Hausaufgabenblatt 07

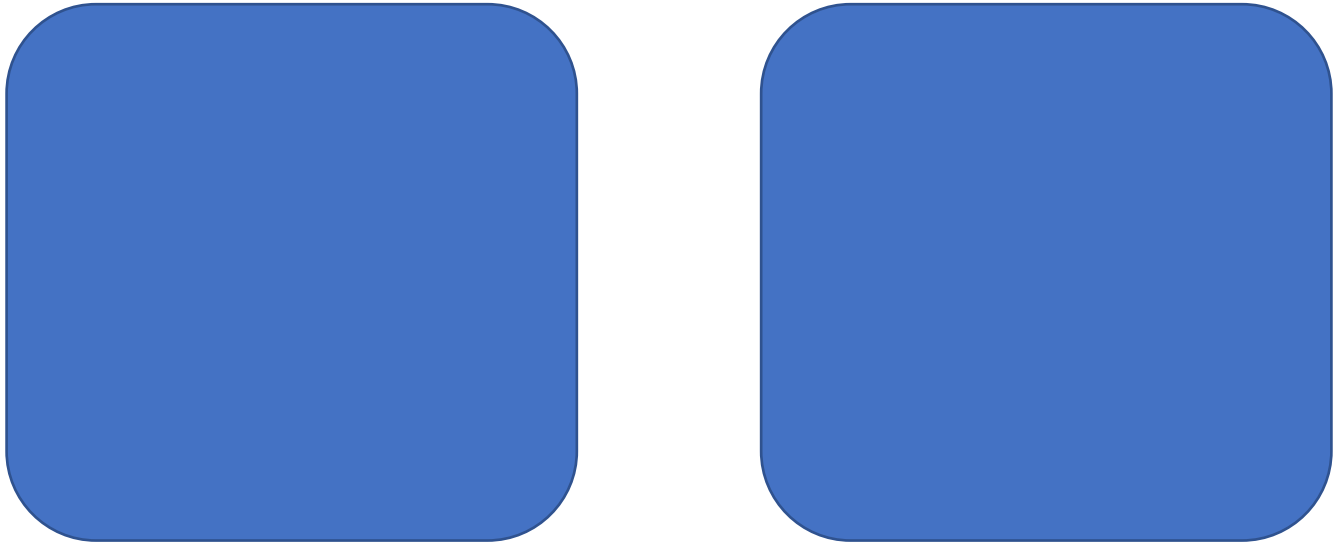
Aufgabe 1 – Union Find

Union-Find

- Datenstruktur
- schnelle Identifizierung von Gruppen

Union-Find – Grundbegriffe

Mengen:



Union-Find – Grundbegriffe

Elemente:

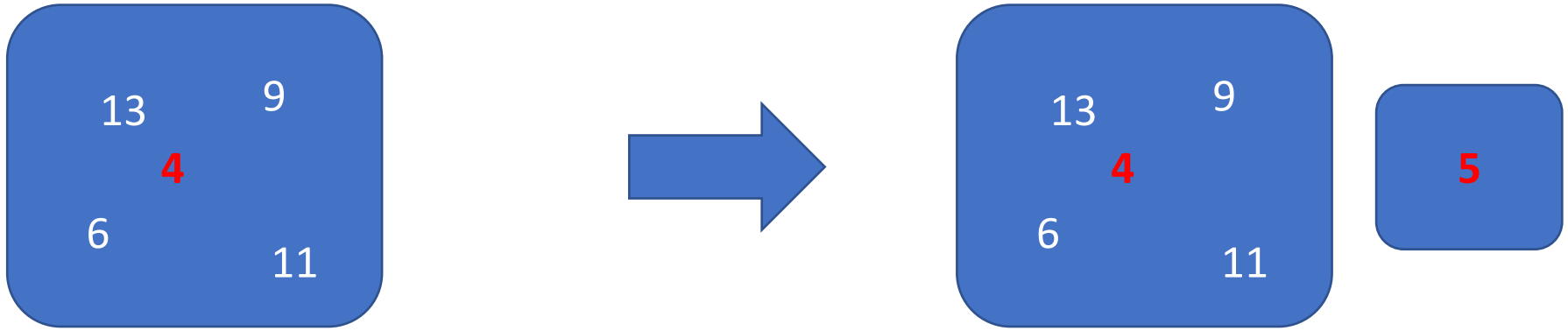
Union-Find – Grundbegriffe

Repräsentanten:

Union-Find – Funktionen

`add`: fügt neue Menge mit einem Element hinzu, welches auch gleichzeitig der Repräsentant ist

