

# Signale und Systeme

- Prof. Dr.-Ing. Thomas Sikora -

Name: .....

☐ Bachelor

☐ ET

☐ Master

☐ TI

Vorname: .....

☐ Diplom

☐ KW

☐ Magister

☐ .....

Matr.Nr: .....

☐ Erasmus

- ☐ Ich bin mit der Veröffentlichung des Klausurergebnisses im Web unter meiner verkürzten Matrikelnummer einverstanden.

A1	A2	A3	Summe

## Hinweise:

1. Füllen Sie vor Bearbeitung der Klausur das Deckblatt **vollständig** und **sorgfältig** aus.
2. Schreiben Sie die Lösungen jeweils direkt auf den freien Platz unterhalb der Aufgabenstellung.
3. Die **Rückseiten** können bei Bedarf zusätzlich beschrieben werden. Sollte der Platz auf der Rückseite nicht ausreichen, ist dennoch **kein eigenes Papier zu verwenden**. Die Klausuraufsicht teilt auf Anfrage **zusätzliche leere Blätter** aus.
4. Ein **nichtprogrammierbarer** Taschenrechner und ein **einseitig handbeschriebenes DIN-A4-Blatt** sind als Hilfsmittel erlaubt.
5. Bearbeitungszeit: **90 min**.
6. **Keinen Bleistift** und auch **keinen Rotstift** verwenden!
7. Bei Multiple-Choice-Fragen gibt es je richtiger Antwort einen halben Punkt, je falscher Antwort wird ein halber Punkt abgezogen. Im schlechtesten Fall wird die Aufgabe mit null Punkten bewertet.
8. Grundsätzlich müssen bei allen Skizzen die **Achsen vollständig beschriftet** werden.

Ich habe die Hinweise gelesen und verstanden: ..... (Unterschrift)

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet Signale und Systeme am 02.03.2022	Blatt: 1
--	---	----------

---

## Erklärung zur Prüfungsfähigkeit

Ich erkläre, dass ich mich prüfungsfähig fühle. (§7 (10) Satz 5+6 AllgPO vom 13. Juni 2012)

.....

(Datum und Unterschrift der Studentin/ des Studenten)

<b>Technische Universität Berlin</b> Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet <b>Signale und Systeme</b> am 02.03.2022	Blatt: 2
---	--	----------

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zeitkontinuierliche Signale</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Zeitkontinuierliche Systeme</b>	<b>12</b>
<b>3</b>	<b>Zeitdiskrete Signale und Systeme</b>	<b>17</b>

## Erklärung zur Prüfungsfähigkeit

Ich erkläre, dass ich mich prüfungsfähig fühle. (§7 (10) Satz 5+6 AllgPO vom 13. Juni 2012)

.....

(Datum und Unterschrift der Studentin/ des Studenten)

<b>Technische Universität Berlin</b> Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet <b>Signale und Systeme</b> am 02.03.2022	Blatt: 4
---	--	----------

# Inhaltsverzeichnis

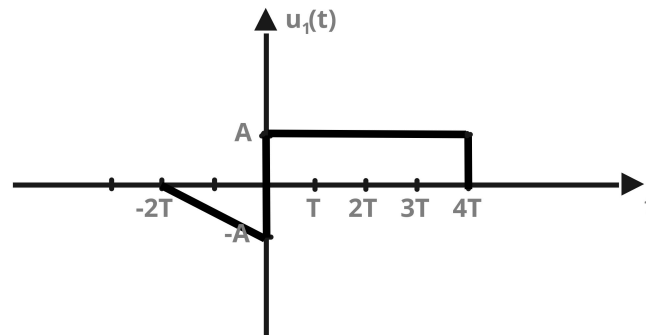
<b>Technische Universität Berlin</b> Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet <b>Signale und Systeme</b> am 02.03.2022	Blatt: 5
---	--	----------

