电子科技大学
University of Electronic Science and Technology of China

电路电子学基础

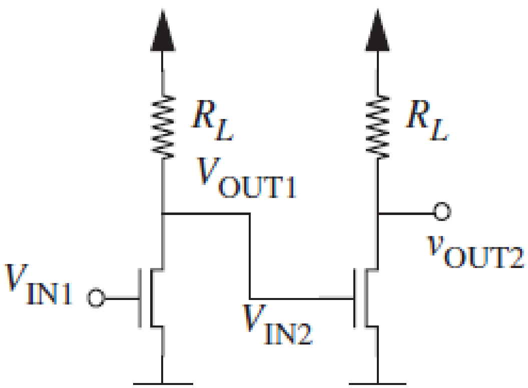
何 松 柏 教授

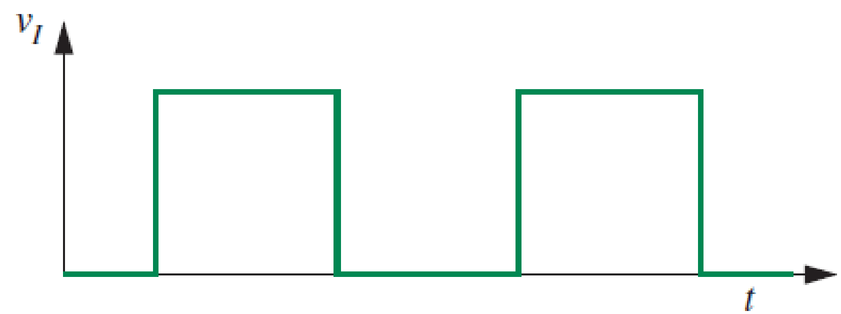
SMART数字射频混合集成电路实验室

SMART

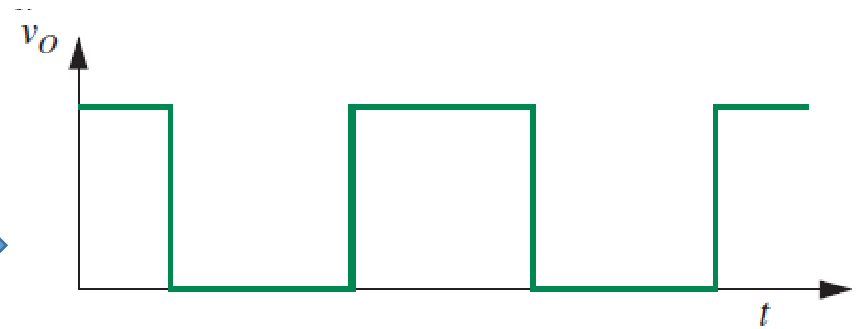
SMART Hybrid Radio Lab.
Since 2003

问题引入：

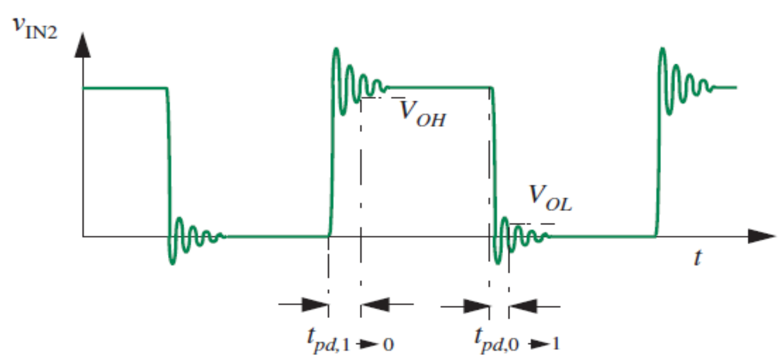




按照前面静态电路（电阻电路）



实际上可能



阅读材料：参考书，PP421-423

讨论二阶暂态过程

↓

串联、并联RLC电路

↓

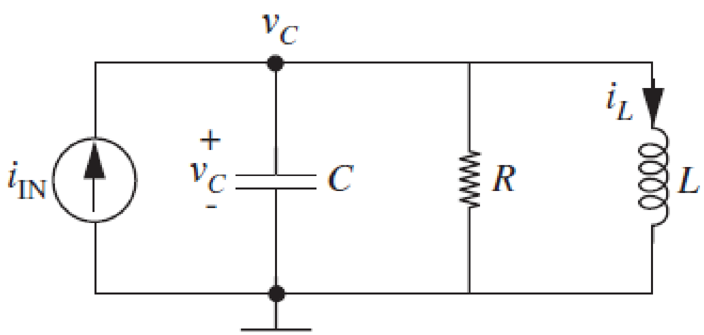
二阶电路参数（振荡----关键词）？

RLC电路

阅读材料：参考书PP423-466

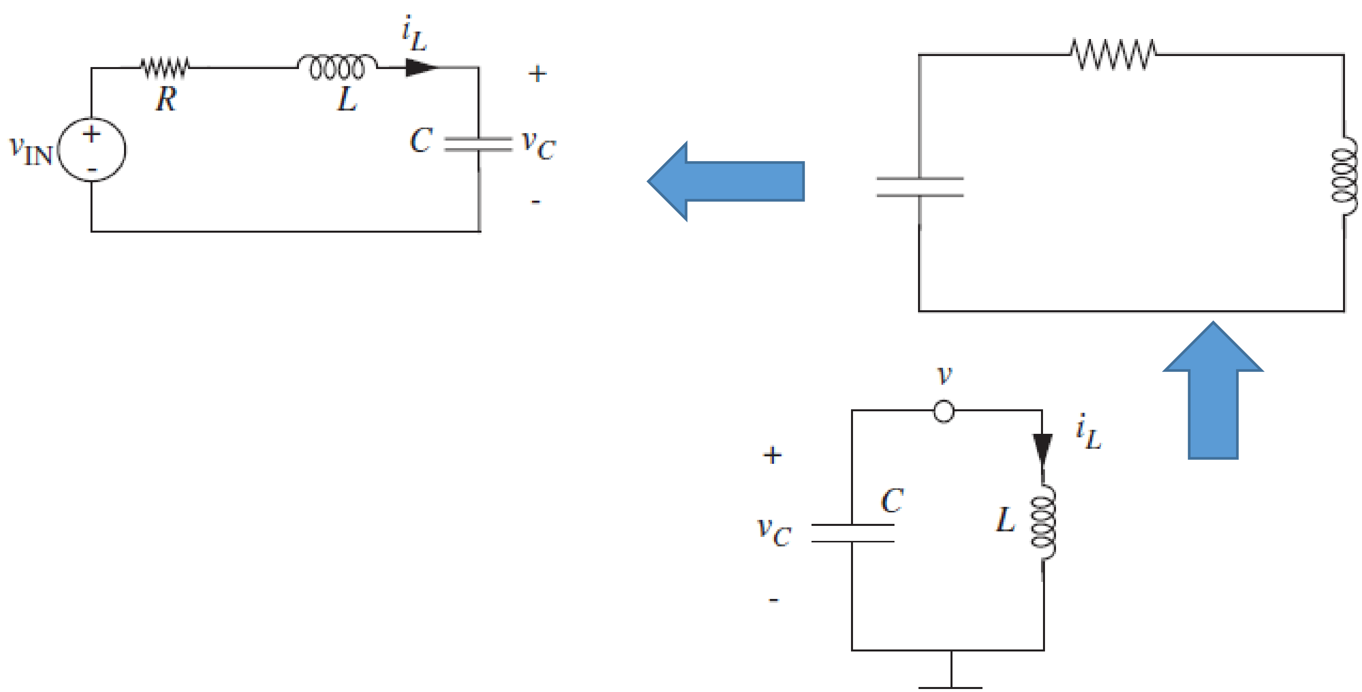
主要关注二阶电路响应特点及参数（？）

RC、RL典型电路



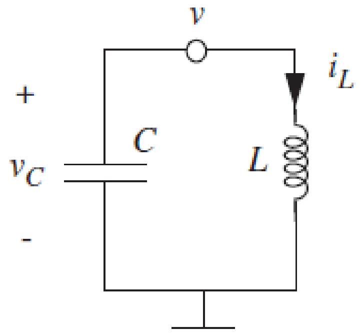
●复杂电路可以简化成典型电路

●研究对典型信号的响应



LC电路

主要研究LC电路性质



节点方程

$$C\frac{dv(t)}{dt}+\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}v(\tilde{t})d\tilde{t}=0.$$

$$\frac{d^2v(t)}{dt^2}+\frac{1}{LC}v(t)=0$$

齐次解 Ae^{st}

$$As^2e^{st}+A\frac{1}{LC}e^{st}=0.$$

LC电路

特征方程

$$s^2 + \frac{1}{LC} = 0.$$

自然频率

$$s_1 = +j\omega_\circ$$

$$s_2 = -j\omega_\circ$$

$$\omega_\circ \equiv \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

