任务一 数字通信调制信号的数值仿真和匹配滤波

任务目标:

将《信号与系统》课程中学到的信号的描述方法,用于数字通信系统中发射和接收信号的模型描述,以及接收端的基本信号处理方法的描述。

任务内容:

- 一个数字通信系统可以看成是由三个基本模块组成,发射机、信道、接收机。
- 1. 数字通信系统发送信号模型及数值仿真
 - 一个数字通信系统的发射信号 s(t)可以建模成

$$s(t) = \sum_{n} I_n g(t - nT) \tag{1}$$

其中,g(t)是系统使用的脉冲信号,T是脉冲的发送周期。 I_n 是第n个周期待发送的数字调制符号,对应了需要发送的用户信息。

对于 4-QAM,每个 I_n 有 M=4 种选择,即

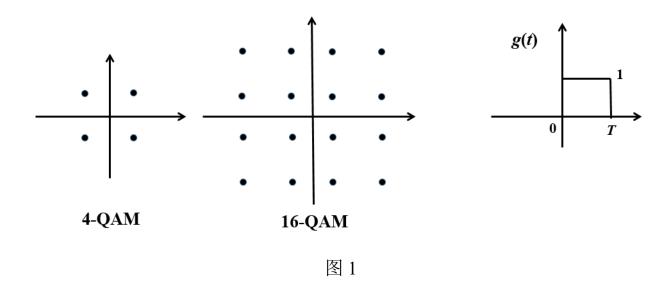
$$I_n \in \{+1+j, +1-j, -1+j, -1-j\} \ . \tag{2}$$

每个符号可以传输 $\log_2 M = 2$ 个比特。

对于 16-QAM,每个 I_n 有 M=16 种选择(每个符号传输 4 个比特),即

$$I_{n} \in \begin{cases} +3+3j, +3+j, +3-j, +3-3j \\ +1+3j, +1+j, +1-j, +1-3j \\ -1+3j, -1+j, -1-j, -1-3j \\ -3+3j, -3+j, -3-j, -3-3j \end{cases} \circ (3)$$

两种 QAM 调制的星座图如图 1。



基于以上定义, 定义系统中每个符号传输时的平均符号能量为

$$\varepsilon_{s} = \mathrm{E}[|I_{n}|^{2}]\varepsilon_{g} \tag{4}$$

以及对应的平均比特能量为

$$\varepsilon_b = \varepsilon_s / \log_2 M \ . \tag{5}$$

本部分的具体仿真内容如下:

假设系统使用的脉冲信号 g(t)如图 1,是一个宽度为 T=1 ns 的、幅度归一化为 1 的方波信号,对应的符号传输速率为 1G 波特率。

随机生成一个 4-QAM 或者 16-QAM 的 I_n 序列(例如长度为 128 的序列),在 MATLAB 中画出对应发送信号 s(t)的实部和虚部信号。同时,计算该系统的平均比特能量,和理论计算结果进行对比验证。

2. 加性高斯白噪声信道模型及仿真

加性高斯白噪声信道是数字通信中最常见和最基本的信道,发送信号 s(t)经过该信道后的接收信号可以描述为

$$r(t) = s(t) + n(t), \quad n(t) = n_i(t) + jn_q(t)$$
 (6)

其中,n(t)是复噪声信号,其实部和虚部是相互独立的高斯分布的白噪声信号,功率谱密度是 $N_0/2$ 。

MATLAB 仿真中,在信号能量一定的条件下,噪声信号的大小可由设定的信噪比(SNR)计算得到,具体为

$$SNR = \frac{\varepsilon_b}{N_0} = \frac{\varepsilon_s / \log_2 M}{N_0} \,. \tag{7}$$

本部分的具体仿真内容如下:

设定系统的 SNR 为 $10 \, dB$,随机生成并画出噪声信号 n(t),以及接收信号 r(t)。

3. 接收信号匹配滤波及符号判决

数字通信接收机接收到信号 r(t)后,最基本的任务是对接收信号 r(t)进行处理,以获得发送的随机符号序列信息。理论分析表明,为了获得最低的错误概率,需要首先对接收信号 r(t)进行匹配滤波,匹配滤波器的单位冲激响应为h(t)=g(T-t)。然后,对匹配滤波器的输出信号 z(t)=r(t)*h(t) 按照每符号进行采样,得到每符号采样值 $z_n=z(t)|_{t=nT}$ 。

