

2. Lineare Optimierung

- 2.1 Modellbildung
- 2.2 Graphische Lösung
- 2.3 Primaler Simplex
- 2.4 Dualer Simplex
- 2.5 Sonderfälle
- 2.6 Dualität
- 2.7 Sensitivitätsanalyse
- 2.8 Multikriterielle Optimierung

- 2. 线性优化
- 2.1 模型建立
- 2.2 图形解法
- 2.3 原始单纯形法
- 2.4 对偶单纯形法
- 2.5 特殊情况
- 2.6 对偶性
- 2.7 敏感性分析
- 2.8 多目标优化

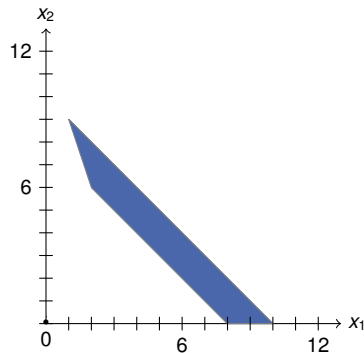
In manchen Fällen liegt keine zulässige Basislösung vor. Ein Beispiel:

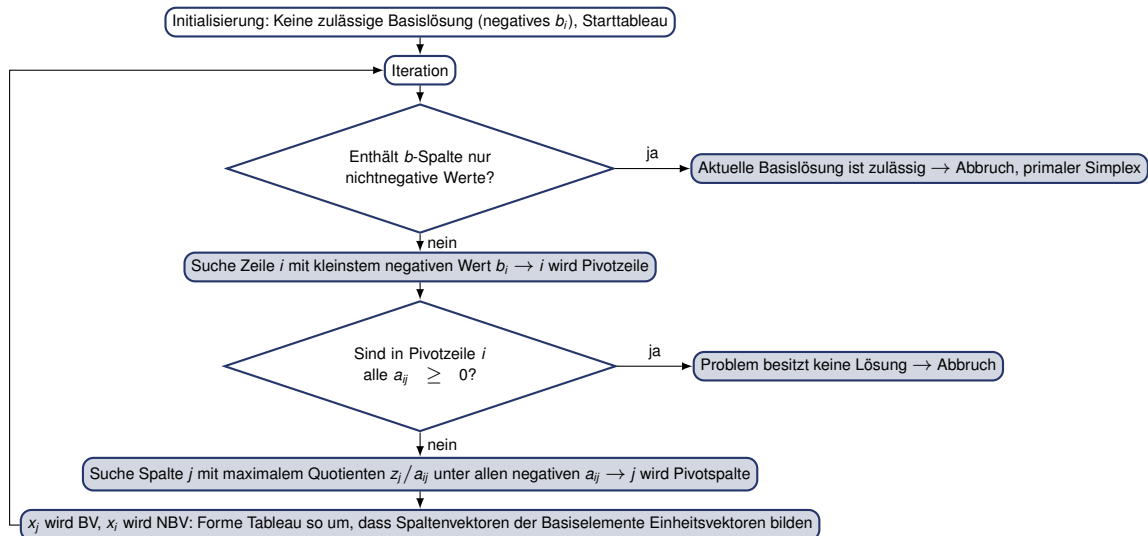
$$\begin{array}{ll}\max z = & 2x_1 + 1x_2 \\ \text{s.t.} & 1x_1 + 1x_2 \geq 8 \\ & 3x_1 + 1x_2 \geq 12 \\ & 1x_1 + 1x_2 \leq 10 \\ & x_{1,2} \geq 0\end{array}$$

In Tableauform:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	-1	-1	1	0	0	-8
x_4	-3	-1	0	1	0	-12
x_5	1	1	0	0	1	10
z	-2	-1	0	0	0	0

Ist ein Eintrag der b_i -Spalte negativ, muss zunächst eine zulässige Basislösung gefunden werden.





Wähle Pivotzeile mit minimalem b_i .

