

## 电磁场与波 知识点总结

### 1 麦克斯韦方程组的理解和掌握

#### (1) 麦克斯韦方程组

$$\begin{array}{ll} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{s} \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho & \oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 & \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \end{array}$$

本构关系:  $\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$

#### (2) 静态场时的麦克斯韦方程组 (场与时间 $t$ 无关)

$$\begin{array}{ll} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} & \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \\ \nabla \times \vec{E} = 0 & \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho & \oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 & \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \end{array}$$

### 2 边界条件

#### (1) 一般情况的边界条件

$$\begin{array}{ll} \vec{a}_n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 & E_{1t} = E_{2t} \\ \vec{a}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s & D_{1n} - D_{2n} = \rho_s \\ \vec{a}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s & H_{1t} - H_{2t} = J_{st} \\ \vec{a}_n \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 & B_{1n} = B_{2n} \end{array}$$

#### (2) 介质界面边界条件 ( $\rho_s=0 \quad J_s=0$ )

$$\begin{array}{ll} \vec{a}_n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 & E_{1t} = E_{2t} \\ \vec{a}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = 0 & D_{1n} = D_{2n} \\ \vec{a}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 & H_{1t} = H_{2t} \\ \vec{a}_n \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 & B_{1n} = B_{2n} \end{array}$$

### 3 静电场基本知识点

#### (1) 基本方程

$$\begin{array}{ll} \nabla \times \vec{E} = 0 & \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho & \oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q \\ \nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon} & \nabla^2 \varphi = 0 \end{array} \quad \varphi = \int_p^A \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \varphi_A = 0$$

本构关系:  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

#### (2) 解题思路

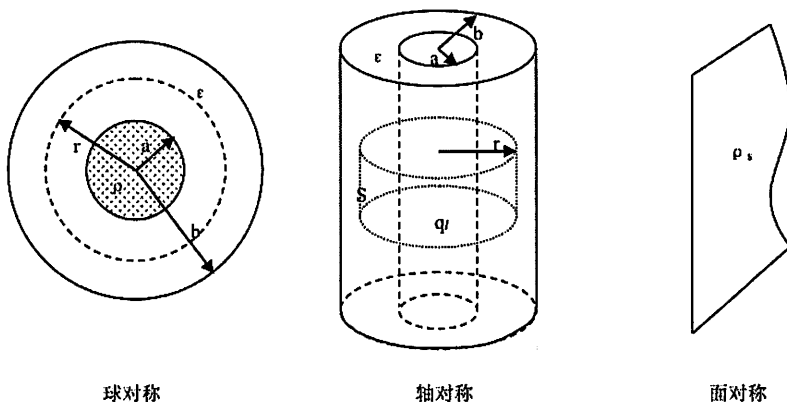
- 对称问题 (球对称、轴对称、面对称) 使用高斯定理或解电位方程 (注意边界条件的使用)。
- 假设电荷  $Q$  ——> 计算电场强度  $\vec{E}$  ——> 计算电位  $\varphi$  ——> 计算能

量  $\omega_c = \varepsilon E^2/2$  或者电容 ( $C=Q/\Phi$ )。

### (3) 典型问题

- 导体球 (包括实心球、空心球、多层介质) 的电场、电位计算;
- 长直导体柱的电场、电位计算;
- 平行导体板 (包括双导体板、单导体板) 的电场、电位计算;
- 电荷导线环的电场、电位计算;
- 电容和能量的计算。

例



## 4 恒定电场基本知识点

### (1) 基本方程

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0$$

$$\nabla^2 \varphi = 0$$

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_s \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\varphi = \int_p^A \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \varphi_A = 0$$

本构关系:  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

### (2) 解题思路

- 利用静电比拟或者解电位方程 (要注意边界条件的使用)。
- 假设电荷  $Q \rightarrow$  计算电场  $\vec{E} \rightarrow$  将电荷换成电流 ( $Q \rightarrow I$ )、电导率换成介电常数 ( $\varepsilon \rightarrow \sigma$ ) 得到恒定电场的解  $\rightarrow$  计算电位  $\Phi$  和电阻  $R$  或电导  $G$ 。

## 5 恒定磁场基本知识点

### (1) 基本方程

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}$$

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\phi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

本构关系:  $\vec{B} = \mu \vec{H}$

### (2) 解题思路

- 对称问题（轴对称、面对称）使用安培定理
- 假设电流  $I$  ——> 计算磁场强度  $H$  ——> 计算磁通  $\phi$  ——> 计算能量  $\omega_m = \mu H^2/2$  或者电感 ( $L = \phi/I$ )。

