电磁场与波练习卷 1

一、填空题

1. 在静电场中，电场强度$\vec{E}$和标量电位φ之间的相互关系为 $\underline{\vec{E}=-\nabla\varphi}$，其电场强度沿任意一闭合曲线积分等于<u>0</u>，因此静电场是<u>保守</u>场。

2. 已知$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{e}_x x+\boldsymbol{e}_y y+\boldsymbol{e}_z z$，则 $\nabla\bullet\boldsymbol{R}=$ <u>3</u>，$\nabla\times\boldsymbol{R}=$ <u>0</u>，$\nabla(\boldsymbol{e}_x x\bullet\boldsymbol{R})=$ $\underline{\boldsymbol{e}_x x}$。

3. 根据亥姆霍兹定理，在有限的区域 V 内，任一矢量场由它的<u>散度</u>、<u>旋度</u>和<u>边界条件</u>惟一地确定。

4. 自由空间有一个无限大的均匀带电平面位于点(0,0,-4)处的平面上ρ_{S1}，则$P_1(2,5,-5)$的电场 E 为 $\underline{-\boldsymbol{e}_z\dfrac{\rho_{S1}}{2\varepsilon_0}}$。

5. 从宏观效应看，物质对电磁场的相应可以分为极化、磁化和传导三个现象。其中电介质中高斯定理的积分形式为$\underline{\oint_S \vec{D}\cdot d\mathrm{S}=q}$，磁介质中的安培环路定理的积分形式为$\underline{\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l}=I}$，在导电媒质中，欧姆定理的微分形式为$\underline{\vec{\boldsymbol{J}}=\sigma\vec{\boldsymbol{E}}}$。

6. 理想介质（参数为$\mu=\mu_0$、$\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$、$\sigma=0$）中有一均匀平面波沿 x 方向传播，已知其电场瞬时值表达式为$\boldsymbol{E}(x,t)=\boldsymbol{e}_y 377\cos(10^9 t-5x)\ \mathrm{V/m}$，则该理想介质的相对介电常数为<u>2.25</u>。

7. 一个点电荷 q 与无限大导体平面距离为 d，如果把它移到无穷远处，需要作功$\underline{W=\dfrac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 d}}$。

8. 对于时变电磁场也可以引入位函数来描述，从而使电磁场的一些问题的分析得到简化，根据麦克斯韦方程$\underline{\nabla\cdot\vec{B}=0}$引入矢量位 A 和根据麦克斯韦方程$\underline{\nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$引入标量位$\varphi$。

9. 在导电媒质中，均匀平面波的平均磁场能量密度<u>大于</u>平均电场能量密度。

10. 假定入射波为沿 z 方向传播的均匀平面波，向理想导体表面垂直入射时，理想导体外面的合成波特点为，合成波为驻波，z=$\underline{-\frac{n\lambda_1}{2}}$为电场波节点，E 和 H 的驻波在空间错开 λ/4，时间上错开 <u>π/2</u>的相移，驻波不发生能量传输。

二、选择题

1. 已知矢量 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{e}_x(x^2+axz)+\boldsymbol{e}_y(xy^2+by)+\boldsymbol{e}_z(z-z^2+czx-2xyz)$,试确定常数 a、b、c，使 E 为无源场（C）

   A、a=2，b=1，c=-2　　B、a=-2，b=1，c=-2　　C、a=2，b=-1，c=-2

2. 有一半径为a、带电量q的导体球，其球心位于介电常数分别为ε_1和ε_2的两种介质的分界面上，该分界面为无限大平面。由高斯定理，得到上半空间距离球心 r 处其电场强度为（B）。

   A $E=\dfrac{q}{2\pi r^2\varepsilon_1}$　　B $E=\dfrac{q}{2\pi r^2(\varepsilon_2+\varepsilon_1)}$　　C $E=\dfrac{q}{2\pi r^2\varepsilon_2}$

3. 无限长直线电流I垂直于磁导率分别为μ_1和μ_2的两种磁介质的分界面。根据边界条件可知则这两种磁介质中的_______。（ A ）

   A、$\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{B}_2$，$\boldsymbol{H}_1\neq\boldsymbol{H}_2$　　B $\boldsymbol{B}_1\neq\boldsymbol{B}_2$，$\boldsymbol{H}_1=\boldsymbol{H}_2$　　C、$\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{B}_2$，$\boldsymbol{H}_1=\boldsymbol{H}_2$