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	-1	-1	1	0	0	-8
x_4	-3	-1	0	1	0	-12
x_5	1	1	0	0	1	10
z	-2	-1	0	0	0	0

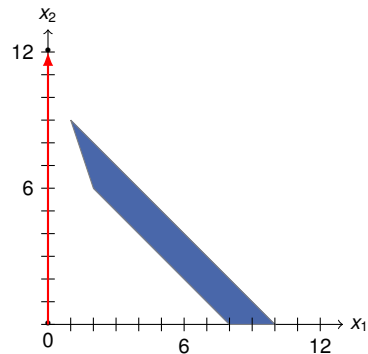
Wähle Pivotspalte mit maximalem Quotienten z_j/a_{ij} unter allen negativen a_{ij} . Sollten alle a_{ij} nichtnegativ sein, besitzt das Problem keine zulässige Lösung.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	-1	-1	1	0	0	-8
x_4	-3	-1	0	1	0	-12
x_5	1	1	0	0	1	10
z	-2	-1	0	0	0	0

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	-1	-1	1	0	0	-8
x_4	-3	-1	0	1	0	-12
x_5	1	1	0	0	1	10
z	-2	-1	0	0	0	0

Erzeuge Vektor für neue Basisspalte.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	2	0	1	-1	0	4
x_2	3	1	0	-1	0	12
x_5	-2	0	0	1	1	-2
z	1	0	0	-1	0	12



Sind noch negative Einträge in b_i -Spalte enthalten, wähle Pivotzeile mit minimalem b_i .

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	2	0	1	-1	0	4
x_2	3	1	0	-1	0	12
x_5	-2	0	0	1	1	-2
z	1	0	0	-1	0	12

Wähle Pivotspalte mit maximalem Quotienten z_j / a_{ij} unter allen negativen a_{ij} . Sollten alle a_{ij} nichtnegativ sein, besitzt das Problem keine zulässige Lösung.

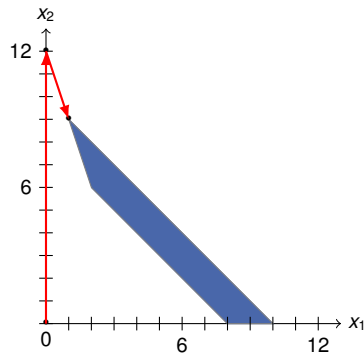
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	2	0	1	-1	0	4
x_2	3	1	0	-1	0	12
x_5	-2	0	0	1	1	-2
z	1	0	0	-1	0	12

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	2	0	1	-1	0	4
x_2	3	1	0	-1	0	12
x_5	-2	0	0	1	1	-2
z	1	0	0	-1	0	12

Erzeuge Vektor für neue Basisspalte.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0	0	1	0	1	2
x_2	0	1	0	0,5	1,5	9
x_1	1	0	0	-0,5	-0,5	1
z	0	0	0	-0,5	0,5	11

Suche optimale Lösung mit primalem Simplex.



Welche Bedeutung haben die einzelnen Einträge eines Optimaltableaus?

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0	0	1	$-1/6$	$1/2$	10
x_1	1	0	0	$1/6$	$-9/6$	30
x_2	0	1	0	0	1	60
z_j	0	0	0	$5/3$	5	1500

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0	0	1	$-1/6$	$1/2$	10
x_1	1	0	0	$1/6$	$-9/6$	30
x_2	0	1	0	0	1	60
z_j	0	0	0	$5/3$	5	1500

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0	0	1	$-1/6$	$1/2$	10
x_1	1	0	0	$1/6$	$-9/6$	30
x_2	0	1	0	0	1	60
z_j	0	0	0	$5/3$	5	1500

Wert der **Basisvariablen** im Optimum:

$$x_1 = 30$$

$$x_2 = 60$$

$$x_3 = 10 \text{ (Wert der nicht ausgeschöpften Kapazitätsrestriktion)}$$

$$\text{(NBV } x_4 = x_5 = 0)$$

Optimaler **Zielfunktionswert**:

$$z = 1500$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0	0	1	$-1/6$	$1/2$	10
x_1	1	0	0	$1/6$	$-9/6$	30
x_2	0	1	0	0	1	60
z_j	0	0	0	$5/3$	5	1500

