电磁场与波练习卷 1

一、填空题

1. 散度定理描述了矢量场通过闭合曲面的总通量与内部散度源的关系，其数学表达式为 $\underline{\int_V \nabla\cdot\overline{F}dV=\oint_S\overline{F}\cdot d\overline{S}}$；斯托克斯定理描述了矢量场沿闭合曲线的环流与内部旋度源的关系，其数学表达式为 $\underline{\int_S \nabla\times\overline{F}\cdot d\overline{S}=\oint_C\overline{F}\cdot d\overline{l}}$。

2. 对于线性、各向同性均匀电介质，若该介质内部的自由电荷为 0，则其内部极化电荷的值为 $\underline{\ 0\ }$。

3. 麦克斯韦方程组在有源空间（自由电荷密度为 ρ，传导电流密度为 $\vec{J}$）的微分形式分别描述了磁场强度矢量 $\vec{H}$ 的旋度、电场强度矢量 $\vec{E}$ 的旋度、磁感应强度矢量 $\vec{B}$ 的散度以及电位移矢量 $\overline{D}$ 的散度，它们分别是 $\underline{\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}}$，$\underline{\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$，$\underline{\nabla\cdot\overline{B}=0}$，$\underline{\nabla\cdot\overline{D}=\rho}$。

4. 理想导体表面的面电流密度为 $\vec{J}_s$，自由电荷面密度为 ρ_s，则理想导体表面磁场强度矢量 $\vec{H}_1$、电场强度矢量 $\overline{E}_1$，磁感应强度矢量 $\overline{B}_1$，电位移矢量为满足 $\overline{D}_1$ 的边界条件分别是 $\underline{\vec{e}_n\times\vec{H}_1=\vec{J}_s}$，$\underline{\vec{e}_n\times\vec{E}_1=0}$，$\underline{\vec{e}_n\cdot\vec{B}_1=0}$，$\underline{\vec{e}_n\cdot\vec{D}_1=\rho_s}$。

5. 因为静电场 $\overline{E}$ 的旋度为 0，所以 $\overline{E}$ 可以采用电位函数 φ 来表示。$\overline{E}$ 与 φ 的关系为 $\underline{\overline{E}=-\nabla\varphi}$。

6. 在恒定电场中，电荷分布不随时间变化，所以电流密度矢量的散度为 $\underline{\ 0\ }$，若导电媒质满足线性、均匀和各向同性，则根据欧姆定律与高斯定理可进一步得到其内部的自由电荷密度为 $\underline{\ 0\ }$。

7. 磁感应强度矢量 $\overline{B}$ 的散度为 0，所以 $\overline{B}$ 可以采用矢量位 $\overline{A}$ 来表示，$\overline{B}$ 与 $\overline{A}$ 的关系为 $\underline{\overline{B}=\nabla\times\overline{A}}$。恒定磁场中，经常采用库仑条件 $\underline{\nabla\cdot\overline{A}=0}$ 对对 $\overline{A}$ 的散度进行规范；在时变电磁场中，经常采用洛仑兹条件 $\underline{\nabla\cdot\overline{A}=-\mu\varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial t}}$ 对 $\overline{A}$ 的散度进行规范。

8. 时谐电磁场中，电场强度矢量的复数表达为 $\overline{E}=\overline{e_x}jE_me^{-jkz}$，则其瞬时表达式为

$\overline{E}=\overline{e_x}E_m\cos(\omega t-kz+\dfrac{\pi}{2})$ 。

9. 已知空间中电磁波的磁场表达式为 $\vec{H}=\vec{e}_z H_m e^{-\alpha y}e^{-jkx}$，则该电磁波的传播方向为 $\underline{\quad x}$ 方向。

10. 均匀平面波自理想介质中垂直入射理想导体，则其反射系数为 __-1__ 。

二、选择题

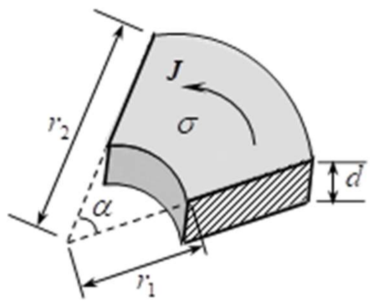
1、对于静态电磁场，媒质中存在极化与磁化现象，若其中的磁感应强度矢量与电场强度矢量满足 $\begin{cases}\nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}\\ \nabla\bullet\vec{E}=\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}\end{cases}$，则其中 $\vec{J}$ 和 ρ 分别为（B）。

A、传导电流、自由电荷　　　　B、传导电流+磁化电流、自由电荷+极化电荷

C、磁化电流、自由电荷+极化电荷　　D、传导电流、自由电荷+极化电荷

2、如图所示，在一块厚度为 d 的导电板上，由两个半径分别为 r_1 和 r_2 的圆弧和夹角为 α 的两半径割出的一块扇形体，导电板的电导率为 σ，其沿厚度方向的电阻为（　A　）。