## 1 Zeitkontinuierliche Signale

12,5 Punkte

1.1 Gegeben sei das folgende, zeitkontinuierliche Signal  $u_1(t)$ :

4 P



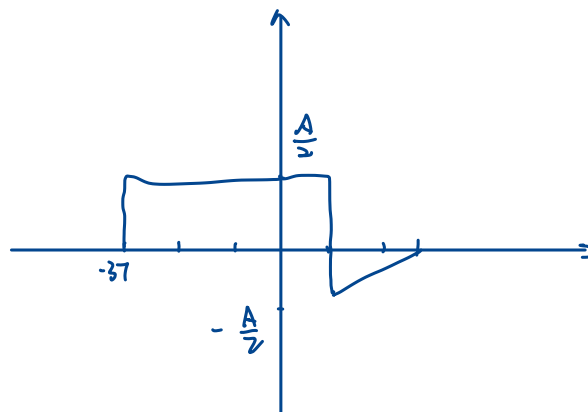
- a) Geben Sie eine geschlossene mathematische Beschreibung von  $u_1(t)$  unter Zuhilfenahme von Elementarsignalen an.

1 P

$$u_1(t) = \left(-\frac{A}{2T}t - A\right) \cdot \Pi_{2T}(t+T) + \Pi_{4T}(t-2T)$$

- b) Skizzieren Sie das Signal  $u_2(t) = \frac{1}{2}u_1(-t+T)$ .

1 P



<b>Technische Universität Berlin</b> Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet <b>Signale und Systeme</b> am 02.03.2022	Blatt: 6
---	--	----------

c) Wie groß ist die Energie des Signals  $u_1(t)$ ?

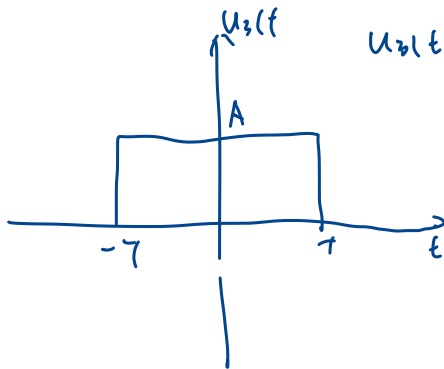
1 P

$$\begin{aligned}
W_{u1} &= \int_{-2T}^0 \left(-\frac{A}{2T}t - A\right)^2 dt + \int_0^{4T} A^2 dt \\
&= \int_{-2T}^0 \left(\frac{A^2}{4T^2}t^2 + A^2 + \frac{A^2}{T}t\right) dt + A^2 \cdot 4T \\
&= \frac{A^2}{12T^3}t^3 + A^2t + \frac{A^2}{2T}t^2 \Big|_{-2T}^0 + 4A^2T \\
&= \frac{A^2}{3T^3} \cdot (0 + 8T^3) + A^2 \cdot 2T - \frac{A^2}{2T} \cdot 4T^2 + 4A^2T \\
&= \frac{14}{3}A^2T
\end{aligned}$$

<p>Technische Universität Berlin</p> <p>Fachgebiet Nachrichtenübertragung</p> <p>Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Klausur im Lehrgebiet</p> <p>Signale und Systeme</p> <p>am 02.03.2022</p>	<p>Blatt: 7</p>
---	--	-----------------

d) Gegeben sei  $u_3(t) = A \Pi_{2T}(t)$  bestimmen Sie  $u_3(t) * \delta(t - 2T)$

1 P



$$u_3(t) * \delta(t - 2T) = u_3(t - 2T)$$

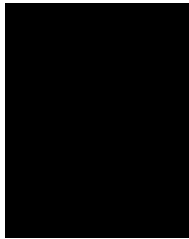
$$= A \Pi_{2T}(t - 2T)$$

<b>Technische Universität Berlin</b> Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet <b>Signale und Systeme</b> am 02.03.2022	Blatt: 8
---	--	----------



1.2 Gegeben sei das Signal  $u(t)$ :

6,5 P



- a) Berechnen Sie für das gegebene Signal  $u(t)$  die Autokorrelationsfunktion  $r_{uu}(\tau)$ . Fassen Sie das Ergebnis soweit wie möglich zusammen. 4 P

$$u(t) = \left(-\frac{A}{T}t + A\right) \cdot \Pi_T\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