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0	0	1	$-1/6$	$1/2$	10
x_1	1	0	0	$1/6$	$-9/6$	30
x_2	0	1	0	0	1	60
z_j	0	0	0	$5/3$	5	1500

Einheitsvektoren der Basisvariablen
(mit entsprechenden $z_j = 0$)

Substitutionskoeffizienten (a_{ij}):

Geben an, um wieviele Einheiten sich jede Basisvariable zur Zeile i erhöht ($a_{ij} < 0$) bzw. erniedrigt ($a_{ij} > 0$), wenn man die Nichtbasisvariable zur Spalte j um eine Einheit erhöht. Gleiches gilt auch für den Zielfunktionswert.

Substitutionskoeffizienten (a_{ij}):

它们表示当将非基础变量列 j 增加一个单位时, 每个基础变量在行 i 上增加 ($a_{ij} < 0$) 或减少 ($a_{ij} > 0$) 多少单位。同样, 对于目标函数值也适用相同的规则。

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b_i
x_3	0	0	1	$-1/6$	$1/2$	10
x_1	1	0	0	$1/6$	$-9/6$	30
x_2	0	1	0	0	1	60
z_j	0	0	0	5/3	5	1500

Schattenpreise oder **Opportunitätskosten** der Inputfaktoren x_4 und x_5 - kostenmäßige Werte jeder Einheit der Mindestanforderungen:

Erhöht (senkt) man eine Anforderung (b_i -Wert) um eine Einheit, verschlechtert (verbessert) sich der Zielfunktionswert um den angegebenen Wert.

Schattenpreise gelten nur für Schlupfvariablen, da sie den Zusammenhang zwischen einer Änderung der Nebenbedingung und der daraus resultierenden Änderung des Zielfunktionswerts darstellen.

X4和X5输入因素的阴影价格或机会成本 - 每个最低要求单位的成本值:

如果将一个要求 (b值) 减少 (增加) 一个单位, 则目标函数值会按指定值变差 (改善)。

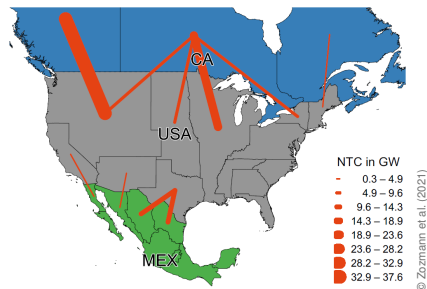
阴影价格仅适用于滑差变量, 因为它们表示了约束条件变化与目标函数值变化之间的关系。

Aufgabenstellung

Um die Abhängigkeit der texanischen Stromversorgung von Erdgas zu senken, soll eine Kapazität von 35 GW Gasimport durch primäre Stromquellen ersetzt werden. Um das Mittelspannungsnetz nicht zu gefährden soll dieser Strom aus dem Ausland importiert oder bereits verbrauchsnahe produziert werden. Dafür stehen drei Möglichkeiten zur Auswahl:

1. Stromproduktion über Wasserturbinen in Kanada und Transport mit hocheffizienten HVDC-Leitungen nach Texas.
2. Stromproduktion mit Freiflächen-Solaranlagen in Mexiko an der Grenze zu Texas.
3. Verbrauchsnahe Stromproduktion über Aufdach-Solaranlagen in Texas.

Wie kann der Strombedarf möglichst kostenminimal gedeckt werden?



