

Discussion problem assignment:

第一题:

对以下系统，确定其记忆性、可逆性、因果性、稳定性，并给出相应的证明。

$$y_1[n] = \text{Ev}\{x_1[n]\}$$

$$y_2[n] = nx_2[n]$$

$$y_3[n] = x_3[4n]$$

$$y_4[n] = \sum_{k=-\infty}^{n+1} x_4[k]$$

$$y_1[n] = \text{Ev}\{x_1[n]\}$$

$$y_2[n] = nx_2[n]$$

$$y_3[n] = x_3[4n]$$

$$y_4[n] = \sum_{k=-\infty}^{n+1} x_4[k]$$

结果:

记忆性: 记忆、无记忆、记忆、记忆

可逆性: 不可逆、不可逆、不可逆、可逆

因果性: 不满足、因果、不满足、不满足

稳定性: 稳定、不稳定、稳定、不稳定

可逆性证明: 不可逆、不可逆、不可逆、可逆

系统一: $x[n]$ 和 $x[-n]$ 做输入时, 输出相同

系统二: 上课讲过, 全零输入和零时刻冲激输入, 输出都是全零

系统三: $y[0] = x[0]$, $y[1] = x[4]$, $y[2] = x[8]$, 只要两个输入的 $x[0, 4, 8, \dots]$ 相同, 其它不同, 对应的系统输出 $y[n]$ 是相同的

$$z_4[n] = y_4[n-1] - y_4[n-2] = \sum_{k=-\infty}^n x_4[k] - \sum_{k=-\infty}^{n-1} x_4[k] = x_4[n]$$

系统四: 对应的逆系统为

$$z_4[n] = y_4[n-1] - y_4[n-2] = \sum_{k=-\infty}^n x_4[k] - \sum_{k=-\infty}^{n-1} x_4[k] = x_4[n]$$

因果性证明: 不满足、因果、不满足、不满足

系统一: $y[n] = (x[n] + x[-n])/2$, $n = -1$ 时, $y[-1] = (x[-1] + x[1])/2$

系统二: 无记忆

系统三: $y[1] = x[4]$

系统四: 求和上限是 $n+1$

稳定性证明: 稳定、不稳定、稳定、不稳定

$$y_1[n] = \text{Ev}\{x_1[n]\}$$

$$y_2[n] = nx_2[n]$$

$$y_3[n] = x_3[4n]$$

$$y_4[n] = \sum_{k=-\infty}^{n+1} x_4[k]$$

系统一：稳定， $y_1[n] = \text{Ev}\{x_1[n]\} = \frac{1}{2}\{x_1[n] + x_1[-n]\}$ ，如果 $|x_1[n]| < B$ ，有 $|y_1[n]| = \frac{1}{2}|x_1[n] + x_1[-n]| < B$

系统二：不稳定，输入为常数 1 时，输出为 n，随时间增加会发散

系统三：稳定，如果 $|x_3[n]| < B$ ，有 $|y_3[n]| = |x_3[4n]| < B$

系统四：不稳定，输入为常数 1 时，因为求和下限为负无穷，求和结果会发散