Discussion problem assignment:

> **1. For a real continuous-time periodic signal and its FS**
> $$x(t) \xleftrightarrow{\text{FS}} a_k$$
> **Try to determine the signal $x(t)$ given the following information:**
> **1) The fundamental period of the signal is T = 4 and the average power is 2.**
> **2) The average magnitude of the signal within a period is 1.**
> **3) It is known that** $a_1 = \sqrt{2}\Big/2$

问题一：

答案：

由条件二，可知 $a_0 = 1$ 。

由实信号条件，可知 $a_{-1} = a_1^* = \sqrt{2}\Big/2$ 。

由平均功率条件可得 $\dfrac{1}{T}\int_T |x(t)|^2\, dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |a_k|^2 = 2$

可是其它系数呢？

因为有 $|a_0|^2 + |a_1|^2 + |a_{-1}|^2 = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = 2$ ，这三个频率分量的功率之和已经等于信号功率了，所以其它系数只能为零。

因此，信号是 $\omega_0 = \dfrac{\pi}{2}$ $\quad x(t) = a_0 + a_1 e^{j\omega_0 t} + a_{-1} e^{-j\omega_0 t}$
$$= 1 + \sqrt{2}\Big/2\,(e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}) = 2 + \sqrt{2}\cos(\omega_0 t)$$

> **2. For a discrete-time periodic signal $x[n]$ with N = 7**
> $$x[n] = \begin{cases} 2, & n = -1, 0, 1 \\ 1, & n = -2, 2 \\ 0, & n = -3, 3 \end{cases}$$
> **1) Determine the signal's FS.**
> **2) Check the FS's property for real signal.**
> **3) Find the highest frequency among all harmonics.**

第二题：

答案：

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-3}^{3} x[n] e^{-jk\frac{2\pi}{7}n}$$

$$= \frac{1}{7} \left\{ \underset{n=0}{2} + \underset{n=1}{2 \times (e^{-jk\frac{2\pi}{7}}} + \underset{n=-1}{e^{jk\frac{2\pi}{7}})} + \underset{n=2}{1 \times (e^{-jk\frac{2\pi}{7}2}} + \underset{n=-2}{e^{jk\frac{2\pi}{7}2})} \right\}$$

$$= \frac{1}{7} \left\{ 2 + 4\cos(\frac{2\pi k}{7}) + 2\cos(\frac{4\pi k}{7}) \right\}$$

至于实信号的 FS 性质，容易验证，而且这是一个实且偶的信号，因此 FS 也是实且偶的。

从第一章，所有的离散时间复指数信号， $e^{j\pi n}$ 具有最高的频率。

但是，这里，所有谐波的最高频率，不是 $e^{j\pi n}$ 。因为这里的周期数 N 是奇数时，因此基频率是 2pi/N，所以 pi 并不是基频率的整数倍。这里， 谐波的最高频率是三次和负三次谐波对应的频率

$$e^{j\frac{6\pi}{7}n}, \quad e^{-j\frac{6\pi}{7}n}$$