时域解形式

$$v(t) = K_1 \cos(\omega_\circ t) + K_2 \sin(\omega_\circ t)$$

初始状态

$$v(t) = v(0)\cos(\omega_\circ t) + \frac{1}{\omega_\circ}\frac{dv}{dt}(0)\sin(\omega_\circ t)$$

$$v(0) = v_C(0).$$

$$\frac{dv}{dt}(0) = -\frac{1}{C} i_L(0).$$

$$v(t) = v_C(0)\cos(\omega_\circ t) - \sqrt{\frac{L}{C}}\, i_L(0)\sin(\omega_\circ t)$$

LC电路

进一步

$$v_C(t) = v_C(0)\cos(\omega_\circ t) - \sqrt{\frac{L}{C}}\, i_L(0)\sin(\omega_\circ t)$$

$$= \sqrt{v_C^2(0) + \frac{L}{C} i_L^2(0)}\ \cos\left(\omega_\circ t + \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{L}{C}}\frac{i_L(0)}{v_C(0)}\right)\right)$$

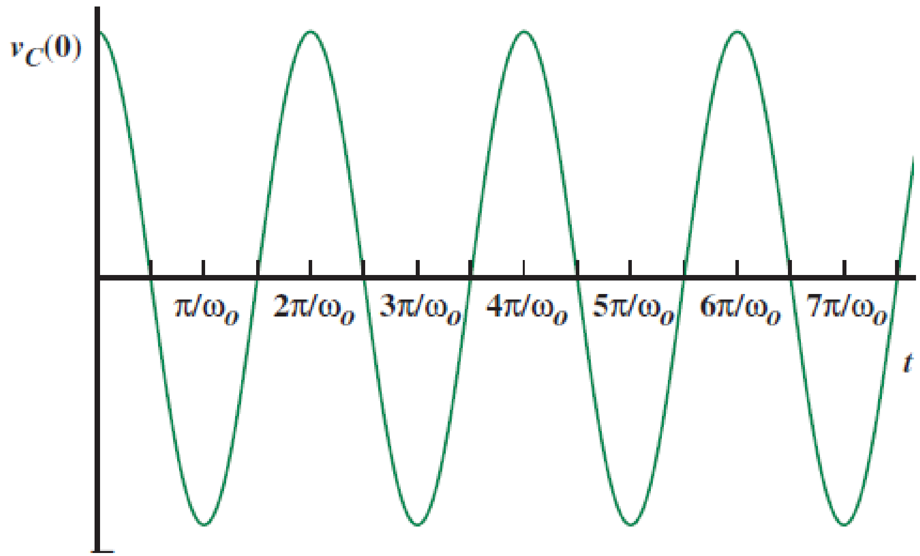
$$i_L(t) = \sqrt{\frac{C}{L}}\, v_C(0)\sin(\omega_\circ t) + i_L(0)\cos(\omega_\circ t)$$

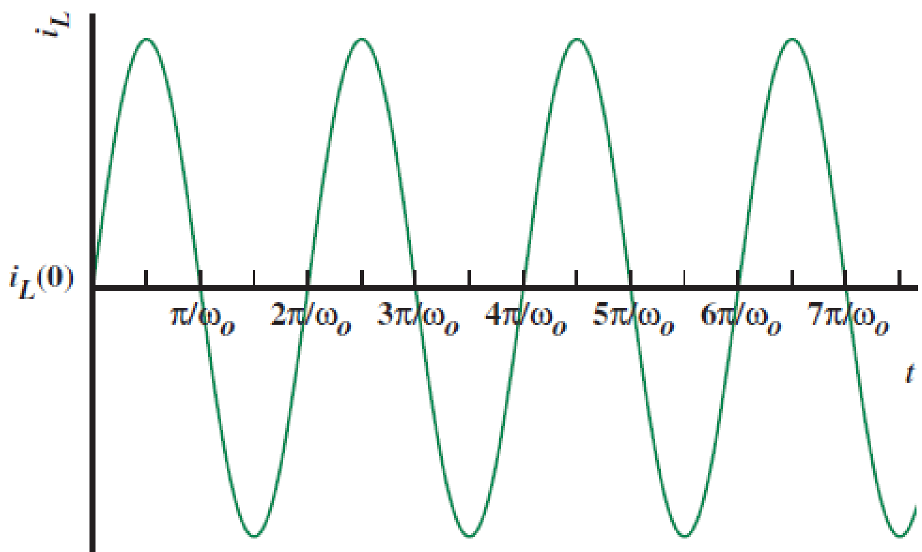
$$= \sqrt{\frac{C}{L}}\sqrt{v_C^2(0) + \frac{L}{C} i_L^2(0)}\ \sin\left(\omega_\circ t + \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{L}{C}}\frac{i_L(0)}{v_C(0)}\right)\right)$$