Gasimportkapazitäten der USA

Region	Technologie	Kapazität in GW	Verfügbarkeit	Produktionskosten in Mio. \$ pro GW	Transportkosten in Mio. \$ pro GW
Kanada	Wasserturbinen	40	1	6600	5100
Mexiko	PV Freifläche	100	0.25	400	1400
Texas	PV Aufdach	120	0.2	605	0
	Batteriespeicher	∞	1	300	0

Kapazitäten und Kosten der möglichen Stromquellen

Da der zukünftig geplante Gasimportstopp Gasimporte aus Mexiko betreffen würde, sollen beim neuen Kapazitätsausbau die diplomatischen Beziehungen zu Mexiko berücksichtigt werden. Sollte daher Kapazität in Kanada gebaut werden, soll mindestens halb so viel auch in Mexiko gebaut werden, in jedem Fall aber mindestens 10 GW.

Weiterhin müssten aufgrund saisonaler Schwankungen beim Bau von Solaranlagen zusätzliche Energiespeicher gebaut werden. Die benötigte Speicherkapazität entspricht der tatsächlich verfügbaren Kapazität der gebauten Solaranlagen.

Zielfunktion:

$$\min z = (6600 + 5100)x_C + (400 + 1400 + 0,25 \cdot 300)x_M + (605 + 0,2 \cdot 300)x_T$$

Nebenbedingungen:

$$\begin{array}{rcll} \text{s.t.} & x_C + 0,25x_M + 0,2x_T & \geq & 35 \\ & x_C & \leq & 40 \\ & x_M & \leq & 100 \\ & x_T & \leq & 120 \\ & x_M & \geq & 10 \\ & x_M & \geq & 0,5x_C \\ & x_C, x_M, x_T & \geq & 0 \end{array}$$

Zielfunktion:

$$\max -z + 11700x_C + 1875x_M + 665x_T = 0$$

Nebenbedingungen:

$$\text{s.t.} \quad -x_C - 0,25x_M - 0,2x_T + x_4 = -35$$

$$x_C + x_5 = 40$$

$$x_M + x_6 = 100$$

$$x_T + x_7 = 120$$

$$-x_M + x_8 = -10$$

$$0,5x_C - x_M + x_9 = 0$$

$$x_i \geq 0$$

	x_C	x_M	x_T	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	b_i
x_4	-1	-0,25	-0,2	1	0	0	0	0	0	-35
x_5	1	0	0	0	1	0	0	0	0	40
x_6	0	1	0	0	0	1	0	0	0	100
x_7	0	0	1	0	0	0	1	0	0	120
x_8	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	-10
x_9	0,5	-1	0	0	0	0	0	0	1	0
$-z_j$	11700	1875	665	0	0	0	0	0	0	0

1. Iteration: Dualer Simplex

	x_C	x_M	x_T	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	b_i
x_T	5	1,25	1	-5	0	0	0	0	0	175
x_5	1	0	0	0	1	0	0	0	0	40
x_6	0	1	0	0	0	1	0	0	0	100
x_7	-5	-1,25	0	5	0	0	1	0	0	-55
x_8	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	-10
x_9	0,5	-1	0	0	0	0	0	0	1	0
$-z_j$	8375	1043,75	0	3325	0	0	0	0	0	-116375

2. Iteration: Dualer Simplex

	x_C	x_M	x_T	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	b_i
x_T	0	0	1	0	0	0	0	0	0	120
x_5	1	0	0	0	1	0	0	0	0	40
x_6	-4	0	0	0	0	1	0,8	0	0	56
x_M	4	1	0	-4	0	0	-0,8	0	0	44
x_8	4	0	0	-4	0	0	-0,8	1	0	34
x_9	4,5	0	0	-4	0	0	-0,8	0	1	44
$-z_j$	4200	0	0	7500	0	0	835	0	0	-162300

Optimaltableau

Ergebnis für Versorgung ohne Erdgas

Als Lösung für das gegebene Kostenminimierungsproblem ergeben sich unter Austausch von 35 GW Gaskapazität durch primäre Stromquellen folgende Werte:

- Kapazitätsausbau in **Kanada: 0 GW Wasserturbinen**
- Kapazitätsausbau in **Mexiko: 44 GW Freiflächen-Solaranlagen**
- Kapazitätsausbau in **Texas: 120 GW Aufdach-Solaranlagen**
- **Gesamtkosten: 162,3 Milliarden Euro**

