

Discussion problem assignment:

第一题:

Do partial fraction expansion to get the parameters A, B and C.

$$H(j\omega) = \frac{2j\omega - 4}{(j\omega + 1)(j\omega + 2)^2} = \frac{A}{j\omega + 1} + \frac{B}{(j\omega + 2)^2} + \frac{C}{j\omega + 2}$$

Solution:

这道题在课上给出来，是因为很基本的一个要求，希望学生尝试一下，但是更有可能布置成课后讨论题目之一。

$$H(v) = \frac{2v - 4}{(v + 1)(v + 2)^2} = \frac{A}{v + 1} + \frac{B}{(v + 2)^2} + \frac{C}{v + 2}$$

$$A = (v + 1)H(v) \Big|_{v=-1} = \frac{2v - 4}{(v + 2)^2} \Big|_{v=-1} = -6$$

$$B = (v + 2)^2 H(v) \Big|_{v=-2} = \frac{2v - 4}{(v + 1)} \Big|_{v=-2} = 8$$

$$C = \frac{d}{dv} [(v + 2)^2 H(v)] \Big|_{v=-2} = \frac{d}{dv} \left[\frac{2v - 4}{(v + 1)} \right] \Big|_{v=-2}$$

$$= \frac{2}{(v + 1)} - \frac{2v - 4}{(v + 1)^2} \Big|_{v=-2} = 6$$

第二题:

Compute the following integral

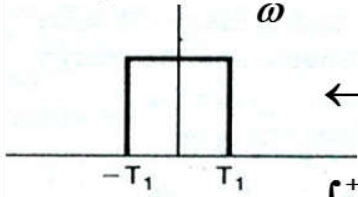
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(2\omega) \sin(\omega)}{\omega^2} d\omega = ?$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(2\omega) \sin(\omega)}{\omega^2} e^{j\omega} d\omega = ?$$

Solution:

这是课件上的讨论题目，只是希望大家能够按照课上讲的思路，自己实际计算一遍。

Solution: 使用时域卷积性质

$$X(j\omega) = \frac{\sin(2\omega)}{\omega}, H(j\omega) = \frac{\sin(\omega)}{\omega}, Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega)$$


所以， $x(t)$ 和 $h(t)$ 分别是T1参数为2和1的方波信号，幅度是1/2

$$\xleftrightarrow{\text{FT}} \frac{2 \sin \omega T_1}{\omega}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega) d\omega = 2\pi y(t=0) = 2\pi x(t) * h(t) |_{t=0}$$

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(-\tau) d\tau = \pi$$

Solution: 使用时域卷积性质

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega) e^{j\omega} d\omega = 2\pi y(t) |_{t=1}$$

两个信号是宽度不同的方波信号，卷积结果是一个梯形，对应 $t = 1$ 处的信号值容易求得。也可以代入卷积公式求积分获得