电子科技大学2020-2021学年第二学期期中考试卷

考试科目：电磁场与电磁波B 考试形式：闭卷 考试日期：2021年5月15日

本试卷由三部分构成，共八页。考试时长：120分钟 注：可使用非存储功能的简易计算器

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	合计
得分									

附录：$\nabla\cdot\vec{A}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_\theta)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$

$\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}$ F/m　　$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ H/m

学院＿＿＿ 姓名＿＿＿ 学号＿＿＿ 任课教师＿＿＿ 考场教室＿＿＿ 座位号＿＿＿

密……封……线……以……内……答……题……无……效

得 分

一、　填空题（共20分，每空1分）

1. 线性、各向同性媒质的本构关系为：$\underline{\vec{D}=\varepsilon\vec{E}}$，$\underline{\vec{B}=\mu\vec{H}}$，$\underline{\vec{J}=\sigma\vec{E}}$。

2. 在时变电磁场，$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$，表明<u>时变磁场</u>产生电场；$\nabla\cdot\vec{B}=$<u>　0　</u>，表明时变磁场是<u>无散</u>场。

3. 电荷体密度的单位是<u>库伦/米 ^{3}（C/m^3）</u>，面电流密度矢量的单位是<u>安/米（A/m）</u>。

4. 在半径为 a，介电系数 $\varepsilon=2\varepsilon_0$ 的球形电介质内，已知极化强度矢量 $\vec{P}=-\vec{e}_r\frac{r}{8\pi a^3}$，则极化电荷体密度为 $\frac{3}{8\pi a^3}$，极化电荷面密度为 $-\frac{1}{8\pi a^2}$，极化电荷总量为<u>　0　</u>。

5. 已知导体材料的磁导率为 μ，介电常数为 ε，以该材料制成的半径为 a 的长直导线的单位长

度内自感为 $\underline{\dfrac{\mu}{8\pi}\qquad\qquad}$，当导线半径增大时，单位长度导线的内自感将<u>不变</u>。（填“变大、变小或不变”）

6. 在理想导体表面存在磁场强度 $\vec{H}$ 和电位移矢量 $\vec{D}$，理想导体的外法线单位矢量为 $\vec{e}_n$，则理想导体外表面的传导电流面密度 $\vec{J}_S=$ $\underline{\vec{e}_n\times\vec{H}}$，自由电荷面密度 $\rho_S=$ $\underline{\vec{e}_n\cdot\vec{D}}$。

7. 已知体积 V 内的静电荷体密度为 ρ，在空间中形成的电位分布为 φ、电场分布为 $\vec{E}$ 和 $\vec{D}$，则空间的静电能量密度为 $\underline{\dfrac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}}$，空间的总静电能量为 $\underline{\dfrac{1}{2}\int_V \rho\varphi \mathrm{d}V}$。

8. 电流连续性方程的微分形式是 $\underline{\nabla\cdot\vec{J}+\dfrac{\partial\rho}{\partial t}=0}$，其物理意义是<u>电荷守恒</u>。

得 分

二、选择题（共 20 分，每空 2 分）

1、 在无界空间中，任意矢量场可表示为如下形式（ C ）。

A. $\vec{F}(\vec{r})=\nabla\bullet\vec{A}(\vec{r})+\nabla\times\vec{A}(\vec{r})$　　B. $\vec{F}(\vec{r})=-\nabla u(\vec{r})+\nabla\bullet\vec{A}(\vec{r})$

C. $\vec{F}(\vec{r})=-\nabla u(\vec{r})+\nabla\times\vec{A}(\vec{r})$

2、自由空间的电位函数 $\varphi=2x^2y-5z+4xy^2z$，则点 P（1,1,1）处的电场强度为（ B ）。

A. $\vec{E}=-8\vec{e}_x-10\vec{e}_y+5\vec{e}_z$　　B. $\vec{E}=-8\vec{e}_x-10\vec{e}_y+\vec{e}_z$

C. $\vec{E}=-8\vec{e}_x-10\vec{e}_y-\vec{e}_z$

3、关于电场强度和电位下列说法正确的是（ C ）

A. 电场强度越大的地方电位一定越高　　B. 电场强度为零的地方电位一定为零

C. 电场强度相同的点电位不一定相同

4、关于磁场强度、磁感应强度及磁化强度，下列公式始终成立的是：（ B ）。

座位号＿＿＿＿ 考场教室＿＿＿＿ 任课教师＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学院＿＿＿＿

