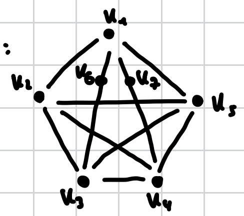
01 - Graphen (Planarität und Färbbarkeit)

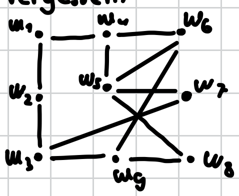
Gegeben 3 Graphen:

G_1 :



(hab vergessen)

G_2 :



$G_3 = (V, E)$ mit
$V = \{S \subseteq \{1,2,3\} \mid S \neq \{1,2,3\},\ S \neq \emptyset\}$
$E = \{\{x,y\} \mid |x| \neq |y|\}$

(i) G_3 zeichnen

(ii) Tabelle vervollständigen
$i \in \{1, 2, 3\}$

	G_1	G_2	G_3
$\chi(G_i) = 4$			
G_i 4-färbbar			
G_i planar			

(iii) $G' = G_1 \cup G_2 \cup G_3$
$G' - X$ ist planar
Geben Sie, $X \subseteq V(G')$ (kleinstmöglich)

(iv) Geben Sie einen Graph an, die ein K_4 und $K_{2,3}$ als Unterteilung enthält, der planar ist.

(v) Geben Sie ein kantenmaximal planare Graph mit 6 Knoten.

02 - Zahlentheorie

(i) Erweiterte Euklid Algorithmus für 40 und 23.
In Form von $ggT(40, 23) = s \cdot 40 + t \cdot 23$ schreiben.

(ii) RSA. Öffentlicher Schlüssel (k, n) und Privater Schlüssel (l, n) bestimmen mit $n = 40$.
$k, l < n$.

(iii) Beweisen: Wenn $a^2 - a \equiv 1 \pmod{m}$, dann sind a und m teilerfremd.

(iv) Bestimmen wie viele mögliche Zahlen $x \in \mathbb{N}$ mit $x < 14000$ gelten mit:
$x \equiv 4 \pmod{5}$
$x \equiv 1 \pmod{7}$
$x \equiv 5 \pmod{8}$

(v) Zeigen oder widerlegen: Es existiert x, y mit $x \cdot \varphi(y) = y \cdot \varphi(x)$.

03 - Ordnungen

Gegeben $\Gamma = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$<$ Strikte partielle Ordnung auf Natürliche Zahlen auf Γ ?

Γ^* Menge aller endlichen Wörter über Γ ?

$a \sqsubseteq b$ gdw. $w = u$

oder es ex. $a, b \in \Gamma$ und $x, y \in \Gamma^*$ mit $ax = by$ mit $a < b$. ?

$a \lesssim b$ gdw. $w = u$

oder es ex. $a, b, c, d \in \Gamma$ und $x, y \in \Gamma^*$ mit $axc = byd$ mit $a < b$ und $y < d$???

(i) Gegeben $\{\varepsilon, 112, 123, 213\}$
Angeben (als Hasse-Diagramm oder Zeichenfolge) für die partielle Ordnung $\sqsubseteq$ und lineare partielle Ordnung $\lesssim$ über diese Menge ?

(ii) Zeigen Sie, dass $\lesssim$ eine Linearisierung von $\sqsubseteq$ ist.

(iii) Geben Sie das Infimum $a \wedge b$ und Supremum $a \vee b$ für $\sqsubseteq$.

(iv) Geben Sie eine
Kette K mit $|K| = 4$ für $\sqsubseteq$, s.d es auch eine Kette für $<$ ist
Antikette A mit $|A| = 4$ für $\lesssim$, s.d es auch eine Antikette für $\sqsubseteq$ ist ?   (was ähnliches)

04 - Algebra

Gegeben ein Operator $\circ_{MM}$, es ist $(f,g) \circ_{MM} (h,k) = (f \circ_{MM} h, g \circ_{MM} k)$.
Zu viele Informationen in der Aufgabe (Zeit zum Lesen und Verstehen ~ 10 - 15 Minuten ʭ)

(i) Zeigen, dass $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}, +_{\mathbb{N}\mathbb{N}})$ ein Monoid ist.

(ii) Gegeben Quotientenmonoid $(\Sigma/_{\cong}, \cdot_{\cong})$
Zeigen Sie, dass $h : (\Sigma/_{\cong}, \cdot_{\cong}) \to \underbrace{(\quad\quad)}_{\text{Irgendeine Monoid}}$ ein bijektiver Homomorphismus ist.

Ich habe vergessen