

## Discussion problem assignment:

第一题:

1. 比较信号的 LT 和 FT 异同。总结哪些信号有 LT，没有 FT。总结哪些信号有 FT，没有 LT。
2. 比较 LT 性质和 FT 性质的异同

解答:

LT 的存在性，由 ROC 决定。而 FT 的存在性，需要满足绝对可积的条件。

如果一个信号的 LT 的 ROC，包含了虚轴，那么这个信号既有 LT，又有 FT。但是，如果一个信号的 LT 的 ROC，不包含虚轴，那么这个信号只有 LT 和对应的 ROC，没有 FT。

另一方面，以  $e^{j\omega_0 t}, \cos(\omega_0 t), \sin(\omega_0 t)$  为代表的信号，可以看成是双边信号，但是两个

信号的 LT 没有公共的收敛域，因此信号  $e^{j\omega_0 t}, \cos(\omega_0 t), \sin(\omega_0 t)$  等没有 LT。但是，

这些信号有傅里叶变换，其 FT 多由冲激谱  $2\pi\delta(\omega - \omega_0)$  组成。其实冲激谱并不满足收敛条件，但是对于信号分析来说，这是一类非常重要的信号。

最后，既没有 LT，又没有 FT 的，例如信号  $e^{2|t|}$ ，一个双边都是指数增长的信号。

对于性质的对比，需要注意的是，大部分 LT 性质都可以通过将  $s$  替换成  $j\omega$  得到对应的 FT 性质。但是，也有不同，如 LT 缺时域乘积性质。其实也有，感兴趣的同学，可以参考一些中文教材，涉及到复数域的积分。另外，如时域积分性质等，也略有不同，其不同来自于  $u(t)$  信号的 FT 和 LT 的不同。

第二题:

**2. Given  $X(s) = \frac{2}{s^2 + 4s + 3}$  and  $e^{2t}x(t)$  has Fourier transform, determine the signal  $x(t)$ .**

解答:

**Solution:** the problem is to compute the inverse LT of a signal. Here, the LT expression is known.

**First step, find the ROC.**

$$X(s) = \frac{2}{(s+1)(s+3)} \quad \text{Two poles with three possible ROC's: } \operatorname{Re}\{s\} < -3, -3 < \operatorname{Re}\{s\} < -1, \operatorname{Re}\{s\} > -1$$

**Next, find the LT and ROC for  $y(t) = e^{2t}x(t)$**

$$Y(s) = X(s-2) = \frac{2}{(s-2+1)(s-2+3)} = \frac{2}{(s-1)(s+1)}$$


---

$$Y(s) = X(s-2) = \frac{2}{(s-2+1)(s-2+3)} = \frac{2}{(s-1)(s+1)}$$

**Two new poles at -1 and +1 and the ROC includes jw-axis is:**

$$-1 < \operatorname{Re}\{s\} < +1$$

**So the ROC for  $X(s)$  is:  $-3 < \operatorname{Re}\{s\} < -1$**

**Finally, do partial fraction expansion and do inverse LT**

$$X(s) = \frac{2}{(s+1)(s+3)} = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+3} \quad -3 < \operatorname{Re}\{s\} < -1$$

$$x(t) = -e^{-t}u(-t) - e^{-3t}u(t)$$

**You can confirm that  $e^{2t}x(t)$  is absolutely integrable.**