平面向量

1. 已知向量 $\vec{a}=(1,m)$, $\vec{b}=(3,-2)$，且 $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\perp\vec{b}$，则 m= (　　)

(A) -8　(B) -6　(C) 6　(D) 8

2. 若向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$ 且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})=$ (　　)

(A) 4　(B) 3　(C) 2　(D) 0

3. 若向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足：$|\boldsymbol{a}|=1$, $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$, $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$, 则 $|\boldsymbol{b}|=$ (　　)

(A) 2　(B) $\sqrt{2}$　(C) 1　(D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

4. 已知两个非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则下面结论正确的是 (　　)

(A) $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$　(B) $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

(C) $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$　(D) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

5. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\neq 0$, 且 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\left(\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}\right)\cdot\boldsymbol{b}$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角为 (　　)

(A) 0　(B) $\dfrac{\pi}{6}$　(C) $\dfrac{\pi}{3}$　(D) $\dfrac{\pi}{2}$

6. 设向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{10}$，$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{6}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$ (　　)

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 5

7. 已知 O, A, B 是平面上的三个点，直线 AB 上有一点 C，满足 $2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\mathbf{0}$, 则 $\overrightarrow{OC}=$ (　　)

(A) $2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$　(B) $-\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$

(C) $\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OB}$　(D) $-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

8. 设 D 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点，$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{CD}$，则 (　　)

(A) $\overrightarrow{AD}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AC}$　(B) $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

(C) $\overrightarrow{AD}=\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　(D) $\overrightarrow{AD}=\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

9. 平面上 O,A,B 三点不共线，设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$, 则 $\triangle OAB$ 的面积等于 (　　)

(A) $\sqrt{|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2}$　(B) $\sqrt{|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2+(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2}$

(C) $\dfrac{1}{2}\sqrt{|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2}$　(D) $\dfrac{1}{2}\sqrt{|\boldsymbol{a}|^2|\boldsymbol{b}|^2+(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2}$

10. 设 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 是单位向量，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，则 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$ 的最小值为 (　　)

(A) -2　(B) $\sqrt{2}-2$　(C) -1　(D) $1-\sqrt{2}$

11. 已知 $\boldsymbol{a}=(\sqrt{3},1)$，若将向量 $-2\boldsymbol{a}$ 绕坐标原点逆时针旋转 120° 得到向量 $\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{b}$ 的坐标为 (　　)

(A) $(0,4)$　(B) $\left(2\sqrt{3},-2\right)$

(C) $\left(-2\sqrt{3},2\right)$　(D) $\left(2,-2\sqrt{3}\right)$

12. 设 $\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}$ 是非零向量，则“存在负数 λ，使得 $\boldsymbol{m}=\lambda\boldsymbol{n}$”是“$\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}<0$”的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

13. 设 $\vec{a},\vec{b}$ 是向量，则“$|\vec{a}|=\left|\vec{b}\right|$”是“$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$”的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

14. $\vec{a},\vec{b}$ 为非零向量，“$\vec{a}\perp\vec{b}$”是“函数 $f(x)=(x\vec{a}+\vec{b})\cdot(x\vec{b}-\vec{a})$ 为一次函数”的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

15. 设 $\vec{a},\vec{b}$ 是非零向量，“$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\left|\vec{b}\right|$”是“$\vec{a}\parallel\vec{b}$”的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

16. 设平面向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 均为非零向量，则“$\vec{a}\cdot\left(\vec{b}-\vec{c}\right)=0$”是“$\vec{b}=\vec{c}$”的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

17. 设 E, F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 AB, BC 上的点，且 $AE=\dfrac{1}{2}AB$, $BF=\dfrac{2}{3}BC$, 如果 $\overrightarrow{EF}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$($m,n$为实数), 那么 $m+n$ 的值为 ( )

(A) $-\dfrac{1}{2}$ (B) 0 (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) 1

18. 已知三角形 $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形，点 D, E 分别是边 AB,BC 的中点，连接 DE 并延长到点 F，使得 $DE=2EF$，则 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的值是 ( )

(A) $-\dfrac{5}{8}$ (B) $\dfrac{1}{8}$ (C) $\dfrac{1}{4}$ (D) $\dfrac{11}{8}$

19. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle BAD=120^\circ$，点 E, F 分别在边 BC, DC 上，$BE=\lambda BC$, $DF=\mu DC$，若 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=1$, $\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CF}=-\dfrac{2}{3}$，则 $\lambda+\mu=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{2}{3}$ (C) $\dfrac{5}{6}$ (D) $\dfrac{7}{12}$

