9.
Typische lineare Systeme

9.1. Verzerrungsfreie Systeme

Verzerrungsfreie Systeme (VS) sind durch Systemantworten

$$y_{VS}(t) = \kappa \times u(t - t_0) \qquad (9.1)$$

definiert (κ ist eine Konstante).

无失真系统
无失真系统（VS）通过系统响应进行定义：
y_vs(t) = k * x_u(t - t_0)（9.1）
其中k是一个常数。
信号的形式保持不变，产生的是一个k倍的振幅变化和一个时间偏移t_0。

Die Form des Signals bleibt erhalten, es entsteht eine Amplitudenänderung um κ und eine Laufzeit t_0.

9.1. Verzerrungsfreie Systeme

Damit folgt

$$Y_{VS}(j\omega) = \kappa \cdot U(j\omega) \cdot e^{-j\omega t_0} \quad \text{und} \quad H_{VS}(j\omega) = \kappa \cdot e^{-j\omega t_0}$$

Amplitudengang und der Phasenlaufzeit

$$A_{VS}(\omega) = \kappa$$

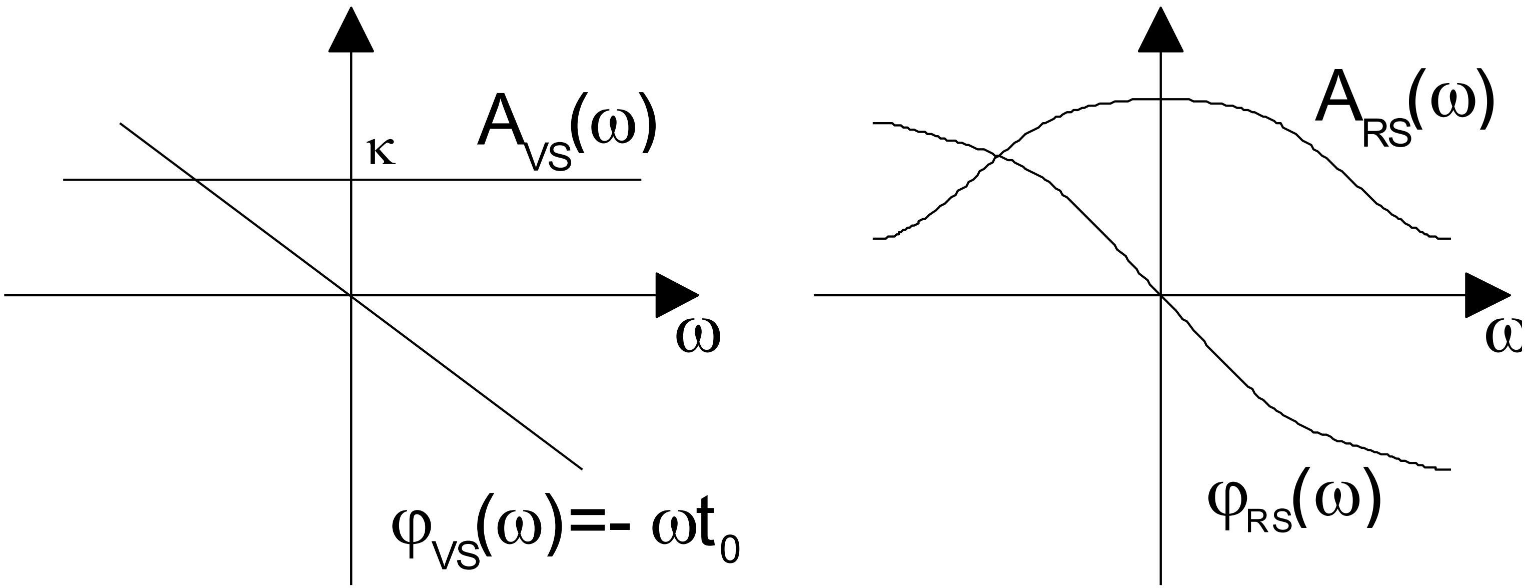
$$t_{VS} = -\frac{\varphi_{VS}(\omega)}{\omega} = t_0$$

Ein verzerrungsfreies System hat also einen konstanten Amplitudengang κ und eine konstante Phasenlaufzeit t_0

9.1. Verzerrungsfreie Systeme

Bei einem *realen System* (RS) sind beide Größen dagegen frequenzabhängig

$$H_{RS}(j\omega) = A_{RS}(\omega) \cdot e^{-j\omega t_{RS}(\omega)}$$



9.2. Linearphasige Systeme

Es gibt Aufgabenstellungen, bei denen ein bestimmter Amplitudengang des Übertragungssystems vorliegen soll, wobei aber gleichzeitig die Forderung nach einem *linearen Phasengang* bestehen bleibt.

有些任务要求传输系统具有特定的幅频响应，同时要求具有线性相位响应。
可以证明，在线性相位条件下，对于对称输入信号的响应会产生一个对称的输出信号，而不管幅频响应A(ω)如何选择。

Man kann zeigen, dass bei linearer Phase die Antwort auf ein symmetrisches Eingangssignal wieder ein symmetrisches Ausgangssignal ist, unabhängig davon, wie der Amplitudengang $A(\omega)$ gewählt wurde.

