圆锥曲线选填

1 直线与圆

1. 已知点 $M(a,b)$ 在圆 $O: x^2+y^2=1$ 外，则直线 $ax+by=1$ 与圆 O 的位置关系是 ( )

(A) 相切 (B) 相交 (C) 相离 (D) 不确定

2. 已知圆 $C: x^2+y^2-4x=0, l$ 为过点 $P(3,0)$ 的直线，则 ( )

(A) l 与 C 相交

(B) l 与 C 相切

(C) l 与 C 相离

(D) 以上三个选项均有可能

3. 过点 $(1,0)$ 且与直线 $x-2y-2=0$ 平行的直线方程是 ( )

(A) $x-2y-1=0$ (B) $x-2y+1=0$

(C) $2x+y-2=0$ (D) $x+2y-1=0$

4. 已知直线 $3x+4y-3=0$ 与直线 $6x+my+14=0$ 平行，则它们之间的距离是 ( )

(A) $\frac{17}{10}$ (B) $\frac{17}{5}$ (C) 8 (D) 2

5. 直线 $ax+by+c=0$ 同时要经过第一、第二、第四象限，则 a,b,c 要满足 ( )

(A) $ab>0,\ bc<0$ (B) $ab>0,\ bc>0$

(C) $ab<0,\ bc>0$ (D) $ab<0,\ bc<0$

6. 若动点 $P_1(x_1,y_1), P_2(x_2,y_2)$ 分别在直线 $l_1: x-y-5=0,\ l_2: x-y-15=0$ 上移动，则 P_1P_2 的中点 P 到原点的距离的最小值是 ( )

(A) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (B) $5\sqrt{2}$ (C) $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ (D) $15\sqrt{2}$

7. 已知 $a\neq 0$，直 $ax+(b+2)y+4=0$ 与直线 $ax+(b-2)y-3=0$ 互相垂直，则 ab 的最大值为( )

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) $\sqrt{2}$

8. 与直线 $x-y-4=0$ 和圆 $x^2+y^2+2x-2y=0$ 都相切的半径最小的圆的方程是 ( )

(A) $(x+1)^2+(y+1)^2=2$ (B) $(x+1)^2+(y+1)^2=4$

(C) $(x-1)^2+(y+1)^2=2$ (D) $(x-1)^2+(y+1)^2=4$

9. 已知直线通过点 $M(-3,4)$，被直线 $l: x-y+3=0$ 反射，反射光线通过点 $N(2,6)$，则反射光线所在直线的方程是______.

10. 设直线 l: $3x+4y+a=0$，圆 $C: (x-2)^2+y^2=2$，若在圆 C 上存在两点 P, Q，在直线 l 上存在一点 M，使得 $\angle PMQ=90^\circ$，则 a 的取值范围是 ( )

(A) $[-18,6]$　(B) $\left[6-5\sqrt{2},6+5\sqrt{2}\right]$

(C) $[-16,4]$　(D) $\left[-6-5\sqrt{2},-6+5\sqrt{2}\right]$

11. 已知圆 $C_1:(x-2)^2+(y-3)^2=1$，圆 $C_2:(x-3)^2+(y-4)^2=9$，M, N 分别是圆 C_1, C_2 上的动点，P 为 x 轴上的动点，则 $|PM|+|PN|$ 的最小值为　(　　)

(A) $5\sqrt{2}-4$　(B) $\sqrt{17}-1$　(C) $6-2\sqrt{2}$　(D) $\sqrt{17}$

12. 已知圆 $C:(x-3)^2+(y-4)^2=1$ 和两点 $A(-m,0),B(m,0)$ $(m>0)$，若圆上存在点 P，使得 $\angle APB=90°$，则 m 的最大值为　(　　)

(A) 7　(B) 6　(C) 5　(D) 4

13. 设 $m,n\in\mathbf{R}$，若直线 $(m+1)x+(n-1)y-2=0$ 与 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 相切，则 $m+n$ 的取值范围是　(　　)

(A) $\left[1-\sqrt{3},1+\sqrt{3}\right]$　(B) $\left(-\infty,1-\sqrt{3}\right]\cup\left[1+\sqrt{3},+\infty\right)$

(C) $\left[2-2\sqrt{2},2+2\sqrt{2}\right]$　(D) $\left(-\infty,2-2\sqrt{2}\right]\cup\left[2+2\sqrt{2},+\infty\right)$

14. 若直线 $l:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1\ (a>0,\ b>0)$ 经过点 $(1,2)$，则直线 l 在 x 轴和 y 轴上的截距之和的最小值是______.

15. 已知点 $A(1,0),B(3,0)$，若直线 $y=kx+1$ 上存在点 P，满足 $PM\perp PB$，则 k 的取值范围是______.