20. 已知 $\triangle ABC$ 和点 M 满足 $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\mathbf{0}$. 若存在实数 m 使得 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=m\overrightarrow{AM}$ 成立，则 $m=$( )

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

21. 已知 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点，D 为 BC 边中点，且 $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\mathbf{0}$. 那么 ( )

(A) $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OD}$ (B) $\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{OD}$ (C) $\overrightarrow{AO}=3\overrightarrow{OD}$ (D) $2\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OD}$

22. 在平行四边形 $ABCD$ 中，AC 与 BD 交于点 O, E 是线段 OD 的中点，AE 的延长线与 CD 交于点 F. 若 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{b}$, 则 $\overrightarrow{AF}=$ ( )

(A) $\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　(B) $\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$

(C) $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}$　　(D) $\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$

23. 已知平面上三点 A, B, C 满足 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=6$, $\left|\overrightarrow{AC}\right|=8$, $\left|\overrightarrow{BC}\right|=10$, 则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}=$(　　)

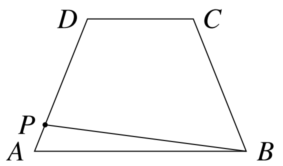
(A) 48　　(B) -48　　(C) 100　　(D) -100

24. 已知 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 为平面上的单位向量，$\boldsymbol{e}_1$ 与 $\boldsymbol{e}_2$ 的起点均为坐标原点 O，$\boldsymbol{e}_1$ 与 $\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，平面区域 D 由所有满足 $\overrightarrow{OP}=\lambda\boldsymbol{e}_1+\mu\boldsymbol{e}_2$ 的点 P 组成，其中 $\begin{cases}\lambda+\mu\leqslant 1,\\ \lambda\geqslant 0,\\ \mu\geqslant 0.\end{cases}$ 那么平面区域 D 的面积为　　(　　)

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) $\sqrt{3}$　　(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　(D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

25. 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB=8$, $BC=4$, $CD=4$, 点 P 在线段 AD 上运动，则 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|$ 的取值范围是　　(　　)

(A) $\left[6,4+4\sqrt{3}\right]$　　(B) $\left[4\sqrt{2},8\right]$　　(C) $\left[4\sqrt{3},8\right]$　　(D) $[6,12]$



26. 已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1,\vec{b}=(2,1)$，且 $\lambda\vec{a}+\vec{b}=\mathbf{0}\ (\lambda\in\mathbf{R})$，则 $|\lambda|=$______.

27. 已知 A,B,C 是圆 O 上的三点，若 $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为______.

28. 已知两个单位向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为 60°，$\vec{c}=t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$，若 $\vec{b}\cdot\vec{c}=0$，则 $t=$______.

29. 平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$, $\boldsymbol{b}=(4,2)$, $\boldsymbol{c}=m\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\,(m\in\mathbf{R})$ 且 $\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的夹角等于 $\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角，则 $m=$______.

30. 已知点 P 在圆 $x^2+y^2=1$ 上，点 A 的坐标为 $(-2,0)$，O 为原点，则 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AP}$ 的最大值为______.

31. 已知单位向量 $\boldsymbol{e}_1$与$\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 α，且 $\cos\alpha=\frac{1}{3}$，向量 $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$ 与 $\boldsymbol{b}=3\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 β，则 $\cos\beta=$______.

32. 在三角形 $\triangle ABC$ 中，点 M,N 满足 $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{NC}$. 若 $\overrightarrow{MN}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$,则 $x=$______; $y=$______.

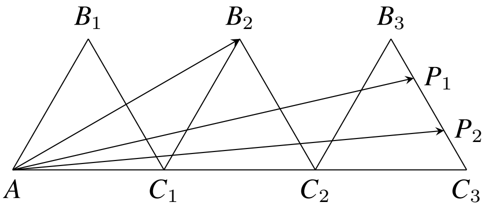
33. 已知点 $A(1,-1),B(3,0),C(2,1)$. 若平面区域 D 由所有满足 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}\ (1\leqslant\lambda\leqslant 2,0\leqslant\mu\leqslant 1)$ 的点 P 组成，则 D 的面积为______.

34. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1，点 E 是 AB 边上的动点，则 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{CB}$ 的值为______; $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DC}$ 的最大值为______.

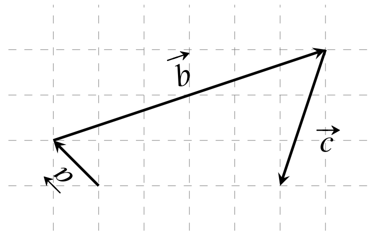
35. 已知 M 为 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点，且 $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$. 若点 M 在 $\triangle ABC$ 内部 (不含边界)，则实数 n 的取值范围是______.