9.2. Linearphasige Systeme

Ein <u>linearphasiges Übertragungssystem</u> $H(j\omega) = A(\omega)\, e^{-j\omega t_0}$
hat eine Impulsantwort

$$h(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) e^{-j\omega t_0} e^{j\omega t}\, d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} A(\omega)\cos\big(\omega(t-t_0)\big)\, d\omega$$

so dass sich ergibt:

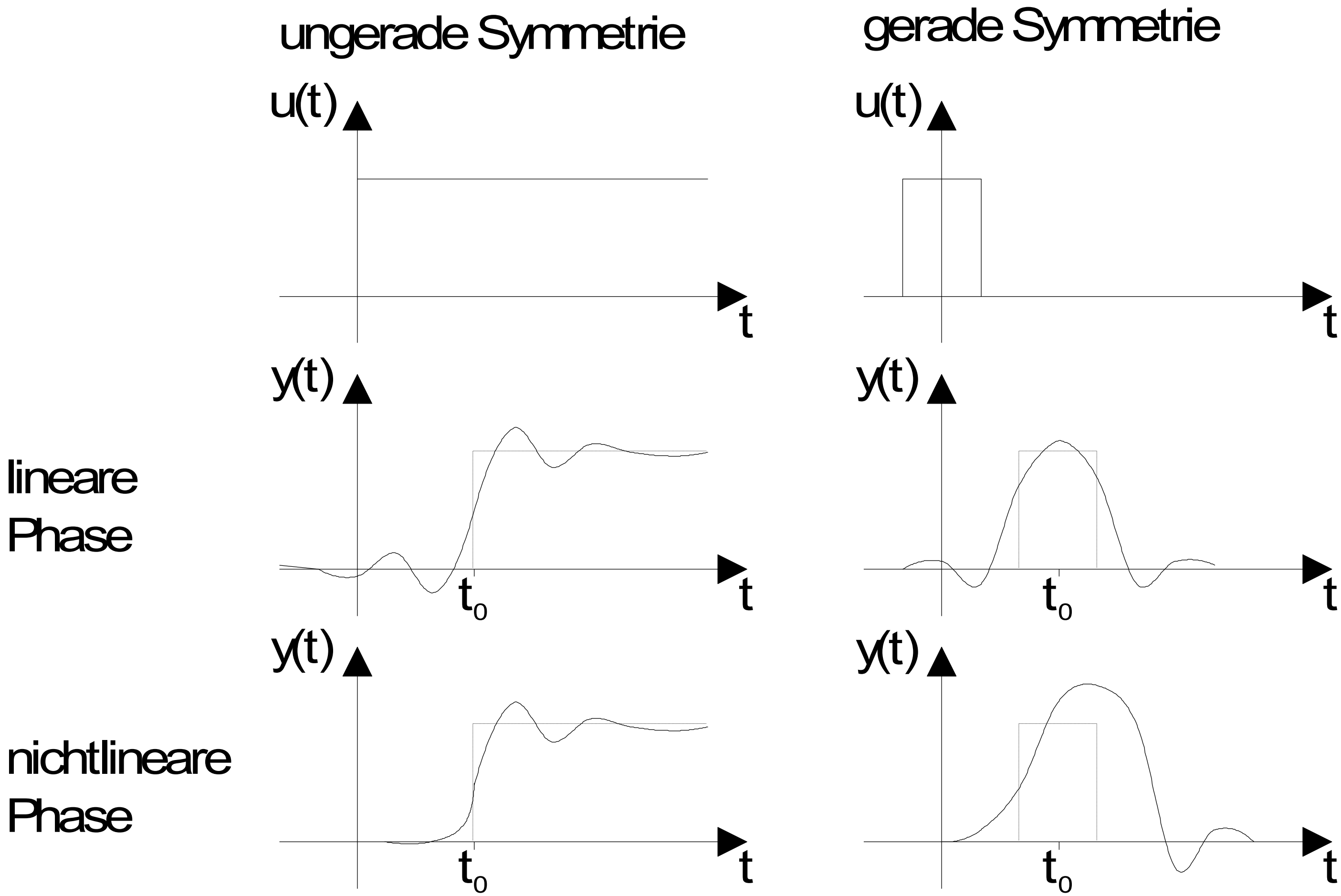
$$\mathrm{Re}\left\{e^{-j\omega t_0} e^{j\omega t}\right\} = \cos\big(\omega(t-t_0)\big)$$

