

Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 12. Oktober 2023

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	3	19	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	4	20	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	5	8	CYK-ALGORITHMUS
4	6	13	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN

1,5 Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	Σ
PUNKTE	19	20	8	13	60
ERREICHT					
KORREKTOR					
EINSICHT					

Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen

(19 Punkte)

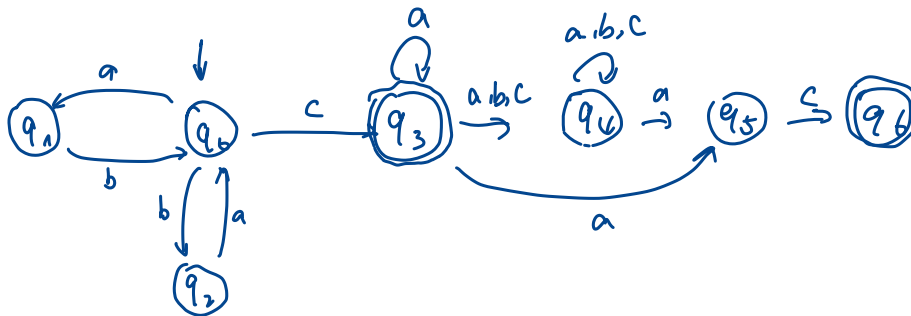
Gegeben seien die Alphabete $\Sigma_1 \triangleq \{ a, b, c \}$ und $\Sigma_2 \triangleq \{ 0, 1 \}$.

a. (9 Punkte) Sei die folgende reguläre Sprache über Σ_1^* gegeben: $X = \Sigma$ oder ac

$A_1 \triangleq \{ wca^n x \mid w \in \{ ab, ba \}^* \wedge x \in \Sigma_1^* \wedge n \in \mathbb{N} \wedge (|x| = 0 \vee (x = vac \wedge v \in \Sigma_1^*)) \}$

Gib einen NFA M_1 mit $L(M_1) = A_1$ an.

NFA $M_1 = (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6 \}, \Sigma_1, \Delta_1, \{ q_0 \}, \{ q_3, q_6 \})$ mit $\Delta_1 =$



b. (7 Punkte) Sei $A_2 \triangleq \{ wv0, \varepsilon \mid w \in \Sigma_2^* \wedge v \in \{ 0^n 1 \mid n \in \mathbb{N}^+ \}^+ \}$ eine reguläre Sprache über Σ_2^* . Gib eine Typ-3 Grammatik G_2 mit $L(G_2) = A_2$ an.

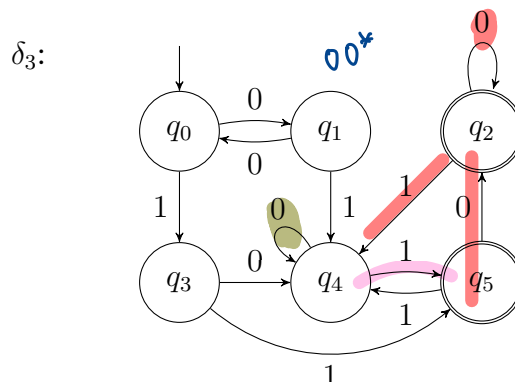
$G_2 = (\{ S, T, U \}, \Sigma_2, P_2, S)$ mit P_2 :

$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid 0T \mid \varepsilon$

$T \rightarrow 0T \mid 1U$

$U \rightarrow 0$

c. (3 Punkte) Sei $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \Sigma_2, \delta_3, q_0, \{ q_2, q_5 \})$ ein DFA mit:



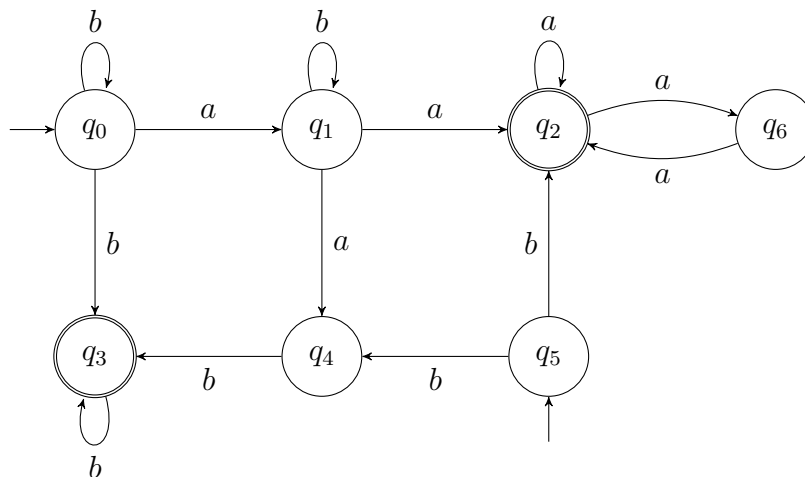
Gib $L(M_3)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