LC电路

特殊情况

$i_L(0) \equiv 0,$





- 振荡频率为？
- 与电路参数关系？

LC电路

讨论：

能量交换

$$w_E = \left(\frac{1}{2}Cv_C^2(0) + \frac{1}{2}Li_L^2(0)\right)\cos^2\left(\omega_\circ t + \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{L}{C}}\frac{i_L(0)}{v_C(0)}\right)\right)$$

$$w_M = \left(\frac{1}{2}Cv_C^2(0) + \frac{1}{2}Li_L^2(0)\right)\sin^2\left(\omega_\circ t + \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{L}{C}}\frac{i_L(0)}{v_C(0)}\right)\right)$$

总能量

$$w_T = w_E + w_M = \frac{1}{2}Cv_C^2(0) + \frac{1}{2}Li_L^2(0).$$

能量交换频率？

LC电路

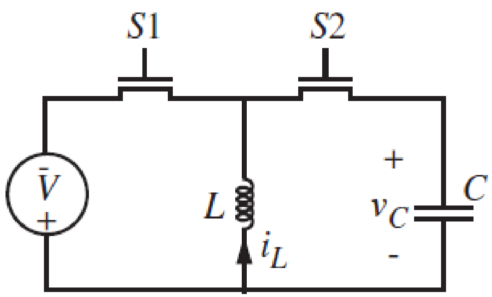
讨论：

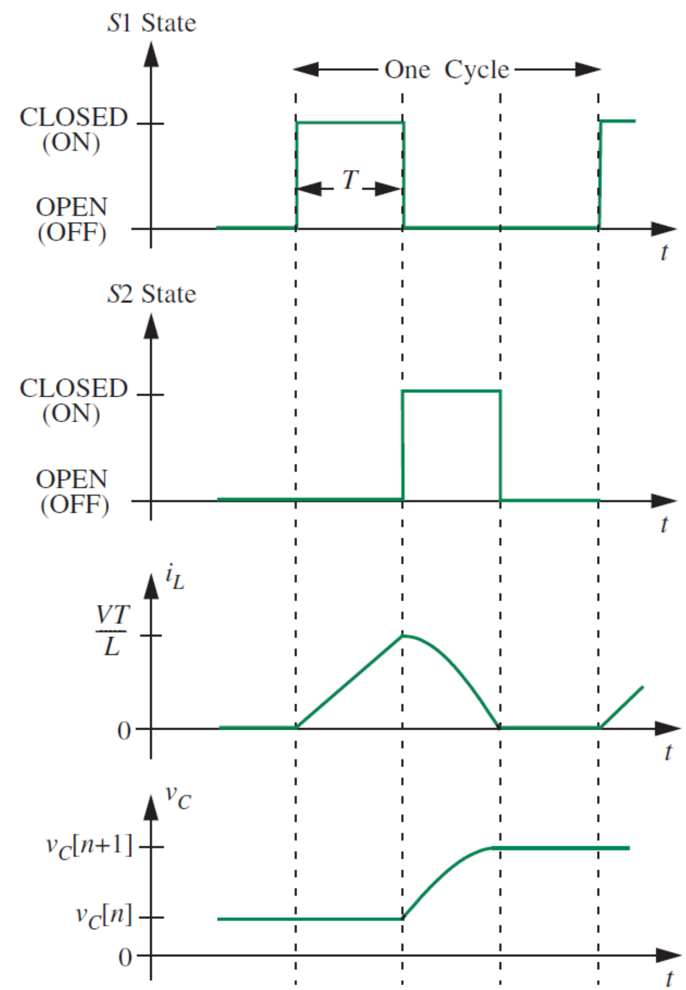
- 二阶电路振荡
- 时间常数 $\sqrt{LC}$,
- 特征阻抗

$$\frac{C}{2}v_{C_{\text{Peak}}}^2 = \frac{L}{2}i_{L_{\text{Peak}}}^2 \Rightarrow \frac{v_{C_{\text{Peak}}}}{i_{L_{\text{Peak}}}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

LC电路

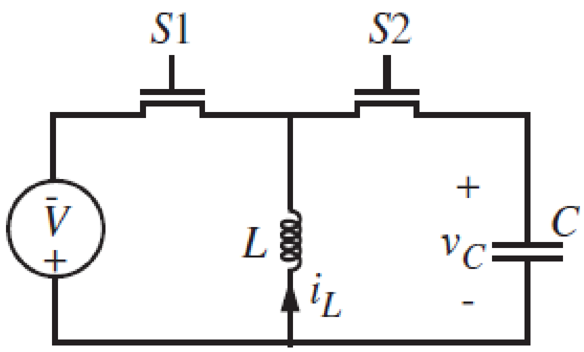
讨论：例子12.4（P429）开关电源(DC-DC)





$$v_C[n] = V\sqrt{n\frac{T^2}{LC}}.$$

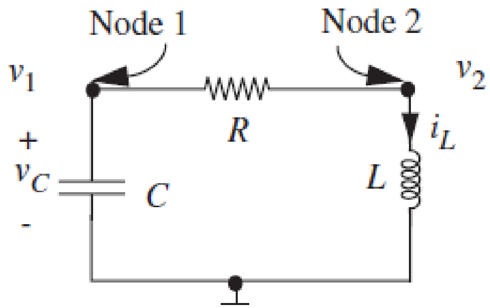
分析DC-DC转换器原理（例12.4，P429）



作答

无驱动的串联RLC电路

主要讨论在不同电路参数情况下，电路响应



根据节点1，2分别列出方程

$$C\frac{dv_1(t)}{dt} + \frac{v_1(t) - v_2(t)}{R} = 0$$

$$\frac{v_2(t) - v_1(t)}{R} + \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_2(\tilde{t})d\tilde{t} = 0$$

$$\frac{d^2v_1(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dv_1(t)}{dt} + \frac{1}{LC}v_1(t) = 0.$$