在符号采样值 $z_n = z(t)|_{t=nT}$ 的基础上,最佳符号判决方式为

$$\hat{I}_n = \underset{I_k}{\text{arg min}} |z_n - I_k \varepsilon_g|^2 . \tag{7}$$

其中, I_k 为 QAM 调制中每个可能的符号。公式(7)可以理解为计算接收信号符号采样值与每个可能的符号判决结果间的距离,并选择距离最小(差异最小)的那个符号作为判决的结果。

本部分的具体仿真内容如下:

针对上述系统仿真中使用的方波脉冲信号 g(t), 获得并画出该脉冲信号经过

匹配滤波器后的输出信号。

然后,对 $10\,dB$ 的 SNR 下的接收信号,画出匹配滤波后的信号 z(t),并标注出对应的采样信号值。

4. 符号错误概率仿真

假设在仿真中共发送了 N 个符号,对比序列 I_n 和 \hat{I}_n ,并统计出其中发生错误的个数 $N_{\rm err}$,则对应该次仿真的符号错误概率为

$$P_e = \frac{N_{\text{err}}}{N} \,. \tag{7}$$

本部分的具体仿真内容如下:

设置 SNR 值为(-4:1:6) dB,对每个 SNR 值,产生 4-QAM 信号并仿真获得该 SNR 值的符号错误概率 P_e 。画出符号错误概率随 SNR 的变化曲线,并和理论结果进行比较。

$$P_{4} = 2Q\left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_{b}}{N_{0}}}\right)\left[1 - \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_{b}}{N_{0}}}\right)\right]. \tag{8}$$

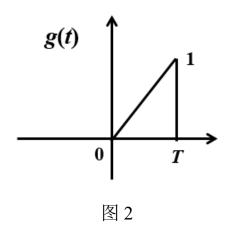
设置 SNR 值为(0:1:12) dB,对每个 SNR 值,产生 16-QAM 信号并仿真获得该 SNR 值的符号错误概率 P_e 。画出符号错误概率随 SNR 的变化曲线,并和理论结果进行比较。

$$P_{16} = 3Q \left(\sqrt{\frac{4\varepsilon_b}{5N_0}} \right) \left[1 - \frac{3}{4}Q \left(\sqrt{\frac{4\varepsilon_b}{5N_0}} \right) \right]_{\circ}$$
 (9)

5. 符号错误概率的特点

本部分的具体仿真内容如下:

将上述仿真中的脉冲信号 g(t)换成如图 2 的脉冲信号,重复第 4 步的仿真,并对比两种不同脉冲信号的符号错误概率仿真结果,验证数字通信系统的性能,只和系统的 SNR 相关,而与脉冲信号波形无关。



另一方面,上述的仿真中,是假设接收机在匹配滤波后的正确时刻进行了采样,进而完成公式(7)的符号判决。仿真验证匹配滤波后如果发生采样时刻偏差,对错误概率的影响。

6. 比特映射和比特错误概率的仿真

从前面的讨论可知,每个 4-QAM 符号可以传输 2 个比特,而每个 16-QAM 符号可以传输 4 个比特。最常见的比特和符号间的映射规则为自然映射,以 4-QAM 为例,即

$$\left\{00 \to I_0, 01 \to I_1, 10 \to I_2, 11 \to I_3\right\}. \tag{9}$$

另一种更常用的映射规则为格雷映射,需自学。

将比特和符号间的映射规则加入前面的仿真中,在发射端随机产生一定的待 传输比特序列,进行符号映射后再生成待发送的信号;在接收端完成符号判决后 还需要完成比特映射,恢复出比特序列。统计比特错误概率,对比自然映射和格 雷映射下的比特错误概率随 SNR 的变化。 要求:在完成各项仿真的基础上,提交一份实践报告,包括各项内容结果、总结和讨论等。同时提交相关 MATLAB 代码。