A. $\dfrac{2d}{\alpha\sigma(r_2^2-r_1^2)}$　　B. $\dfrac{1}{\sigma\alpha d}\ln\dfrac{r_2}{r_1}$　　C. $\dfrac{\alpha}{\sigma d\ln(r_2/r_1)}$



3、一时变电磁场，设某点的电场强度与磁场强度的复数表达式分别为 $\overline{E}=\overline{e_x}E_0e^{-jkz}$ 与 $\overline{H}=\overline{e_y}H_0e^{-j(kz+\pi/4)}$，则该点的坡印廷矢量平均值为（　B　）。

A. $\overline{e_z}\sqrt{2}E_0H_0/2$　　B. $\overline{e_z}\sqrt{2}E_0H_0/4$　　C. $\overline{e_z}E_0H_0/2$

4、已知自由空间中均匀平面波的电场强度矢量的复数形式为 $\overline{E}=\overline{e_x}E_me^{-jkz}+j\overline{e_y}E_me^{-j(kz+\pi/4)}$，则此波为（　C　）。

A.线性极化波，向-z 方向传播　　　B.圆极化波，向+z 方向传播

C.椭圆极化波，向+z 方向传播

5、当均匀平面波在导电媒质中传输时，以下描述错误的是（　C　）。

A.磁场的相位滞后于电场　B.电场与磁场的振幅呈指数衰减 C.电磁波的相速与频率无关

6、已知在电导率 $\sigma=4.0\ \text{S/m}$、介电常数 $\varepsilon=80\varepsilon_0$ 的海水中，电场强度

$E = 10\sin(10^9 \pi t)$ V/m，则位移电流密度为 $(\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$ F/m) 为（ C ）。

A. $\mathrm{J_d} = 40\sin(10^9 \pi t)$ A/m^2 B. $\mathrm{J_d} = 1\times 10^{10}\cos(10^9 \pi t)$ A/m^2

C. $\mathrm{J_d} = \frac{200}{9}\cos(10^9 \pi t)$ A/m^2

7、均匀平面波从空气中垂直入射到理想导体表面上，下列描述错误的是（ A ）。

A. 导体表面的合成波电场不为 0 B. 导体表面的磁场强度不连续

C. 会在空气中形成驻波，驻波系数为无穷大

8、均匀平面波从空气中垂直入射到理想导体表面，下列描述错误的是（ A ）。

A. 导体表面的合成波电场不为 0 B. 导体表面的磁场强度不连续

C. 会在空气中形成驻波，驻波系数为无穷大

9、对于介电常数为ε、电导率为σ 的导电媒质中，亥姆霍兹方程为 $\nabla^2 \boldsymbol{E} + k_c{}^2 \boldsymbol{E} = 0$，式中 k_c 应为(B)。

A. $\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ B. $\omega\sqrt{\mu(\varepsilon - \mathrm{j}\frac{\sigma}{\omega})}$ C. $\omega\mu(\varepsilon - \mathrm{j}\frac{\sigma}{\omega})$

10、在空气中传播的均匀平面波的磁场强度的复数表示式为

$\vec{H} = (-\vec{e}_x A + \vec{e}_y 2 + \vec{e}_z 4)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(4x+3z)}$,则 A 的值为（ B ）。

A. 1 B. 3 C. 2

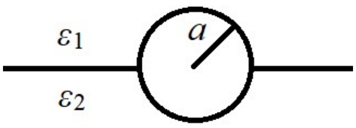
三、判断题

1. 已知一个矢量的散度与边界条件，而该矢量被惟一确定。 （ × ）
2. 电流面密度是指单位面积上的电流 （ × ）
3. 电介质被极化以后，介质表面与介质内部的极化电荷总和为零。 （ √ ）
4. 弱导电媒质中，传导电流的欧姆损耗远小于位移电流的欧姆损耗 （ × ）
5. 如果某一点的电场强度为零，则该点的电位一定为零。 （ × ）
6. 恒定电场中的均匀导电媒质（电导率为有限值）不是等势体。 （ √ ）
7. 恒定电流场中，不同导电媒质分界面上不可能存在自由电荷 (×)
8. 右旋圆极化波垂直入射到理想导体板上，则其反射波的极化方式是右旋圆极化。(×)
9. 一均匀平面波从理想介质中垂直入射到导电媒质（电导率为有限值）中，在分界面上其电场强度与磁场强度连续。 （ √ ）