解的形式 $Ae^{st}.$

无驱动的串联RLC电路

特征方程

$$Ae^{st}.$$

$$s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0.$$

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_\circ^2 = 0$$

$$\alpha \equiv \frac{R}{2L}$$

衰减因子-----关键词

$$\omega_\circ \equiv \frac{1}{\sqrt{LC}};$$

无阻尼自然频率

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_\circ^2}$$

$$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_\circ^2}.$$

$$v_1(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

无驱动的串联RLC电路

考虑初始值

$$v_C(t) = \frac{Cs_2 v_C(0) + i_L(0)}{C(s_2 - s_1)} e^{s_1 t} + \frac{Cs_1 v_C(0) + i_L(0)}{C(s_1 - s_2)} e^{s_2 t}$$

$$i_L(t) = -s_1 \frac{Cs_2 v_C(0) + i_L(0)}{(s_2 - s_1)} e^{s_1 t} - s_2 \frac{Cs_1 v_C(0) + i_L(0)}{(s_1 - s_2)} e^{s_2 t}$$

根据特征方程的根

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_\circ^2}$$

$$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_\circ^2}.$$

$\alpha < \omega_\circ$	$\Rightarrow$	under-damped dynamics;
$\alpha = \omega_\circ$	$\Rightarrow$	critically-damped dynamics;
$\alpha > \omega_\circ$	$\Rightarrow$	over-damped dynamics.

无驱动的串联RLC电路

欠阻尼 $\alpha < \omega_o$ $R/2 < \sqrt{L/C}.$

$$\omega_d \equiv \sqrt{\omega_o^2 - \alpha^2}$$

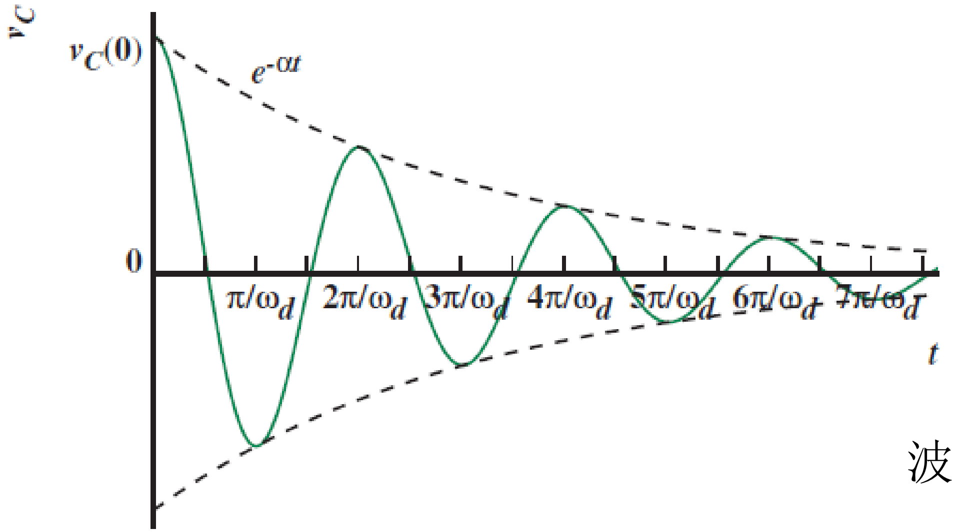
有阻尼自然频率

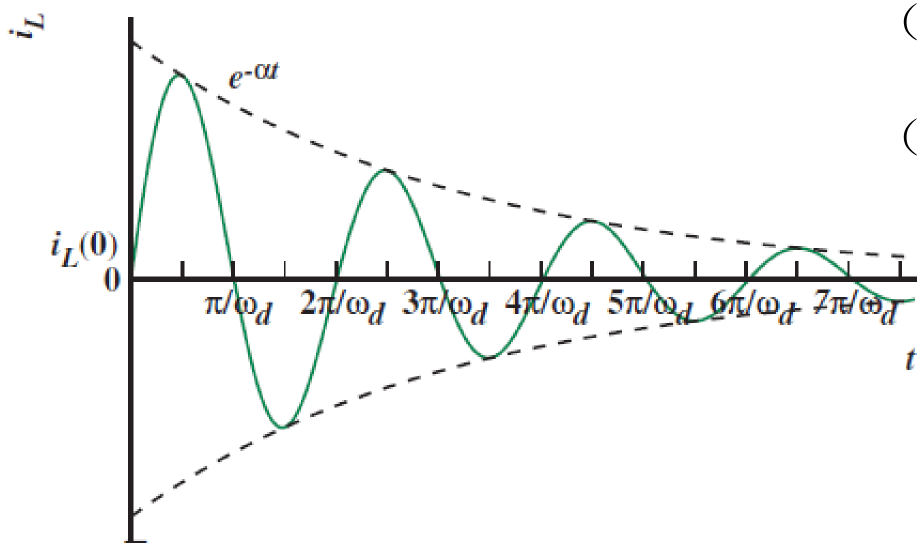
$$\begin{aligned} v_C(t) &= v_C(0)e^{-\alpha t}\cos(\omega_d t) + \left(\frac{\alpha C v_C(0) - i_L(0)}{C\omega_d}\right)e^{-\alpha t}\sin(\omega_d t) \\ &= \sqrt{v_C^2(0) + \left(\frac{\alpha C v_C(0) - i_L(0)}{C\omega_d}\right)^2}\, e^{-\alpha t} \\ &\quad \cos\left(\omega_d t - \tan^{-1}\left(\frac{\alpha C v_C(0) - i_L(0)}{C\omega_d v_C(0)}\right)\right) \end{aligned} \tag{12.63}$$

$$\begin{aligned} i_L(t) &= i_L(0)e^{-\alpha t}\cos(\omega_d t) + \left(\frac{v_C(0) - \alpha L i_L(0)}{L\omega_d}\right)e^{-\alpha t}\sin(\omega_d t) \\ &= \sqrt{i_L^2(0) + \left(\frac{v_C(0) - \alpha L i_L(0)}{L\omega_d}\right)^2}\, e^{-\alpha t} \\ &\quad \sin\left(\omega_d t + \tan^{-1}\left(\frac{L\omega_d i_L(0)}{v_C(0) - \alpha L i_L(0)}\right)\right). \end{aligned} \tag{12.64}$$

