

Makroökonomik (AVWL II) Übung 6: Wachstum III

Tutoriumswoche 6



Gegeben sei eine Volkswirtschaft mit Bevölkerungswachstum und technischem Fortschritt. Die Produktionsfunktion lautet wie folgt

$$Y_t = K_t^{\alpha} (A_t N_t)^{1-\alpha} \quad mit \quad 0 < \alpha < 1$$

Dabei beschreibt Y_t die Produktion, K_t den Kapitalstock, A_t die Arbeitseffizienz und N_t die Zahl der Arbeitskräfte jeweils zum Zeitpunkt t. Es wird ein konstanter Anteil s mit 0 < s < 1 des Einkommens gespart. Die Wachstumsrate der Arbeitsbevölkerung sei n.

Hinweis: Näherungsweise gilt, dass die Wachstumsrate eines Produkts der Summe der Wachstumsraten der einzelnen Faktoren entspricht, d.h. $(\widehat{XY}) = \widehat{X} + \widehat{Y}$. Analog gilt, dass die Wachstumsrate eines Quotienten der Differenz der Wachstumsraten von Zähler und Nenner entspricht, $(\widehat{X/Y}) = \widehat{X} - \widehat{Y}$. Ferner gilt für Potenzen, dass $(\widehat{X}^{\widehat{\alpha}}) = \alpha \widehat{X}$.



a. Zeigen Sie mithilfe des totalen Differentials der Produktionsfunktion, dass der Anteil des technischen Fortschritts an der Wachstumsrate des BIP wie folgt geschrieben werden kann:

Solow Residuum
$$\equiv (1 - \alpha)g = w_Y - \alpha w_K - (1 - \alpha)n$$

wobei
$$w_Y = \frac{dY_t}{Y_t}$$
, $w_K = \frac{dK_t}{K_t}$, $g = \frac{dA_t}{A_t}$, $n = \frac{dN_t}{N_t}$



Lösung

$$dY_{t} = \left(\alpha K_{t}^{\alpha - 1} (A_{t} N_{t})^{1 - \alpha}\right) * dK_{t} + (1 - \alpha) K_{t}^{\alpha} A_{t}^{1 - \alpha} N_{t}^{-\alpha} * dN_{t} + (1 - \alpha) K_{t}^{\alpha} A_{t}^{1 - \alpha} N_{t}^{1 - \alpha} * dA_{t}$$

$$dY_{t} = \left(\alpha K_{t}^{\alpha - 1} (A_{t} N_{t})^{1 - \alpha}\right) * dK_{t} + \left((1 - \alpha) K_{t}^{\alpha} (A_{t} N_{t})^{-\alpha}\right) (A_{t} * dN_{t} + N_{t} * dA_{t})$$

Somit ergibt sich:

$$w_{Y} = \frac{dY_{t}}{Y_{t}} = \alpha \frac{K_{t}^{\alpha - 1} (A_{t} N_{t})^{1 - \alpha}}{K_{t}^{\alpha} (A_{t} N_{t})^{1 - \alpha}} * dK_{t} + (1 - \alpha) \frac{K_{t}^{\alpha} (A_{t} N_{t})^{-\alpha} * A_{t}}{K_{t}^{\alpha} (A_{t} N_{t})^{1 - \alpha}} * dN_{t} + (1 - \alpha) \frac{K_{t}^{\alpha} (A_{t} N_{t})^{-\alpha} * N_{t}}{K_{t}^{\alpha} (A_{t} N_{t})^{1 - \alpha}} * dA_{t}$$

$$w_{Y} = \alpha \frac{dK_{t}}{K_{t}} + (1 - \alpha) \frac{dN_{t}}{N_{t}} + (1 - \alpha) \frac{dA_{t}}{A_{t}}$$



Lösung

$$w_Y = \alpha \frac{dK_t}{K_t} + (1 - \alpha) \frac{dN_t}{N_t} + (1 - \alpha) \frac{dA_t}{A_t}$$
$$w_Y = \alpha w_K + (1 - \alpha)n + (1 - \alpha)g$$

Solow Residuum:
$$(1 - \alpha)g = w_Y - \alpha w_K - (1 - \alpha)n$$

• Wirtschaftswachstum lässt sich auf das Wachstum des realen Kapitalstocks w_K , der (arbeitenden) Bevölkerung n sowie auf den technischen Fortschritt g aufteilen





Um mithilfe der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung die Rate des technischen Fortschritts zu ermitteln, müssen wir berücksichtigen, dass Kapitalstock und BIP in **Marktpreisen** ermittelt werden, die der **Inflation** unterliegen. *K* und *Y* entsprechen dem **realen** Kapitalstock und dem **realen** BIP.