36. 已知向量序列：$\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3,\cdots,\boldsymbol{a}_n,\cdots$ 满足如下条件：$|\boldsymbol{a}_1|=4\left|\boldsymbol{d}\right|=2$, $2\boldsymbol{a}_1\cdot\boldsymbol{d}=-1$ 且 $\boldsymbol{a}_n-\boldsymbol{a}_{n-1}=\boldsymbol{d}\,(n=$ $,3,4,\cdots)$. 若 $\boldsymbol{a}_1\cdot\boldsymbol{a}_k=0$, 则 $k=$______; $|\boldsymbol{a}_1|$, $|\boldsymbol{a}_2|,|\boldsymbol{a}_3|,\cdots,|\boldsymbol{a}_n|,\cdots$ 中第______ 项最小.

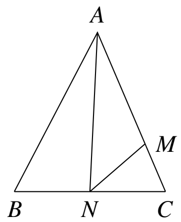
37. 如图，$\triangle AB_1C_1$，$\triangle C_1B_2C_2$，$\triangle C_2B_3C_3$ 是三个边长为 2 的等边三角形，且有一条边在同一直线上，边 B_3C_3 上有两个不同的点 P_1，P_2，则 $\overrightarrow{AB_2}\cdot(\overrightarrow{AP_1}+\overrightarrow{AP_2})=$______.



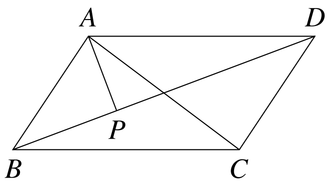
38. 向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 在正方形网格中的位置如图所示，若 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$ $(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，则 $\dfrac{\lambda}{\mu}=$______.



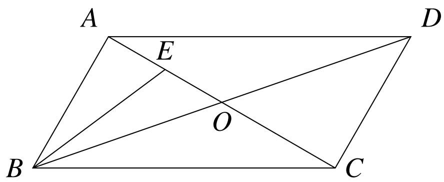
39. 在 $\triangle ABC$ 中，点 M,N 满足 $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MC}$，$\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{NC}$. 若 $\overrightarrow{MN}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则 $x=$______；$y=$______.



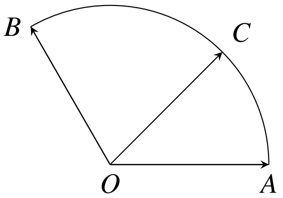
40. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AP\perp BD$，垂足为 P，且 $AP=3$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=$______.



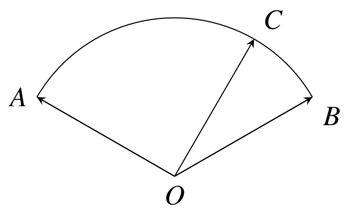
41. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，AC,BD 相交于点 O,E 为线段 AO 的中点，若 $\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BA}+\mu\overrightarrow{BD}$ $(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，则 $\lambda+\mu$=______.



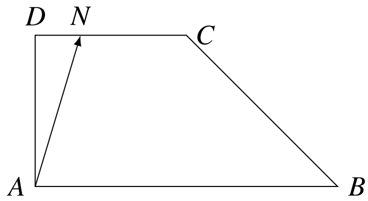
42. 给定两个长度为 1 的平面向量 $\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{OB}$，它们的夹角为 120°. 如图所示，点 C 在以 O 为圆心的圆弧 $\overset{\frown}{AB}$ 上变动，若 $\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，其中 x，$y\in\mathbf{R}$，则 $x+y$ 的最大值是______.



43. 如图，半径为 $\sqrt{3}$ 的扇形 AOB 的圆心角为 $120°$，点 C 在弧 AB 上，且 $\angle COB = 30°$. 若 $\overrightarrow{OC} = \lambda\overrightarrow{OA} + \mu\overrightarrow{OB}$，则 $\lambda + \mu =$______.



44. 在梯形 $ABCD$ 中，$AB \parallel DC$, $AD \perp AB, AD = DC = \dfrac{1}{2}AB = 2$. 点 N 是 CD 边上的一动点，则 $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最大值为______.



45. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AB \parallel CD$, $AB \perp BC$, $AB = 2$, $CD = 1$, $BC = a\ (a > 0)$, P 为线段 AD 上一个动点，设 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = y$，对于函数 $y = f(x)$，给出以下三个结论：

① 当 $a = 2$ 时，函数 $f(x)$ 的值域为 $[1, 4]$;

② $\forall a \in (0, +\infty)$，都有 $f(1) = 1$ 成立;

③ $\forall a \in (0, +\infty)$，函数 $f(x)$ 的最大值都等于 4.

其中所有正确结论的序号是______.