$$h(t_0 + t) = h(t_0 - t)\,,$$

also eine Symmetrie um t_0

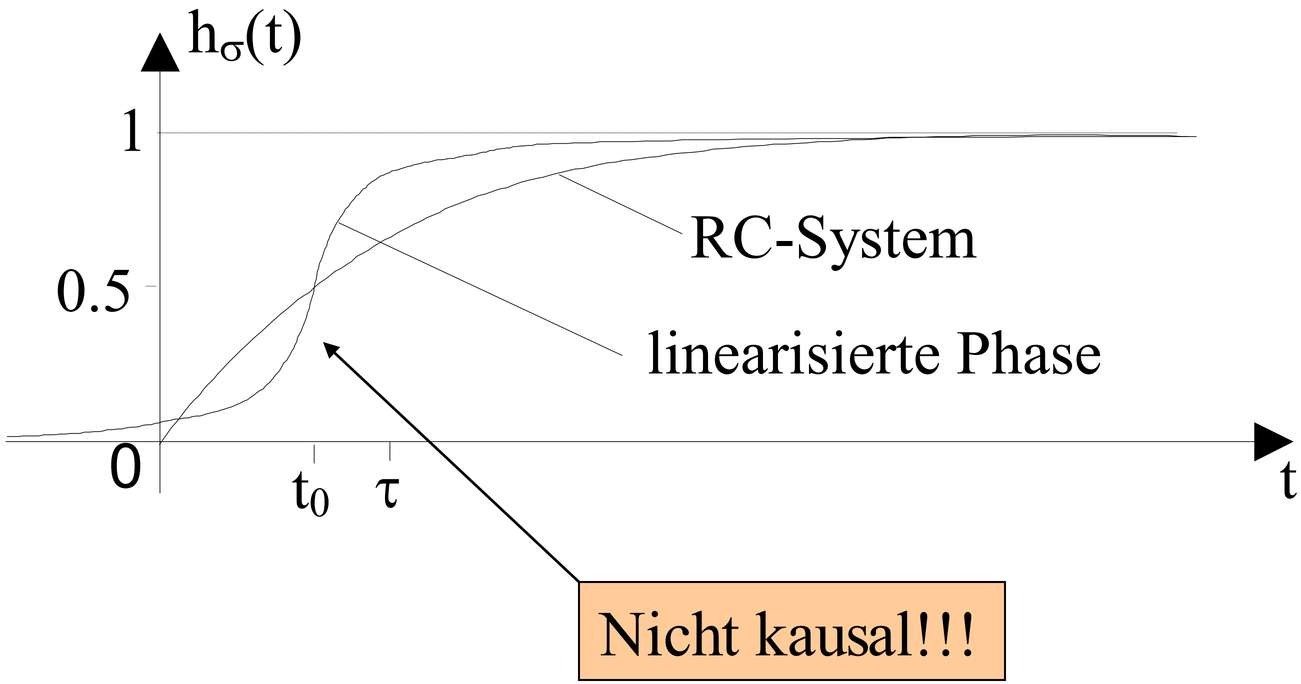
9.2. Linearphasige Systeme

Die Faltung von zwei symmetrischen Funktionen (u(t) und h(t)) ergibt wieder einen symmetrischen Verlauf



Beispiel: Unbelasteter RC-Tiefpaß

Ein RC-System kann näherungsweise als verzerrungsfreies System angesehen werden, wenn es ausschließlich für Frequenzen $\omega << 1/\tau$ benutzt wird, wie eine Reihenentwicklung von Amplituden- und Phasengang sofort zeigt.



9.3. Kausale Systeme

Die Impulsantwort eines kausalen Systems gehorcht der Bedingung $h(t) = 0$ für $t < 0$. Solche rechtsseitigen Funktionen heißen auch *kausale Funktionen*.

Re{} und Im{} bei kausalen Impulsantworten können nicht unabhängig voneinander gewählt werden, sie sind wechselseitig Hilbert-Transformierte zueinander.

因果系统
因果系统的冲激响应遵循条件 h(t) = 0 对于 t < 0。这样的右侧函数也称为因果函数。
在因果冲激响应中，实部（Re）和虚部（Im）不能独立选择，它们彼此是互为 Hilbert 变换。

9.3. Kausale Systeme

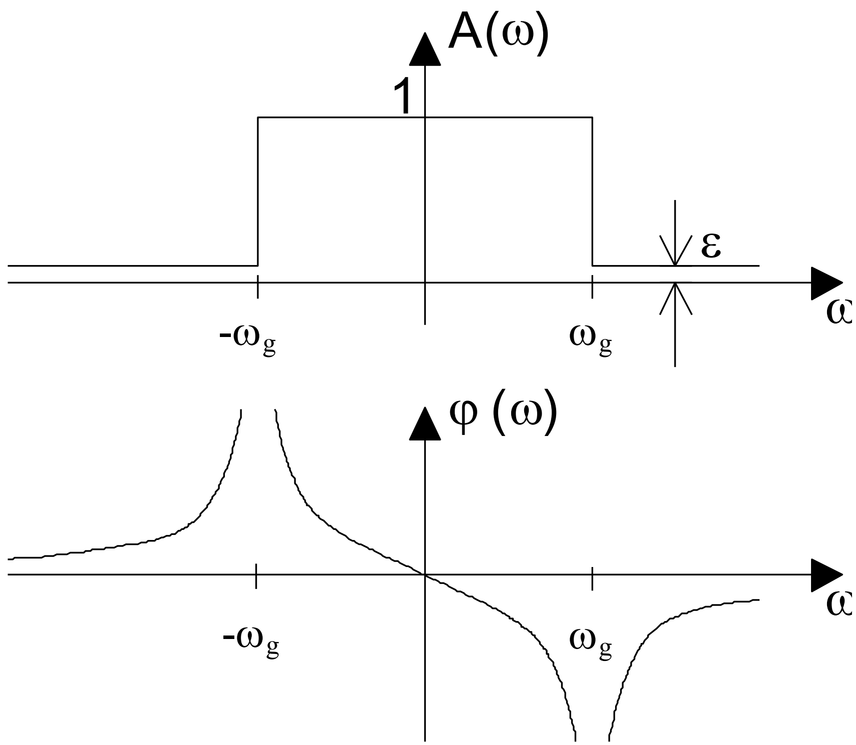
Ein vorgegebener Amplitudengang $A(\omega)$ kann der Amplitudengang eines *kausalen* Systems sein, wenn die Bedingung

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left|\ln A(\omega)\right|}{1+(\omega/\omega_B)^2}\, d\omega < \infty$$

erfüllt ist, wobei ω_B eine beliebige Bezugsfrequenz ist.