为了确定技术进步的速率,需要使用国民经济核算方法,但必须考虑到资本存量和国内生产总值是以市场价格计算的,受通货膨胀的影响。K 和Y分别对应实 际资本存量和实际国内生产总值。

b) Nehmen Sie an, dass das Preisniveau mit konstanter Rate $\frac{dP_t}{P_t} = \pi$ wächst und zeigen Sie, zu welchen Anteilen das Wachstum des nominalen BIP $(\frac{d(P_tY_t)}{P_tY_t})$ dem Wachstum des nominalen Kapitalstocks $(\frac{d(P_tK_t)}{P_tK_t})$ sowie dem Wachstum der Bevölkerung, dem technischen Fortschritt und der Inflationsrate π zugerechnet werden kann.



Technische Universität Berlin

Aufgabe 1 – Technischer Fortschritt & Einkommensverteilung

Lösung

$$\frac{d(P_t Y_t)}{P_t Y_t} = \frac{dY_t}{Y_t} + \pi = \frac{dY_t}{Y_t} + \alpha \pi + (1 - \alpha)\pi = \alpha \left(\frac{dK_t}{K_t} + \pi\right) + (1 - \alpha)(n + g + \pi)$$

• Wachstumsrate des nominalen BIP setzt sich zusammen aus α mal der Wachstumsrate des nominalen Kapitalstocks $\frac{dPY}{PY} = \frac{dK}{K} + \pi$ und $(1-\alpha)$ mal der Summe aus den Wachstumsraten von Bevölkerung n, Arbeitseffizienz g und Preisniveau π



Nehmen Sie nun an, dass im letzten Jahr die Wachstumsraten des nominalen Kapitalstocks und des nominalen BIPs 5% betragen haben. Für die Inflationsrate liegen Ihnen zwei Schätzungen vor, wonach π bei 1% bzw. bei 2% lag. Aus Daten zur Einkommensverteilung erhalten Sie die Schätzung, dass $\alpha=0.5$ betrug. Zur Vereinfachung können Sie annehmen, dass die Bevölkerung konstant blieb. $\frac{\pi}{3}$

c) Geben Sie jeweils eine Schätzung für die Rate des technischen Fortschritts. Erläutern Sie kurz den Zusammenhang zwischen technischem Fortschritt und Inflation anhand Ihrer Resultate. Welche Folgen hat ein Überschätzen der Inflation?



Lösung

$$\frac{d(P_t Y_t)}{P_t Y_t} = \alpha \left(\frac{dK_t}{K_t} + \pi\right) + (1 - \alpha)(n + g + \pi)$$

$$(1 - \alpha)g = \frac{dY_t^{nom}}{Y_t^{nom}} - \alpha \frac{dK_t^{nom}}{K_t^{nom}} - (1 - \alpha)(n + \pi)$$

$$0.5g = 0.05 - 0.5 * 0.05 - 0.5 \pi$$

$$g = 0.1 - 0.05 - \pi$$

$$g = 0.05 - \pi$$

$$\rightarrow$$
 für $\pi = 0.01$: $g = 0.04$

$$\rightarrow$$
 für $\pi = 0.02$: $g = 0.03$

 Überschätzung der Inflation führt zu Unterschätzung der Rate des technischen Fortschritts

Aufgabe 2 - Verteilungswirkungen des technischen Fortschritts



Nehmen Sie an, dass die Produktion einer Volkswirtschaft durch die Produktionsfunktion $Y=(\sqrt{K}+\sqrt{N})^2$ beschrieben werden kann. Gehen Sie von einem Kapitalstock K=2.500 und einer zu Verfügung gestellten Arbeitsleistung von N=900 aus.

a) Berechnen Sie die Höhe der Produktion, sowie die Lohnsumme und das Kapitaleinkommen.

