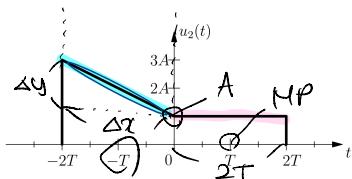


2. Tutorium : Elementarsignale, Faltung mit Deltaimpuls Energie- und Leistungssignal

1. 1. b) Signalbeschreibung



Höhe $\cdot \Pi_{\text{Breite}}(t - \mu_T)$

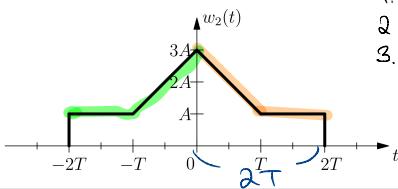
$A \cdot \Pi_{2T}(t - T)$

$y = ax + b$ Schnittpunkt an der Y-Achse
Steigung

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2A}{2T} = \frac{A}{T} \quad \left(-\frac{A}{T}t + A \right) \cdot \Pi_{2T}(t + T)$$

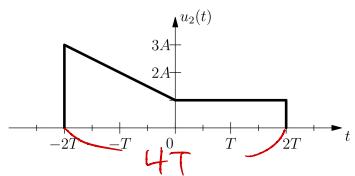
$$u_2(t) = \left(-\frac{A}{T}t + A \right) \cdot \Pi_{2T}(t + T) + A \Pi_{2T}(t - T)$$

3. 1. b) Signaltreppen



$U(\alpha(t - \beta T))$

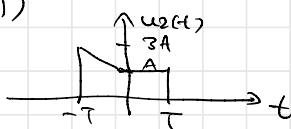
1. Skalierung um Faktor $\frac{1}{2}$
2. Verschiebung βT
3. Inversion



Rechter Teil

$$1. \text{ } \textcolor{red}{4T} \rightarrow \textcolor{blue}{2T} \quad \frac{1}{2}$$

Skalierung um Faktor $\frac{1}{2}$
 $\rightarrow U(\alpha(t))$



Linker Teil

\rightarrow an der Y-Achse gespiegelte Form vom rechten Teil also $U(\alpha(-t - T))$.

2. Verschiebung T nach rechts

$\rightarrow \underline{U(\alpha(t - T))}$

3. Inversion X

$$\therefore w_2(t) = U(\alpha(-t - T)) + U(\alpha(t - T))$$

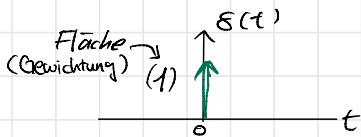
Elementarsignale

- Springfunktion



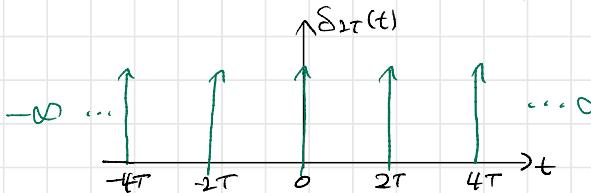
$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t > 0 \\ 0 & \text{für } t \leq 0 \end{cases}$$

- Deltaimpuls



$$s(t) = \begin{cases} \infty & \text{für } t = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Deltakamm : Deltaimpulse mit Perioden



$$s_{T_p}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k \cdot T_p)$$

Periodendauer

$$s_{2T}(t) = \dots + \delta(t+4T) + \delta(t+2T) + \delta(t) + \delta(t-2T) + \delta(t-4T) + \dots$$

Faltung mit Deltaimpuls

Eigenschaften : $\begin{cases} \delta(t) * u(t) = u(t) \\ \delta(t-T) * u(t) = u(t-T) \end{cases}$

$$2.1.b) \text{ b) [HA]: } v_2(t) = \delta_{2T}(t) * u_2(t)$$

periodische Überlagerung von $u_2(t)$ mit $T_p = 2T$

im Bereich: $-4T \leq t \leq 4T$

$$\text{Eigenschaften: } \begin{cases} \delta(t) * u(t) = u(t) \\ \delta(t-T) * u(t) = u(t-T) \end{cases}$$