Paley-Wiener-Beziehung

Beispiel: Vorgegebener Tiefpaß-Amplitudengang



A(ω) ist physikalisch realisierbar gemäß Paley-Wiener-Beziehung, solange $\varepsilon > 0$ ist.

9.4. Minimalphasen-Systeme

Zu jedem stabilen und kausalen Filter mit Amplitudengang A(ω) gibt es, wie man zeigen kann, einen

minimalen Phasengang

最小相位系统
对于任何稳定和因果的滤波器，其幅频响应为 A(ω)，可以证明存在一个最小相位响应。

$$\varphi_{\min}(\omega) = \left[\ln A(\omega)\right] * \frac{1}{\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln A(\alpha)}{\omega - \alpha}\, d\alpha$$

Ein solches System $\{A(\omega), \varphi_{\min}(\omega)\}$ wird als *minimalphasig* oder *allpaßfrei* bezeichnet

9.4. Minimalphasen-Systeme

Ein beliebiges System

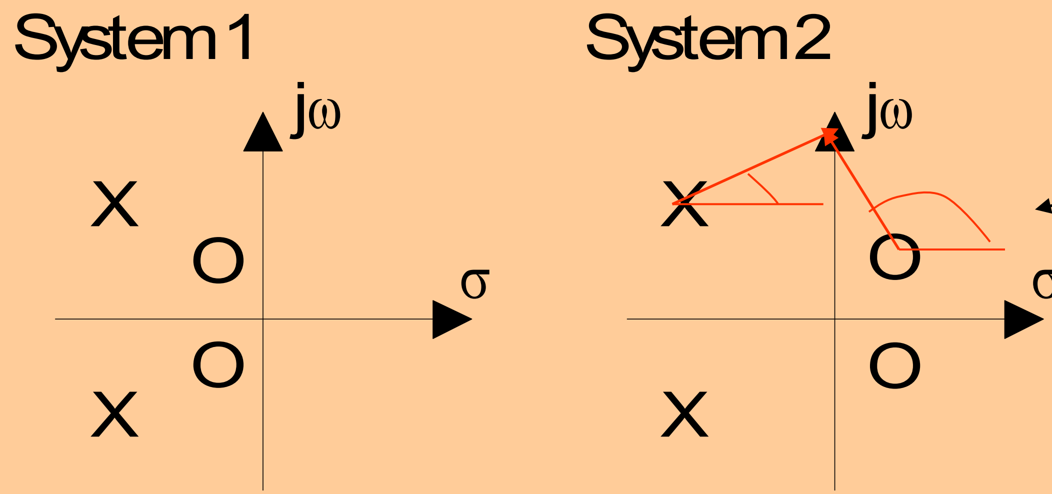
$\{A(\omega), \varphi(\omega)\}$

mit Phasengang $\varphi(\omega) \geq \varphi_{min}(\omega)$

kann dann als *Reihenschaltung* von Minimalphasen- und Allpaßsystem beschrieben werden:

$$\varphi(\omega) = \varphi_{min}(\omega) + \varphi_{AP}(\omega)$$

Minimalphasiges und allpaßhaltiges System



größere Phase, Längere Lauf-zeiten

gleicher Amplitudengang

$$\varphi_h(\omega) = \sum_{r=1}^{R} \varphi_{0r}(\omega) - \sum_{q=1}^{Q} \varphi_{xq}(\omega)$$

Pole und Nullstellen liegen bei Systemen minimaler Phase in der linken Halbebene

Minimalphasiges und allpaßhaltiges System

最小相位和全通系统
解释：
在系统1中，由于极点和零点产生的角度随着频率增加而部分抵消。
在系统2中，极点产生的角度部分增加，而零点产生的角度部分减少。
因此，系统1具有较小的最终相位 min(∞)。

Erläuterung:

Beim System 1 kompensieren sich die Winkel, die von Polen und Nullstellen herrühren, teilweise, da sie beide mit zunehmender Frequenz größer werden

Im System 2 vergrößern sich die von den Polen herrührenden Winkelanteile, die von den Nullstellen herrührenden Winkelanteile aber verringern sich.

Das System 1 hat daher eine kleinere resultierende Phase $\varphi_{min}(\omega)$.