$$\begin{aligned} L(M_3) &= (00)^* 010^* 1 (0^* + (00^* 10^* 1)^* 0^*) \\ &\quad + (00)^* 11 (0^* + (00^* 10^* 1)^* 0^*) \\ &\quad + (00)^* 100^* 1 (0^* + (00^* 10^* 1)^* 0^*) \\ &= (00)^* (010^* 1 + 11 + 100^* 1) (00^* 10^* 1)^* 0^* \end{aligned}$$

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion

(20 Punkte)

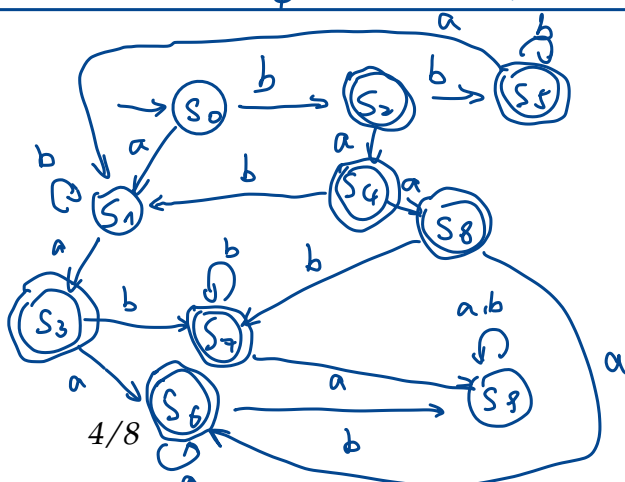
Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \Sigma, \Delta, \{q_0, q_5\}, \{q_2, q_3\})$ mit $\Sigma = \{a, b\}$ und Δ :



- a. (20 Punkte) Berechne: Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M . Gib die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle an.

Hinweis: Es ist nicht nötig die unerreichbaren Zustände anzugeben.

	a		b	
S	$\{q_0, q_5\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_3, q_2, q_4\}$	S_0
	$\{q_1\}$	$\{q_2, q_4\}$	$\{q_1\}$	S_1
\vdash	$\{q_0, q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_1, q_2, q_6\}$	$\{q_0, q_3\}$	S_2
\vdash	$\{q_2, q_6\}$	$\{q_2, q_6\}$	$\{q_3\}$	S_3
\vdash	$\{q_1, q_2, q_6\}$	$\{q_2, q_4, q_6\}$	$\{q_1\}$	S_4
\vdash	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_3\}$	S_5
\vdash	$\{q_2, q_6\}$	$\{q_2, q_6\}$	\emptyset	S_6
\vdash	$\{q_3\}$	\emptyset	$\{q_3\}$	S_7
\vdash	$\{q_2, q_4, q_6\}$	$\{q_2, q_6\}$	$\{q_3\}$	S_8
	\emptyset	\emptyset	\emptyset	S_9



Aufgabe 3: CYK-Algorithmus

(8 Punkte)

Gegeben sei ein Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ sowie die Grammatik $G \triangleq (\{ S, A, B, C, D, E, F \}, \Sigma, P, S)$ mit:

$$\begin{aligned} P: S &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow CD \mid CF \\ B &\rightarrow EE \mid EB \\ C &\rightarrow CC \mid a \mid c \\ D &\rightarrow EF \mid b \\ E &\rightarrow c \\ F &\rightarrow AD \mid b \end{aligned}$$

- a. (8 Punkte) Berechne: Gegeben sei das Wort $w \triangleq abccc$. Löse mit dem CYK-Algorithmus das Wortproblem: $w \in L(G)$ oder $w \notin L(G)$.

