习题十三

1. C　　2. B　　3. (1) 1.2 s　　(2) $-\frac{\pi}{15}$ m/s

4. $x=0$　　$v=3\pi$ m/s

5. (1) 设振动方程为 $x=-2\times10^{-2}\sin\omega t$

$\therefore v=-2\times10^{-2}\omega\cos\omega t$

$\because v_m=2\times10^{-2}\omega=3\times10^{-2}$ m/s　　$\therefore \omega=\frac{3}{2}$　　$\therefore T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{4}{3}\pi$

(2) $v=-3\times10^{-2}\cos\frac{3}{2}t$

$a=\frac{9}{2}\times10^{-2}\sin\frac{3}{2}t$

$\therefore a_m=\frac{9}{2}\times10^{-2}$ m/s^2

(3) $x=-2\times10^{-2}\sin\frac{3}{2}t$

6. (1) 设静止时为原点，向下为正方向.

在最低点：$F=ma=m\frac{d^2x}{dt^2}$，$F=-kx$

又 $k=\frac{F_0}{x_0}=2\times10^2$ N/m，$F=20$ N

$\therefore$ 解得 $\omega=\sqrt{5}$　　又最低点 $x=0.1$ m，$A=0.1$

设 $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$，由 $x(0)=0.1$ 得 $\varphi=0$

$\therefore x(t)=0.1\cos(\sqrt{5}t)$

(2) $f=mg-ma$，$a=\frac{d^2x(\frac{4\sqrt{5}}{15}\pi)}{dt}=2.5$ m/s^2

$\therefore f=29.2$ N

(3) $t_{min}=\frac{\frac{\pi}{3}}{2\pi}T=\frac{1}{12}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{6\omega}=\frac{\sqrt{5}}{6}\pi\,(s)=0.074$ s

习题十四

1. B　　2. D　　3. $x=0.02\sin\frac{\pi}{2}t$　　4. 0.1, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$

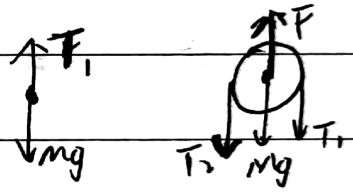
5. 设振动方程为 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$

$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=2\ rad/s$. 由能量守恒定律, $\frac{1}{2}kA^2=F\cdot x_0$.

$\therefore A=\frac{\sqrt{6}}{12}m$, $x(0)=\frac{\sqrt{6}}{12}\cos\varphi=-\frac{\sqrt{6}}{12}$, $\varphi=\pi$

$\therefore x=\frac{\sqrt{6}}{12}(2t+\pi)$

6. 取物体平衡位置为原点, 向下为正.



设在平衡位置 $mg=kx_0$

$$\left.\begin{aligned} &\therefore mg-T_1=m\frac{d^2x}{dt^2}\\ &T_1R-T_2R=J\beta\\ &\beta R=\frac{d^2x}{dt^2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{\frac{J}{R^2}+m}x=0$$

$\therefore$ 简谐振动.

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{\frac{J}{R^2}+m}}$$

习题十五

1. D　2. B　3. 0.08　4. 0

$k(1)k = \frac{60}{0.3}N/m = 200\ N/m$　设平衡位置为原点，向下为正方向

小物体：$\uparrow N$　$\downarrow mg$　$mg - N = ma$　当 $N=0$ 即 $a=g$ 时，脱离

又 $A = 0.1m$，$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\sqrt{2}\ rad/s$　$\therefore a_{max} = A\omega^2 = 5m/s^2 < g$

∴不会脱离

(2) 当 $a_{max} > g$ 时，可以分离。$\therefore A\omega^2 \geq g$　$A \geq 0.2m$

由 $a = -\omega^2 x = g$，$x = -19.6\ cm$

∴在平衡位置上方 19.6cm 处脱离

∴当 $A > 19.6\ cm$ 时可以脱离

6. $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} = 7.8\ cm$

$\varphi = \tan^{-1}\frac{A_1\sin\frac{3}{4}\pi + A_2\sin\frac{\pi}{4}}{A_1\cos\frac{3}{4}\pi + A_2\cos\frac{3}{4}\pi} \approx 1.48\ rad$

∴合成：$x = 7.8\times10^{-2}\cos(10t + 1.48)$