Open Access Article

100% Renewable Energy Scenarios for North America— Spatial Distribution and Network Constraints

by Elmar Zozmann^{1,*} , Leonard Göke¹ , Mario Kendziorowski¹ , Citlali Rodriguez del Angel^{1,2} ,
Christian von Hirschhausen^{1,2}  and Johanna Winkler^{1,2} 

¹ Workgroup for Infrastructure Policy, Technical University of Berlin, 10623 Berlin, Germany

² German Institute for Economic Research (DIW Berlin), 10117 Berlin, Germany

* Author to whom correspondence should be addressed.

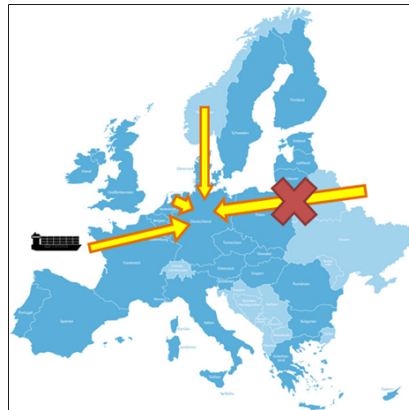
Academic Editor: Ali Mehri-Sani

Energies **2021**, *14*(3), 658; <https://doi.org/10.3390/en14030658>

Received: 22 December 2020 / Revised: 15 January 2021 / Accepted: 19 January 2021 / Published: 28 January 2021

<https://doi.org/10.3390/en14030658>

Stellen Sie sich nun vor, Russland stellt aufgrund dieser Entwicklungen seinen Gasexport in die EU ein. Um die Nachfrage zuverlässig decken zu können besteht die Möglichkeit, zusätzlich zu den Importen aus den Niederlanden und Norwegen, Flüssiggas über verschiedene Terminals zu beziehen. Hierdurch ist auch der Gasimport aus Übersee möglich. **Wie können wir möglichst kostenminimal unseren Bedarf decken?**



Gasnachfrage in Deutschland: 84 Mrd. m^3 , davon 8 Mrd. m^3 Eigenproduktion

<i>Land</i>	Kapazität in Mrd. m^3 pro Jahr	Produktionskosten in Mio. € pro Mrd. m^3	Transportkosten in Mio. € pro Mrd. m^3
<i>NOR</i>	27	54	16
<i>NL</i>	28	65	5
<i>LNG₁</i>	15	88	45
<i>LNG₂</i>	12	88	50
<i>RU</i>	35	36	36

Kapazitäten und Kosten der möglichen Importländer

Zielfunktion:

$$\min z = 70x_{NL} + 70x_{NOR} + 72x_{RU} + 133x_{LNG1} + 138x_{LNG2}$$

Nebenbedingungen:

$$\begin{array}{ll} \text{s.t.} & x_{NL} \leq 28 \\ & x_{NOR} \leq 27 \\ & x_{RU} \leq 35 \\ & x_{LNG1} \leq 15 \\ & x_{LNG2} \leq 12 \\ & x_{NL} + x_{NOR} + x_{RU} + x_{LNG1} + x_{LNG2} \geq 76 \\ & x_{NL} + x_{NOR} \geq 0,5 \cdot 76 \\ & x_{NL}, x_{NOR}, x_{RU}, x_{LNG1}, x_{LNG2} \geq 0 \end{array}$$

