_3$	$+0x_4$	$+0x_5$	0
x_4	$-1x_1$	$+1x_2$	$+0x_3$	$+1x_4$	$+0x_5$	1
x_5	$-0{,}5x_1$	$+1x_2$	$+0x_3$	$+0x_4$	$+1x_5$	1,2
z	$0{,}8x_1$	$-1x_2$	$+0x_3$	$+0x_4$	$+0x_5$	0

Simplex-Algorithmus: Tableauschreibweise

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	$0{,}2x_1$	$-1x_2$	$+1x_3$	$+0x_4$	$+0x_5$	0
x_4	$-1x_1$	$+1x_2$	$+0x_3$	$+1x_4$	$+0x_5$	1
x_5	$-0{,}5x_1$	$+1x_2$	$+0x_3$	$+0x_4$	$+1x_5$	$1{,}2$
z	$0{,}8x_1$	$-1x_2$	$+0x_3$	$+0x_4$	$+0x_5$	0

Innerhalb des Tableaus kann aufgrund der eindeutigen Zuordnung auf die Variablen verzichtet werden.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	$0{,}2$	-1	1	0	0	0
x_4	-1	1	0	1	0	1
x_5	$-0{,}5$	1	0	0	1	$1{,}2$
z	$0{,}8$	-1	0	0	0	0

Simplex-Algorithmus: Tableauschreibweise

Pivotspalte j bestimmt durch minimalen (negativen) Zielfunktionskoeffizienten.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0,2	−1	1	0	0	0
x_4	−1	1	0	1	0	1
x_5	−0,5	1	0	0	1	1,2
z	0,8	−1	0	0	0	0

Pivotzeile bestimmt durch minimalen (nicht-negativen) Quotienten b_i / a_{ij} unter allen positiven a_{ij}.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0,2	−1	1	0	0	0
x_4	−1	1	0	1	0	1
x_5	−0,5	1	0	0	1	1,2
z	0,8	−1	0	0	0	0

Simplex-Algorithmus: Tableauschreibweise

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0,2	−1	1	0	0	0
x_4	−1	1	0	1	0	1
x_5	−0,5	1	0	0	1	1,2
z	0,8	−1	0	0	0	0

Erzeuge Einheitsvektor für neue Basisspalte durch elementare Zeilenoperationen mit der Pivotzeile.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	−0,8	0	1	1	0	1
x_2	−1	1	0	1	0	1
x_5	0,5	0	0	−1	1	0,2
z	−0,2	0	0	1	0	1

Simplex-Algorithmus: Tableauschreibweise

Pivotspalte j bestimmt durch minimalen (negativen) Zielfunktionskoeffizienten

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	$-0{,}8$	0	1	1	0	1
x_2	-1	1	0	1	0	1
x_5	$0{,}5$	0	0	-1	1	$0{,}2$
z	$-0{,}2$	0	0	1	0	1

Pivotzeile bestimmt durch minimalen (nicht-negativen) Quotienten b_i / a_{ij} unter allen positiven a_{ij}.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	$-0{,}8$	0	1	1	0	1
x_2	-1	1	0	1	0	1
x_5	$0{,}5$	0	0	-1	1	$0{,}2$
z	$-0{,}2$	0	0	1	0	1

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	$-0{,}8$	0	1	1	0	1
x_2	-1	1	0	1	0	1
x_5	0,5	0	0	-1	1	0,2
z	$-0{,}2$	0	0	1	0	1

Erzeuge Einheitsvektor für neue Basisspalte.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0	0	1	$-0{,}6$	1,6	1,32
x_2	0	1	0	-1	2	1,4
x_1	1	0	0	-2	2	0,4
z	0	0	0	0,6	0,4	1,08

Alle Zielfunktionskoeffizienten sind positiv: Optimales Ergebnis erreicht.

Simplex-Algorithmus: Tableauschreibweise

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0	0	1	$-0{,}6$	1,6	1,32
x_2	0	1	0	-1	2	1,4
x_1	1	0	0	-2	2	0,4
z	0	0	0	0,6	0,4	1,08

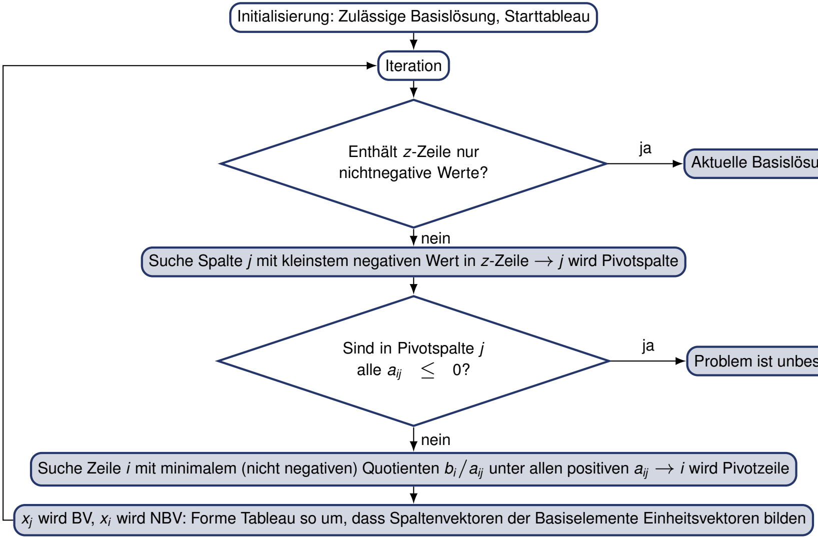
Basisvariablen

Nichtbasisvariablen

Die Lösung kann im Tableau abgelesen werden:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= 0{,}4 \\
x_2 &= 1{,}4 \\
x_3 &= 1{,}32 \\
x_4 &= 0 \\
x_5 &= 0
\end{aligned}
$$

