

Discussion problem assignment:

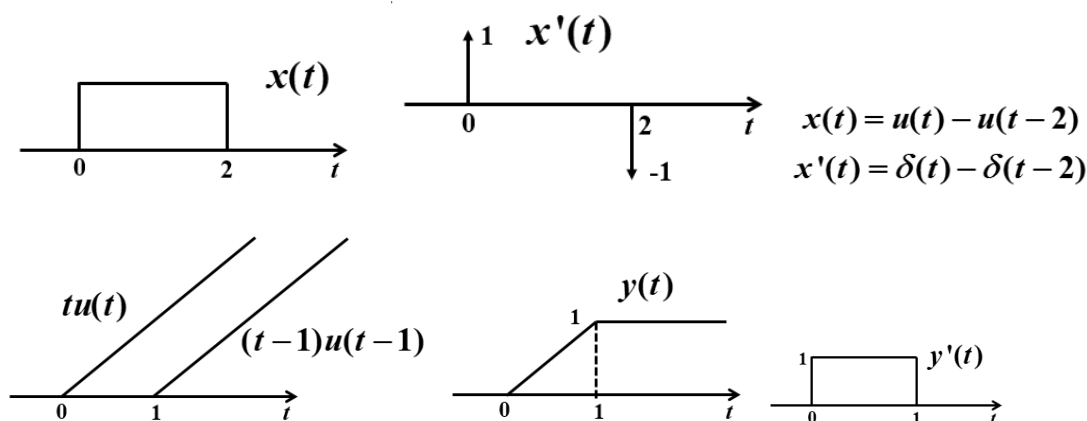
2. Sketch the following signal and find its time derivative:

$$x(t) = u(t) - u(t-2)$$

$$y(t) = tu(t) - (t-1)u(t-1)$$

问题:

要求能够很熟练地画出信号，然后根据信号波形变化，完成时间求导。也应该可以从信号的数学表示出发，信号就是数学，直接进行数学求导也应该得到相同的答案。



其中，对于 $tu(t)$ ，有的同学可能因为第一次接触，

$$y(t) = tu(t) - (t-1)u(t-1)$$

$$= \begin{cases} t - (t-1) = 1, & t > 1 \\ t, & 0 < t < 1 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y'(t) &= \frac{d}{dt} \{ tu(t) - (t-1)u(t-1) \} \\ &= u(t) + t\delta(t) - u(t-1) - (t-1)\delta(t-1) \\ &= u(t) - u(t-1) \end{aligned}$$

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

其中求导时， $u(t)$ 是一个信号，而且有

。 $tu(t)$ 可以看成两个函数相乘呀， t 乘以 $u(t)$ 。对相乘的函数求导，变成两项 $u(t) + t\delta(t)$ ，但是第二项再利用性质，变成了幅度为 0，所以没有了

$$x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0)$$

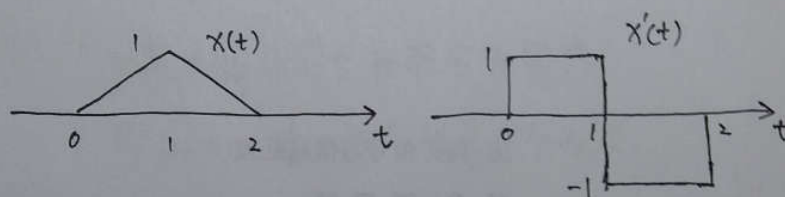
两种方法都可以找到正确的答案，但是希望大家能够熟悉第一种基于信号变换的方法。

第一题:

Let $x(t) = tu(t) - 2(t-1)u(t-1) + (t-2)u(t-2)$, sketch $x(t)$ and find its time derivative.

$$x(t) = tu(t) - 2(t-1)u(t-1) + (t-2)u(t-2)$$

$$= \begin{cases} t < 0, & x(t) = 0 \\ 0 < t < 1, & x(t) = t \\ 1 < t < 2, & x(t) = t - 2(t-1) = -t + 2 \\ t > 2, & x(t) = t - 2(t-1) + (t-2) = 0 \end{cases}$$



方法二:

$$\begin{aligned} x'(t) &= u(t) + t\delta(t) - 2u(t-1) - 2(t-1)\delta(t-1) \\ &\quad + u(t-2) + (t-2)\delta(t-2) \\ &= u(t) - 2u(t-1) + u(t-2) \end{aligned}$$

第二题:

Compute the following integral $\int_0^1 \delta(t-\tau) d\tau$ and confirm that the result is a rectangular pulse $x(t)$

学生答案:

利用 $\delta(-t) = \delta(t)$, 可得

$$\int_0^1 \delta(t-\tau) d\tau = \int_0^1 \underbrace{\delta(\tau-t)}_{\text{发生在 } t \text{ 的冲激}} d\tau = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & 0 < t < 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases}$$

如果冲激时间 t 在积分区间内,
即 $0 < t < 1$ 时, 积分结果才不为零。