4. 一半径为R_0的介质球，介电常数为$\varepsilon_r\varepsilon_0$，其内均匀分布自由电荷$\rho$，若取无穷远处电位为 0,则该介质球中心点的电位为（A）

   A、$\dfrac{2\varepsilon_r+1}{2\varepsilon_r}(\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0})R_0^2$　　B、$\dfrac{\rho R_0^2}{6\varepsilon_r\varepsilon_0}$　　C、$\dfrac{2\varepsilon_r+2}{2\varepsilon_r}(\dfrac{\rho}{\varepsilon_0})R_0^2$

5. 已知正弦电磁场的电场瞬时值为$\vec{E}(z,t)=\vec{E}_1(z,t)+\vec{E}_2(z,t)$，式中

$$\begin{cases}\vec{E}_1(z,t)=\vec{e}_x 0.03\sin(10^8\pi t-kz)\\ \vec{E}_2(z,t)=\vec{e}_x 0.04\cos(10^8\pi t-kz-\pi/3)\end{cases},$$

则电场的复矢量为______。（A）

A、$\vec{E}(z)=\vec{e}_x[0.03\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/2}+0.04\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/3}]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$

B、$\vec{E}(z)=\vec{e}_x[0.03+0.04\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/3}]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$

C、$\vec{E}(z)=\vec{e}_x[0.03\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/2}+0.04\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/3}]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$

6. 均匀平面波从空气垂直入射到某电介质平面时，空气中的驻波比为 3，介质平面上为驻波电场最小点，则反射系数为______，电介质的介电常数为______。（B）

A、$\Gamma=0.5$，$\varepsilon_2=9\varepsilon_0$　B、$\Gamma=-0.5$，$\varepsilon_2=7.27\varepsilon_0$　C、$\Gamma=-0.5$，$\varepsilon_2=9\varepsilon_0$

7. 两个互相垂直的线极化波叠加，电场的 x 分量和 y 分量相位相同或相差_____时为直线极化波；电场的 x 分量和 y 分量振幅相等、相位相同或相差_____时为圆极化波；电场的两个分量振幅和相位都不相等时，合成波为椭圆极化波。

（C）

A、$\frac{\pi}{2}$，$\frac{\pi}{4}$　　B　$\frac{\pi}{2}$，π　　C、π，$\frac{\pi}{2}$

8. 在自由空间传播的均匀平面波的磁场强度为

$\boldsymbol{H}(z,t)=(\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y)\times 0.8\cos(12\pi\times 10^8 t-4\pi z)$ A/m，则该均匀平面波的波长为__。

（C）

A、1 m　　B、0.8 m　　C、 0.5 m

9. 左旋圆极化波以布儒斯特角入射到两种非磁性媒质分界面上时，其反射波是（B）。
A、左旋圆极化波　B、直线极化波　C、右旋圆极化波

三、判断题

1. 如果空间某一点的电位为零，则该点的电场为零。　（ × ）

2. 复矢量是真实的场矢量。引入复矢量的意义在于在频率相同的时谐场中可很容易看出瞬时矢量场的空间分布。　（ × ）

3. 可以采用复介电常数的虚部来描述电介质的极化损耗。　（ √ ）

4. 良导体指σ/(ωε)≫1 的媒质。在良导体中，传导电流起主要作用，位移电流的影响很小，可以忽略。　（ √ ）

5. 麦克斯韦方程组的 4 个方程是相互独立的。　（ × ）

6. 均匀平面波在良导体（或强导电媒质）中传播时，衰减常数α与相位常数β的大小满

足_ $\alpha \approx \beta$ 。 （ √ ）

7. 均匀平面波从理想介质 1 垂直入射理想介质 2，当 $\eta_2 > \eta_1$ 时，反射系数 $\Gamma<0$, 当 $\eta_2 < \eta_1$ 时，反射系数 $\Gamma>0$。 （×）

8. 在无限大均匀理想介质中传播的均匀平面波，其电场、磁场同相位。 （ √ ）

四、计算题

1. 媒质 1 的电参数为 $\varepsilon_1 = 5\varepsilon_0$、$\mu_1 = 3\mu_0$、$\sigma_1 = 0$，媒质 2 可视为理想导体 $(\sigma_2 = \infty)$。设 y=0 为理想导体表面，y>0 的区域（媒质 1）内的电场强度