links  $t + \tau = 0 \Rightarrow t = -\tau$

rechts  $t + \tau = T \Rightarrow t = -\tau + T$

①  $-\tau + T < 0 \Rightarrow \tau > T$

$$-\frac{A}{T}(t - T)$$

$$r_{uu} = 0$$

②  $-\tau + T \geq 0 \wedge -\tau + T < T \Rightarrow 0 < \tau \leq T$



$$\begin{aligned} r_{uu}(\tau) &= \int_0^{T-\tau} \left(-\frac{A}{T}(t-T)\right) \left(-\frac{A}{T}(t+\tau-T)\right) dt \\ &= \int_0^{T-\tau} \frac{A^2}{T^2} (t^2 + (\tau-2T)t - T\tau + T^2) dt \\ &= \frac{A^2}{T^2} \cdot \left( \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}(\tau-2T)t^2 - T\tau t + T^2 t \right) \Big|_0^{T-\tau} \\ &= \frac{A^2}{T^2} \left( \frac{1}{3}(T-\tau)^3 + \frac{1}{2}(\tau-2T)(T-\tau)^2 - T\tau(T-\tau) + T^2(T-\tau) \right) \\ &= \frac{A^2}{T^2} \left( (T^2 + \tau^2 - 2T\tau) \left( \frac{1}{3}T - \frac{\tau}{3} + \frac{1}{6}\tau - \frac{\tau^2}{3T} \right) - 2T^2\tau + T\tau^2 + T^3 \right) \\ &= \frac{A^2}{T^2} \left( \frac{1}{6}T^2\tau - \frac{2}{3}T^3 + \frac{1}{6}\tau^3 - \frac{2}{3}T\tau^2 - \frac{\tau}{3}T\tau^2 + \frac{\tau^2}{3}T - 2T^2\tau + T\tau^2 + T^3 \right) \\ &= \frac{A^2}{T^2} \left( -\frac{1}{2}T^2\tau + \frac{1}{6}\tau^3 + \frac{1}{3}T^3 \right) \end{aligned}$$

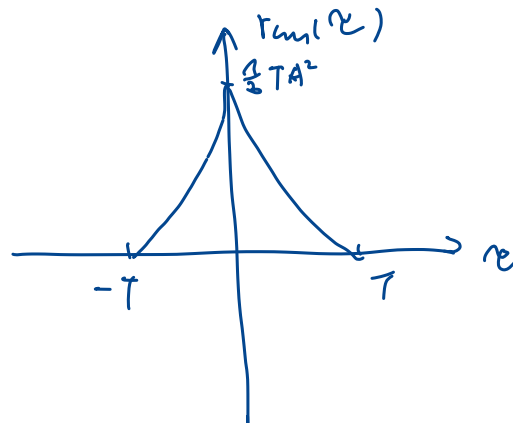
③  $-\tau \leq \tau \leq 0$

$$r_{uu}(\tau) = r_{uu}(-\tau) = \frac{A^2}{T^2} \left( \frac{1}{2}T^2\tau - \frac{1}{6}\tau^3 + \frac{1}{3}T^3 \right)$$

Technische Universität Berlin	Klausur im Lehrgebiet	
Fachgebiet Nachrichtenübertragung	Signale und Systeme	Blatt: 9
Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	am 02.03.2022	

- b) Skizzieren Sie  $r_{uu}(\tau)$  im Bereich  $-T \leq \tau \leq T$ .

1,5 P



- c) Wann wird  $r_{uu}(\tau)$  maximal? Begründen Sie Ihre Antwort.

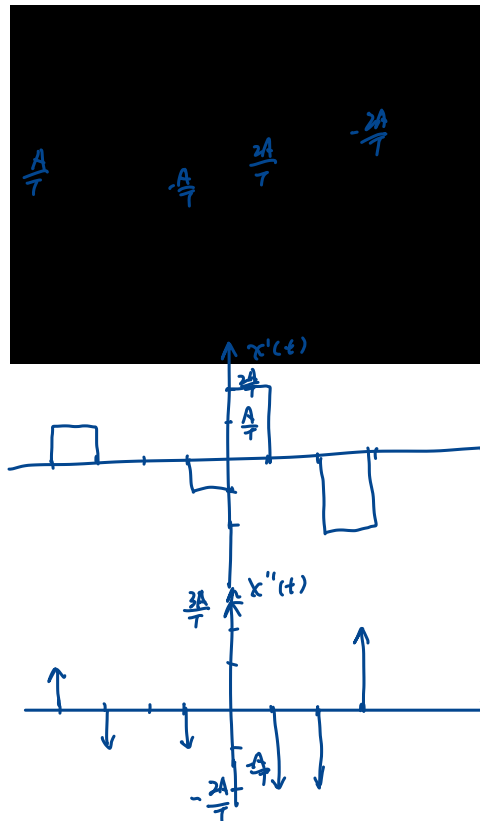
1 P

bei  $\tau=0$

da in diesem Fall alle Überlagerung/ größte Ähnlichkeit vorliegt

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet Signale und Systeme am 02.03.2022	Blatt: 10
--	---	-----------