无驱动的串联RLC电路

响应波形





波形特点：

（1）状态变量振荡的速率

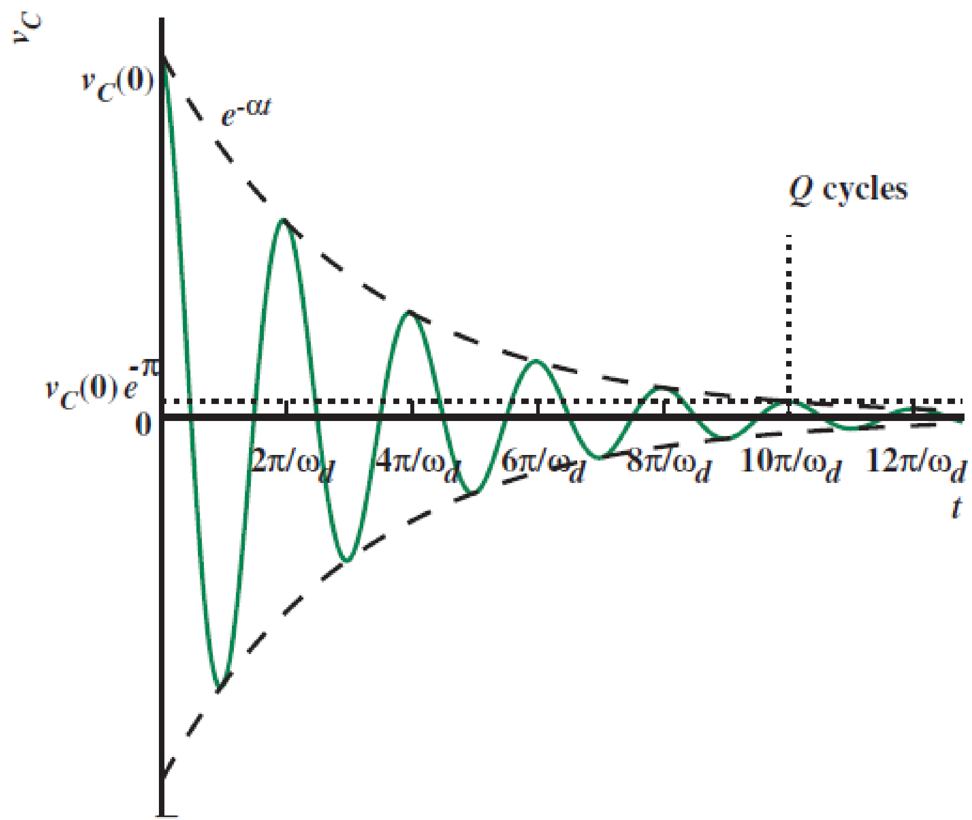
（2）状态变量衰减的速率

无驱动的串联RLC电路

品质因素

$$Q \equiv \frac{\omega_\circ}{2\alpha}.$$

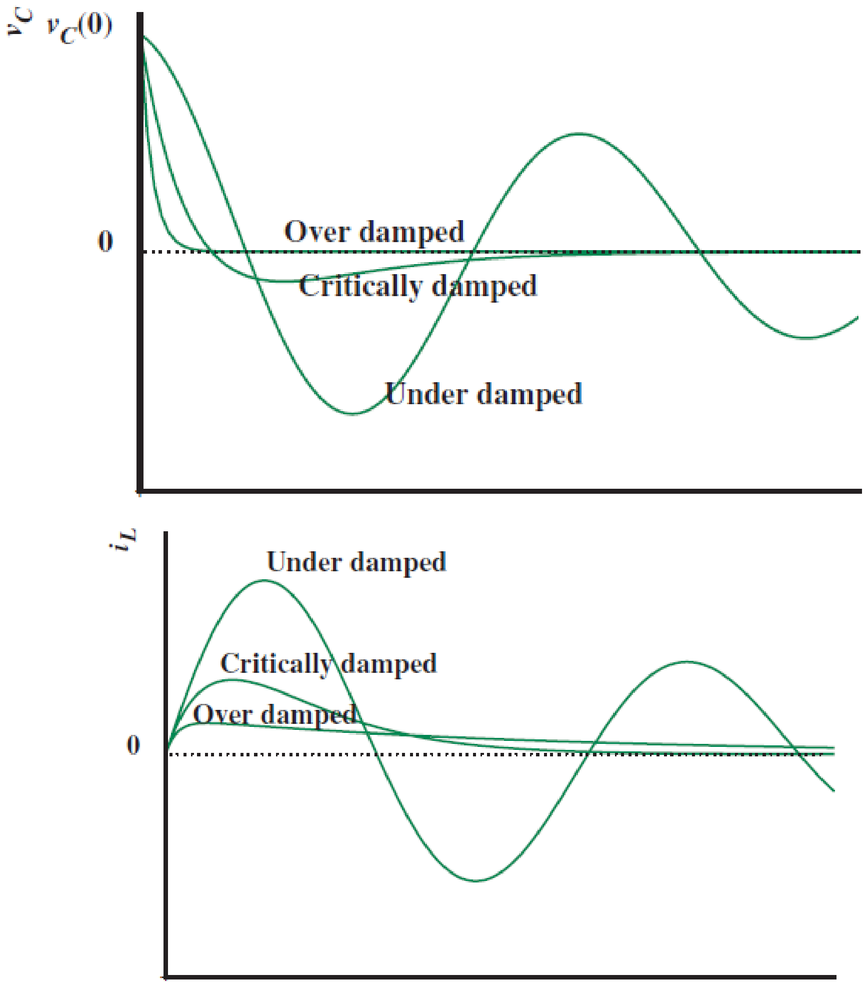
$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$



讨论：衰减快慢与Q的关系？

无驱动的串联RLC电路

过阻尼 $\alpha > \omega_o$ $R/2 > \sqrt{L/C}$.