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{e}_y 20\cos\left(2\times10^8 t - 2.58z\right) \quad \text{V/m}$$

试计算 t=6ns 时：（1）点 $P(2,0,0.3)$处的面电荷密度 ρ_s；（2）点 P 处的 $\boldsymbol{H}$；（3）点 P 处的面电流密度 $\boldsymbol{J}_S$。

解 （1）$\rho_S = \boldsymbol{e}_n \cdot \boldsymbol{D}\big|_{y=0} = \boldsymbol{e}_y \cdot \boldsymbol{e}_y 20\times5\varepsilon_0 \cos(2\times10^8 t - 2.58z) =$

$$20\times5\times8.85\times10^{-12}\cos\left(2\times10^8\times6\times10^{-9} - 2.58\times0.3\right) =$$

$$80.6\times10^{-9} \quad \text{C/m}^2$$

（2）由 $\nabla\times\boldsymbol{E} = -\mu\dfrac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t}$ 得

$$\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu}\nabla\times\boldsymbol{E} = -\frac{1}{\mu}\left(-\boldsymbol{e}_x\frac{\partial E_y}{\partial z}\right) = \boldsymbol{e}_x\frac{1}{3\mu_0}\frac{\partial}{\partial z}\left[20\cos\left(2\times10^8 t - 2.58z\right)\right] =$$

$$\boldsymbol{e}_x\frac{1}{3\mu_0}20\times2.58\sin\left(2\times10^8 t - 2.58z\right)$$

对时间 t 积分，得

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{e}_x\frac{1}{3\mu_0}20\times2.58\int\sin\left(2\times10^8 t - 2.58z\right)\mathrm{d}t =$$

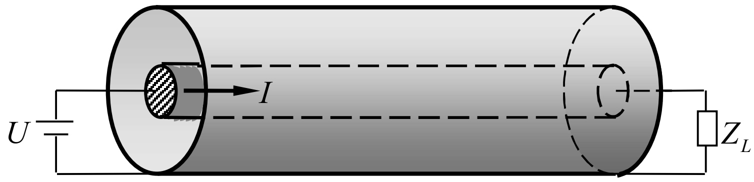
$$-\boldsymbol{e}_x\frac{20\times2.58}{3\mu_0\times2\times10^8}\cos\left(2\times10^8 t - 2.58z\right) =$$

$$-\boldsymbol{e}_x\frac{20\times2.58}{3\times4\pi\times10^{-7}\times2\times10^8}\cos\left(2\times10^8\times6\times10^{-9} - 2.58\times0.3\right) =$$

$$-\boldsymbol{e}_x 62.3\times10^{-3} \quad \text{A/m}$$

（3）$\boldsymbol{J}_S = \boldsymbol{e}_n \times \boldsymbol{H}\big|_{y=0} = \boldsymbol{e}_y \times \left(\boldsymbol{e}_x H_x\right)\big|_{y=0} = \boldsymbol{e}_z 62.3\times10^{-3} \quad \text{A/m}$

2、同轴线的内导体半径为 a 、外导体的内半径为 b，其间填充介电常数为 ε 的均匀理想介质，已知同轴线单位长度的电容为 $\dfrac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}$。设内外导体间的电压为 U ，导体中流过的电流为 I 。（1）在导体为理想导体的情况下，计算内外导体之间的电场和磁场。（2）计算同轴线中传输同轴线中传输的功率；（2）当导体的电导率 σ 为有限值时，计算此时内导体表面外侧的电场。



解：（1）在内外导体为理想导体的情况下，电场只存在于内外导体之间的理想介质中，内外导体表面的电场无切向分量，只有电场的径向分量。

利用高斯定理，求得内外导体之间的电场

$$\vec{E} = \vec{e}_\rho \frac{U}{\rho \ln(b/a)} \qquad\qquad (a < \rho < b)$$

和安培环路定理，求得内外导体之间的磁场分别

$$\vec{H} = \vec{e}_\phi \frac{I}{2\pi\rho} \quad (a < \rho < b)$$

（2）内外导体之间任意横截面上的坡印廷矢量：

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = [\vec{e}_\rho \frac{U}{\rho \ln(b/a)}] \times (\vec{e}_\phi \frac{I}{2\pi\rho}) = \vec{e}_z \frac{UI}{2\pi\rho^2 \ln(b/a)}$$

