《概率论与数理统计》属应用数学范畴,它观察，分析，描述和处理问题的方法与其它数学分支不同，是一种观测实验与理性思维相结合的科学方法.
注：基本题必做，思考题选做，可不交。

第一章

一、基本题目

1. 写出下列随机试验的样本空间。

1. 同时抛三颗色子，记录三颗色子的点数之和；
2. 将一枚硬币抛三次，
   (i) 观察各次正反面出现的结果；
   (ii)观察正面总共出现的次数；
3. 对一目标进行射击，直到命中5次为止，记录射击次数；
4. 将一单位长的线段分成3段，观察各段的长度；

2. 从0,1,2，…，9十个数字中，先后随机取出两数，写出下列取法中的样本空间：

1. 抽取可放回时的样本空间Ω1；
2. 抽取不放回时的样本空间Ω2.

3. 一袋内装有4个白球和5个红球,每次从袋内随机取出一球,直至首次取到红球为至. 写出下列两种取法的样本空间:

1. 不放回时的样本空间Ω1；
2. 放回时的样本空间Ω2.

4. 设A，B，C为随机试验的三个随机事件，试将下列各事件用A，B，C表示出来.

1. 仅仅A发生；
2. 三个事件都发生；
3. A与B均发生，C不发生；
4. 至少有一个事件发生；
5. 至少有两个事件发生；
6. 恰有一个事件发生；
7. 恰有两个事件发生；
8. 没有一个事件发生；
9. 不多于两个事件发生.

5. 一公司有16名员工，若每个员工随机地在一个月的22天工作日中挑选一天值班，问：不会出现有两个及以上的员工挑选同一天值班的概率是多少?

6. 一辆公共汽车出发前载有5名乘客，每位乘客独立在7个站中的任意一站离开，求下列事件的概率：

1. 第7站恰有两位乘客离去;
2. 没有两位及两位以上乘客在同一站离去。

7. 一元件盒中有50个元件，其中25件一等品，15件二等品，10件次品，从中任取10件，求：

1. 恰有两件一等品，两件二等品的概率;
2. 恰有两件一等品的概率;
3. 没有次品的概率。

8. 袋中有编号为1,2，...，*n*的*n*个小球，从中随机有放回地取*m*次，求取出的*m*个球中最大编号为*k*的概率. 并计算出*n*=6，*m*=3和*k*=6的值.

9. 在一半径为1的圆周上，甲、乙两人各自独立地从圆周上随机选择一点，将两点连成一条弦，求圆心到这条弦的距离不小于 $\frac{1}{2}$ 的概率.

10. 设A，B是试验E的两个事件，且P(A)= $\frac{1}{2}$, P(B)= $\frac{1}{2}$. 在以下各种情况下计算

1. $A \subset B$;
2. A与B互不相容;
3. $P(AB) = \frac{1}{8}$

11.设*P* (*A*) > 0， *P* (*B*) > 0 ，将下列四个数：

$P(A)$、$P(AB)$、$P(A \cup B)$、$P(A) + P(B)$

用"≤"连接它们，并指出在什么情况下等号成立.

12. 已知 A1和A2同时发生，则A必发生，证明：P(A)≥P(A1) + P(A2) - 1

13. 已知P(A)=P(B)=P(C)= $\frac{1}{4}$ ， P(AB)=0, P(AC)=P(BC)= $\frac{1}{16}$ ，计算A, B, C全不发生的概率.

14. 现有两种报警系统A与B，每种系统单独使用时，系统A有效的概率是0.92,系统B为0.93。两种系统装置在一起后，至少有一个系统有效的概率是0.988，求

1. 两个系统均有效的概率；
2. 两个系统中仅有一个有效的概率。

15.摩托车赛道在甲乙两地间设置了三个障碍. 一位参赛者在每一障碍前停车的概率为0.1, 而从乙地到终点不停车的概率为0.7. 试求这位参赛者全程不停车的概率.

16.某型号的显像管主要由三个厂家供货，甲、乙、丙三个厂家的产品概率分别占总数的25%, 50%, 25%. 甲、乙、丙三个厂家的产品在规定时间内能正常工作的概率分别是0.1, 0.2, 0.4. 求一个随机选取的显像管能在规定时间内正常工作的概率.

17.在一盒子中装有15个乒乓球，其中有9个新球。在第一次比赛时任意取出三个球，赛后仍放回原盒中；在第二次比赛时同样任意取出三个球，求第二次取出的三个球均为新球的概率.

18. 已知一批产品中96%是合格品，用某种检验方法辨认出合格品为合格品的概率为0.98, 而误认废品是合格品的概率为0.05, 求检查合格的一件产品确系合格的概率.

19.设甲、乙、丙三导弹向同一敌机射击，甲、乙、丙击中敌机的概率分别为0.4, 0.5, 0.7. 如果只有一弹击中，飞机坠毁的概率为0.2；如两弹击中，飞机坠毁的概率为0.6；如三弹击中，飞机坠毁的概率为0.9.

1. 求飞机坠毁的概率；
2. 若飞机已经坠毁，问飞机最有可能是被几颗导弹击中的？

20. 设事件A，B，C相互独立，且P(A)= $\frac{1}{4}$, P(B)= $\frac{1}{3}$, P(C)= $\frac{1}{2}$. 试求:

1. 三个事件都不发生的概率；
2. 三个事件至少有一个发生的概率；
3. 三个事件恰好有一个发生的概率：
4. 至多有两个事件发生的概率.

21. 甲、乙比赛射击，每进行一次比赛，胜者得一分。在一次射击中，甲“胜”的概率为 ，乙“胜”的概率为 。设 , 规定比赛进行到有一人超过对方2分就停止（各次比赛相互独立），多得2分者胜. 求甲获胜的概率.

22. 设有事件 在下列各种条件下应怎样求 至少有一个发生的概率.

1. 互不相容;
2. 相互独立;
3. 一般情形.

23. 某仪器有三个指示灯, 第一、第二、第三个指示灯出错的概率分别为0.1，0.2及0.3，并且出错与否是相互独立的. 一个指示灯出错时造成系统运行失败的概率是0.25, 两个一个指示灯出错时为0.6, 而当三个同时出错则为0.9. 试求系统运行失败的概率.

二、思考问题：

1. 怎样理解随机试验? 随机试验具有哪些特性?
2. 随机事件A发生的频率具有稳定性，即稳定在某一常数$P(A)$, 人们称其为随机事件A的统计概率, 这是否说明频率的极限就是概率？频率是什么变量? 请阐述理由.
3. 怎样确定试验的基本事件组? 一个试验的基本事件组是否惟一?
4. 你是如何理解概率的公理化定义的形成思路的，在你学过的其他数学学科中，哪些数学定义中类似的从具体到抽象定义特征给你留下深刻印像？你从中能得到什么启示?
5. 如何理解条件概率与非条件概率, 二者间有什么关系吗? 举例说明概率 和 的概念差别.
6. 基于条件概率概念的三个概率计算公式是哪些? 它们有什么关系,又有什么差别?
7. 分析利用全概率公式计算概率的思想, 此种思想还类似地用于概率论其他什么地方?
8. 从Bayes公式中体会Bayes思想, 思考该种思想将在哪些问题中会得到广泛应用，从你熟悉的日常生活中举出实例.
9. 事件的独立性是否存在传递性? 即事件A与事件B相互独立，事件B与事件C相互独立，能否推知事件A与事件C相互独立？举例说明
10. 分析两个随机事件A与B互不相容、A与B对立及A与B相互独立这三个概念的差别. 在一般情形A与B相互独立与A与B互不相容能否同时成立?