密……封……线……以……内……答……题……无……效

A． $\vec{B}=\mu\vec{H}$　　　B． $\vec{B}=\mu_0(\vec{H}+\vec{M})$　　　C． $\vec{M}=\chi_m\vec{H}$

5、关于关于恒定磁场中的矢量磁位，下面叙述不正确的是（　　B　　）。

A．矢量磁位的引入是因为磁感应强度的散度处处为零；

B. 矢量磁位满足矢量拉普拉斯方程；　　　C. 采用库仑规范是为了唯一确定矢量磁位；

6、安培环路定理 $\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I$ 中，闭合回路上任一点的磁感应强度 $\vec{B}$ 是（　C　）。

A. 闭合回路路内的电流产生　　　B. 闭合回路外的电流产生

C. 闭合回路内、外的电流共同产生

7、平行板电容器两极板面积为 S、板间距为 d，板间外加电压为 U_0。当板间介质为空气时，其电容为 C_0、静电能量为 We_0。若将相对介电系数为 ε_r 的均匀介质充满两极板之间，则电容和静电能量改变为（　A　）

A. $C=\varepsilon_r C_0, W_e=\varepsilon_r W_{e0}$　　B. $C=\varepsilon_r C_0, W_e=\dfrac{W_{e0}}{\varepsilon_r}$　　C. $C=\dfrac{C_0}{\varepsilon_r}, W_e=\dfrac{W_{e0}}{\varepsilon_r}$

8、介电常数和电导率分别为 $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ 和 σ_1,σ_2 的两种导电媒质，当其中通有恒定电流时，则分界面上 的电荷面密度为（　B　）。

A. ρ_s=0　　B. $\rho_s=J_{2n}(\dfrac{\varepsilon_2}{\sigma_2}-\dfrac{\varepsilon_1}{\sigma_1})$　　C. $\rho_s=J_{1n}(\dfrac{\sigma_2}{\varepsilon_2}-\dfrac{\sigma_1}{\varepsilon_1})$

9、已知在电导率 $\sigma=4.0$ S/m、介电常数 $\varepsilon=80\varepsilon_0$ 的海水中，电场强度

$E=20\sin(10^9\pi t)$ V/m，则位移电流密度为 $(\varepsilon_0=\dfrac{1}{36\pi}\times10^{-9}$ F/m)　（　C　）。

A. $J_d=80\sin(10^9\pi t)$ A/m^2

B. $J_d=2\times10^{10}\cos(10^9\pi t)$ A/m^2

C. $J_d=\dfrac{400}{9}\cos(10^9\pi t)$ A/m^2

10、关于电流回路所储存的磁场能量，下面叙述正确的是（　B　　）。

A.　电流回路所储存的磁场能量只存在于电流回路中；

B.　电流回路所储存的磁场能量与回路的电感有关；

C.　电流回路所储存的磁场能量与回路所处媒质无关。

得 分

三、计算题（共 60 分）

1、无源媒质中电场强度 $\vec{E}=\vec{e}_y 45\sin(10^9 t)\cos(5z)\,\mathrm{V/m}$， $\mu=\mu_0$。利用麦克斯韦方程求磁场强度 $\vec{H}$ 和媒质的相对介电常数 ε_r（15 分）。

解：由 $\nabla\times\vec{E}=-\mu_0\dfrac{\partial\vec{H}}{\partial t}$ $\quad\mu_0=4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H}/m$ 可得： （2 分）

$$\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=-\frac{1}{\mu_0}\nabla\times\vec{E}=\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_y}{\partial z}\vec{e}_x=-\vec{e}_x\frac{225}{\mu_0}\sin(10^9 t)\sin(5z) \qquad （2 分）$$