2　圆锥曲线

1. 已知 $P(5,2)$, $F_1(-6,0)$, $F_2(6,0)$ 三点，那么以 F_1, F_2 为焦点且过点 P 的椭圆的短轴长为　(　　)

(A) 3　(B) 6　(C) 9　(D) 12

2. 已知 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$ 是椭圆 C 的两个焦点，过 F_2 且垂直于 x 轴的直线交 C 于 A, B 两点，且 $|AB|=3$，则 C 的方程是　(　　)

(A) $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$　(B) $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$

(C) $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$　(D) $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$

3. 设 P,Q 分别为圆 $x^2+(y-6)^2=2$ 和椭圆 $\dfrac{x^2}{10}+y^2=1$ 上的点，则 P,Q 两点间的最大距离是　(　　)

(A) $5\sqrt{2}$　(B) $\sqrt{46}+\sqrt{2}$　(C) $7+\sqrt{2}$　(D) $6\sqrt{2}$

4. 设 P 是双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 上一点，双曲线的一条渐近线方程为 $3x-2y=0$, F_1, F_2 分别是双曲线的左、右焦点，若 $|PF_1|=3$，则 $|PF_2|=$　(　　)

(A) 1或5　(B) 6　(C) 7　(D) 9

5. 已知 O 为坐标原点，F 是椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左焦点，A,B 分别是 C 的左、右顶点. P 为 C 上一点，且 $PF\perp x$ 轴，且过点 A 的直线 l 与线段 PF 交于点 M，与 y 轴交于点 E，若直线 BM 经过 OE 的中点，则 C 的离心率为　(　　)

(A) $\dfrac{1}{3}$　(B) $\dfrac{1}{2}$　(C) $\dfrac{2}{3}$　(D) $\dfrac{3}{4}$

6. 已知方程 $\dfrac{x^2}{m^2+n}-\dfrac{y^2}{3m^2-n}=1$ 表示双曲线，且该双曲线两焦点间的距离为4，则 n 的取值范围是(　　)

(A) $(-1,3)$　　(B) $\left(-1,\sqrt{3}\right)$　　(C) $(0,3)$　　(D) $\left(0,\sqrt{3}\right)$

7. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2，点 P 在椭圆上，若 P, F_1, F_2 是一个直角三角形的三个顶点，则点 P 到 x 轴的距离为　　(　　)

(A) $\dfrac{9}{5}$　　(B) 3　　(C) $\dfrac{9\sqrt{7}}{7}$　　(D) $\dfrac{9}{4}$

8. 若实数 k 满足 $0<k<9$，则曲线 $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9-k}=1$ 与曲线 $\dfrac{x^2}{25-k}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 的　　(　　)

(A) 离心率相等　　(B) 虚半轴长相等　　(C) 实半轴长相等　　(D) 焦距相等

9. 已知椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{m}+y^2=1(m>1)$ 与双曲线 $C_2:\dfrac{x^2}{n}-y^2=1\ (n>0)$ 的焦点重合，e_1,e_2 分别为 C_1, C_2 的离心率，则　　(　　)

(A) $m>n$且$e_1e_2>1$　　(B) $m>n$且$e_1e_2<1$　　(C) $m<n$且$e_1e_2>1$　　(D) $m<n$且$e_1e_2<1$

10. 已知 $M(x_0,y_0)$ 是双曲线 $C:\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$ 上的一点，F_1,F_2 是 C 的两个焦点. 若 $\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}<0$，则 y_0 的取值范围是　　(　　)

(A) $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$　　(B) $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{6},\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)$　　(C) $\left(-\dfrac{2\sqrt{2}}{3},\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)$　　(D) $\left(-\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

11. 已知椭圆 E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的右焦点为 $F(3,0)$，过点 F 的直线交 E 于 A,B 两点，若 AB 的中点坐标为 $(1,-1)$，则 E 的方程为　　(　　)

(A) $\dfrac{x^2}{45}+\dfrac{y^2}{36}=1$　　(B) $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{27}=1$　　(C) $\dfrac{x^2}{27}+\dfrac{y^2}{18}=1$　　(D) $\dfrac{x^2}{18}+\dfrac{y^2}{9}=1$

12. 椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左右顶点分别为 A_1, A_2，点 P 在 C 上且直线 PA_2 斜率的取值范围是 $[-2,-1]$，那么直线 PA_1 的斜率的取值范围是　　(　　)

(A) $\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4}\right]$　　(B) $\left[\dfrac{3}{8},\dfrac{3}{4}\right]$　　(C) $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$　　(D) $\left[\dfrac{3}{4},1\right]$

13. 椭圆 $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的焦点为 F_1，点 P 在椭圆上，如果线段 PF_1 的中点 M 在 y 轴上，那么点 M 的纵坐标是　　(　　)