- 1.3 Berechnen Sie die Fouriertransformierte des folgenden Signals  $x(t)$ . Fassen Sie das Ergebnis so weit wie möglich zusammen. 2 P



$$x''(t) = \frac{A}{T} \delta(t+4T) - \frac{A}{T} \delta(t+3T) - \frac{A}{T} \delta(t+T) + \frac{3A}{T} \delta(t) - \frac{2A}{T} \delta(t-T) - \frac{2A}{T} \delta(t-2T) + \frac{2A}{T} \delta(t-3T)$$

$$(j\omega)^2 X(j\omega) = \frac{A}{T} e^{j\omega 4T} - \frac{A}{T} e^{j\omega 3T} - \frac{A}{T} e^{j\omega T} + \frac{3A}{T} - \frac{2A}{T} e^{-j\omega T} - \frac{2A}{T} e^{-j\omega 2T} + \frac{2A}{T} e^{-j\omega 3T}$$

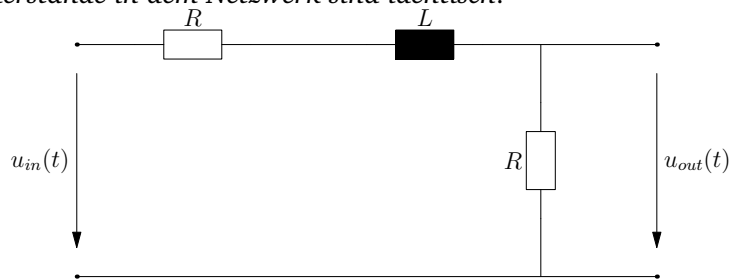
## 2 Zeitkontinuierliche Systeme

7,5 Punkte

2.1 Gegeben sei das folgende Netzwerk und die Übertragungsfunktion  $H(s)$ .

2 P

Hinweis: Beide Widerstände in dem Netzwerk sind identisch!



$$H(s) = \frac{U_{OUT}(s)}{U_{IN}(s)} = \frac{R}{2R + sL} = \frac{\frac{R}{L}}{s + \frac{2R}{L}}$$

a) Geben Sie die Impulsantwort des Systems  $h(t)$  im Zeitbereich an.

1 P

$$h(t) = \frac{R}{L} e^{-\frac{2R}{L}t}$$

$\forall t \geq 0$

<p>Technische Universität Berlin</p> <p>Fachgebiet Nachrichtenübertragung</p> <p>Prof. Dr.-Ing. T. Sikora</p>	<p>Klausur im Lehrgebiet</p> <p>Signale und Systeme</p> <p>am 02.03.2022</p>	<p>Blatt: 12</p>
---	--	------------------

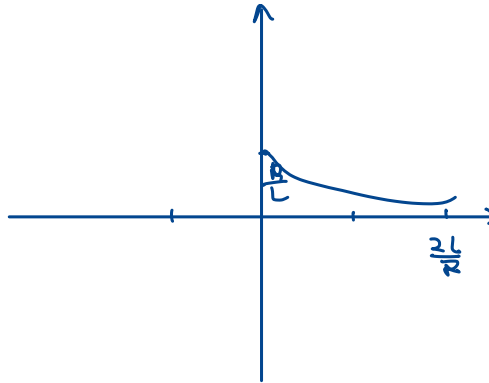
b) Skizzieren Sie die Impulsantwort des Systems im Bereich  $-\frac{L}{R} \leq t \leq \frac{2L}{R}$ .