Zielfunktion:

$$\max -z + 70x_{NL} + 70x_{NOR} + 72x_{RU} + 133x_{LNG1} + 138x_{LNG2} = 0$$

Nebenbedingungen:

$$\begin{array}{rcll} \text{s.t.} & & x_{NL} + x_6 & = 28 \\ & & x_{NOR} + x_7 & = 27 \\ & & x_{RU} + x_8 & = 35 \\ & & x_{LNG1} + x_9 & = 15 \\ & & x_{LNG2} + x_{10} & = 12 \\ & & -x_{NL} - x_{NOR} - x_{RU} - x_{LNG1} - x_{LNG2} + x_{11} & = -76 \\ & & -x_{NL} - x_{NOR} + x_{12} & = -38 \\ & & x_i & \geq 0 \end{array}$$

	x_{NL}	x_{NOR}	x_{RU}	x_{LNG1}	x_{LNG2}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	b_i
x_6	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	28
x_7	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	27
x_8	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	35
x_9	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	15
x_{10}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	12
x_{11}	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	1	0	-76
x_{12}	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-38
$-z$	70	70	72	133	138	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Iteration: Dualer Simplex

	x_{NL}	x_{NOR}	x_{RU}	x_{LNG1}	x_{LNG2}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	b_i
x_6	0	-1	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	1	0	-48
x_7	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	27
x_8	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	35
x_9	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	15
x_{10}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	12
x_{NL}	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	-1	0	76
x_{12}	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	-1	1	38
$-z$	0	0	2	63	68	0	0	0	0	0	70	0	-5320

2. Iteration: Dualer Simplex

	x_{NL}	x_{NOR}	x_{RU}	x_{LNG1}	x_{LNG2}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	b_i
x_{NO}	0	1	1	1	1	-1	0	0	0	0	-1	0	48
x_7	0	0	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	1	0	-21
x_8	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	35
x_9	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	15
x_{10}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	12
x_{NL}	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	28
x_{12}	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	-1	1	38
$-Z$	0	0	2	63	68	0	0	0	0	0	70	0	-5320

3. Iteration: Dualer Simplex

	x_{NL}	x_{NOR}	x_{RU}	x_{LNG1}	x_{LNG2}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	b_i
x_{NO}	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	27
x_{RU}	0	0	1	1	1	-1	-1	0	0	0	-1	0	21
x_8	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	35
x_9	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	15
x_{10}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	12
x_{NL}	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	28
x_{12}	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	17
$-z$	0	0	0	61	66	2	2	0	0	0	72	0	-5362

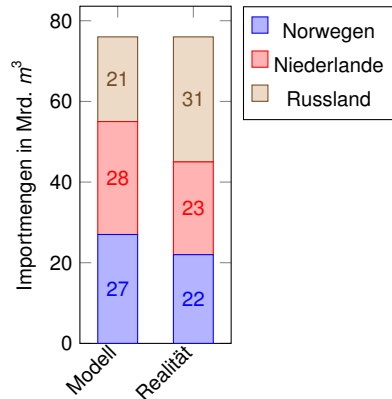
Optimaltableau

Als Lösung für das gegebene Kostenminimierungsproblem ergeben sich unter der Berücksichtigung von russischem Gas folgende Werte:

- ▶ Importmenge aus **Norwegen: 27 Milliarden m^3**
- ▶ Importmenge aus den **Niederlanden: 28 Milliarden m^3**
- ▶ Importmenge aus **Russland: 21 Milliarden m^3**
- ▶ **Gesamtkosten: 5362 Millionen Euro**

Vergleich Realität und Modell:

- ▶ Importmenge aus Norwegen um 5 Mrd. m^3 niedriger als bei reiner Kostenoptimierung
- ▶ Importmenge aus den Niederlanden um 5 Mrd. m^3 niedriger
- ▶ Importmenge von Russland um 10 Mrd. m^3 höher



Begründung:

- ▶ Starke Vereinfachungen durch das Modell
- ▶ Keine lineare Preisstruktur in Realität (deutliche Preissteigerungen nahe der Kapazitätsgrenzen)
- ▶ Struktur des Gasmarkts wird nicht nur durch Kostenoptimierung hervorgerufen
- ▶ Faktoren wie politische oder wirtschaftliche Beziehungen auch von Bedeutung
- ▶ Genaue Daten für Produktionskosten, Transportkosten können nur approximiert werden
- ▶ ...