(A) $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　(B) $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(C) $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　(D) $\pm\dfrac{3}{4}$

14. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左，右焦点分别为 F_1，F_2，离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，过 F_2 的直线 l 交 C 于 A,B 两点，若 $\triangle AF_1B$ 的周长为 $4\sqrt{3}$，则 C 的方程为　　(　　)

(A) $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$　　(B) $\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$　　(C) $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{8}=1$　　(D) $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1$

15. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左，右焦点分别为 F_1,F_2，椭圆 C 上的点 A 满足 $AF_2\perp F_1F_2$，若点 P 是椭圆 C 上的动点，则 $\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{F_2A}$ 的最大值为　　(　　)

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(B) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$　　(C) $\dfrac{9}{4}$　　(D) $\dfrac{15}{4}$

16. 已知动点 $P(x,y)$ 在椭圆 C ：$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 上，F 为椭圆 C 的右焦点，若点 M 满足 $\left|\overrightarrow{MF}\right|=1$ 且 $\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MF}=0$，则 $\left|\overrightarrow{PM}\right|$ 的最小值为 ( )

(A) $\sqrt{3}$ (B) 3 (C) $\dfrac{12}{5}$ (D) 1

17. 设点 $M(x_0,1)$，若在圆 $O:x^2+y^2=1$ 上存在点 N，使得 $\angle OMN=45°$，则 x_0 的取值范围是 ( )

(A) $[-1,1]$ (B) $\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$ (C) $\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$ (D) $\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$

18. 已知 F 为双曲线 $C:x^2-my^2=3m\ (m>0)$ 的一个焦点，则点 F 到 C 的一条渐近线的距离为 ( )

(A) $\sqrt{3}$ (B) 3 (C) $\sqrt{3}m$ (D) $3m$

19. 已知 A,B 为双曲线 E 的左、右顶点，点 M 在 E 上，$\triangle ABM$ 为等腰三角形，且顶角为 $120°$，则 E 的离心率为 ( )

(A) $\sqrt{5}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$

20. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$，以原点为圆心，双曲线的实半轴长为半径长的圆与双曲线的两条渐近线相交于 A,B,C,D 四点，四边形 $ABCD$ 的面积为 $2b$，则双曲线的方程为 ( )

(A) $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{3y^2}{4}=1$ (B) $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{4y^2}{3}=1$ (C) $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{4}=1$ (D) $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$

21. 已知点 $Q\left(2\sqrt{2},0\right)$ 及抛物线 $x^2=4y$ 上一动点 $P(x,y)$，则 $y+\left|PQ\right|$ 的最小值为 ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) 1 (C) 2 (D) 3

22. 已知抛物线 $x^2=4y$ 上有一条长为 6 的动弦 AB，则 AB 的中点到 x 轴的最短距离为 ( )

(A) $\dfrac{3}{4}$ (B) $\dfrac{3}{2}$ (C) 1 (D) 2

23. 若直线 $y=x+b$ 与曲线 $y=3-\sqrt{4x-x^2}$ 有公共点，则 b 的取值范围是 ( )

(A) $\left[1-2\sqrt{2},1+2\sqrt{2}\right]$ (B) $\left[1-\sqrt{2},3\right]$ (C) $\left[-1,1+2\sqrt{2}\right]$ (D) $\left[1-2\sqrt{2},3\right]$

24. 若抛物线 $C:y^2=2px\ (p>0)$ 的焦点为 F，直线 l 过 F 且与 C 交于 A, B 两点，若 $|AF|=3|BF|$，则 l 的方程为 ( )

(A) $y=x-1$ 或 $y=-x+1$ (B) $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$ 或 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$

(C) $y=\sqrt{3}(x-1)$ 或 $y=-\sqrt{3}(x-1)$ (D) $y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(x-1)$ 或 $y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}(x-1)$

25. 设 F_1,F_2 是椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左, 右焦点，P 为直线 $x=\dfrac{3a}{2}$ 上一点，$\triangle F_1PF_2$ 是底角为 $30°$ 的等腰三角形，则 E 的离心率为 ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{2}{3}$ (C) $\dfrac{3}{4}$ (D) $\dfrac{4}{5}$

26. 设抛物线 $C:y^2=2px\ (p>0)$ 的焦点为 F，点 M 在 C 上，$|MF|=5$，若以 MF 为直径的圆过点 $(0,2)$，则 C 的方程为 ( )

(A) $y^2=4x$ 或 $y^2=8x$ (B) $y^2=2x$ 或 $y^2=8x$

(C) $y^2=4x$ 或 $y^2=16x$ (D) $y^2=2x$ 或 $y^2=16x$

27. 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 3x$ 的焦点，过 F 且倾斜角为 30° 的直线交 C 于 A, B 两点，O 为坐标原点，则 $\triangle OAB$ 的面积为 ( )