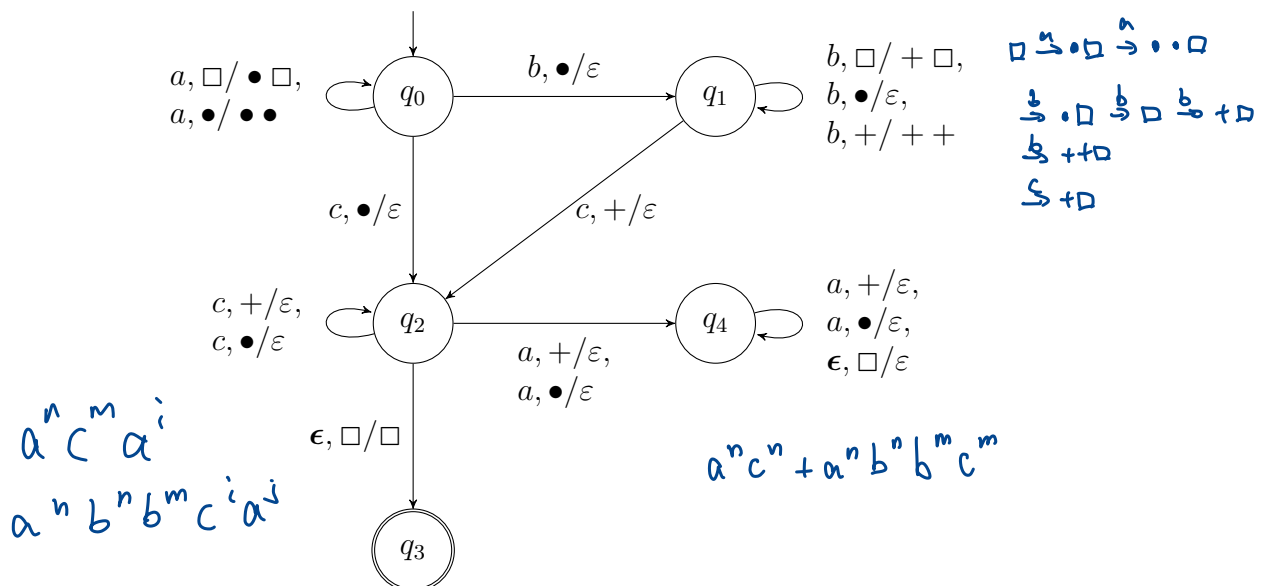
$CYK_w(i, j)$	1	2	3	4	5
1: a	{C}	{A}	\emptyset	{S}	{S}
2: b	{D, F}	\emptyset	\emptyset	\emptyset	
3: c	{c, E}	{B, C}	{B, C}		
4: c	{c, E}	{B, C}			
5: c	{c, E}				

$w \in L(G)$, da $S \in CYK_w(1, 5)$

Aufgabe 4: Modelle Kontextfreier Sprachen

(13 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$, das Kelleralphabet $\Gamma \triangleq \{ \bullet, +, \square \}$ und der PDA $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4 \}, \Sigma, \Gamma, \square, \Delta, q_0, \{ q_3 \})$ mit Δ :



a. (4 Punkte) Gib $L_{\text{End}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

$$L_{\text{End}}(M) = \{ a^n c^n, a^n b^n b^m c^m \mid n, m \in \mathbb{N}^+ \}$$

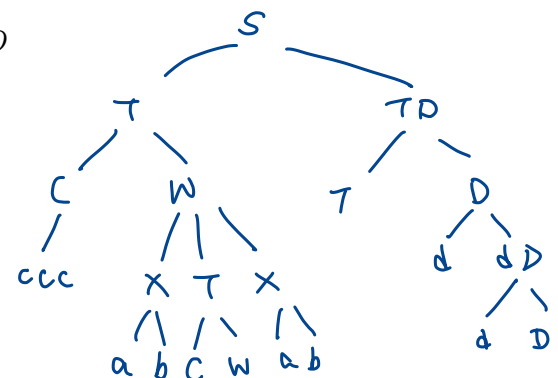
b. (4 Punkte) Gib $L_{\text{Kel}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

$$L_{\text{Kel}}(M) = \{ a^n b^n, a^n c^m a^i, a^n b^n b^m c^i a^j \mid n, m, i, j \in \mathbb{N} \}$$

c. (5 Punkte) Gegeben seien das Alphabet $\Sigma' \triangleq \{ a, b, c, d \}$ und die Grammatik $G \triangleq (\{ S, T, D, C, W, X \}, \Sigma', P, S)$ mit den folgenden Produktionen:

$$\begin{aligned} P: \quad S &\rightarrow T \mid TD \\ T &\rightarrow C \mid W \\ D &\rightarrow d \mid dD \\ C &\rightarrow ccc \\ W &\rightarrow XTX \\ X &\rightarrow a \mid b \end{aligned}$$

Gib $L(G)$ in Mengenschreibweise an.



$$\{ (a+b)^n ccc (a+b)^n d^m \mid n \in \mathbb{N}^+, m \in \mathbb{N} \}$$

$$(a+b)^n ccc (a+b)^n$$

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :

Matrikelnummer: _____ *Name:* _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe ____ :
Teilaufgabe ____ :