



算法与数据结构

Lecture 12: 二叉树的应用

郝家胜

hao@uestc.edu.cn

School of Automation Engineering,
University of Electronic Sci. & Tech. of China



内容回顾

- 二叉树的遍历
- 二叉树的遍历算法
- 二叉树的存储结构



内容提要

- 二叉排序树
- 树、森林与二叉树的转换
- Huffman树应用

二排序叉树

- 递归定义
- 空二叉树
- 或者
 - ▶ 左子树上所有结点的关键字均小于根结点的关键字；右子树上所有结点的关键字均大于等于根结点的关键字；
 - ▶ 左子树和右子树本身又各是一棵二叉排序树。
- 按中序遍历该树所得的中序序列是一个**递增有序序列**

二叉排序树的生成过程

- 给定的数据序列 $\{k_1, k_2, \dots, k_n\}$
- 先设一棵空二叉排序树
- 然后将序列中元素依次生成结点后逐个插入树中

• 步骤：

• 1、 k_1 为二叉排序树的根

• 2、若 $k_2 < k_1$ ，则 k_2 插入到 k_1 的左子树上；否则插入到 k_1 的右子树上。

• 3、读入 k_i ，若 $k_i < k_1$ ，则进入左子树，否则进入右子树，继续与子树之根比较，直到某结点 k_j 。

• 若 $k_i < k_j$ 且 k_j 的左子树为空，插入；若 $k_i \geq k_j$ 且 k_j 的右子树为空，插入。

TREE-INSERT (T, z)

```
1   $x \leftarrow \text{root}[T], y \leftarrow \text{NIL}$ 
2  while  $x \neq \text{NIL}$  do
3       $y \leftarrow x$ 
4      if  $\text{key}[z] < \text{key}[x]$  then  $x \leftarrow \text{left}[x]$ 
5          else  $x \leftarrow \text{right}[x]$ 
6      endif
7  endwhile
8   $\text{parent}[z] \leftarrow y$ 
9  if  $y = \text{NIL}$  then  $\text{root}[T] \leftarrow z$ 
10     else if  $\text{key}[z] < \text{key}[y]$ 
11         then  $\text{left}[y] \leftarrow z$ 
12         else  $\text{right}[y] \leftarrow z$ 
13     endif
```

