

7.1 A

12.(13) 原式  $> (2n \cdot \frac{1}{n})^{\frac{n}{3}} = 2^{\frac{n}{3}} \therefore \sum_{n=1}^{\infty} 2^{\frac{n}{3}}$  发散  $\therefore \sum_{n=1}^{\infty} (2n \tan \frac{1}{n})^{\frac{n}{3}}$  发散

15.(2) 不是, 不符合.

$\therefore [1 + (-1)^n] \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n} \leq 2 \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n} < 2 \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{2}{n^2}$  而  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2}$  收敛.

$a_n = \sum_{n=1}^{\infty} [1 + (-1)^n] \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n}$  收敛.

22.(1) 证明:  $S_n^+ = \sum_{n=1}^n a_n^+ < \sum_{n=1}^n |a_n|$   $\checkmark \because \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  绝对收敛  $\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$  收敛.

同理  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$  收敛.

(2)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+ - \sum_{n=1}^{\infty} a_n^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+ - a_n^-$

7.2 A.

3. (3)  $|x| < 2$  时,  $|x^n \sin \frac{x}{2^n}| \leq (\frac{x}{2})^n \therefore \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{x}{2})^n$  收敛  $\therefore \sum_{n=1}^{\infty} x^n \sin \frac{x}{2^n}$  收敛

$|x| \geq 2$  时, 发散.  $\therefore$  收敛域为  $(-2, 2)$

4.(5)  $\therefore$  对任意的  $\epsilon \in \delta$ ,  $\exists N$  当  $n > N$  时,  $1 - \cos \frac{x}{n} \sim \frac{x^2}{n^2}$

即  $|1 - \cos \frac{x}{n}| \leq \frac{x^2}{n^2} \therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{n^2}$  收敛  $\therefore \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{x}{n})$  在  $[-\delta, \delta]$  一致收敛