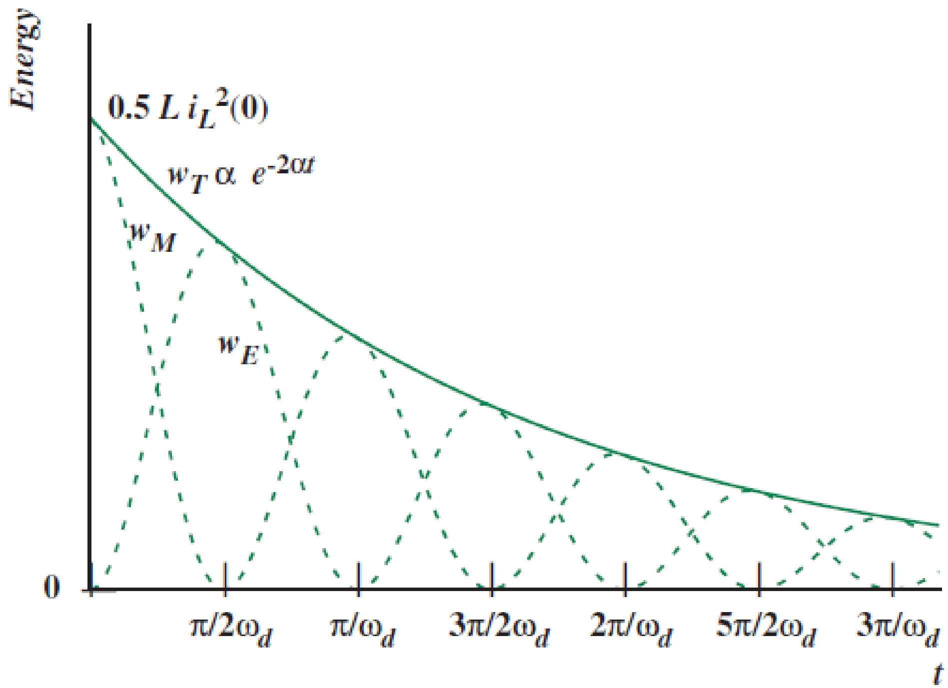
临界阻尼

$$\alpha = \omega_o.$$

$$s_1 = s_2 = -\alpha$$

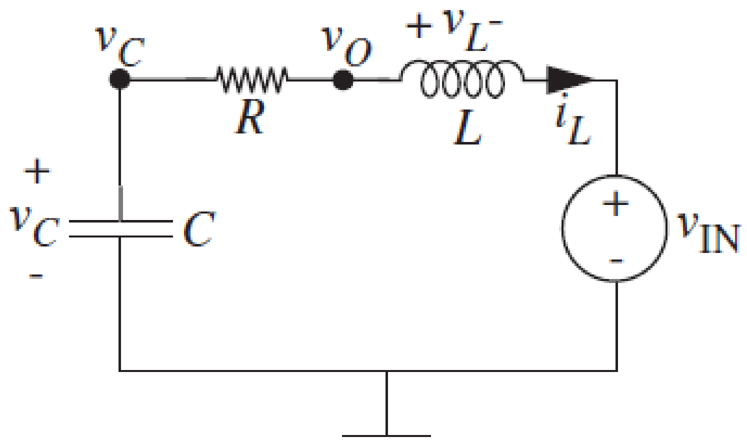
串联RLC电路中储存能量与Q的关系

讨论：



$$Q \approx 2\pi \frac{\text{Energy stored during an oscillation cycle}}{\text{Energy dissipated during an oscillation cycle}}$$

有驱动的串联RLC电路



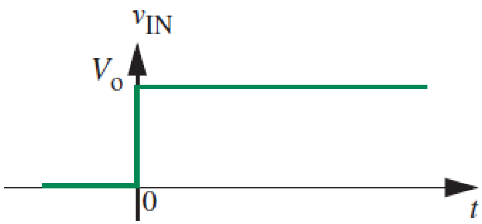
$$\frac{d^2v_C(t)}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dv_C(t)}{dt}+\frac{1}{LC}v_C(t)=\frac{1}{LC}v_{IN}(t).$$

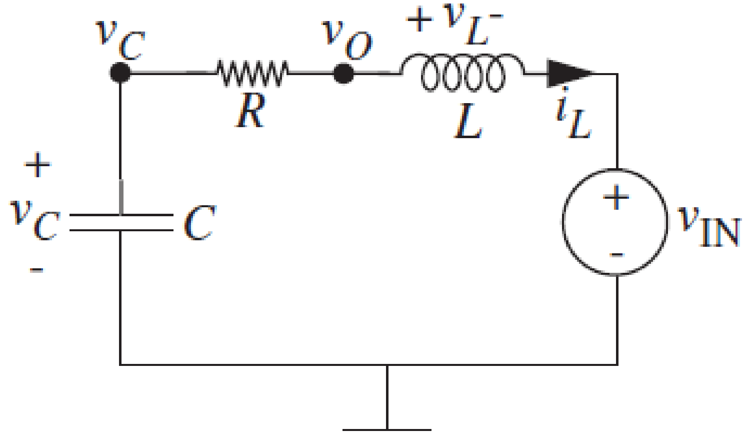
$$v_C(t)=v_{CP}(t)+v_{CH}(t)=v_{CP}(t)+A_1e^{-\alpha t}\cos(\omega_d t)+A_2e^{-\alpha t}\sin(\omega_d t).$$