9.5. Allpass-Systeme

Allpaß-Systeme lassen alle Frequenzanteile *ohne Amplitudenänderung*, jedoch mit unterschiedlicher Laufzeit durch:

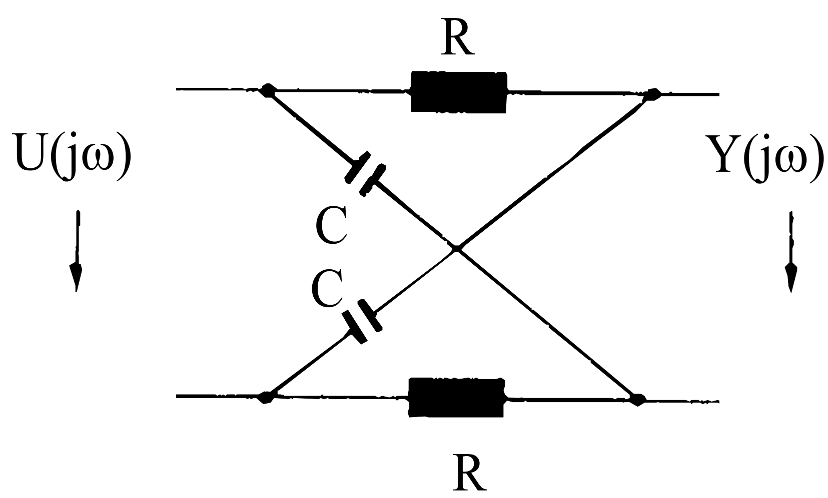
$$A_{AP}(\omega) = \text{const.} \quad \text{und} \quad \varphi_{AP}(\omega) \neq -\omega t_0$$

全通系统允许所有频率成分通过，而不改变振幅，但具有不同的传播延迟：
它们在相位校正中起着重要作用，主要用于确保线性化相位。在这种情况下，全通系统延迟了那些否则会提前贡献到信号建立的信号部分。

Sie spielen eine große Rolle bei der Korrektur von Phasengängen, vorzugsweise, um eine linearisierte Phase sicherzustellen. Dabei verzögert der Allpass diejenigen Signalanteile, die sonst zu früh zum Aufbau eines Signals beitragen würden.

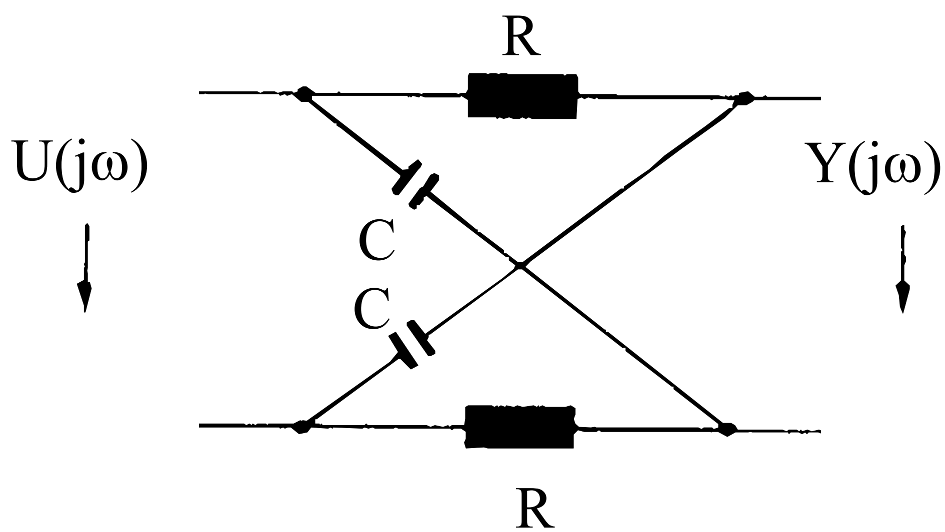
9.5. Allpass-Systeme

Bei Allpässen müssen Signalanteile auf mindestens <u>zwei Wegen</u> vom Eingang zum Ausgang gelangen, d.h. es müssen <u>Kreuzglieder</u> im Netzwerk vorhanden sein.



Allpässe können am einfachsten anhand von Pol-Nullstellen-Diagrammen erläutert werden

Beispiel: All-Pass 1. Ordnung



$$H_{AP}(j\omega) = \frac{1 - j\omega\tau}{1 + j\omega\tau} \qquad \text{bzw.} \qquad H_{AP}(s) = \frac{1 - s\tau}{1 + s\tau}$$

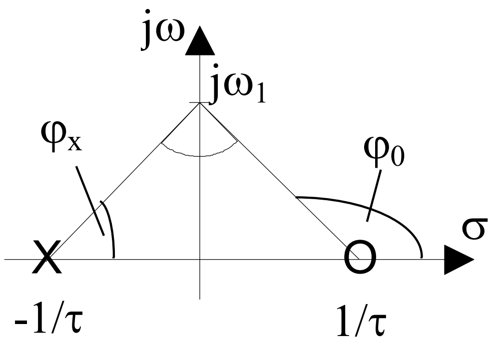
Pol-bzw. Nullstelle sind reell und liegen bei -1/τ bzw. 1/τ

