

2. Lineare Optimierung

2.1 Modellbildung

2.2 Graphische Lösung

2.3 Primaler Simplex

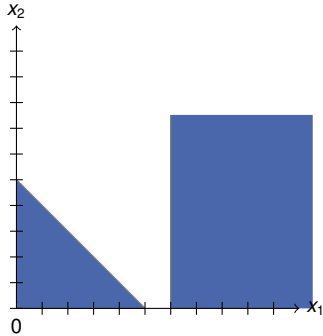
2.4 Dualer Simplex

2.5 Sonderfälle

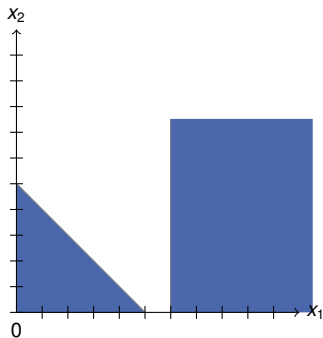
2.6 Dualität

2.7 Sensitivitätsanalyse

2.8 Multikriterielle Optimierung



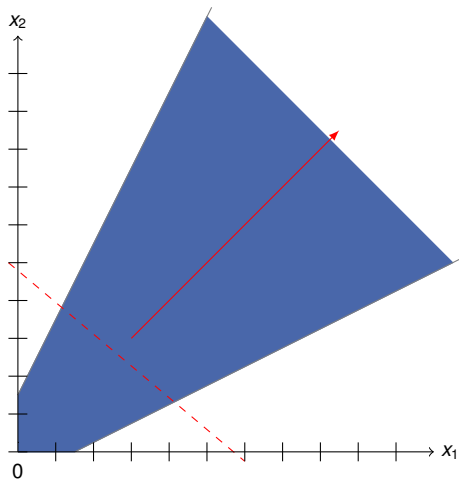
- Es gibt keinen Bereich, in dem sich alle Halbebenen überlappen

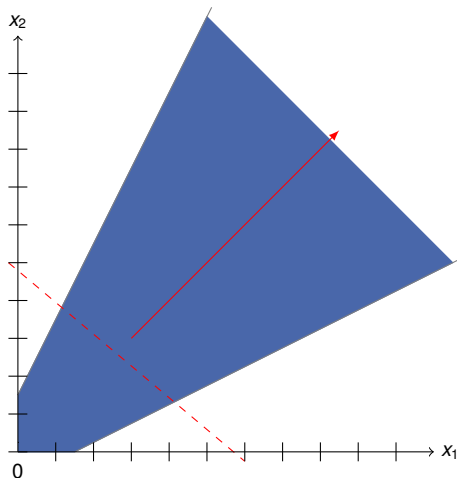


- Es gibt keinen Bereich, in dem sich alle Halbebenen überlappen

- Pivotzeile des dualen Simplex enthält nur positive Einträge (null und positive Werte)
- Es existiert keine zulässige Basislösung

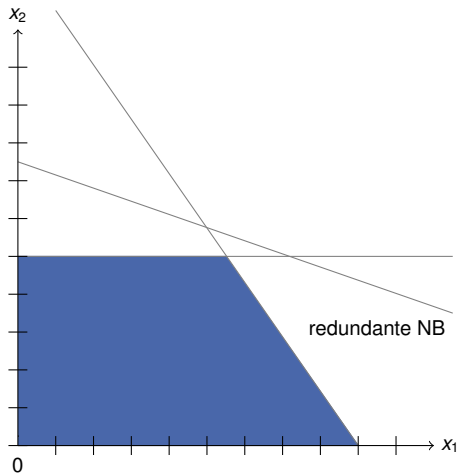
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b_i
x_1	1	1	0	-1	0	0	2
x_5	0	0	1	1	1	0	-1
x_6	0	3	2	0	0	1	5
z_j	0	2	9	-5	0	0	10





- ▶ Pivotspalte des primalen Simplex enthält nur nicht positive Einträge (null und negative Werte)
- ▶ Es existieren mehrere zulässige Basislösungen
- ▶ Es lässt sich keine optimale Lösung angeben

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	2	0	1	-1	0	70
x_2	1	1	0	0	0	50
x_5	3	0	0	-1	1	10
z_j	0	0	0	-1	0	-50

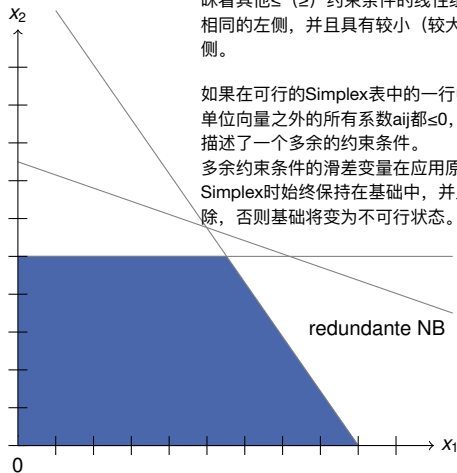


问题具有多余的约束条件。

当一个 \leq (\geq) 约束条件是多余的时候, 意味着其他 \leq (\geq) 约束条件的线性组合具有相同的左侧, 并且具有较小 (较大) 的右侧。

如果在可行的Simplex表中的一行中, 除了单位向量之外的所有系数 a_{ij} 都 ≤ 0 , 则该行描述了一个多余的约束条件。

多余约束条件的滑差变量在应用原始Simplex时始终保持在基础中, 并且无法消除, 否则基础将变为不可行状态。

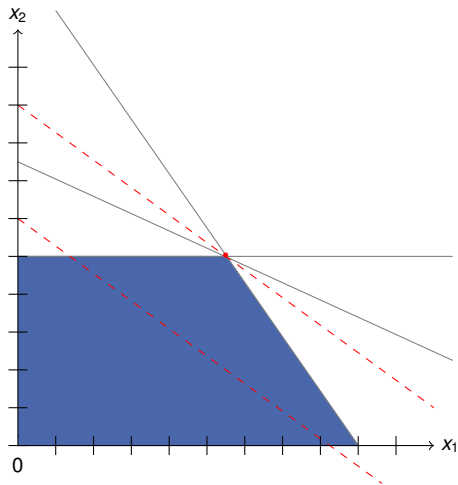


Das Problem besitzt eine redundante Nebenbedingung.

