

1 测试

普通文本测试

This is a Test!

这是一个测试

公式测试

下边开始证明: 证明思路:1. 首先我们需要证明 5. 证明解的唯一性

证明 1:

1. 若 $y = \varphi(x)$ 是方程 1 的解, 那么带入到方程 1 中即有

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = f(x, \varphi(x))$$

现在我们两边同时取 $[x_0, x]$ 上的定积分. 为了避免混淆, 变换积分变量

$$\int_{x_0}^x \frac{d\varphi(t)}{dt} dt = \int_{x_0}^x f(t, \varphi(t)) dt$$

那么就可以得到

$$\varphi(x) - y_0(\text{原}\varphi(x_0)) = \int_{x_0}^x f(t, \varphi(t)) dt$$

移项可以得到

$$\varphi(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, \varphi(t)) dt$$

由此说明 $\varphi(x)$ 满足方程 2

2. 若 $y = \varphi(x)$ 是 2 的解, 那么我们对方程 2 求导有:

$$\frac{d}{dx}[\varphi(x)] = \frac{d}{dx} \left[y_0 + \int_{x_0}^x f(t, \varphi(t)) dt \right]$$

$$\text{即 } \frac{d\varphi(x)}{dx} = f(x, \varphi(x))$$

所以 $y = \varphi(x)$ 方程 1 的解