数列

1. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$S_{m-1}=-2, S_m=0, S_{m+1}=3$，则 $m=$ ( )

(A) 3　(B) 4　(C) 5　(D) 6

2. 已知 $\{a_n\}$ 是公差为 1 的等差数列，S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_8=4S_4$，则 $a_{10}=$ ( )

(A) $\frac{17}{2}$　(B) $\frac{19}{2}$　(C) 10　(D) 12

3. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_1+a_3+a_5=3$，则 $S_5=$ ( )

(A) 5　(B) 7　(C) 9　(D) 11

4. 等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$，$a_1+a_3+a_5=21$，则 $a_3+a_5+a_7=$ ( )

(A) 21　(B) 42　(C) 63　(D) 84

5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\frac{1}{4}$，$a_3a_5=4(a_4-1)$，则 $a_2=$ ( )

(A) 2　(B) 1　(C) $\frac{1}{2}$　(D) $\frac{1}{8}$

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 9 项和为 27，$a_{10}=8$，求 $a_{100}=$ ( )

(A) 100　(B) 99　(C) 98　(D) 97

7. 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，则“$q>1$”是“$\{a_n\}$ 为递增数列”的 ( )

(A) 充分且不必要条件　(B) 必要且不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

8. 下面是关于公差 $d>0$ 的等差数列 $\{a_n\}$ 的四个命题:

p_1: 数列 $\{a_n\}$ 是递增数列;
p_2: 数列 $\{na_n\}$ 是递增数列;
p_3: 数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是递增数列;
p_4: 数列 $\{a_n+3nd\}$ 是递增数列.
其中的真命题为 ( )

(A) p_1, p_2　(B) p_3, p_4　(C) p_2, p_3　(D) p_1, p_4

9. 已知各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$，$a_1a_2a_3=5$, $a_7a_8a_9=10$, 则 $a_4a_5a_6=$ ( )

(A) $5\sqrt{2}$　(B) 7　(C) 6　(D) $4\sqrt{2}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，$S_n=2a_{n+1}$, 则 $S_n=$ ( )

(A) 2^{n-1}　(B) $\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

(C) $\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$　(D) $\frac{1}{2^{n-1}}$

11. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，公比 $|q|\neq 1$. 若 $a_m=a_1a_2a_3a_4a_5$，则 $m=$ ( )

(A) 9　(B) 10　(C) 11　(D) 12

12. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列，下列结论中正确的是 ( )

(A) 若 $a_1+a_2>0$, 则 $a_2+a_3>0$

(B) 若 $a_2+a_3>0$, 则 $a_1+a_2<0$

(C) 若 $0<a_1<a_2$, 则 $a_2>\sqrt{a_1a_3}$

(D) 若 $a_1<0$, 则 $(a_2-a_1)(a_2-a_3)>0$

13. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}+(-1)^na_n=2n-1$，则 $\{a_n\}$ 的前 60 项和为 ( )

(A) 3690 (B) 3660 (C) 1845 (D) 1830

14. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $\dfrac{a_5}{a_3}=\dfrac{5}{9}$, 则 $\dfrac{S_9}{S_5}=$ ( )

(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) $\dfrac{1}{2}$

15. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，公比 $|q|\neq 1$. 若 $a_m=a_1a_2a_3a_4a_5$，则 $m=$ ( )

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

16. 已知某等差数列共有 10 项，其奇数项之和为 15，偶数项之和为 30，则其公差为 ( )

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

17. 在各项均不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_{n+1}+a_n^2+a_{n-1}=0(n\geqslant 2)$，则 $S_{2n-1}-4n=$ ( )

(A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2

18. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n， 已知 $a_{m-1}+a_{m+1}-a_m^2=0$, $S_{2m-1}=38$，则 $m=$ ( )

(A) 38 (B) 20 (C) 10 (D) 9

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，下面结论中正确的是 ( )

(A) $a_1+a_3\geqslant 2a_2$

(B) $a_1^2+a_3^2\geqslant 2a_2^2$

(C) 若$a_1=a_3$, 则$a_1=a_2$

(D) 若$a_3>a_1$, 则$a_4>a_2$

20. 若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_na_{n+1}=16^n$，则公比 $q=$ ( )

(A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16

21. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_2=3$, $S_4=15$，则 $S_6=$ ( )

(A) 31 (B) 32 (C) 63 (D) 64

22. 已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1 的等比数列，S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $9S_3=S_6$，则数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 的前 5 项和为 ( )

(A) $\dfrac{15}{8}$或 5 (B) $\dfrac{31}{16}$或 5 (C) $\dfrac{31}{16}$ (D) $\dfrac{15}{8}$

23. 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_7+a_8+a_9>0$，$a_7+a_{10}<0$，则当 $n=$______ 时 $\{a_n\}$ 的前 n 项和最大.

24. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=\dfrac{1}{2}$, $a_4=-4$，则公比 $q=$______;$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|=$______.

25. 设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_3=10$，$a_2+a_4=5$，则 $a_1a_2\cdots a_n$ 的最大值为______.

26. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\dfrac{2}{3}a_n+\dfrac{1}{3}$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=$______.

27. 若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2+a_4=20$, $a_3+a_5=40$, 则公比 $q=$______; 前 n 项和 $S_n=$______.

28. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 为递增数列，且 $a_5^2=a_{10}$, $2(a_n+a_{n+2})=5a_{n+1}$, 则数列数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=$______.

29. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，前 n 项和为 S_n，若 S_{n+1}, S_n, S_{n+2} 成等差数列，则 q 的值为______.

30. 设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_1=-1$，$a_{n+1}=S_nS_{n+1}$，则 $S_n=$______.

31. 设数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 都是等差数列，若 $a_1+b_1=7$, $a_3+b_3=21$, 则 $a_5+b_5=$______.

32. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=b_1=1$, $a_2+a_4=10$, $b_2b_4=a_5$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求和 $b_1+b_3+b_5+\cdots+b_{2n-1}$.

33. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_{n+1}=3a_n+1$，其中 $n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 证明 $\left\{a_n+\dfrac{1}{2}\right\}$ 是等比数列，并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明 $\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}\cdots\dfrac{1}{a_n}<\dfrac{3}{2}$.

34. 已知各项都为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_n^2-2(a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$.

(1) 求 a_2, a_3;

(2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

35. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $a_1=10$, a_2 为整数，且 $S_n \leqslant S_4$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n=\dfrac{1}{a_n a_{n+1}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

36. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_1=2$, $a_1+a_2+a_3=12$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 令 $b_n=a_n3^n\ (x\in\mathbf{R})$，求数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和的公式.

37. 已知正项数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $B_n=\dfrac{1}{4}(b_n+1)^2$，求 $\{b_n\}$ 的通项公式.

38. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 3 的等差数列，数列 b_n 满足 $b_1=1$，$b_2=\dfrac{1}{3}$，$a_nb_{n+1}+b_{n+1}=nb_n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

39. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}=2a_{n+1}-a_n+2$.

(1) 设 $b_n=a_{n+1}-a_n$，证明 $\{b_n\}$ 是等差数列；

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

40. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为零，$a_1=25$，且 a_1,a_{11},a_{13} 成等比数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求 $a_1+a_4+a_7+\cdots+a_{3n-2}$.

41. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=2$, 前 n 项和 S_n，且 a_2 是 $3S_2-4$ 与 $2-\dfrac{5}{2}S_1$ 的等差中项.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n=(n+1)a_n$，T_n 是数列 b_n 的前 n 项和，$n\in\mathbf{N}^*$, 求 T_n.

42. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 10, a_4 - a_3 = 2$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_2 = a_3$, $b_3 = a_7$, 问: b_6 与数列 $\{a_n\}$ 的第几项相等?

43. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$, $a_4 = 12$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 4$, $b_4 = 20$, 且 $\{b_n - a_n\}$ 是等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

44. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_4 = 4$, $a_5 + a_7 = 6$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = [a_n]$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 10 项和, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如 $[0.9] = 0$, $[2.6] = 2$.

45. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=1+\lambda a_n$，其中 $\lambda\neq 0$.

(1) 证明 $\{a_n\}$ 是等比数列，并求其通项公式；

(2) 若 $S_5=\dfrac{31}{32}$，求 λ.

46. S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_n>0$，$a_n^2+2a_n=4S_n+3$，其中 $n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

47. 已知 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列，a_2，a_4 是方程 $x^2-5x+6=0$ 的根.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\left\{\dfrac{a_n}{2^n}\right\}$ 的前 n 项和.

48. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_3=0$, $S_5=-5$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\dfrac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}}$ 的前 n 项和

49. 等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，且 $2a_1+3a_2=1$, $a_3^2=9a_2a_6$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n=\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_n$，求数列 $\left\{\dfrac{1}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和.