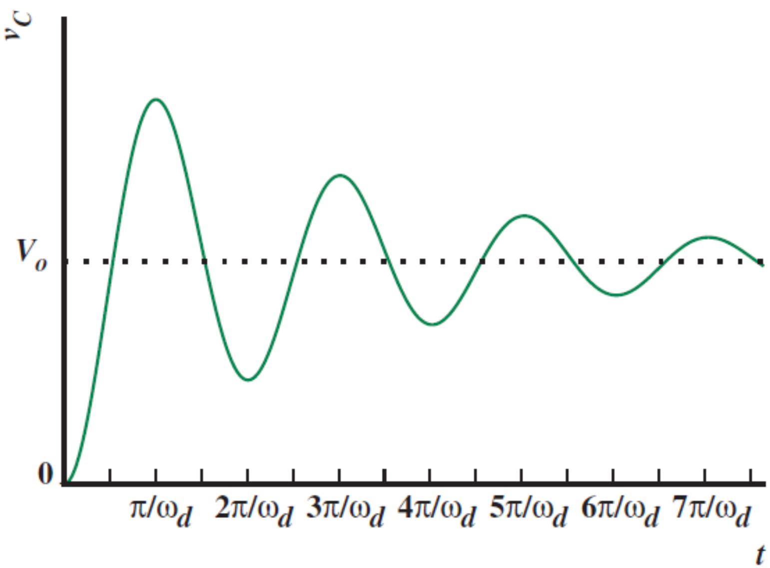
前一小节内容加上特解

$$\omega_d\equiv\sqrt{\omega_\circ^2-\alpha^2}.$$

有驱动的串联RLC电路
---阶跃响应





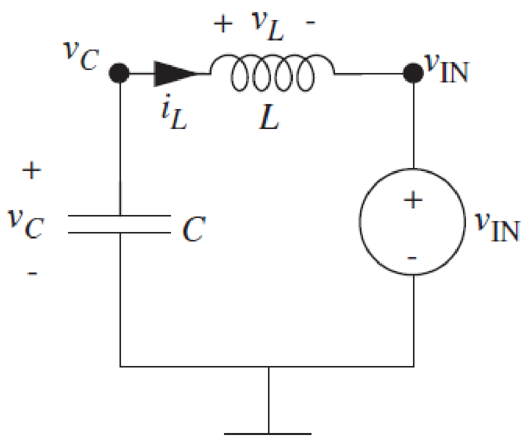


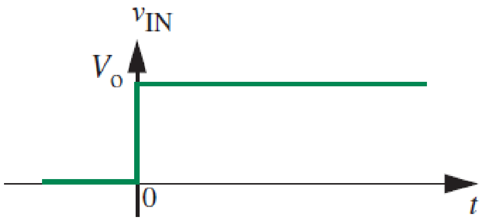
问题：电容电压特解是？

主观题 10分

设置

例：电路如图所示，输入信号为阶跃信号。给出电容电压和电感电流波形（初值为0）。有什么启发?

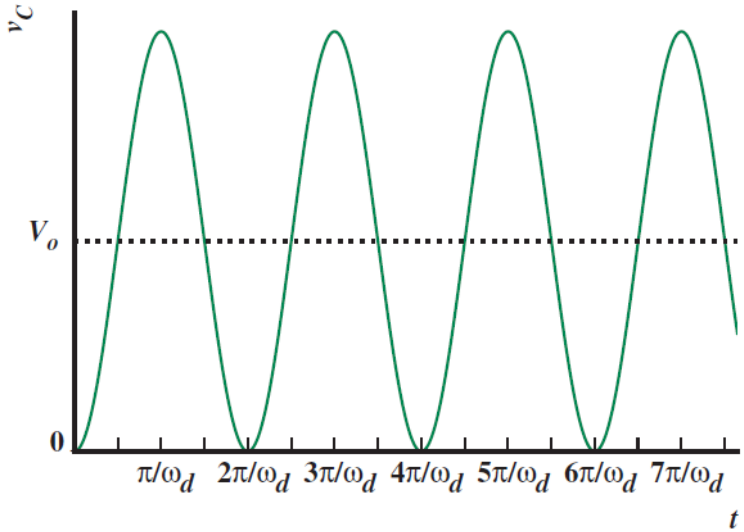




正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

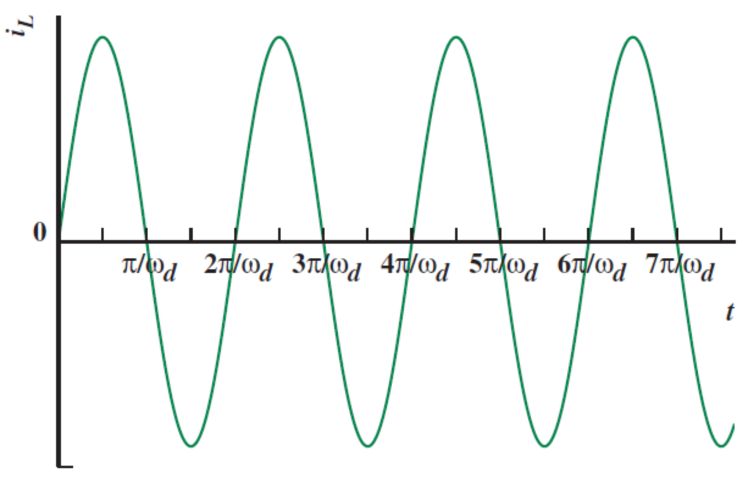
作答

分析



$$v_C(t) = V_\circ(1 - \cos(\omega_\circ t))u(t)$$

$$i_L(t) = \frac{V_\circ}{\omega_\circ L}\sin(\omega_\circ t)u(t).$$



与无驱动响应比较，不同？

有驱动的串联RLC电路

例12.9 （寄生参数对数字逻辑影响P450），自学，建议作为讨论题目

例12.10 （开关电源 P454， 自学）

主观题 10分

设置

阅读后：寄生参数对数字逻辑影响

给出你的看法。

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

主观题 10分

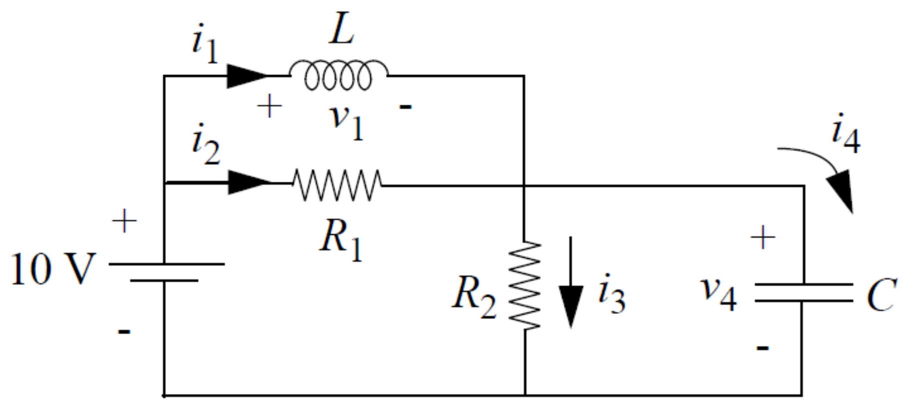
设置

给出开关电源原理基本描述，建议用图说明更直观。

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

例：电路如图所示，$i_1(0^-) = 2$ amps and $v_4(0^-) = 4$ volts.
t=0时加10V恒定电压源



$R_2 = 1\ \Omega$
$L = 1$ H
$C = 0.5$ F
$R_1 = 2\ \Omega$

求t=0⁺和t=∞ 所有支路电压电流。

分析

$$t = 0^+$$

$$i_1 = 2Amps \qquad v_1 = 6Volts$$
$$i_2 = 3Amps \qquad v_2 = 6Volts$$
$$i_3 = 4Amps \qquad v_3 = 4Volts$$
$$i_4 = 1Amp \qquad v_4 = 4Volts$$