Lösung

Produktion: $Y = (\sqrt{2.500} + \sqrt{900})^2 = 6.400$

<u>Lohnsumme</u>: $N \cdot F_N = 2 \cdot (\sqrt{K} + \sqrt{N}) \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{N}} \cdot N = (\sqrt{K} + \sqrt{N}) \cdot \sqrt{N} = 2.400$

<u>Kapitaleinkommen</u>: $K \cdot F_K = 2 \cdot (\sqrt{K} + \sqrt{N}) \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{K}} \cdot K = (\sqrt{K} + \sqrt{N}) \cdot \sqrt{K} = 4.000$

Aufgabe 2 - Verteilungswirkungen des technischen Fortschritts



b) Berechnen Sie die Lohn- und Kapitalquote.

Lösung

Lohnquote:
$$\frac{N \cdot F_N}{Y} = \frac{2.400}{6.400} = \frac{3}{8} = 37,5\%$$

Kapitalquote:
$$\frac{K \cdot F_K}{Y} = \frac{4.000}{6.400} = \frac{5}{8} = 62,5\%$$

Aufgabe 2 - Verteilungswirkungen des technischen Fortschritts



Nehmen Sie nun an, dass es in der betrachteten Ökonomie eine Innovation gab, die den Produktionsprozess verbessert. Aufgrund dieser Innovation lässt sich die Produktion der betrachteten Ökonomie nun wie folgt beschreiben:

$$Y = 5 \cdot \sqrt{K} \cdot \sqrt{N}$$

c) Berechnen Sie nun die Produktion und die neue Kapitaleinkommens- und Lohnquote. Wie wirkt sich der technische Fortschritt auf die Einkommensverteilung aus? Liegt ein arbeitssparender, kapitalsparender oder Hicks-neutraler technischer Fortschritt vor? Erläutern Sie.

现在假设在考虑的经济体中出现了一项改进生产过程的创新。由于这项创新,该经济体的生产现在可以描述为:

c) 计算生产量、新的资本收入和工资份额。技术进步对收入分配的影响是什么?这是一种节约劳动力、节约资本或者希克斯中立的技术进步吗?请解释。





Lösung

$$Y = 5 \cdot \sqrt{K} \cdot \sqrt{N}$$

Produktion:
$$Y = 5 \cdot \sqrt{2.500} \cdot \sqrt{900} = 7.500$$

Lohnsumme:
$$N \cdot F_N = N \cdot 5 \cdot \sqrt{K} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{N}} = \frac{5}{2} \cdot \sqrt{K} \cdot \sqrt{N} = 3.750$$

Lohnquote:
$$\frac{N \cdot F_N}{Y} = \frac{3.750}{7500} = \frac{1}{2} = 50\% > 37,5\%$$

Kapitaleinkommen:
$$K \cdot F_K = K \cdot 5 \cdot \sqrt{N} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{K}} = \frac{5}{2} \cdot \sqrt{K} \cdot \sqrt{N} = 3.750$$

Kapitalquote:
$$\frac{N \cdot F_K}{Y} = \frac{3.750}{7500} = \frac{1}{2} = 50\% < 62,5\%$$

→ kapitalsparender technischer Fortschritt



50 Jahre ist her, dass der Club of Rome mit seinem Bericht "Die Grenzen des Wachstums" die öffentliche Diskussion über nachhaltiges Wachstum anstieß. Die Schlussfolgerung des Berichts war unter anderem:

"Wenn die gegenwärtige Zunahme der Weltbevölkerung, der Industrialisierung, der Umweltverschmutzung, der Nahrungsmittelproduktion und der Ausbeutung von natürlichen Rohstoffen unverändert anhält, werden die absoluten Wachstumsgrenzen auf der Erde im Laufe der nächsten hundert Jahre erreicht."

