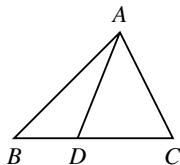


1. 在三角形 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle CAD = 45^\circ$, $AB = 2$, $AC = 2$ 则 $\frac{BD}{DC} =$ _____.



2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin(x + \alpha), & x \leq 0 \\ \cos(x + \alpha), & x > 0 \end{cases}$ 则 “ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ” 是 “函数 $f(x)$ 是偶函数” 的 ()

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sin(x + a), & x \leq 0 \\ \cos(x + b), & x > 0 \end{cases}$ 是偶函数, 则下列结论可能成立的是 ()

- (A) $a = \frac{\pi}{4}, b = -\frac{\pi}{4}$ (B) $a = \frac{2\pi}{3}, b = \frac{\pi}{6}$
(C) $a = \frac{\pi}{3}, b = \frac{\pi}{6}$ (D) $a = \frac{5\pi}{6}, b = \frac{2\pi}{3}$

4. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{3})$, 点 $A(m, n)$, $B(m + \pi, n)$ ($|n| \neq 1$) 都在曲线 $y = f(x)$ 上, 且线段 AB 与曲线 $y = f(x)$ 有五个公共点, 则 ω 的值为 ()

- (A) 4 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 a, b, c 成等差数列, 则角 B 的取值范围是()

- (A) $(0, \frac{\pi}{3}]$ (B) $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$ (C) $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ (D) $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$

6. 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$, 若 $f(\frac{\pi}{12}) - f(\frac{-5\pi}{12}) = 2$, 则函数 $f(x)$ 的单调增区间为_____.

7. 已知函数 $y = 2 \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$).

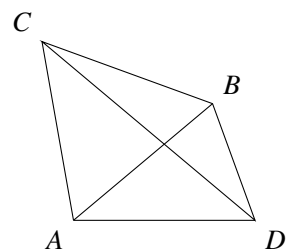
①若 $f(0) = 1$, 则 $\varphi =$ _____;

②若 $\exists x \in \mathbf{R}$, 使 $f(x + 2) - f(x) = 4$ 成立, 则 ω 的最小值为_____.

8. 如图, 在四边形 $ACBD$ 中, $\cos \angle CAD = -\frac{1}{7}$, 且 $\triangle ABC$ 为正三角形.

(1) 求 $\cos \angle BAD$ 的值;

(2) 若 $CD = 4, BD = \sqrt{3}$, 求 AB 和 AD 的长.



9. 已知函数 $f(x) = -2 \sin x - \cos 2x$.

(1) 比较 $f(\frac{\pi}{4}), f(\frac{\pi}{6})$ 的大小;

(2) 求函数 $f(x)$ 的最大值.

10. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a = \sqrt{7}, b = 3, \sqrt{7} \sin B + \sin A = 2\sqrt{3}$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积

11. 在三角形 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\sin^2 A = \sin B \sin C$.

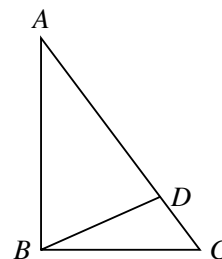
(1) 若 $\angle A = \frac{\pi}{3}$, 求 $\angle B$ 的大小;

(2) 若 $bc = 1$, 求 $\triangle ABC$ 的面积的最大值.

12. 如图, 在三角形 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 4$, $BC = 3$, 点 D 在线段 AC 上, 且 $AD = 4DC$.

(1) 求 BD 的长;

(2) 求 $\sin CBD$ 的值.



13. 已知函数 $f(x) = (1 + \sqrt{3} \tan x) \cos^2 x$.

(1) 若 α 是第二象限角, 且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 求 $f(\alpha)$ 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的定义域和值域.

14. 在三角形 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $b^2 + c^2 = a^2 + bc$.

(1) 求 A 的大小;

(2) 如果 $\cos B = \frac{\sqrt{6}}{3}, b = 2$, 求三角形 $\triangle ABC$ 的面积.

15. 已知函数 $f(x) = 2 \sin \frac{\pi}{6} x \cos \frac{\pi}{6} x$, 过两点 $A(t, f(t)), B(t+1, f(t+1))$ 的直线的斜率记为 $g(t)$.

(1) 求 $g(0)$ 的值;

(2) 写出函数 $g(t)$ 的解析式, 求 $g(t)$ 在 $\left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$ 上的取值范围.

16. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x (\cos \omega x - \sqrt{3} \sin \omega x) + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$.

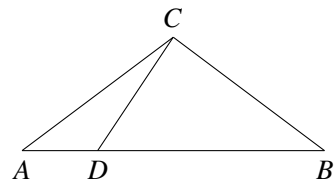
(1) 求 ω 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调递减区间.

17. 如图, 在三角形 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, 且 $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{3}$. 记 $\angle ACD = \alpha$ $\angle BCD = \beta$.

(1) 求证: $\frac{AC}{BC} = \frac{\sin \beta}{3 \sin \alpha}$;

(2) 若 $\alpha = \frac{\pi}{6}$, $AB = \sqrt{19}$, 求 BC 的长.



18. 已知函数 $f(x) = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期及其图象的对称轴方程;

(2) 求 $f\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ 的单调递减区间.