电容电压连续，电感电流连续

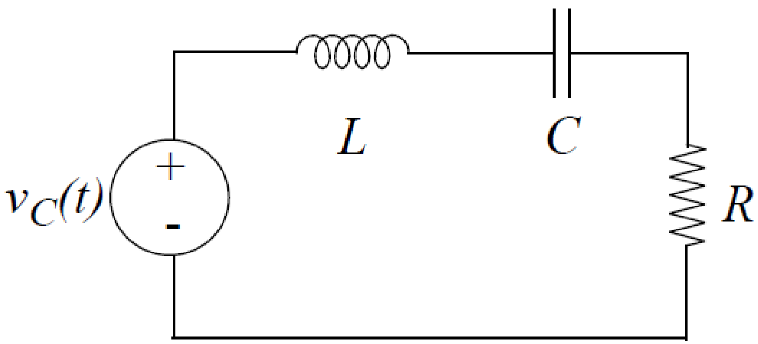
$$t = \infty \qquad i_3 = i_1 = 5A$$

电容无电流，电感无电压

$$v_3 = 10Volts$$
$$v_4 = 10Volts$$

基本检验原则

例：电路如图，写出状态方程



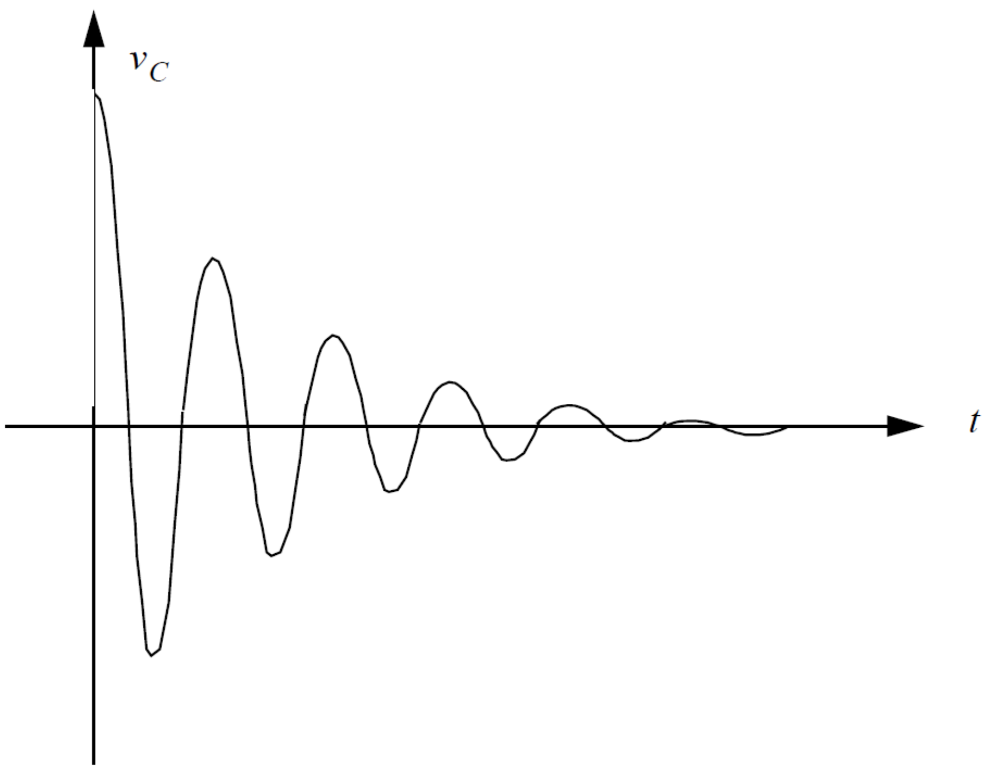
电容初始电压为0，给出在冲激信号(p447)作用下电容电压波形示意图。

分析

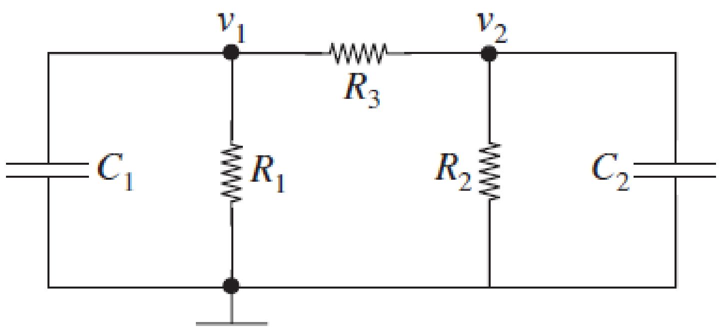
状态方程

KCL $$\frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L}{C}$$

KVL $$\frac{di_L}{dt} = [v_i(t) - i_L R - v_C] \cdot \frac{1}{L}$$



两个独立电容或者电感（P465）



$$C_1\frac{dv_1(t)}{dt}+\frac{1}{R_1}v_1(t)+\frac{1}{R_3}(v_1(t)-v_2(t))=0$$

$$C_2\frac{dv_2(t)}{dt}+\frac{1}{R_2}v_2(t)+\frac{1}{R_3}(v_2(t)-v_1(t))=0$$

两个独立电容或者电感

整理得到

$$\frac{d^2 v_1(t)}{dt^2} + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_3 C_1} + \frac{1}{R_3 C_2}\right)\frac{dv_1(t)}{dt} + \left(\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} + \frac{1}{R_1 R_3 C_1 C_2} + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}\right) v_1(t) = 0.$$

类似

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_\circ^2 = 0$$

$$\alpha \equiv \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_3 C_1} + \frac{1}{R_3 C_2}\right)$$

$$\omega_\circ^2 \equiv \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} + \frac{1}{R_1 R_3 C_1 C_2} + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}.$$

本章关键词：

振荡，阻尼系数，自然谐振频率，

欠阻尼

初始值

终值

电路基本分析方法

练习：12.1 12.4，12.8

问题： 12.6

小组研讨解决：问题12.1， 12.5，12.7

欢迎大家讨论交流！