Discussion problem assignment:

问题一：

作为上节课的课堂测验，需要同学们继续完成测验题，并对两个方波信号的卷积结果进行总结。

Find the convolution of the following two signals:

$$x(t) = u(t) - u(t - T_1)$$
$$h(t) = u(t) - u(t - T_2)$$
$$T_1 < T_2$$

A：

这是典型的两个高度为 1、宽度不同的方波信号的卷积计算，结果是一个梯形信号。

但是，这个梯形信号的对应参数需要确定，包括起始、终止时间、幅度大小、梯形平台的起始和终止时间。

结果如图。输出信号起始于时间 0 点，持续时间是 T1+T2。梯形平台的幅度是小方波的面积，T1。梯形平台起始于 T1 时间，宽度是 T2-T1。

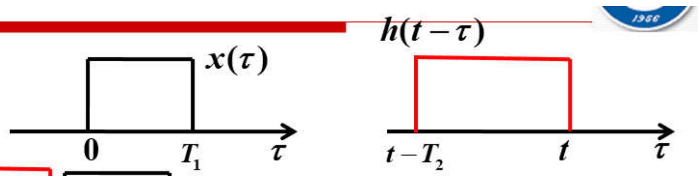
在这门课程中，方波信号的卷积结果需要大家理解并记住，后续在考查中，可能需要同学们直接给出结果。

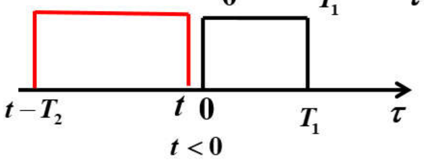
Solution:

$$x(t) = u(t) - u(t - T_1) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T_1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

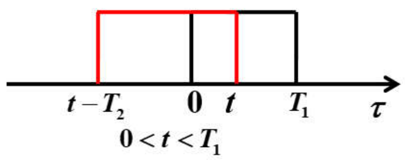
$$h(t) = u(t) - u(t - T_2) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T_2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

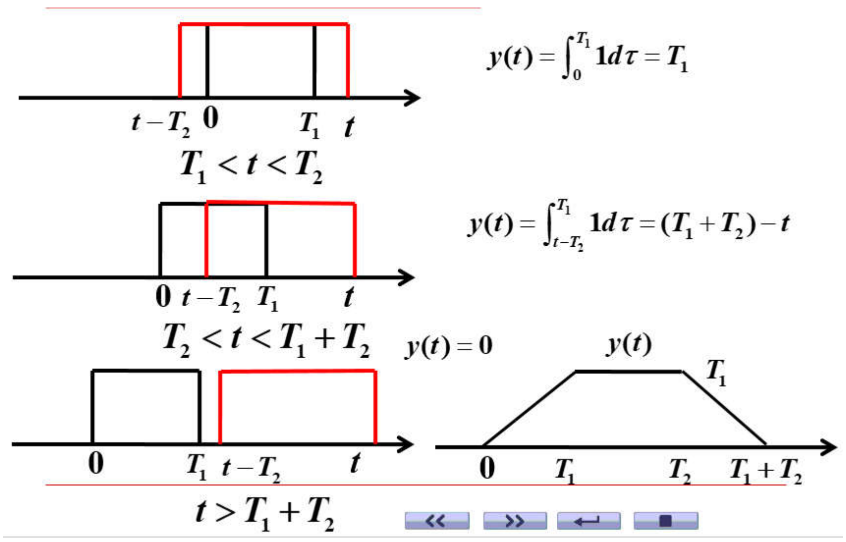




$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 d\tau = 0$$



$$y(t) = \int_0^t 1 d\tau = t$$



第二题：

已知 $y(t)=x(t)*h(t)$，证明 $y(-t)=x(-t)*h(-t)$。

答案：

$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

Assume $x_1(t)=x(-t),\ h_1(t)=h(-t)$

$$\begin{aligned}
y_1(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(\tau)h_1(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(-\tau)h(-(t-\tau))d\tau \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} x(-\tau)h(-t+\tau)d\tau \xrightarrow{\tau'=-\tau} = \int_{+\infty}^{-\infty} x(\tau')h(-t-\tau')(-d\tau') \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau')h(-t-\tau')d\tau' = y(-t)
\end{aligned}$$

这是一道典型的测验自己对卷积计算的细节掌握情况的题目，给大家一点时间对比一下自己的答案和给出的答案，有问题做个记录可以答疑。

基本的思路是，将 x(-t)和 h(-t)看成是新的信号，$x_1(t)=x(-t),\ h_1(t)=h(-t)$，然后尝试代入 x1(t)和 h1(t)的卷积公式

比较容易出错的是这一步的 $=\int_{+\infty}^{-\infty}$，以及后续交换上下限会引入一个符号。这是与卷积求和不同的地方