

2018 一模

- 已知 a, b 为正实数, 则 “ $a > 1, b > 1$ ” 是 “ $\lg a + \lg b > 0$ ” 的 ()
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 下列函数 $f(x)$ 中, 其图像上任意一点 $P(x, y)$ 的坐标都满足条件 $y \leq |x|$ 的函数是 ()
 (A) $f(x) = x^3$ (B) $f(x) = \sqrt{x}$ (C) $f(x) = e^x - 1$ (D) $f(x) = \ln(x + 1)$
- 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(\sqrt{3}, 0)$, $B(1, 2)$, 动点 P 满足 $\overrightarrow{OP} = \lambda \overrightarrow{OA} + \mu \overrightarrow{OB}$, 其中 $\lambda, \mu \in [0, 1]$, $\lambda + \mu \in [1, 2]$, 则所有点 P 构成的图形面积为 ()
 (A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{3}$
- 设函数 $f(x) = \sin\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) \left(x \in \left[0, \frac{9\pi}{16}\right]\right)$, 若函数 $y = f(x) + a$ ($a \in \mathbf{R}$) 恰有三个零点 x_1, x_2, x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$), 则 $x_1 + 2x_2 + x_3$ 的值是 ()
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{3\pi}{4}$ (C) $\frac{5\pi}{4}$ (D) π
- 已知点 M 在圆 $C_1: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 上, 点 N 在圆 $C_2: (x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$ 上, 则下列说法错误的是 ()
 (A) $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}$ 的取值范围是 $[-3 - 2\sqrt{2}, 0]$
 (B) $|\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}|$ 的取值范围是 $[0, 2\sqrt{2}]$
 (C) $|\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}|$ 的取值范围是 $[2\sqrt{2} - 2, 2\sqrt{2} + 2]$
 (D) 若 $\overrightarrow{OM} = \lambda \overrightarrow{ON}$, 则实数 λ 的取值范围是 $[-3 - 2\sqrt{2}, -3 + 2\sqrt{2}]$
- 把 4 件不同的产品排成一排, 若其中的产品 A 与产品 B 都摆在产品 C 的左侧, 则不同的摆法有 _____ 种.(用数字作答)
- 一次数学会议中, 有五位教师来自 A, B, C 三所学校, 其中 A 学校有 2 位, B 学校有 2 位, C 学校有 1 位. 现在五位老师排成一排照相, 若要求来自同一学校的老师不相邻, 则共有 _____ 种不同的站队方案.
- 设函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq a \\ x^3 - 3x, & x < a \end{cases}$.
 ① 若函数 $f(x)$ 有两个零点, 则实数 a 的取值范围是 _____;
 ② 若 $a \leq -2$, 则满足 $f(x) + f(x-1) > -3$ 的 x 的取值范围是 _____.
- 已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 2\cos^2 x - 1$
 (1) 求 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 的值;
 (2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.
- 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x+a}$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间

(2) 当 $a > 0$ 时, 若函数 $f(x)$ 的最大值为 $\frac{1}{e^2}$, 求 a 的值.

11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且点 $T(2, 1)$ 在椭圆 C 上, 设与 OT 平行的直线 l 与椭圆 C 相交于 P, Q 两点, 直线 TP, TQ 分别与 x 轴正半轴交于 M, N 两点.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 判断 $|OM| + |ON|$ 的值是否为定值, 并证明你的结论.