1 P

Geben Sie die Impulsantwort des Systems  $h(t)$  i

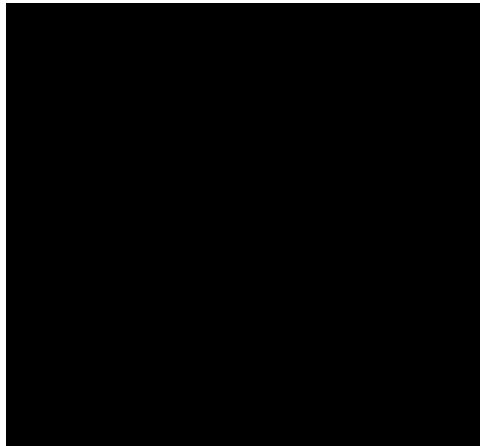
$$h(t) = \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L} t}$$

$\forall t \geq 0$

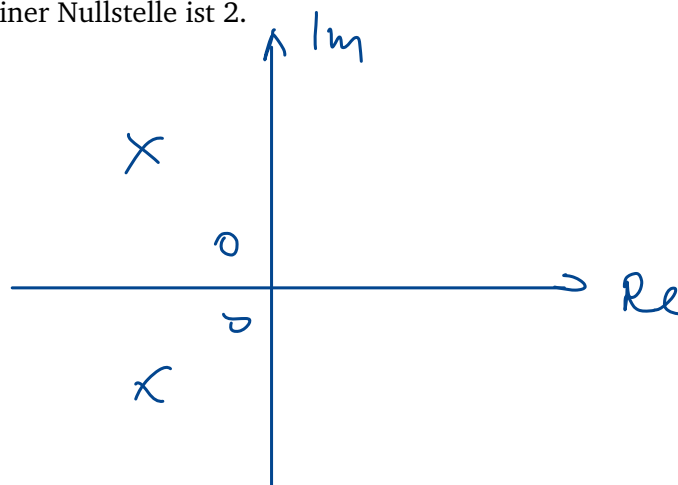


- 2.2 Das PN-Diagramm eines inversen Filters, welches Verzerrungen eines Übertragungskanals am Empfänger vollständig kompensiert, ist gegeben. Das Filter wird als zeitkontinuierliches System angenommen. 4 P

Skizziere das PN-Diagramm des verzerrungsbehafteten Kanals. Entscheiden Sie, ob es sich bei den folgenden Angaben um wahre oder falsche Aussagen handelt. Begründen Sie Ihre Antwort kurz



- F a) Das inverse Filter am Empfänger ist ein Allpass.  
 F b) Ohne Filter ist das Kanalsystem nicht stabil.  
 W c) Das Filter ist minimalphasig.  
 F d) Das PN-Diagramm des Übertragungskanals, hätte Polstellen mit positivem Realteil.  
 F e) Das PN-Diagramm des Übertragungskanals zeigt, dass es sich um einen Allpass handelt.  
 F f) Der Realteil einer Nullstelle ist 2.

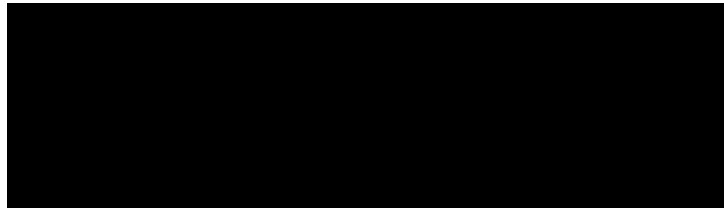


<b>Technische Universität Berlin</b> Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet <b>Signale und Systeme</b> am 02.03.2022	Blatt: 14
---	--	-----------

<b>Technische Universität Berlin</b> Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet <b>Signale und Systeme</b> am 02.03.2022	Blatt: 15
---	--	-----------

2.3 Gegeben sei das folgende Blockschaltbild

1,5 P

a) Leiten Sie die Impulsantwort des Systems  $h(t)$  im Zeitbereich her.

1 P

$$y(t) = x(t) * h_1(t) * h_2(t) + x(t) * h_2(t) * h_3(t)$$

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Systems  $H(j\omega)$  im Spektralbereich.