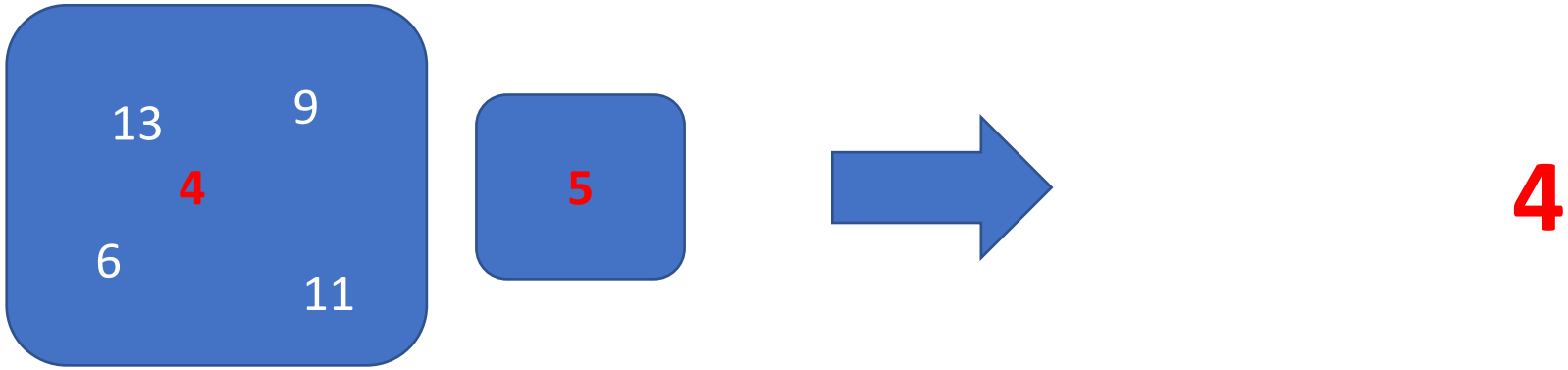
Beispiel: $\mathtt{add}(5)$



Union-Find – Funktionen

`find`: gibt den Repräsentanten des Elements einer Menge wieder

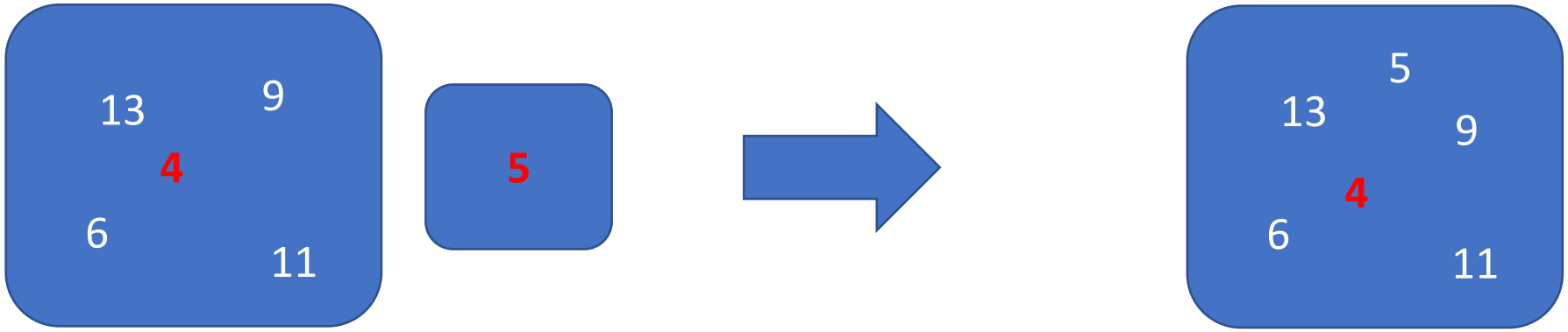
Beispiel: `find(13)`



Union-Find – Funktionen

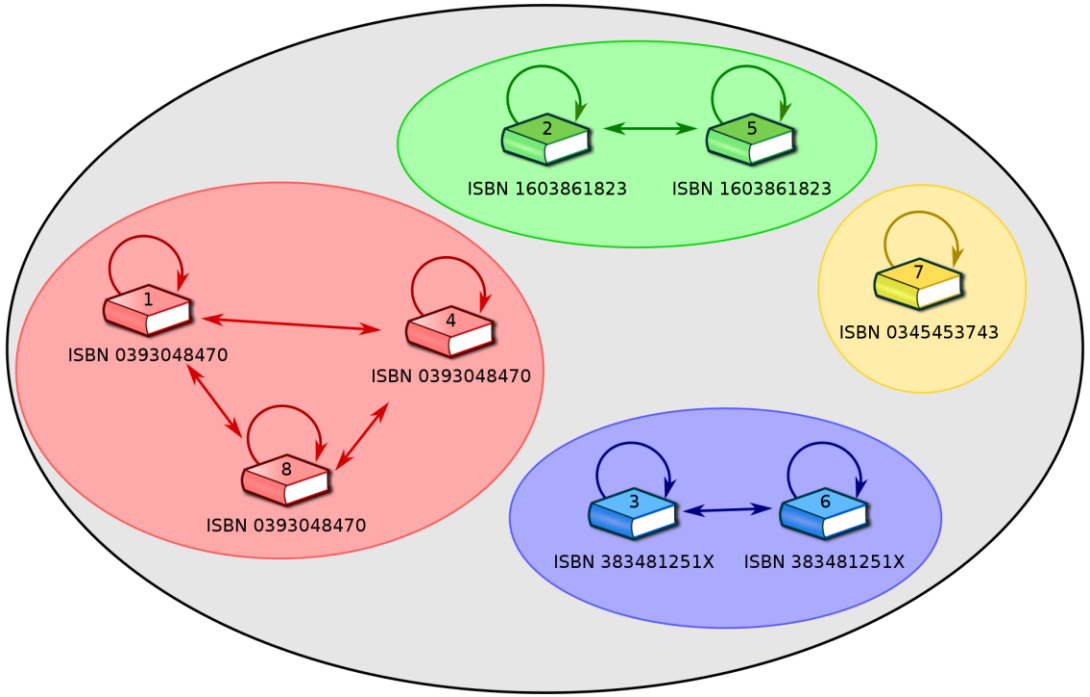
`union`: vereinigt zwei Mengen und bestimmt einen gemeinsamen Repräsentanten

Beispiel: `union(4, 5)`



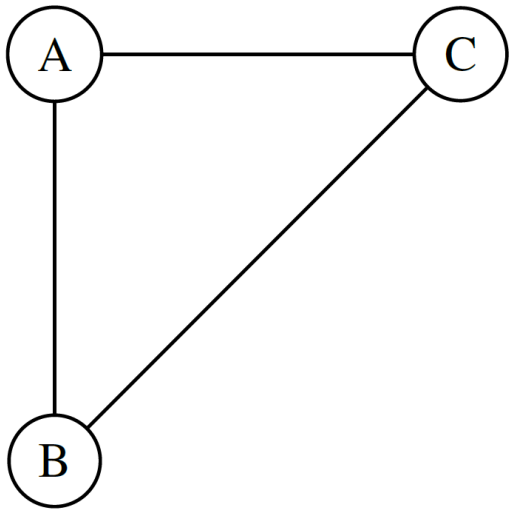
Union-Find – Graphen

- **Äquivalenzrelation**:
  Verbindung zwischen Knoten
  ⟶ zusammenhängende Knoten
- **Äquivalenzklassen**:
  Zusammenhangskomponenten
  ⟶ zusammenhängende Knotengruppen



https://de.wikipedia.org/wiki/%C3%84quivalenzrelation#/media/Datei:Exemplare_von_B%C3%BCcher_mit_eingezeichneter_%C3%84quivalenzrelation_und_%C3%84quivalenzklassen.svg

Union-Find – Beispiel I



1. `UnionFind(3)`: 3 Mengen (für jeden Knoten 1)
2. `union(0, 1)`: vereinigt Mengen A und B
3. `connected(0, 1)`: ist nun `true`
4. `union(0, 2)`: vereinigt Mengen A und C
5. `connected(1, 2)`: ist nun auch `true`

Union-Find – Beispiel II

Funktioniert der folgende Code?

```
public void union(int p, int q) {
   if (connected(p, q)) return;
   for (int i = 0; i < id.length; i++)
      if (id[i] == id[p]) id[i] = id[q];
   count--;
}
```

Union-Find – Beispiel II

Funktioniert der folgende Code?

```
public void union(int p, int q) {
   if (connected(p, q)) return;
   for (int i = 0; i < id.length; i++)
      if (id[i] == id[p]) id[i] = id[q];
   count--;
}
```

Nein: [0, 1, 2, 3, 4] $\longrightarrow \mathrm{union}(1, 2)$

[0, 2, 2, 3, 4] $\longrightarrow \mathrm{union}(1, 4)$

[0, 4, 2, 3, 4] $\longrightarrow$ funktioniert nicht für Zahlen x > p

Union-Find – Anwendungen

- findet zusammenhängende Komponenten in Graphen
- zum Beispiel für Algorithmus von Kruskal