

Gauss 迭代

zongpingD

2023 年 5 月 22 日

1 对角占优矩阵

直接使用一个矩阵的行列式性质即可

$$C \equiv \lambda(D - L) - U = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \lambda a_{n1} & \lambda a_{n2} & \cdots & \lambda a_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

1.1 对角占优定理

对角占优定理需叙述如下: 如果 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 为严格对角占优矩阵或者是不可约弱对角占优矩阵, 则 A 为非奇异矩阵

有如下的证明过程

$$\begin{aligned} |c_{ij}| &= |\lambda a_{ij}| > |\lambda| \left(\sum_{j=1}^{i-1} |a_{ij}| + \sum_{j=i+1}^n |a_{ij}| \right) \\ &\geq \sum_{j=1}^{i-1} |\lambda a_{ij}| + \sum_{j=i+1}^n |a_{ij}| \\ &= \sum_{j=1}^n |c_{ij}| \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$