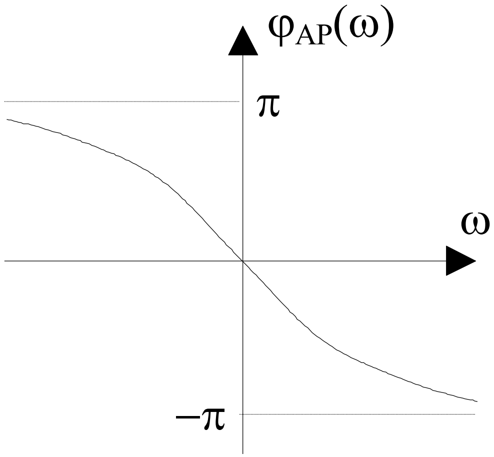
Beispiel: All-Pass 1. Ordnung

$A_{AP}(\omega) = 1$;

$\varphi_{AP}(\omega) = \arg\{H_{AP}(j\omega)\} = -2\arctan \omega\tau = \varphi_0 - \varphi_x - \pi = -2\varphi_x$

Der Phasenwinkel ist wiederum bis auf Vielfache von 2π bestimmt.



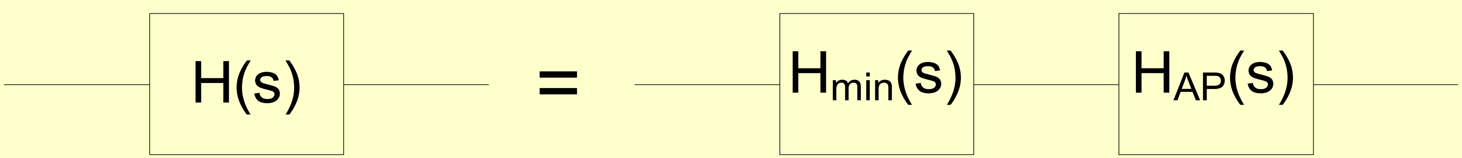


Abspaltung von Allpassanteilen

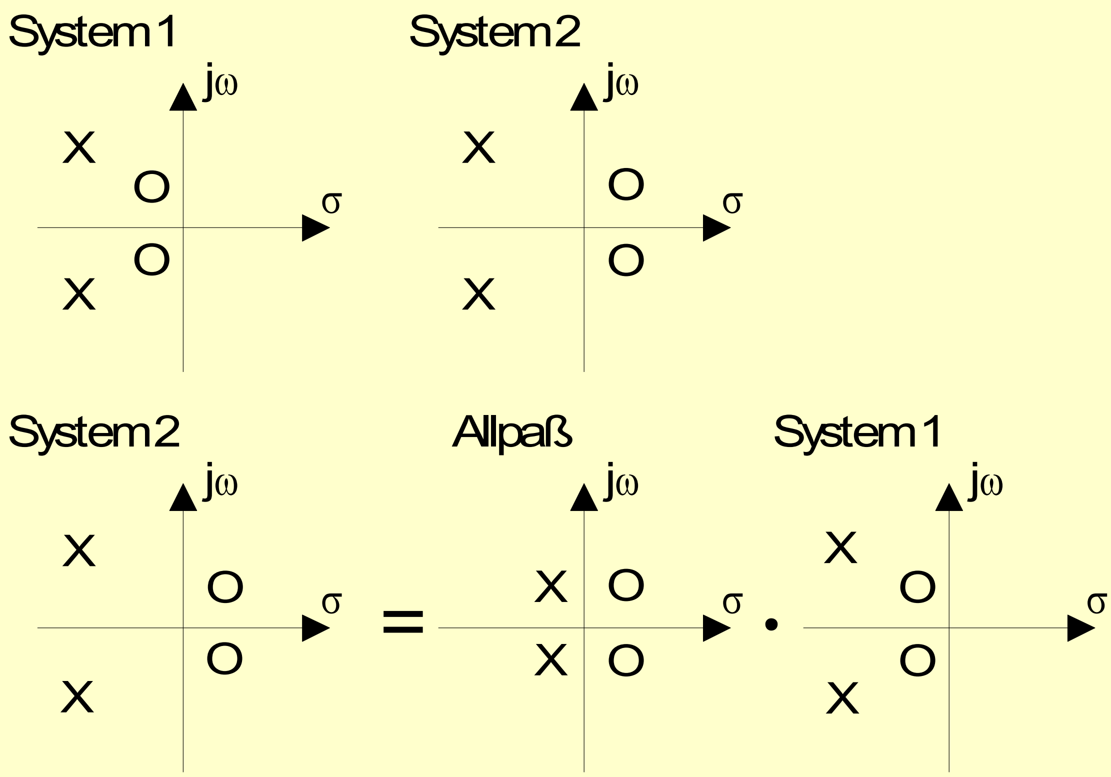
Allpass分量的分离
具有Allpass分量的系统H(s)可以分解为一个最小相位系统H_min(s)和一个全通系统H_AP(s)。