(A) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ (B) $\dfrac{9\sqrt{3}}{8}$ (C) $\dfrac{63}{32}$ (D) $\dfrac{9}{4}$

28. 已知圆 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 和两点 $A(-m, 0), B(m, 0)$ $(m > 0)$，若圆上存在点 P，使得 $\angle APB = 90^\circ$，则 m 的最大值为 ( )

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4

29. 设双曲线 C 的中心为点 O，若有且只有一对相交于点 O、所成角为 60° 的直线 A_1B_1 和 A_2B_2，使得 $|A_1B_1| = |A_2B_2|$，其中 A_1, B_1 和 A_2, B_2 分别是这对直线与双曲线 C 的交点，则该双曲线的离心率的取值范围是 ( )

(A) $\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}, 2\right]$ (B) $\left[\dfrac{2\sqrt{3}}{3}, 2\right)$ (C) $\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$ (D) $\left[\dfrac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$

30. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F，且与抛物线相交于 A, B 两点，其中点 A 在 x 轴上方. 若直线 l 的倾斜角为 60°，则 $\triangle OAF$ 的面积为______.

31. 过点 $M(1, 1)$ 作斜率为 $-\dfrac{1}{2}$ 的直线与椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$ 相交于 A, B 两点，若 M 是线段 AB 的中点，则椭圆 C 的离心率是______.

32. 若椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ 的焦点在 x 轴上，过点 $\left(1, \dfrac{1}{2}\right)$ 的切线，切点分别为 A, B，直线 AB 恰好经过椭圆的右焦点和上顶点，则椭圆方程是______.

33. 椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$ 的左、右顶点分别是 A, B，左、右焦点分别是 F_1, F_2. 若 $|AF_1|, |F_1F_2|, |F_1B|$ 成等比数列，则次椭圆的离心率为______.

34. 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: x^2 + \dfrac{y^2}{b^2} = 1(0 < b < 1)$ 的左、右焦点，过点 F_1 的直线交椭圆 E 与 A, B 两点，若 $|AF_1| = 3|BF_1|$, $AF_2 \perp x$轴，则椭圆 E 的方程为______.

35. 椭圆 $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{2} = 1$ 的焦点为 F_1, F_2，点 P 在椭圆上，若 $|PF_1| = 4$，则 $|PF_2| =$ ______，$\angle F_1PF_2$ 的大小为______.

36. 曲线 C 是平面内与两个定点 $F_1(-1, 0)$ 和 $F_2(1, 0)$ 的距离的积等于常数 $a^2(a > 1)$ 的点的轨迹，给出以下三个结论：

①曲线 C 过坐标原点； ②曲线 C 关于原点对称；

③若点 P 在曲线 C 上，则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积大于 $\dfrac{1}{2}a^2$.

其中，所有正确的结论的序号是______.

37. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ 的离心率为 2，焦点与椭圆 $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ 的焦点相同，那么双曲线的焦点坐标为______；渐近线方程为______.

38. 设双曲线 C 经过点 $(2, 2)$，且与 $\dfrac{y^2}{4} - x^2 = 1$ 具有相同渐近线，则 C 的方程为______；渐近线方程为______.

39. 已知动点 P 到定点 $A(-2, 0)$ 与点 $B(2, 0)$ 的斜率之积为 $-\dfrac{1}{4}$，点 P 的轨迹方程为______.

40. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$ 的渐近线为正方形 $OABC$ 的边 OA,OC 所在的直线，点 B 为该双曲线的焦点，若正方形 $OABC$ 的边长为 2，则 $a=$______.

41. 若双曲线 M 上存在四个点 A,B,C,D，使得四边形 $ABCD$ 是正方形，则双曲线 M 的离心率的取值范围是______.

42. 设 F_1,F_2 分别为椭圆 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$ 的左、右焦点，点 A, B 在椭圆上，若 $\overrightarrow{F_1A}=5\overrightarrow{F_2B}$，则点 A 的坐标是______.

43. 设直线 $x-3y+m=0\ (m\neq 0)$ 与 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$ 的两条渐近线分别交于 A,B. 若点 $P(m,0)$ 满足 $|PA|=|PB|$，则该双曲线的离心率是______.

44. 已知 P 是椭圆 C：$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 上的一点，M,N 分别是圆 $(x+3)^2+y^2=1$ 和圆 $(x-3)^2+y^2=4$ 上的点，则 $|PM|+|PN|$ 的最小值为______.

45. 设抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，M 为抛物线 C 上一点，$N(2,2)$，则 $|MN|+|MF|$ 的取值范围是______.