### (3) 典型问题

- 载流直导线的磁场计算;
- 电流环的磁场计算;
- 磁通的计算;
- 能量与电感的计算。

## 6 静态场的解基本知识点

### (1) 直角坐标下的分离变量法

- 二维问题通解形式的选择（根据零电位边界条件）;
- 特解的确定（根据非零电位边界条件）。

### (2) 镜像法

- 无限大导体平面和点电荷情况;
- 介质边界和点电荷情况。

## 7 正弦平面波基本知识点

### (1) 基本方程与关系

电场强度瞬时值形式  $\vec{E}(x, y, z, t) = E_{mx} \cos(\omega t - kz) \vec{a}_x + E_{my} \cos(\omega t - kz) \vec{a}_y$

电场强度复振幅形式  $\vec{E}(x, y, z) = E_{mx} e^{-jkz} \vec{a}_x + E_{my} e^{-jkz} \vec{a}_y$

瞬时值与复振幅的关系:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \text{Re}[\vec{E}(x, y, z) e^{j\omega t}] = \text{Re}[(E_{mx} e^{-jkz} \vec{a}_x + E_{my} e^{-jkz} \vec{a}_y) e^{j\omega t}]$$

坡印廷矢量（能流密度）  $\vec{S}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y, z, t) \times \vec{H}(x, y, z, t)$

平均坡印廷矢量（平均能流密度）  $\vec{S}_{av}(x, y, z) = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{E}(x, y, z) \times \vec{H}^*(x, y, z)]$

磁场强度与电场强度的关系:

$$\text{大小关系} \quad \frac{E_x}{H_y} = \frac{E_y}{H_x} = \eta$$

$$\text{方向关系} \quad \vec{a}_s = \vec{a}_E \times \vec{a}_H \quad \vec{a}_E = \vec{a}_H \times \vec{a}_s \quad \vec{a}_H = \vec{a}_s \times \vec{a}_E$$

### (2) 波的极化条件与判断方法

电磁波电场强度矢量的大小和方向随时间变化的方式,

定义: 极化是指在空间固定点处电磁波电场强度矢量的方向随时间变化的方式。

通常, 按照电磁波电场强度矢量的端点随时间在空间描绘的轨迹进行分类。

设电场强度为:  $\vec{E} = E_{mx} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \vec{a}_x + E_{my} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \vec{a}_y$

#### ● 极化条件:

A、直线极化:  $\varphi_y - \varphi_x = 0 \text{ or } \pm\pi$

B、圆极化:  $\varphi_y - \varphi_x = \pm\frac{\pi}{2}$  and  $E_{mx} = E_{my}$

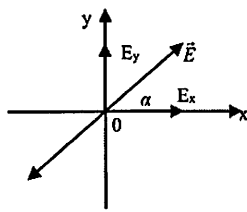
C、椭圆极化: 上述两种条件之外。

#### ● 圆极化和椭圆极化的旋向

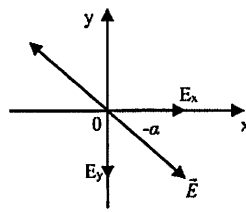
当  $\varphi_y - \varphi_x > 0$  时为左旋, 当  $\varphi_y - \varphi_x < 0$  时为右旋。

表 1：圆极化波和椭圆极化波旋向判断条件及结论

传播方向	坐标关系	参考分量	相位差	旋向结论	
				正轴向传输	负轴向传输
x 轴	$\vec{e}_x = \vec{e}_y \times \vec{e}_z$	$E_y$	$\Delta\varphi = \varphi_z - \varphi_y > 0$	左旋	右旋
			$\Delta\varphi = \varphi_z - \varphi_y < 0$	右旋	左旋
y 轴	$\vec{e}_y = \vec{e}_z \times \vec{e}_x$	$E_z$	$\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_z > 0$	左旋	右旋
			$\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_z < 0$	右旋	左旋
z 轴	$\vec{e}_z = \vec{e}_x \times \vec{e}_y$	$E_x$	$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x > 0$	左旋	右旋
			$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x < 0$	右旋	左旋