Systeme H(s) *mit* Allpaßanteil können in ein Minimalphasensystem $H_{min}(s)$ und ein Allpaßsystem $H_{AP}(s)$ zerlegt werden:

$$H(s) = H_{min}(s) \times H_{AP}(s)$$



Abspaltung von Allpassanteilen



Inverse Filterung

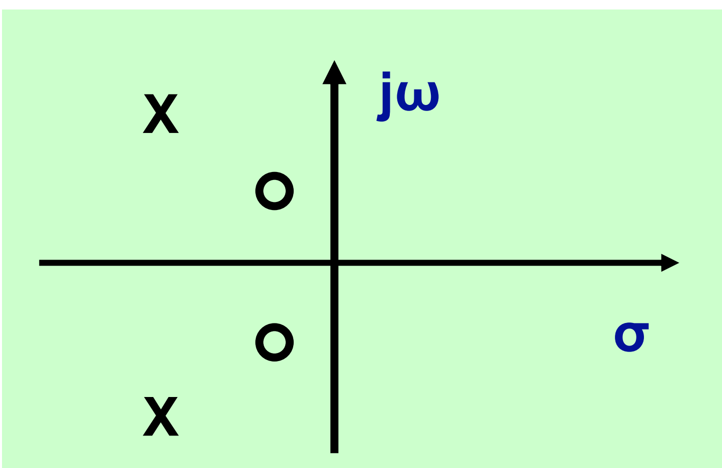
Kanalverzerrung

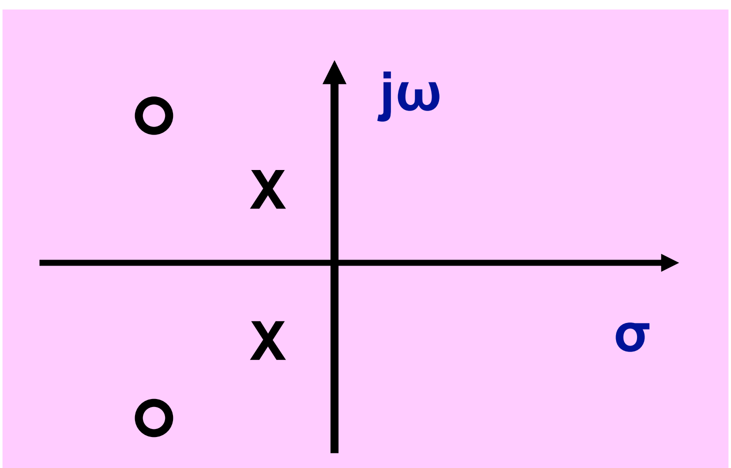
H(s)

Entzerrung am Empfänger

F(s)

H(s) x F(s) = 1

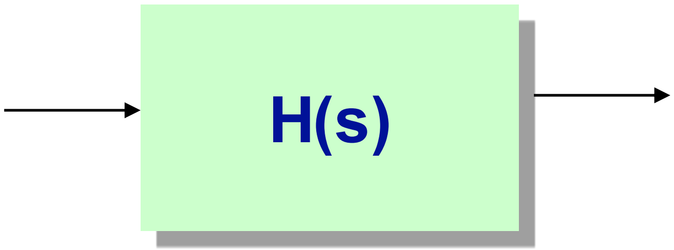




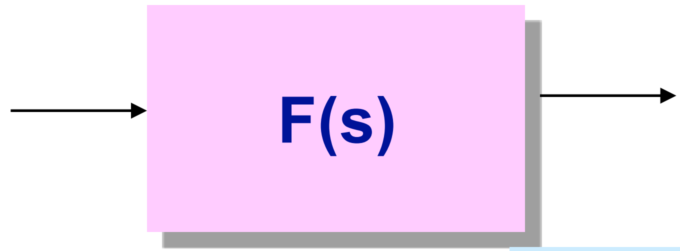
Minimalphasiges System kann invertiert werden !!!