50年前,罗马俱乐部发布了《增长的极限》报告,引发了公众对可持续增长的讨论。报告的结论之一是: "如果当前的世界人口增长、工业化、环境污染、粮食生产和自然资源开采的增长趋势不改变,那么在未来100年内,地球的绝对增 长极限将会达到。"虽然各种预测可能早已过时,但这个主题本身并没有失去其时效性。

Zwar mögen die einzelnen Prognosen längst überholt sein, das Thema an sich hat aber nichts an seiner Aktualität eingebüßt.

Dennis Meadows, Donella Meadows, Erich Zahn, Peter Milling (1972): Die Grenzen des Wachstums. Bericht des Club of Rome zur Lage der Menschheit, Stuttgart.



a) Welche Möglichkeiten hat der Staat, das Wachstum einer Volkwirtschaft in eine nachhaltige Richtung zu bewegen?

Lösung

- Verzerrtes Wachstum
- Besteuerung

- 扭曲的增长
- · 祝収 • 偏好变化
- Änderung der Präferenzen



Lösung

扭曲的增长

- · 经济环境的设计
- ·有针对性地促进可持续技术的研究和发展
- 无扭曲的增长:在相对价格不变的情况下,所有商品的生产都以相同的百分比增长 扭曲的增长:在相对价格不变的情况下,环保商品的生产增长速度比环境破坏商品的生产增长速度更快

Verzerrtes Wachstum:

- · Gestaltung der wirtschaftlichen Rahmenbedingungen
- Gezielte Förderung von Forschung und Entwicklung nachhaltiger Technologien
- Unverzerrtes Wachstum: bei konstanten Relativpreisen steigt die Produktion aller Güter um den gleichen Prozentsatz an
- Verzerrtes Wachstum: bei konstanten Relativpreisen steigt die Produktion umweltschonender Güter stärker als die Produktion umweltschädlicher Güter



Lösung

税收

• 通过税收改变相对价格

其他可能性:禁止有害环境的物质/生产技术,设定排放有害气体的配额和最高限额

Besteuerung:

偏好的改变: • 意识的变革

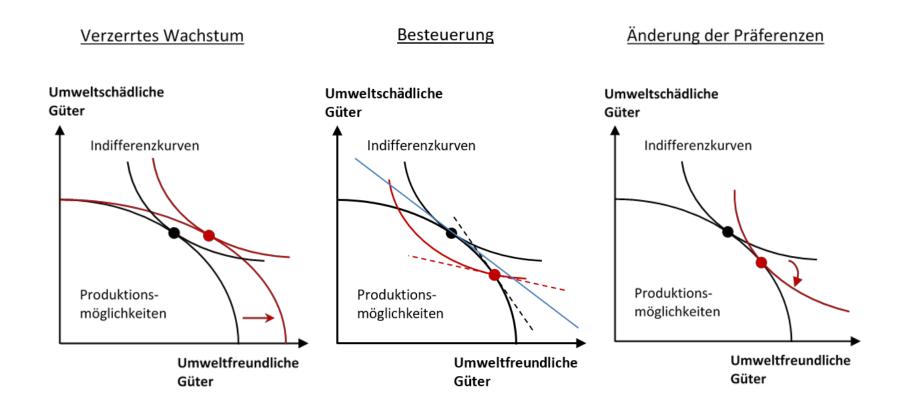
• 例如通过有针对性的教育、公共宣传、产品标识等方式

- durch Besteuerung die Relativpreise ändern
- dadurch das Verhalten der Konsumenten ändern
- weitere Möglichkeit: Verbote umweltschädlicher Stoffe / Produktionstechniken,
 Festsetzung von Quoten und Höchstmengen des Ausstoßes umweltschädlicher Gase

Änderung der Präferenzen:

- Bewusstseinswandel
- z. B. durch gezielte Gestaltung von Bildung, öffentliche Kampagnen, Kennzeichnungen auf Produkten







- b) Nennen Sie mögliche Gründe für eine mit Wirtschaftswachstum einhergehende...
 - i. ...Verschlechterung der Umweltqualität
 - ii. ...Verbesserung der Umweltqualität