0,5 P

$$Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot H_1(j\omega) \cdot H_2(j\omega) + X(j\omega) \cdot H_2(j\omega) \cdot H_3(j\omega)$$

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = H_1 H_2 + H_2 H_3$$

<b>Technische Universität Berlin</b> Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet <b>Signale und Systeme</b> am 02.03.2022	Blatt: 16
---	--	-----------



## 3 Zeitdiskrete Signale und Systeme

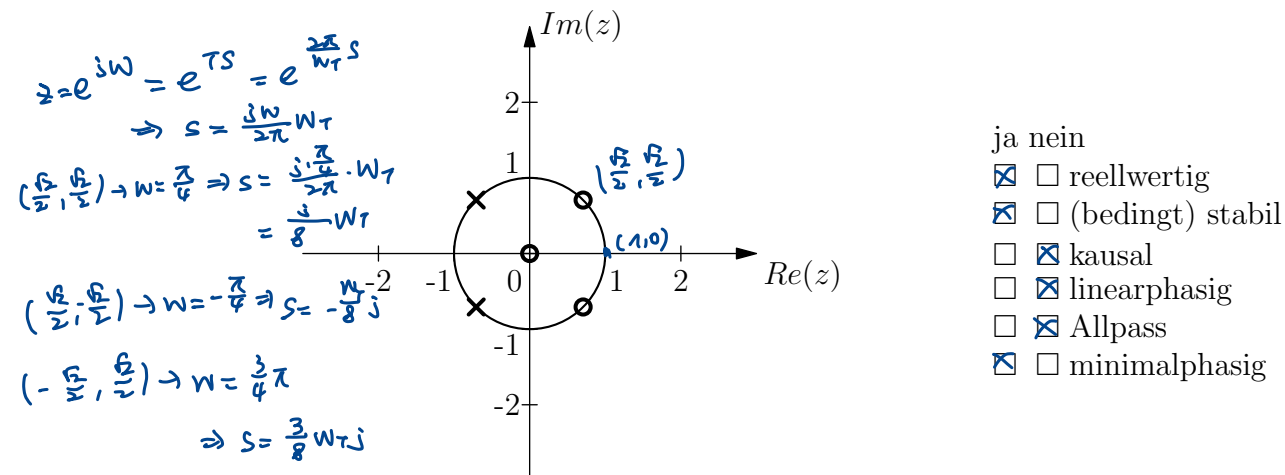
10,5 Punkte

## 3.1 PN-Diagramme zeitdiskreter Systeme

5 P

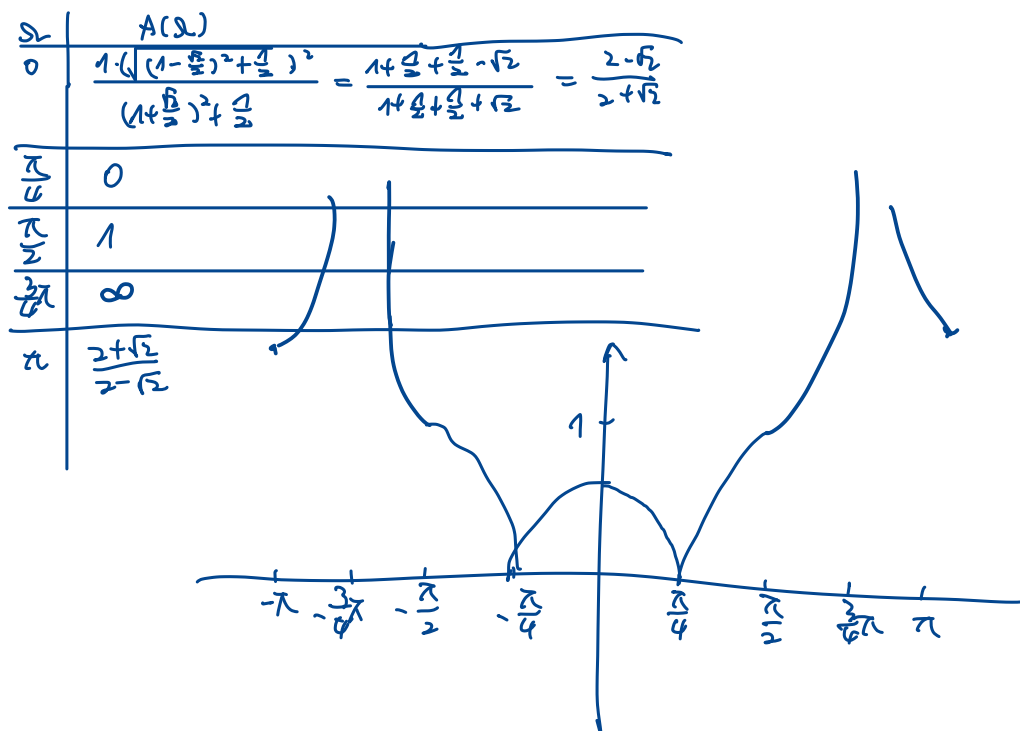
- a) Gegeben sei das folgende PN-Diagramm eines zeitdiskreten Systems. Kreuzen Sie rechts die entsprechenden Eigenschaften des Systems an.