Zielfunktion:

$$\min z = 70x_{NL} + 70x_{NOR} + 72x_{RU} + 133x_{LNG1} + 138x_{LNG2}$$

Nebenbedingungen:

$$\begin{array}{ll} \text{s.t.} & x_{NL} \leq 28 \\ & x_{NOR} \leq 27 \\ & x_{RU} \leq 0 \\ & x_{LNG1} \leq 15 \\ & x_{LNG2} \leq 12 \\ & x_{NL} + x_{NOR} + x_{RU} + x_{LNG1} + x_{LNG2} \geq 76 \\ & x_{NL} + x_{NOR} \geq 0,5 \cdot 76 \\ & x_{NL}, x_{NOR}, x_{RU}, x_{LNG1}, x_{LNG2} \geq 0 \end{array}$$

Zielfunktion:

$$\max -z + 70x_{NL} + 70x_{NOR} + 72x_{RU} + 133x_{LNG1} + 138x_{LNG2} = 0$$

Nebenbedingungen:

$$\begin{array}{rcll} \text{s.t.} & & x_{NL} + x_6 & = 28 \\ & & x_{NOR} + x_7 & = 27 \\ & & x_{RU} + x_8 & = 0 \\ & & x_{LNG1} + x_9 & = 15 \\ & & x_{LNG2} + x_{10} & = 12 \\ & & -x_{NL} - x_{NOR} - x_{RU} - x_{LNG1} - x_{LNG2} + x_{11} & = -76 \\ & & -x_{NL} - x_{NOR} + x_{12} & = -38 \\ & & x_i & \geq 0 \end{array}$$

	x_{NL}	x_{NOR}	x_{RU}	x_{LNG1}	x_{LNG2}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	b_i
x_6	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	28
x_7	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	27
x_8	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
x_9	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	15
x_{10}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	12
x_{11}	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	1	0	-76
x_{12}	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-38
$-z$	70	70	72	133	138	0	0	0	0	0	0	0	0

1. Iteration: Dualer Simplex

	x_{NL}	x_{NOR}	x_{RU}	x_{LNG1}	x_{LNG2}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	b_i
x_6	0	-1	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	1	0	-48
x_7	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	27
x_8	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
x_9	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	15
x_{10}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	12
x_{NL}	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	-1	0	76
x_{12}	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	-1	1	38
$-z$	0	0	2	63	68	0	0	0	0	0	70	0	-5320

2. Iteration: Dualer Simplex

	x_{NL}	x_{NOR}	x_{RU}	x_{LNG1}	x_{LNG2}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	b_i
x_{NO}	0	1	1	1	1	-1	0	0	0	0	-1	0	48
x_7	0	0	-1	-1	-1	1	1	0	0	0	1	0	-21
x_8	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
x_9	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	15
x_{10}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	12
x_{NL}	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	28
x_{12}	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	-1	1	38
$-Z$	0	0	2	63	68	0	0	0	0	0	70	0	-5320

3. Iteration: Dualer Simplex

	x_{NL}	x_{NOR}	x_{RU}	x_{LNG1}	x_{LNG2}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	b_i
x_{NO}	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	27
x_{RU}	0	0	1	1	1	-1	-1	0	0	0	-1	0	21
x_8	0	0	0	-1	-1	1	1	1	0	0	1	0	-21
x_9	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	15
x_{10}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	12
x_{NL}	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	28
x_{12}	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	17
$-z$	0	0	0	61	66	2	2	0	0	0	72	0	-5362

4. Iteration: Dualer Simplex

	x_{NL}	x_{NOR}	x_{RU}	x_{LNG1}	x_{LNG2}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	b_i
x_{NO}	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	27
x_{RU}	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
x_{LNG1}	0	0	0	1	1	-1	-1	-1	0	0	-1	0	21
x_9	0	0	0	0	-1	1	1	1	1	0	1	0	-6
x_{10}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	12
x_{NL}	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	28
x_{12}	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	17
$-Z$	0	0	0	0	5	63	63	61	0	0	133	0	-6643