Eine \leq (\geq)-Nebenbedingung ist redundant, wenn eine Linearkombination anderer \leq (\geq)-Nebenbedingungen die selbe linke Seite und eine kleinere (größere) rechte Seite besitzt.

- Sind in einer Zeile im zulässigen Simplextableau alle Koeffizienten $a_{ij} \leq 0$ (ausgenommen der Einheitsvektoren), so beschreibt diese Zeile eine redundante Nebenbedingung.
- Die Schlupfvariable der redundanten Nebenbedingung bleibt bei Anwendung des primalen Simplex stets mit nicht-negativem Wert in der Basis und kann nicht eliminiert werden, ohne dass die Basis unzulässig wird.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_1	1	0	1	0	1	1
x_4	0	0	-1	1	0	1
x_2	0	1	0	0	1	1
z_j	0	0	1	0	1	2



原始退化现象

x_2

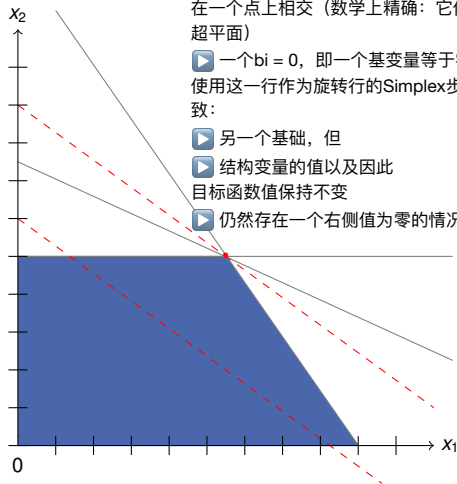
特殊情况：在 \mathbb{R}^n 中，至少有 $n + 1$ 个约束条件在一个点上相交（数学上精确：它们产生的超平面）

▶ 一个 $b_i = 0$ ，即一个基变量等于零
使用这一行作为旋转行的Simplex步骤会导致：

▶ 另一个基础，但

▶ 结构变量的值以及因此
目标函数值保持不变

▶ 仍然存在一个右侧值为零的情况。



Spezieller Fall der Redundanz: Im \mathbb{R}^n schneiden sich mindestens $n + 1$ Nebenbedingungen in einem Punkt (mathematisch exakt: die von ihnen erzeugten Hyperebenen)

▶ Ein $b_i = 0$, d. h. eine BV ist gleich null

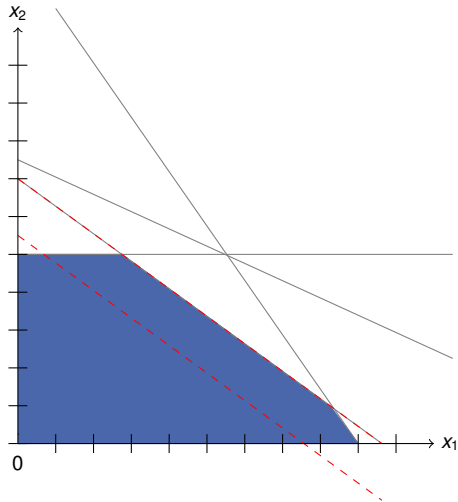
Ein Simplexschritt mit dieser Zeile als Pivotzeile bewirkt:

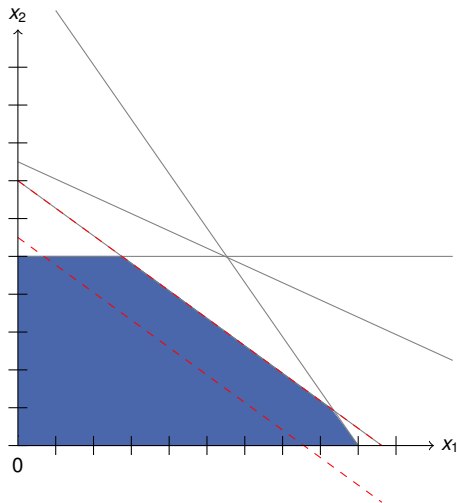
▶ eine andere Basis aber

▶ Werte der Strukturvariablen und somit der Zielfunktionswert bleiben unverändert

▶ Es existiert weiterhin eine rechte Seite mit dem Wert null.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_2	0	1	$2/3$	0	$-1/3$	2
x_4	0	0	$-1/3$	1	$-4/3$	0
x_1	1	0	$-1/3$	0	$2/3$	2
z_j	0	0	$1/3$	0	$1/3$	4





Es gibt in der Optimallösung mindestens eine NBV mit $z_j = 0$
Ein Simplexschritt mit dieser Spalte als Pivotspalte bewirkt:

- ▶ eine andere optimale Lösung als zuvor
- ▶ aber mit gleichem Zielfunktionswert
- ▶ Es existieren also mehrere optimale Basislösungen.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b_i
x_6	0	1	0	4	2	1	4
x_3	0	-1	1	-2	-1	0	3
x_1	1	3	0	3	1	0	10
z_j	0	7	0	4	0	0	52