Inverse Filterung

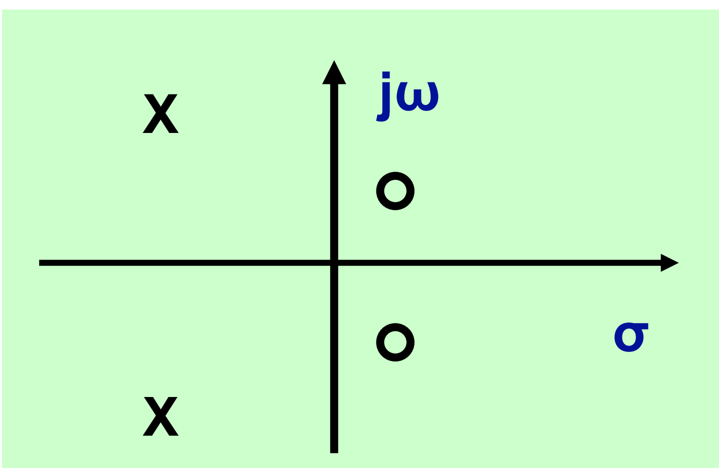
Kanalverzerrung

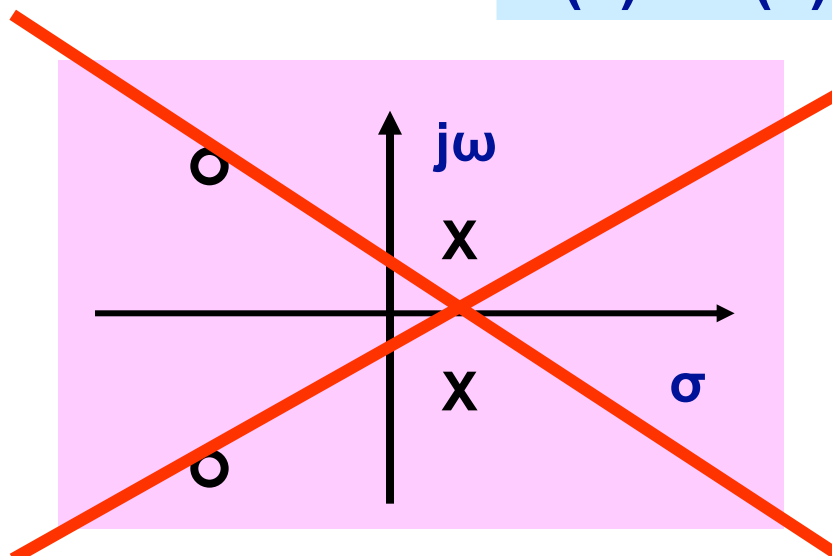


Entzerrung am Empfänger



H(s) x F(s) = 1

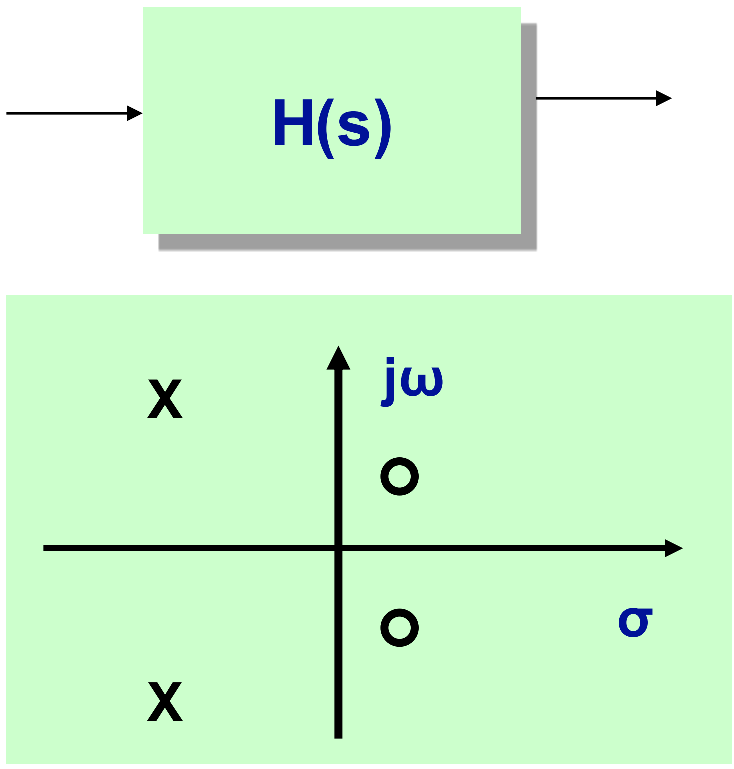




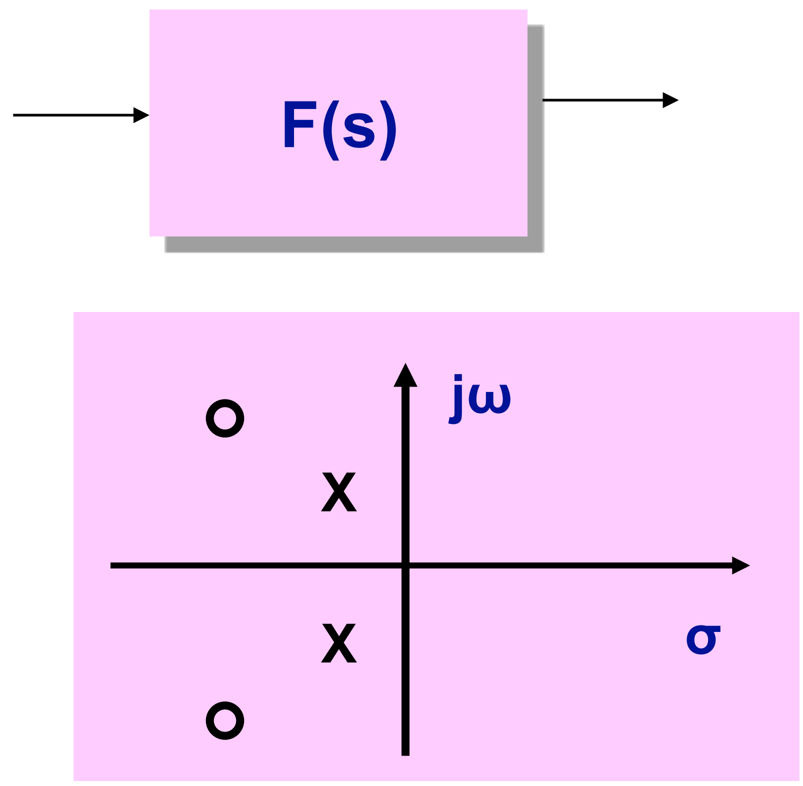
Instabil für nicht-minimalphasige Systeme

Inverse Filterung

Kanalverzerrung



Entzerrung am Empfänger



Das Ergebnis ist ein Allpaß-Gesamtsystem !!!