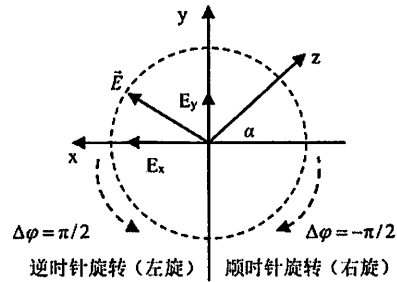


(a)  $E_y$  与  $E_x$  同相

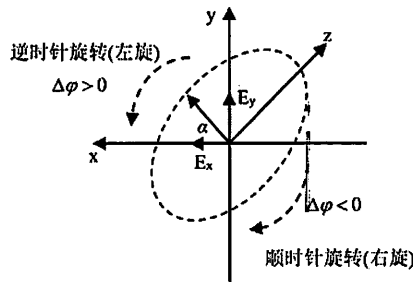


(b)  $E_y$  与  $E_x$  反相

直线极化波方向示意图



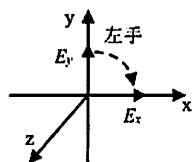
圆极化波旋向示意图



椭圆极化波旋向示意图

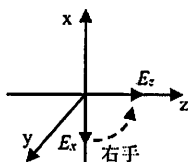
### 圆极化和椭圆极化的旋向判断作图法

- 1、将参考分量定在相应轴的正方向上；
- 2、计算另一分量与参考分量的相位差，相位差大于 0 时，另一分量画在相应的正轴方向，反之，画于负轴方向；
- 3、拇指指向波的传播方向，其余四指从另一分量转向参考分量，哪只手满足条件即为哪种旋向。



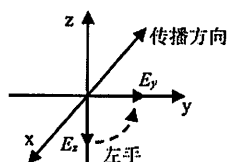
$\Delta\varphi > 0$  (左旋)

(a) +z 方向传播



$\Delta\varphi < 0$  (右旋)

(b) +y 方向传播



$\Delta\varphi < 0$  (左旋)

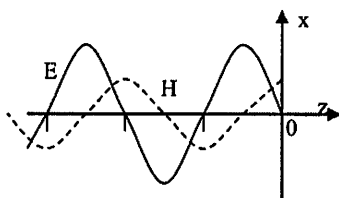
(c) -x 方向传播

圆极化波旋向判断作图法举例

### (3) 波的反射与折射

#### 1、导体表面的垂直入射波特性

- 导体外空间内为驻波分布，有波节点和波腹点；
- 没有能量传播，只有电能和磁能间的相互转换。

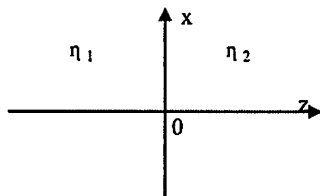


#### 2、介质表面的垂直入射波特性

- 入射波空间内为行驻波分布，透射波空间为行波分布；
- 有能量传播；
- 反射系数和透射系数

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

$$T = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$$



#### 3、导体表面的斜入射波特性

- 分垂直极化和平行极化两种情况（均以电场强度方向与入射面的相互关系区分），沿导体表面方向传输的是非均匀平面波；沿垂直导体表面方向为驻波分布；

- 对垂直极化方式，沿导体表面方向传输的是 TE 波；对平行极化方式，沿导体表面方向传输的是 TM 波；

- 沿导体表面方向有能量传输，而沿垂直于导体表面方向无能量传输；

- 沿导体表面方向的相速大于无限大空间中对应该平面波的相速，但是能量传播速度小于平面波速度。

#### 4、介质表面的斜入射波特性

- 也分垂直极化和平行极化两种情况，沿导体表面方向和垂直导体表面方向传输的均是非均匀平面波；

- 对垂直极化方式，沿导体表面方向传输的是 TE 波；对平行极化方式，

沿导体表面方向传输的是 TM 波；

- 沿导体表面方向有能量传输，而沿垂直于导体表面方向有行驻波特性；

- 反射系数和透射系数

$$\begin{aligned}\Gamma_{\perp} &= \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} & T_{\perp} &= \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} \\ \Gamma_{\parallel} &= \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} & T_{\parallel} &= \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i}\end{aligned}$$

#### 5、全反射与全折射

- 全反射——只有波从光密媒质传向光疏媒质时才可能发生，条件为：

$$\theta_c = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \quad \text{——临界角}$$

- 全折射——只有平行极化才可能发生，条件为：

$$\theta_b = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}} \quad \text{——布儒斯特角}$$

$$\theta_t = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2}} \quad \text{——全折射时的折射角}$$