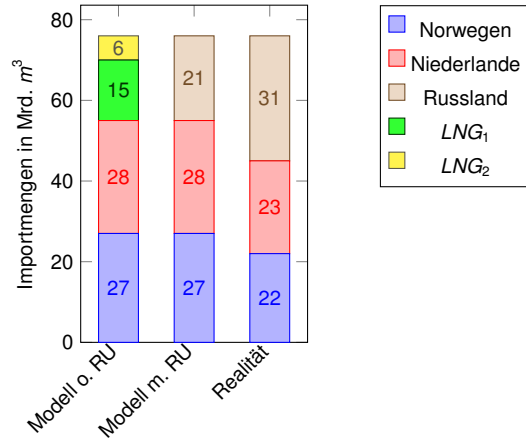
5. Iteration: Dualer Simplex

	x_{NL}	x_{NOR}	x_{RU}	x_{LNG1}	x_{LNG2}	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	b_i
x_{NO}	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	27
x_{RU}	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
x_{LNG1}	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	15
x_{LNG2}	0	0	0	0	1	-1	-1	-1	-1	0	-1	0	6
x_{10}	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	6
x_{NL}	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	28
x_{12}	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	17
$-Z$	0	0	0	0	0	68	68	66	5	0	138	0	-6673

Optimaltableau

Als Lösung für das gegebene Kostenminimierungsproblem ergeben sich unter der Berücksichtigung von LNG-Importen folgende Werte:

- ▶ Importmenge aus **Norwegen: 27 Milliarden m^3**
- ▶ Importmenge aus den **Niederlanden: 28 Milliarden m^3**
- ▶ Importmenge von LNG_1 : **15 Milliarden m^3**
- ▶ Importmenge von LNG_2 : **6 Milliarden m^3**
- ▶ **Gesamtkosten: 6673 Millionen Euro**



Beschränkte Aussagekraft:

- ▶ Starke Vereinfachungen durch das Modell
- ▶ Keine lineare Preisstruktur in Realität (deutliche Preissteigerungen nahe der Kapazitätsgrenzen)
- ▶ Struktur des Gasmarkts wird nicht nur durch Kostenoptimierung hervorgerufen, Optimierungsmodell ist fragwürdig für Marktabbildung
- ▶ Faktoren wie politische oder wirtschaftliche Beziehungen auch von Bedeutung
- ▶ Genaue Daten für Produktionskosten, Transportkosten können nur approximiert werden
- ▶ Deutschland wird isoliert betrachtet, ist aber letztlich Teil eines europäischen Markts

Vorsicht bei der Interpretation von Modellergebnissen!

简化模型的可靠性

受限的可靠性:

- ▶ 模型通过强烈的简化来实现
- ▶ 实际中不存在线性价格结构（在接近容量极限时有明显的价格上涨）
- ▶ 气体市场的结构不仅受成本优化的影响，优化模型对于市场建模来说是可疑的
- ▶ 政治或经济关系等因素也很重要
- ▶ 生产成本、运输成本的确切数据只能近似计算
- ▶ 德国被孤立地看待，但最终还是欧洲市场的一部分

解释模型结果时要小心!

Gas-Versorgungssicherheit ist ein aktuelles Forschungsthema

Aktuelle Veröffentlichungen:

- ▶ Holz et al. : „European Natural Gas Infrastructure: The Role of Gazprom in European Natural Gas Supplies“, DIW Berlin: Politikberatung kompakt 81 (2014)
- ▶ Hecking et al.: „An Embargo of Russian Gas and Security of Supply in Europe“, EWI-Studie (2014)

DIW BERLIN

81

Politikberatung
kompakt

Deutsches Institut für Wirtschaftsforschung

2014

European Natural Gas Infrastructure:
The Role of Gazprom in European
Natural Gas Supplies

Franka Holz, Hella Engers, Claudia Kemfert, Philipp M. Richter, Christian von Hirschhausen