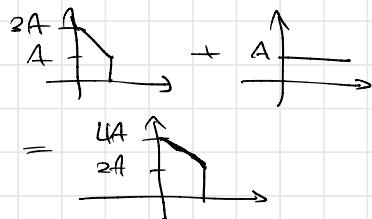
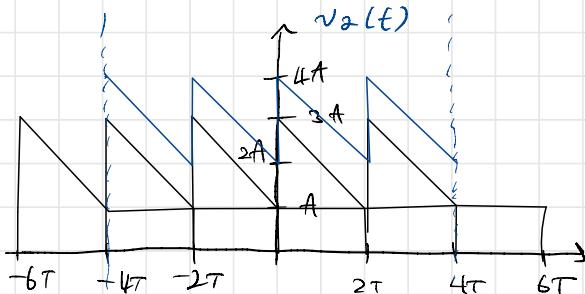
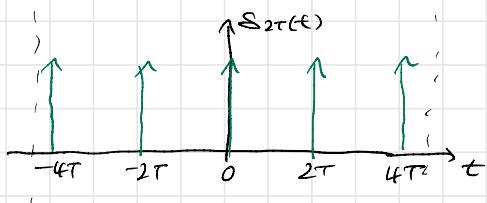
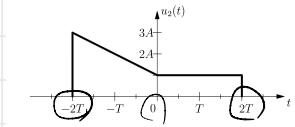
$$\delta(t+4T) * u_2(t) = u_2(t+4T)$$

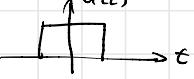
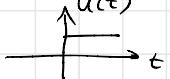
$$\delta(t+2T) * u_2(t) = u_2(t+2T)$$

$$\delta(t) * u_2(t) = u_2(t)$$

$$\delta(t-2T) * u_2(t) = u_2(t-2T)$$

$$\delta(t-4T) * u_2(t) = u_2(t-4T)$$



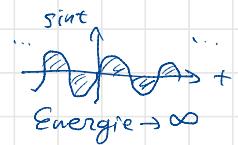
Energiesignal		Leistungssignal	
Energie	$\neq \infty$	∞	
Leistung	0	$\neq \infty$	
Beispiel			

\Rightarrow Zeitbegrenzte Signale, die nicht $\rightarrow \infty$ gehen

66

Energiesignal ist kein Leistungssignal, Leistungssignal ist kein Energiesignal.

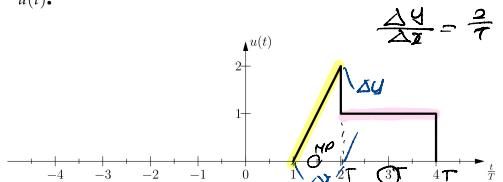
99



nicht periodisches Signal		Periodisches Signal
Energie	$W_u = \int_{-\infty}^{\infty} U(t)^2 dt$	∞
(mittlere) Leistung	$P_u = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \int_1^T U(t)^2 dt$	$P_u = \underbrace{\frac{1}{T_p}}_{T_p = \text{Periodendauer}} \int_{t_1}^{t_2} U(t)^2 dt$

4.

- 4 [AK]: Gegeben sei das folgende zeitkontinuierliche Signal
 $u(t)$.



Das Signal werde mit der Periodendauer $16T$ periodisch fortgesetzt. Bestimme die Leistung des periodischen Signals für $T = 1$

$$u(t) = 1 \cdot \prod_{t=2}^{2T} (t-3T) + (\frac{2}{T}t-2) \cdot \prod_{t=T}^T (t-\frac{3T}{2})$$

$$P_u = \underbrace{\frac{1}{T_2-T_1}}_{T_p = \text{Periodendauer}} \int_{T_1}^{T_2} u(t)^2 dt$$

* Rechteckfunktionen werden bei den Berechnung von Energie und Leistung nicht berücksichtigt!!