Simplex-Algorithmus



Case Study: Energiemixentwicklung in San Andrés

Aktuelle Situation:

- Auf der Insel existieren nur 2 Dieselkraftwerke mit einer installierten Kapazität von jeweils 25 MW
- Im Januar 2022 muss ein Dieselkraftwerk aufgrund seines hohen Alters stillgelegt werden, das andere Kraftwerk (Baujahr 2012) hat 2022 einen Wirkungsgrad von 40%

Fragestellung:

- Wie muss der Kraftwerkmix bis 2022 auf der Insel ausgebaut werden, um die Befriedigung der Energienachfrage in diesem Jahr sicherzustellen?

Aktionsprogramm Klimaschutz

- Die Regierung von San Andrés beschließt in Hinblick auf Natur- und Klimaschutz kein neues Dieselkraftwerk zu bauen
- Trotzdem muss die Stromnachfrage auf der Insel zu jeder Zeit gedeckt werden
  $\rightarrow$ dazu können Offshore-Windparks um die Inseln oder Solaranlagen auf der Insel installiert werden

Zielfunktion

- Die Regierung möchte die Anschaffungskosten für die neuen Kraftwerke minimieren
  $\rightarrow$ variable Kosten für den Betrieb können vernachlässigt werden, da diese bei erneuerbarer Energieproduktion nahezu identisch sind

Energiemixentwicklung in San Andrés: Annahmen

- Kapazitätsausbau von erneuerbarer Energie ist stufenlos möglich
- Bei Energieüberproduktion (außerhalb der Spitzennachfrage) können einzelne Kraftwerke vom Netz genommen werden
  - Bspw. Windturbinen können abgedreht werden
- Da San Andrés ökonomische Stärke von dem Tourismus abhängt, möchte die Regierung den idyllisch-karibischen Inselcharme nicht durch große Photovoltaik-Freiflächen belasten.
  - Daher wird der Ausbau von Solarpanels auf eine installierte Kapazität von 5 MW beschränkt

Energiemixentwicklung in San Andrés: Daten

- Analysten stellen fest, dass nur die kritische Spitzennachfrag am späten Nachmittag mit nur den Dieselkraftwerken nicht befriedigt werden kann (den Rest des Tages ist die Energieversorgung gewährleistet)
  - 40% der Tagesnachfrage fällt am späten Nachmittag an = ca. 25 MW
- Da in San Andrés relative konstante klimatische Bedingungen herrschen, kann für erneuerbare Energiequelle in der Zeit am späten Nachmittag folgende Wirkungsgrade angenommen werden:

Technologie	Wirkungsgrad in 2022
Wind offshore	60%
Solar	20%
Dieselkraftwerk	40%

- Die Anschaffungskosten im Jahr 2022 betragen voraussichtlich:

Technologie	Anschaffungskosten pro MW
Wind offshore	2800000€
Solar	750000€
Dieselkraftwerk	0€

Definition der Variablen:

x_{tech} – installierte Kapazität der Technologie *tech* in **MW**

$tech = \{diesel, solar, wind\}$

Aufstellen eines Linearen Programms:

Zielfunktion:

$$\min Anschaffungskosten = \sum_{Technologie} cost_{tech} \cdot x_{tech}$$

Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad demand &\leq \sum_{Technolgie} efficiency_{tech} \cdot x_{tech} \\ x_{solar} &\leq 5 \\ x_{tech} &\geq 0 \end{aligned}$$

Energiemixentwicklung in San Andrés: Modell

Definition der Variablen:

x_{tech} – installierte Kapazität der Technologie *tech* in **MW**

$x_{diesel} = 25$

$tech = \{diesel, solar, wind\}$

Aufstellen eines Linearen Programms:

Zielfunktion:

$$\min Anschaffungskosten = 0 \cdot 25 + 750000 \cdot x_{solar} + 2800000 \cdot x_{wind}$$

Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \qquad 25 &\leq 0{,}4 \cdot 25 + 0{,}2 \cdot x_{solar} + 0{,}6 \cdot x_{wind} \\ 0 \leq x_{solar} &\leq 5 \\ x_{wind} &\geq 0 \end{aligned}$$

Energiemixentwicklung in San Andrés: Modell

Aufstellen der Standardform:

Zielfunktion:

$$\max 0 = (-Anschaffungskosten) + 750000 \cdot x_{solar} + 2800000 \cdot x_{wind}$$

Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad -0{,}2 \cdot x_{solar} - 0{,}6 \cdot x_{wind} + x_{schlupf1} &= -15 \\ x_{solar} + x_{schlupf2} &= 5 \\ x_{solar,wind} &\geq 0 \end{aligned}$$

Aufstellen der Standardform:

Zielfunktion:

$$\max 0 = (-Anschaffungskosten) + 750000 \cdot x_{solar} + 2800000 \cdot x_{wind}$$

Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad -0{,}2 \cdot x_{solar} - 0{,}6 \cdot x_{wind} + x_{schlupf1} &= -15 \\ x_{solar} + x_{schlupf2} &= 5 \\ x_{solar,wind} &\geq 0 \end{aligned}$$

Lösung:

$$\begin{aligned} x_{solar} &= 5MW \\ x_{wind} &= 23.33MW \\ x_{schlupf1} &= 0 \\ x_{schlupf2} &= 0 \\ Anschaffungskosten &= 69083333€ \end{aligned}$$