则：

$$\begin{aligned}\vec{H}&=\int-\vec{e}_x\frac{225}{\mu_0}\sin(10^9 t)\sin(5z)\mathrm{d}t=\vec{e}_x\frac{225}{10^9\mu_0}\cos(10^9 t)\sin(5z)\\&=\vec{e}_x\frac{225}{4\pi\times10^2}\cos(10^9 t)\sin(5z)=\vec{e}_x\frac{225}{4\pi\times10^2}\cos(10^9 t)\sin(5z)\quad \mathrm{A/m}\end{aligned} \qquad （2 分）$$

由 $\nabla\times\vec{H}=\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ 可得

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{e}_y\frac{\partial H_x}{\partial z}=\vec{e}_y\frac{1125}{4\pi\times10^2}\cos(10^9 t)\cos(5z) \qquad （2 分）$$

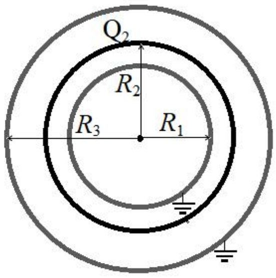
$$\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\vec{e}_y\varepsilon_0\varepsilon_r 45\times10^9\cos(10^9 t)\cos(5z) \qquad （2 分）$$

$$\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}\,\mathrm{F/m} \qquad （2 分）$$

两式相比，可得

$$\varepsilon_r=\frac{1125\times36\pi}{4\pi\times10^2\times45\times10^9\times10^{-9}}=2.25 \qquad （3 分）$$

2、三个同心金属球壳形成一静电系统，内球壳半径为R_1，中间球壳半径为R_2，外球壳半径为R_3，在球壳之间的介质为自由空间， 而内、外球壳皆接地，在中间球壳上有均匀分布面电荷，总电荷量为 Q_2，试求:



（1）在内球壳上感应的电荷值Q_1；

（2）在外球壳上感应的电荷值Q_3；

（3）中间球壳的电位。

解：设内球壳上的感应电荷为Q_1，外球壳上的感应电荷为Q_3，根据高斯定理：

$$R_1 < r < R_2\text{时，}\vec{E}_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \qquad \text{（2 分）}$$

$$R_2 < r < R_3\text{时，}\vec{E}_2 = \frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \qquad \text{（2 分）}$$

$$R_3 < r\text{时，}\vec{E}_3 = \frac{Q_1+Q_2+Q_3}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \qquad \text{（2 分）}$$

又因为 $r = R_3$ 时，球壳接地，静电屏蔽 （1 分）

$$\vec{E}_3 = 0 \Rightarrow Q_1+Q_2+Q_3=0$$

中间导体球的电位

$$\varphi\big|_{r=R_2} = \int_{R_2}^{R_1}\vec{E}_1\cdot(-d\vec{r}) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right) \qquad \text{（2 分）}$$

$$\varphi\big|_{r=R_2} = \int_{R_2}^{R_3}\vec{E}_1\cdot d\vec{r} = \frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_3}\right) \qquad \text{（2 分）}$$

两式相比，可得 $(Q_1+Q_2)\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_3}\right)=Q_1\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)$ (1 分)

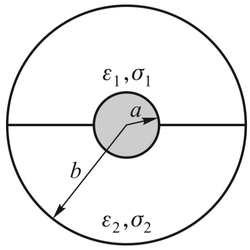
$$Q_1=Q_2\frac{R_1(R_3-R_2)}{R_2(R_1-R_3)} \qquad Q_3=-Q_2-Q_1=Q_2\frac{R_3(R_2-R_1)}{R_2(R_1-R_3)} \qquad \text{（2 分）}$$

$$\varphi\big|_{r=R_2} = \int_{R_2}^{R_1}\vec{E}_1\cdot(-d\vec{r}) = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(R_3-R_2)(R_1-R_2)}{R_2^2(R_1-R_3)} \qquad \text{（1 分）}$$

3 如图所示，内、外导体半径分别为 a 和 b 的同轴电缆，内外导体之间以过轴线的平面为分界面，一半填充电容率为ε_1、电导率为σ_1的媒质，一半填充电容率为ε_2、电导率为σ_2的媒质，试求：