树、森林与二叉树的转换

- 一般树中各个结点的子树个数（度）不规则，若用链表结构表示时无法确定指针域的数目。
- 可将一般树转换为二叉树，选用二叉树的有关算法来实现树的有关操作。

1、把一棵树转换成对应的二叉树

转换：

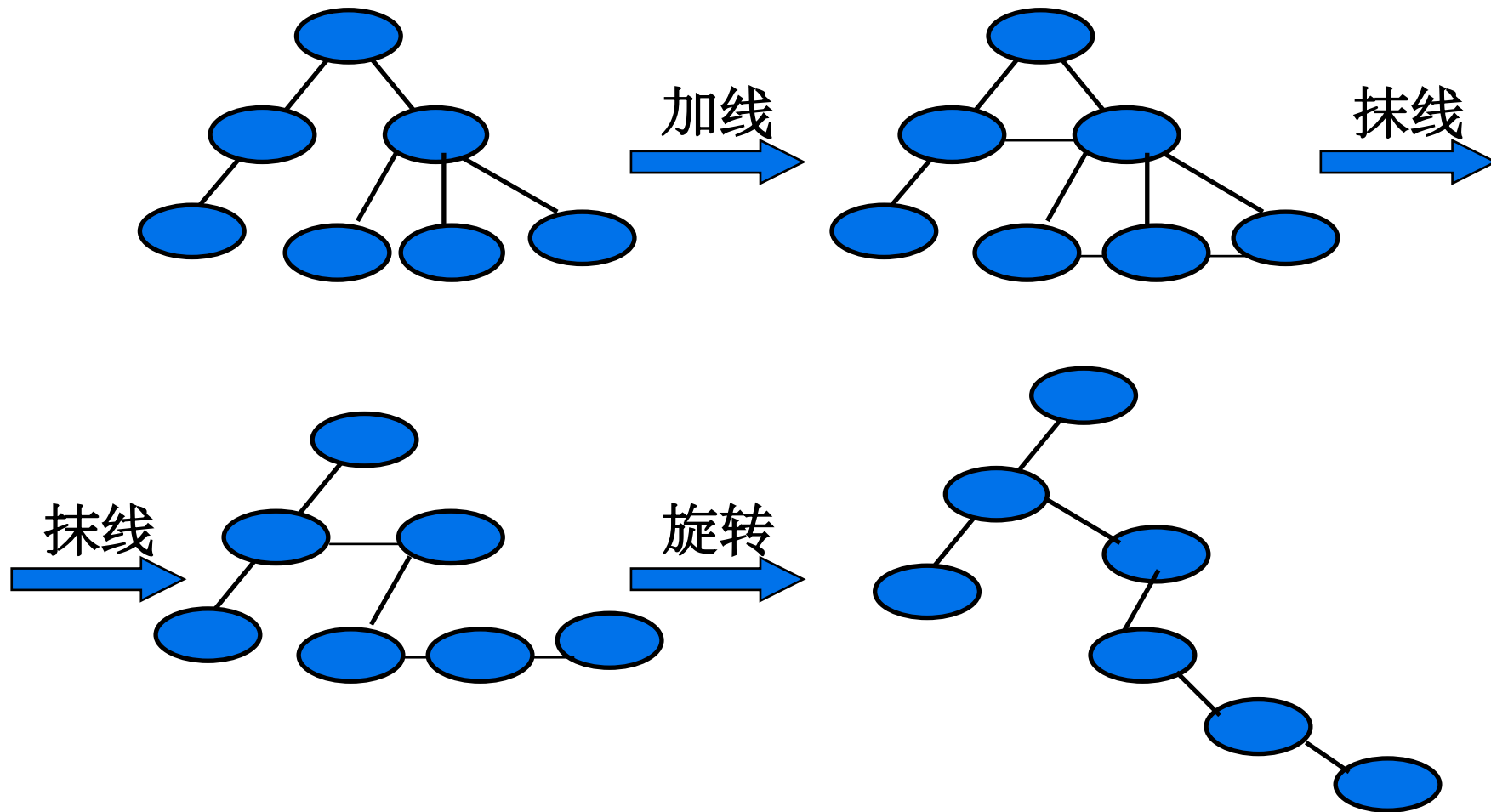
树所对应的二叉树里，一个结点的左子结点是它在树中的第一个结点（最左边的），取树中此第一个子结点的兄弟作为它的右子结点。