穿过任意横截面的功率为

$$P = \int_S \vec{S} \cdot \vec{e}_z \mathrm{d}S = \int_a^b \frac{UI}{2\pi\rho^2 \ln(b/a)} 2\pi\rho \mathrm{d}\rho = UI$$

（3）当导体的电导率 σ 为有限值时，导体内部存在沿电流方向的电场

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} = \vec{e}_z \frac{I}{\pi a^2 \sigma}$$

根据边界条件，在内导体表面上电场的切向分量连续，即 $\vec{E}_{外z} = \vec{E}_{\quad z}$，

因此，在内导体表面外侧的电场为：

$$\vec{E}_{外}\Big|_{\rho=a}=\vec{e}_\rho\frac{U}{a\ln(b/a)}+\vec{e}_z\frac{I}{\pi a^2\sigma}$$ 。

3、 在自由空间传播的均匀平面波的电场强度复矢量为

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{e}_x10^{-4}e^{-j20\pi z}+\boldsymbol{e}_y10^{-4}e^{-j(20\pi z-\frac{\pi}{2})}\quad \text{V/m}$$

求:(1)平面波的传播方向和频率;

(2)波的极化方式;

(3)磁场强度 $\boldsymbol{H}$;

(4)流过沿传播方向单位面积的平均功率。

解 (1)传播方向为$\boldsymbol{e}_z$

由题意知$k=20\pi=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$，故

$$\omega=\frac{20\pi}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=6\pi\times10^9\quad \text{rad/s}$$

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=3\times10^9\ \text{Hz}=3\ \ \text{GHz}$$

(2)原电场可表示为

$$\boldsymbol{E}=(\boldsymbol{e}_x+j\boldsymbol{e}_y)10^{-4}\mathrm{e}^{-j20\pi z}$$

是左旋圆极化波。

(3)由 $$\boldsymbol{H}=\frac{1}{\eta_0}\boldsymbol{e}_z\times\boldsymbol{E}$$

得

$$\boldsymbol{H}=\frac{10^{-4}}{120\pi}(\boldsymbol{e}_y-j\boldsymbol{e}_x)\mathrm{e}^{-j20\pi z}=$$

$$-\boldsymbol{e}_x2.65\times10^{-7}\mathrm{e}^{-j(20\pi z-\frac{\pi}{2})}+\boldsymbol{e}_y2.65\times10^{-7}\mathrm{e}^{-j20\pi z}$$

(4) $$\boldsymbol{S}_{av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*]=$$

$$\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{[\boldsymbol{e}_x10^{-4}\mathrm{e}^{-j20\pi z}+\boldsymbol{e}_y10^{-4}\mathrm{e}^{-j(20\pi z-\frac{\pi}{2})}]\times$$

$$[\boldsymbol{e}_y2.65\times10^{-7}\mathrm{e}^{j20\pi z}-\boldsymbol{e}_x2.65\times10^{-7}\mathrm{e}^{j(20\pi z-\frac{\pi}{2})}]\}=$$

$$\boldsymbol{e}_z2.65\times10^{-11}\quad \text{W/m}^2$$

即 $$P_{av}=2.65\times10^{-11}\quad \text{W/m}^2$$

4、 一左旋圆极化波自空气中垂直入射于一介质板上，介质板的本征阻抗为η_2。入射波电场为 $\boldsymbol{E}=E_m(\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_yj)e^{-j\beta z}$ 。求反射波与透射波的电场，它们的极化情况如何?

解 设媒质 1 为空气，其本征阻抗为η_0，故分界面上的反射系数和透射系数分别为

$$\varGamma=\frac{\eta_2-\eta_0}{\eta_2+\eta_0}$$,

$$\tau=\frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_0}$$

式中

$$\eta_2=\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}},\ \eta_0=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

都是实数，故$\varGamma$、τ也是实数。

反射波的电场为

$$\boldsymbol{E}_r=\varGamma E_m(\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y j)e^{j\beta z}$$

可见，反射波的电场的两个分量的振幅仍相等，相位关系与入射波相比没有变化，故反射波仍然是圆极化波。但波的传播方向变为-z方向，故反射波变为右旋圆极化波。

透射波的电场为

$$\boldsymbol{E}_t=\tau E_m(\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y j)e^{-j\beta_2 z}$$

式中，$\beta_2=\omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}$ 是媒质 2 中的相位常数。可见，透射波是沿+z方向传播的左旋圆极化波。