（1） 该电缆单位长度的电容和漏电导；

（2）当外导体接地，内导体上加电压 U 时，单位长度电缆内储存的电场能量和损耗的功率。



解：设内外导体间单位长度的漏电流为 I，电场沿径向轴对称分布，

由于在媒质分界面上电场处于切向，应满足切向连续，因此有：

$$E_1 = E_2 = E \qquad （1 分）$$

由 $\vec{J}_1 = \sigma\vec{E}_1 \quad \vec{J}_2 = \sigma\vec{E}_2$ 得

$$I = \pi\rho(J_1 + J_2) = \pi\rho(\sigma_1+\sigma_2)E \qquad （2 分）$$

$$\vec{E} = \frac{I}{\pi\rho(\sigma_1+\sigma_2)}\vec{e}_\rho \qquad （2 分）$$

内外导体间的电压为 $U = \int_a^b \frac{I}{\pi\rho(\sigma_1+\sigma_2)}\mathrm{d}\rho = \frac{I}{\pi(\sigma_1+\sigma_2)}\ln\frac{b}{a}$ （2 分）

单位长度的漏电导为

$$G = \frac{I}{U} = \frac{\pi(\sigma_1+\sigma_2)}{\ln\frac{b}{a}} \qquad （2 分）$$

由静电比拟关系可得单位长度的电容为

$$\mathrm{C} = \frac{\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}{\ln\frac{b}{a}} \qquad （2 分）$$

单位长度电缆储存的电场能量为$W_e = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{\pi(\sigma_1+\sigma_2)}{\ln\frac{b}{a}}U^2$ （2 分）

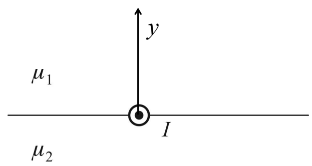
单位长度电缆损耗的功率为 （2 分）

$$P = \int_a^b (\sigma_1 E^2 + \sigma_2 E^2)\pi\rho\mathrm{d}\rho = \frac{\pi(\sigma_1+\sigma_2)}{\ln\frac{b}{a}}U^2$$

4、一根无限长的直线电流通流 I，位于两种半无限大磁介质的分界面内，如图所示，如图所示，在 $y>0$ 区域内，介质的磁导率为 μ_1，在 $y<0$ 区域内，介质的磁导率为 μ_2。试求：

（1）两介质中的磁感应强度、磁场强度、磁化强度；

（2）电流 I 处的磁化电流及分界面处的磁化面电流的分布。



解：以电流为 z 轴建立圆柱坐标系，磁感应强度和磁场强度是轴对称的平行平面场，方向为 $\vec{e}_\varphi$ 在分界面处仅有法向分量，满足边界条件

$$B_{1n} = B_{2n} = B \qquad （2 分）$$

利用安培环路定律，有

$$\oint_c \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = H_1\pi\rho + H_2\pi\rho = I \qquad （2 分）$$

$$\frac{B}{\mu_1}\pi\rho + \frac{B}{\mu_2}\pi\rho = I \quad （2 分）$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_1\mu_2 I}{(\mu_1+\mu_2)\pi\rho}\vec{e}_\varphi \qquad （1 分）$$

$$\vec{H}_1 = \frac{\mu_2 I}{(\mu_1+\mu_2)\pi\rho}\vec{e}_\varphi \quad \vec{H}_2 = \frac{\mu_1 I}{(\mu_1+\mu_2)\pi\rho}\vec{e}_\varphi \qquad （2 分）$$

$$\vec{M}_1 = (\frac{\mu_1}{\mu_0}-1)\frac{\mu_2 I}{(\mu_1+\mu_2)\pi\rho}\vec{e}_\varphi \quad \vec{M}_2 = (\frac{\mu_2}{\mu_0}-1)\frac{\mu_1 I}{(\mu_1+\mu_2)\pi\rho}\vec{e}_\varphi \qquad （2 分）$$

分界面处的磁化强度方向与分界面法线方向平行，故

$$\vec{J}_{ms} = 0 \qquad （2 分）$$

利用推广的安培环路定理

（1 分）

$$\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0(I+I_m)$$

（2 分）

$$\mu_0(I+I_m) = 2\pi\rho\frac{\mu_1\mu_2 I}{(\mu_1+\mu_2)\pi\rho} \Rightarrow I_m = \left[\frac{2\mu_1\mu_2}{(\mu_1+\mu_2)\mu_0} - 1\right] I$$