英才实验学院线性代数模拟

姓名：

学号

一、　填空题

1、设$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & a & 3 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$，$B$为3阶非零矩阵，且$AB=0$，则$a=$____

2、设矩阵$A=(a_{ij})_{3\times 3}$满足$A^*=A^T$，如果a_{11},a_{12},a_{13}是3个相等的正数，则$a_{11}=$____

3、设α,β,γ为3? 1矩阵，已知行列式$|\alpha,\beta,\gamma|=3$，行列式$|\alpha+\beta,\beta+\gamma,\gamma+\alpha|=$____

4、设$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4$是方程$x^4-6x^2+2x+1=0$的四个实根，则$\begin{vmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_3 & \varepsilon_4 \\ \varepsilon_4 & \varepsilon_3 & \varepsilon_1 & \varepsilon_2 \\ \varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_4 & \varepsilon_3 \\ \varepsilon_3 & \varepsilon_4 & \varepsilon_2 & \varepsilon_1 \end{vmatrix}=$____

5、设$D_n=\begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & & \ddots & \\ 1 & 1 & & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{vmatrix}$，计算$A_{n1}+2A_{n2}+\cdots+nA_{nn}=$____

6、设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$均为3维列向量，记矩阵$A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3),B=$
$(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+2\alpha_2+4\alpha_3,\alpha_1+3\alpha_2+9\alpha_3)$，如果$|A|=1$，求$|B|=$____

7、已知$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}=9$，则$A_{21}+A_{22}=$____

二、设A的伴随矩阵$A^*=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 8 \end{pmatrix}$，且$ABA^{-1}=BA^{-1}+3I$，求$B$

三、设n阶矩阵A和B满足$A+B=AB$，(1)证明$A-I$为可逆矩阵；

(2) 已知$B=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，求$A$.(3)证明$AB=BA$

四、设$H_1=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$，$H_2=\begin{bmatrix}H_1 & H_1\\ H_1 & -H_1\end{bmatrix},\cdots$，$H_n=\begin{bmatrix}H_{n-1} & H_{n-1}\\ H_{n-1} & -H_{n-1}\end{bmatrix}$.

1) 确定矩阵H_n的阶，并计算${H_1}^2$和${H_2}^2$;

2) 证明${H_n}^{-1}=2^{-n}H_n$.

五、$\begin{vmatrix} a & a-1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 1 & a & a-1 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 1 & a & a-1 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & a & \cdots & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & a-1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & a \end{vmatrix}=$

六、$\begin{vmatrix} 0 & b & b & \cdots & b & b\\ c & 0 & a & \cdots & a & a\\ c & a & 0 & \cdots & a & a\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots\\ c & a & a & \cdots & 0 & a\\ c & a & a & \cdots & a & 0 \end{vmatrix}=$