列举可能导致经济增长伴随的... i....环境质量恶化



Lösung

- i. Gründe für Verschlechterung der Umweltqualität:
 - zunehmende Produktion materieller Güter bedeutet steigenden Ressourcenverbrauch
 - Beispiel: Autoindustrie benötigt Stahl und Energie
 - Mehr Dienstleistungen = höherer Ressourcenverbrauch?
 - durch eine zunehmende Produktion wachsen Kuppelprodukte der Produktion (z. B. umweltschädigende Emissionen)
 - auch bei immateriellen Gütern, wenn zu deren Produktion materielle Inputs nötig
 - Beispiel: Entstehung von Methan bei Produktion von Milch und Rindfleisch
 - Universität produziert Bildungs-Dienstleistungen → umweltfreundlich. Aber auch hier Energieverbrauch durch Strom und Heizung
 - Ausgehend von einem geringen Entwicklungsniveau: Veränderung der Wirtschaftsstruktur, Wandel von Agrarstrukturen zu energieintensiven

Industriestrukturen (Industrialisierung)

致环境质量恶化的原因:

- 物质产品生产增加导致资源消耗增加
- •例加汽车工业需要钢铁和能源
- 更多的服务=更高的资源消耗?
- 生产增加会导致生产的附带产品增加 (例如对环境有害的排放)
- 即使是无形产品,如果需要物质投入进行生产也会如此
- 例如生产牛奶和牛肉时产生甲烷
- 大学提供教育服务 →环保。但这里也存在通过电力和供暖消耗能源的问题
- 在起点较低的情况下:经济结构的变化,从农业结构向能源密集型工业结构的转变 (工业化)

Lösung

- 技术进步可以用于将"脏"生产替换为"清洁"生产

- Gründe für Verbesserung der Umweltqualität: ·然而,对于二氧化碳来说,它在哪里产生并不重要。最终,二氧化碳排放量取决于消费品的结构(例如:在伦敦购买的面向服务业的计算机在中国生产时会产生二氧化碳排放)。
 - Technischer Fortschritt kann genutzt werden, um "schmutzige" Produktion durch "saubere" zu ersetzen
 - Änderung der Präferenzen: Steigende Nachfrage nach Umweltqualität mit zunehmendem Einkommen → Umwelt als superiores Gut
 - Zunehmende Knappheit von Umweltqualität (aufgrund der steigenden Produktion) kann zu steigender Wertschätzung führen
 - Umwelttechnologischer Fortschritt: Ein höheres Wohlstandsniveau ermöglicht es Ressourcen in die Forschung und Entwicklung energieeffizienter und umweltfreundlicher Technologien zu investieren
 - Ausgehend von einem mittleren Entwicklungsniveau: Veränderung der Wirtschaftsstruktur (Übergang von Industrie- in "Dienstleistungsgesellschaft")
 - Jedoch ist es bei CO₂ egal ist, wo es entsteht. Für die CO₂-Emissionen ist letztlich die Struktur der konsumierten Güter entscheidend (Beispiel: in London gekaufter Computer für die Dienstleistungsbranche verursacht bei der Produktion in China CO2-Emissionen)

Technische Universität Berlin

Lösung

环境库兹涅茨曲线

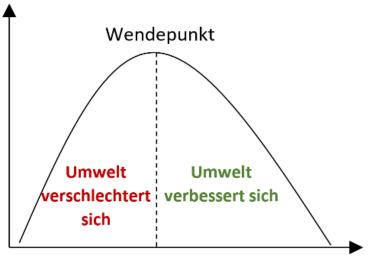
- 随着收入的增加,环境污染一开始会上升,但在某一点后会下降
- 实证检验: 在富裕社会中, 有害污染物的排放量下降
- 对于温室气体,这种关系尚未得到证明。

Umwelt-Kuznets-Kurve

Umweltverschmutzung steigt mit steigendem Einkommen zunächst an, fällt jedoch ab einem gewissen Punkt

- Empirische Überprüfung: in reicheren Gesellschaften sinkt Ausstoß gesundheitsschädlicher Schadstoffe
- Für Treibhausgase ist der Zusammenhang nicht nachgewiesen

Umweltverschmutzung



Einkommen pro Kopf