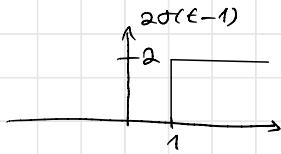
$$P_u = \frac{1}{16T} \int_0^{16T} u(t)^2 dt = \frac{1}{16T} \left\{ \int_T^{2T} \left(\frac{2}{T}t-2\right)^2 dt + \int_{2T}^{4T} 1^2 dt \right\}$$

$$\begin{aligned} T = 1 \Rightarrow \frac{1}{16} & \left\{ \underbrace{\int_1^2 (2t-2)^2 dt}_{\int_1^2 (4t^2-8t+4) dt} + \underbrace{\int_2^4 1 dt}_2 \right\} \\ &= \left[\frac{4}{3}t^3 - 4t^2 + 4t \right]_1^2 \\ &= \frac{4}{3}(8-1) - 4(2) + 4 \cdot 1 \\ &= \frac{28}{3} - 12 + 4 \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{4}{3} + 2 \right) \\ &= \frac{1}{16} \cdot \frac{16}{3} \\ &= \underline{\underline{\frac{5}{24}}} \end{aligned}$$

Extra Aufgaben zum Üben

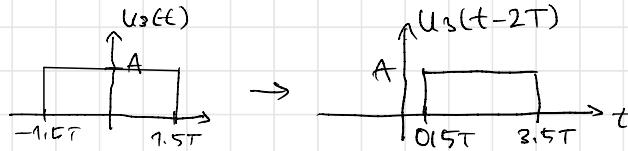
1. Skizziere $2\delta(t-1)$



2. geg.: $U_3(t) = A \cdot \Pi_{3T}(t)$

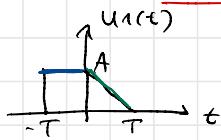
Skizziere $\delta(t-2T) * U_3(t)$

$$\delta(t-2T) * U_3(t) = U_3(t-2T)$$



$2T$ nach rechts
verschoben.

3. Gib Leistung und Energie des Signals $U_1(t)$



$U_1(t)$ ist ein Energiesignal und ein nichtperiodisches Signal.
(von $-T$ bis T zeitbegrenzt!)

Energiesignal \rightarrow Leistung $P_u = 0$

$$U_1(t) = A \Pi_T(t + \frac{T}{2}) + (-\frac{A}{T}t + A) \Pi_T(t - \frac{T}{2})$$

$$\begin{aligned} \text{Energie } \mathcal{W}_u &= \int_{-\infty}^{+\infty} U_1(t)^2 dt = \int_{-T}^0 A^2 dt + \int_0^T \underbrace{(-\frac{A}{T}t + A)^2}_{A^2 + \frac{A^2}{T}t^2 - 2\frac{A^2}{T}t} dt \\ &\quad \left[A^2 t + \frac{A^2}{2T^2} t^3 - \frac{A^2}{T} t^2 \right]_0^T \\ &= A^2 T + \frac{A^2}{3T^2} T^3 - \frac{A^2}{T} T^2 \\ &= A^2 T + \frac{A^2}{3} T - A^2 T \end{aligned}$$

$$= A^2 T + \frac{A^2}{3} T$$

$$= \frac{4A^2}{3} T$$

Quiz

1. Welche der folgenden Signale sind Leistungssignale?

- Exponentialfunktion e^x
- Rechtecksignale
- Periodische Signale

2. Die Energie von Leistungssignalen ist unendlich.

- Wahr
- Falsch

3. Energiesignale besitzen eine unendliche Energie.

- Falsch
- Wahr

4. Der Deltakamm ist eine (A) Fortsetzung von Deltaimpulsen. Welches Wort passt zu A?

- gleichmäßige
- stetige
- periodische

5. Ein Sinussignal ist...

- Ein Energiesignal
- Ein Leistungssignal
- Ein Periodisches Signal