转化为二叉树后的
右子树必为空

步骤：

- 1>在兄弟结点之间加一连线。
- 2>对每一个结点，只保留它与第一子结点的连线，其他连线全抹掉。
- 3>以树根为轴心，顺时针旋转45°。

转换示意图：

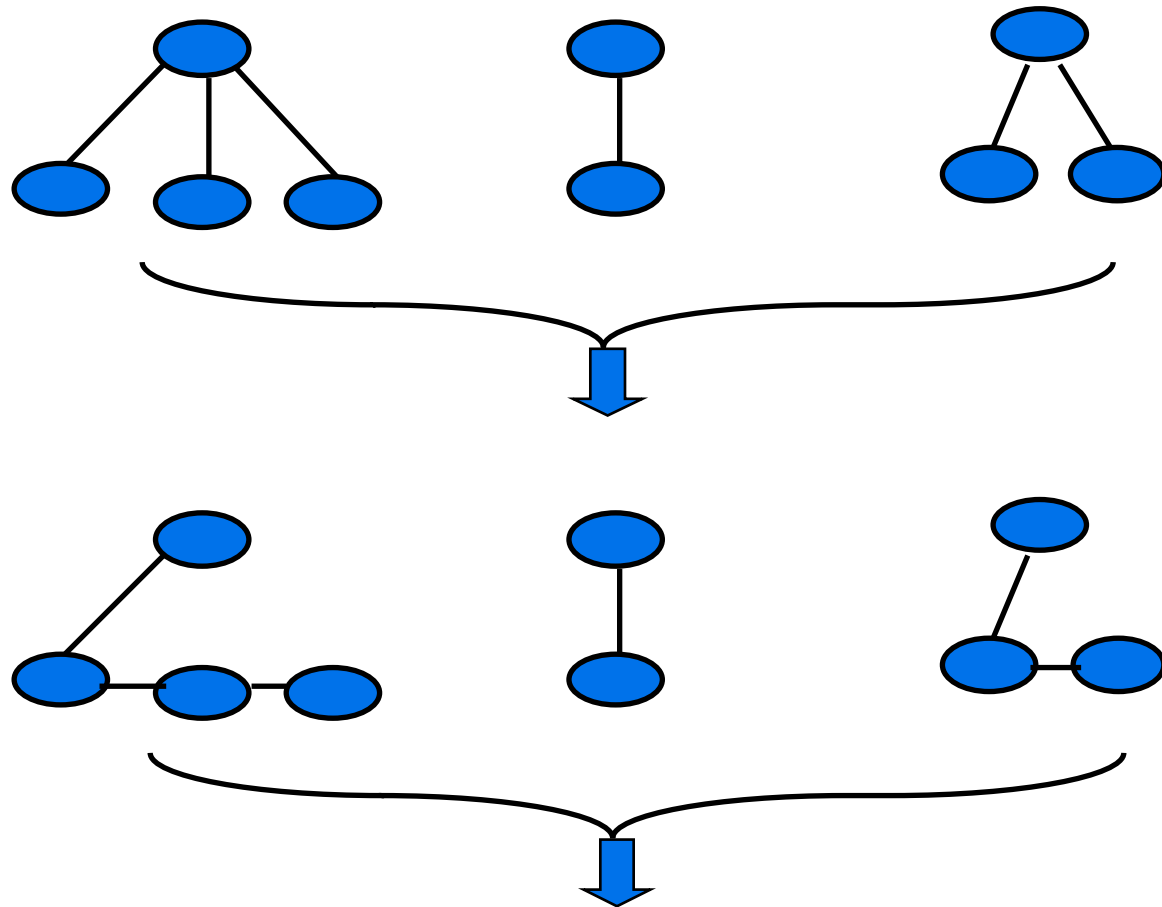


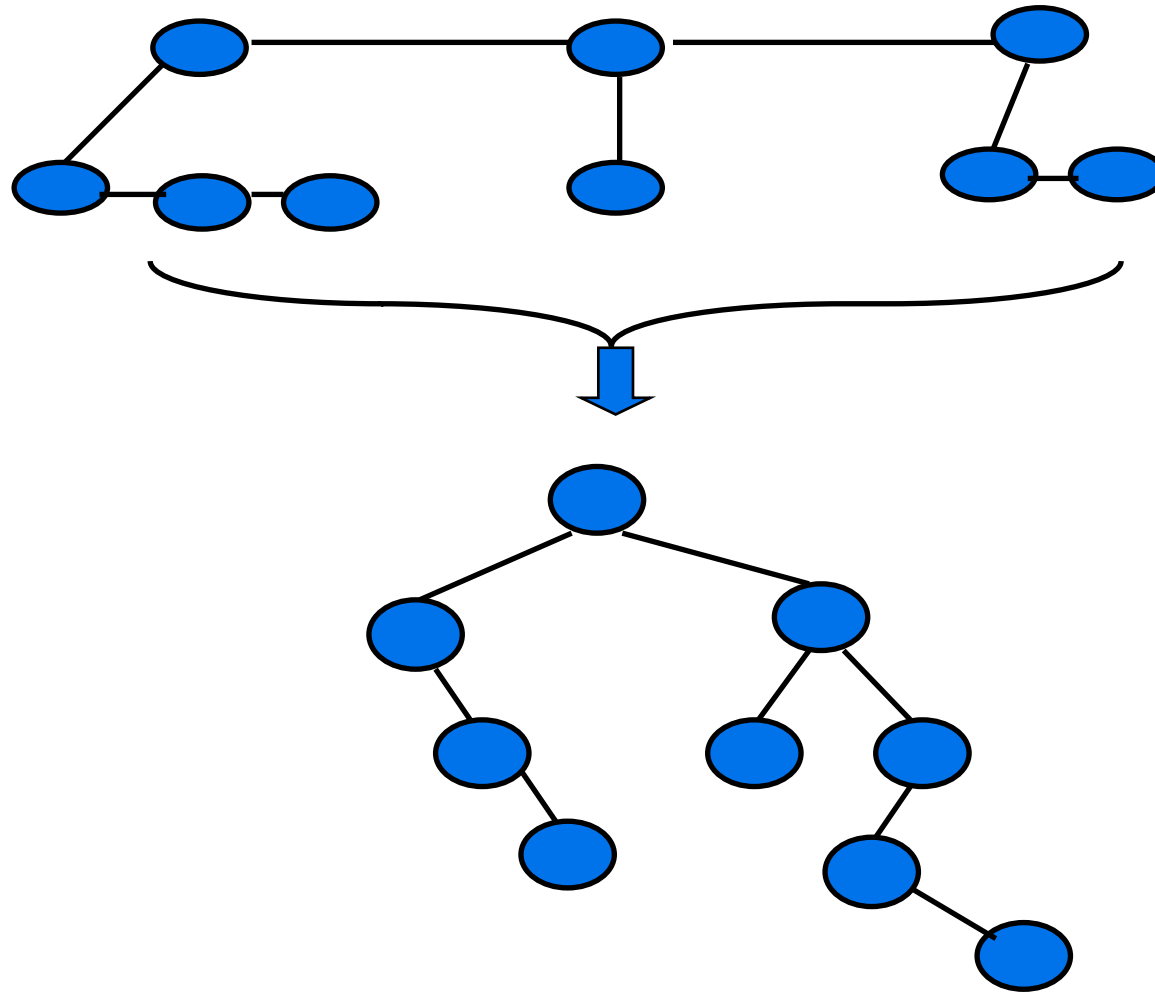
2、把森林转换成对应的二叉树

方法：

- 先将森林中每一棵树变为二叉树
- 然后将二叉树的根结点看作兄弟连在一起
- 再旋转 45°

转换示意图：





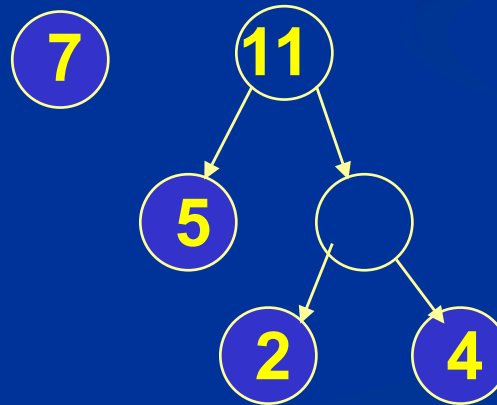
树的应用

■ 哈夫曼树的建立

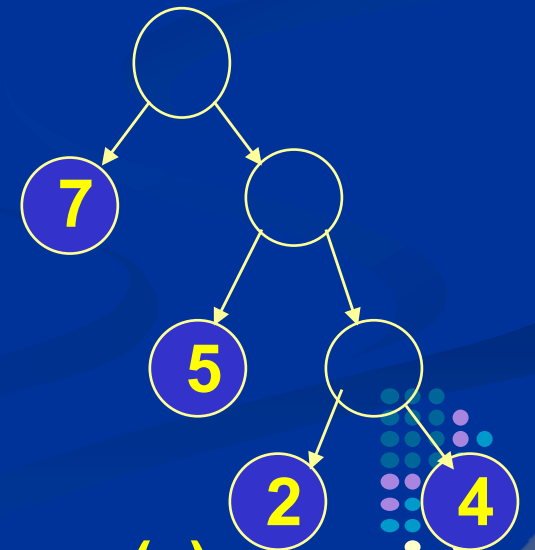
- 1) 带有权值的节点分别构成独立的树
- 2) 每次选择两个最小权值的根的树
- 3) 生成一个新的根将选出的树挂在下面，分别为左右子树