3 P



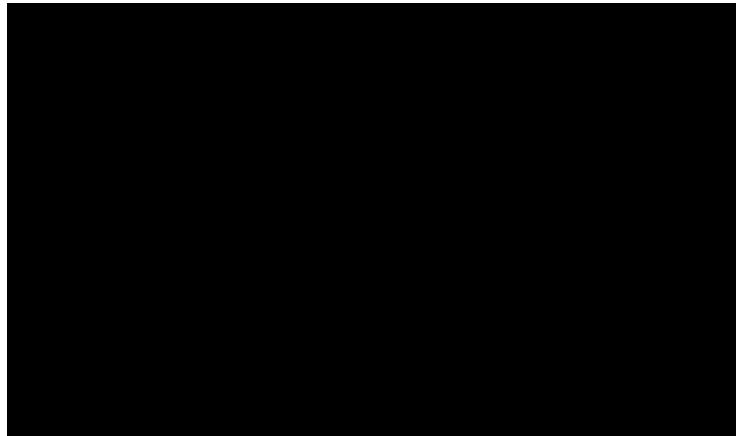
- b) Skizzieren Sie den Amplitudengang des Systems. Achten Sie auf die Achsenbeschriftung.

2 P



3.2 Gegeben sei folgendes zeitdiskretes Filter

3,5 P

a) Bestimmen Sie die Differenzengleichung. Verwenden Sie **keine** Hilfssignale. 0,5 P

$$y(n) = 2x(n) + 3x(n-1) + 4x(n-2) - y(n-1)$$

b) Berechnen Sie die Systemfunktion. 1 P

$$Y(z) = 2X(z) + 3X(z) \cdot z^{-1} + 4X(z) z^{-2} - Y(z) z^{-1}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2 + 3z^{-1} + 4z^{-2}}{1 + z^{-1}} = \frac{2z^2 + 3z + 4}{z^2 + z}$$

Technische Universität Berlin Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet Signale und Systeme am 02.03.2022	Blatt: 18
--	---	-----------

c) Berechnen Sie die Pol- und Nullstellen der Systemfunktion.

1 P

$$z^2 + \frac{3}{4}z + 2 = 0$$

$$\left(z + \frac{3}{4}\right)^2 = -2 + \frac{9}{16} = -\frac{23}{16}$$

$$z_{0,1,2} = -\frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{23}}{4}i$$

$$z^2 + z = 0 = z(z+1)$$

$$z_{p,1,2} = 0, -1$$

<b>Technische Universität Berlin</b> Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet <b>Signale und Systeme</b> am 02.03.2022	Blatt: 19
---	--	-----------

d) Handelt es sich um einen FIR- oder IIR Filter? Begründe kurz.

0,5 P

IIR

Es gibt rekursiv und nicht rekursivteil

Rückkopplung

e) Ist das Filter stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

0,5 P

<b>Technische Universität Berlin</b> Fachgebiet Nachrichtenübertragung Prof. Dr.-Ing. T. Sikora	Klausur im Lehrgebiet <b>Signale und Systeme</b> am 02.03.2022	Blatt: 20
---	--	-----------

- 3.3 Ein FIR-Filter habe die Impulsantwort  $h(n) = \{4; 8; 5\}$ . Bestimmen Sie die Antwort des Filters auf das Eingangssignal  $x(n) = \{1; 1; 1\}$  mittels zeitdiskreter Faltung.

2 P

	4	8	5
1	4	8	5
1	4	8	5
1	4	8	5

	1	1	1
4	4	4	4
8	8	8	8
5	5	5	5

$$y(n) = \{4, 12, 17, 13, 5\}$$