新的根的权值为两个子树的权值之和
- 4) 反复进行直到所有的节点都挂到一颗树上



(a)



(b)



(c)

树的应用

■ 哈夫曼树的应用：压缩编码

设通信中只出现A、B、C、D四个字符，通信总量为n

如果每个字符使用两位二进制编码，则数据量为2n

如果利用字符出现次数作为节点权值，建立哈夫曼树，并利用其编码，可获得较少的编码数据量

规定：在二叉树上向左使用0编码，向右使用1编码

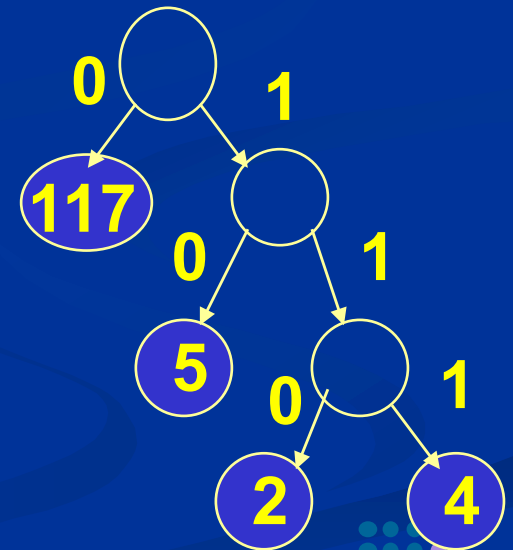
假设，A出现117次，B出现2次，
C出现4次，D出现5次

根据哈夫曼树

A使用0编码 B用110 C用111 D用10

总编码长 $117 \times 1 + 5 \times 2 + 4 \times 3 + 2 \times 3 = 145$ 位

否则，要使用256位！



小 结

- 二叉排序树的生成
- 树、森林与二叉树的转换
- **Huffman树**