10. 各向同性媒质的恒定磁场中磁感应强度与磁化强度的方向可能一致也可能相反（ √ ）

四、计算题

1. 有一半径为 a、带电量 q 的导体球，其球心位于介电常数分别为 ε_1 和 ε_2 的两种半无限大介质的分界面上。试求：（1）球外的电场分布；（2） 导体球与无穷远处的电势差（3）电容（4） 总的静电能量。



解 （1）由于电场沿径向分布，根据边界条件，在两种介质的分界面上

$$E_{1t}=E_{2t}\text{，故有}\quad E_1=E_2=E$$

由 $$D_1=\varepsilon_1E_1\text{、}D_2=\varepsilon_2E_2$$

及高斯定理 $$D_1S_1+D_2S_2=q$$

得 $$2\pi r^2\varepsilon_1E+2\pi r^2\varepsilon_2E=q$$

所以 $$E=\frac{q}{2\pi r^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}$$

（2）导体球与无穷远处的电势差

$$\varphi(a)=\int_a^\infty E\,\mathrm{d}r=\frac{q}{2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}\int_a^\infty\frac{1}{r^2}\mathrm{d}r=\frac{q}{2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)a}$$

（3）导体球的电容

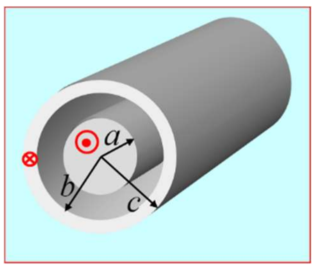
$$C=\frac{q}{\varphi(a)}=2\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)a$$

-

（4） 总的静电能量为

$$W_e=\frac{1}{2}q\varphi(a)=\frac{q^2}{4\pi(\varepsilon_1+\varepsilon_2)a}$$

2. （12 分）一同轴线其内导体半径为 a ，外导体的内、外半径分别为 b 和 c，同轴线中的传导电流为 I (均匀分布在导体上)。内、外导体之间是聚乙烯，磁导率为 μ_0；内、外导体的磁导率也是 μ_0。(1)求磁场分布； (2)计算同轴线单位长度存储的磁场能量； (3)计算同轴线单位长度的自感



解： (1) 由安培环路定理

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$$

得

$$\vec{H} = \begin{cases} \vec{e}_\phi \dfrac{\rho I}{2\pi a^2} & 0<\rho<a \\ \vec{e}_\phi \dfrac{I}{2\pi\rho} & a<\rho<b \\ \vec{e}_\phi \dfrac{I}{2\pi\rho}\dfrac{c^2-\rho^2}{c^2-b^2} & b<\rho<c \\ 0 & \rho>c \end{cases}$$

(2) 内导体中的单位长度磁场能量

$$W_{m1} = \frac{\mu_0}{2}\int_0^a \left(\frac{\rho I}{2\pi a^2}\right) 2\pi\rho d\rho = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$$

内外导体间的单位长度磁场能量

$$W_{m2} = \frac{\mu_0}{2}\int_a^b \left(\frac{I}{2\pi\rho}\right)^2 2\pi\rho d\rho = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$$

外导体中的单位长度磁场能量

$$W_{m3} = \frac{\mu_0}{2}\int_b^c \left(\frac{I}{2\pi\rho}\right)^2\left(\frac{c^2-\rho^2}{c^2-b^2}\right)^2 2\pi\rho d\rho = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\left[\frac{c^4}{(c^2-b^2)^2}\ln\frac{c}{b} - \frac{3c^2-b^2}{4(c^2-b^2)}\right]$$

单位长度内总的磁场能量为

$$\begin{aligned} W_m &= W_{m1} + W_{m2} + W_{m3} \\ &= \frac{\mu_0 I^2}{16\pi} + \frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a} + \frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\left[\frac{c^4}{(c^2-b^2)^2}\ln\frac{c}{b} - \frac{3c^2-b^2}{4(c^2-b^2)}\right] \end{aligned}$$

(3)计算同轴线单位长度的自感

$$L = \frac{2W_m}{I^2} = \frac{\mu_0}{8\pi} + \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a} + \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{c^4}{(c^2-b^2)^2}\ln\frac{c}{b} - \frac{3c^2-b^2}{4(c^2-b^2)}\right]$$

3、一时谐均匀平面波在理想介质($\varepsilon=4\varepsilon_0$，$\mu=\mu_0$)中传播，其时谐场的角频率 ω 为 $20\pi\times10^9$Hz，电场强度为$\overline{E}=\overline{e_x}E_m e^{-j(kz+3\pi/2)}$

求(1) 电磁波传播的相速 (2) 波数 k 及波长大小 (3)传播方向 (4)磁场强度的瞬时表达式；(5)瞬时坡印廷矢量。

解：(1) $v_p = \dfrac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} =\approx 1.5\times10^8\,\mathrm{m/s}$

(2) $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \approx 419\,\mathrm{m}^{-1}$

波长 $\lambda = 2\pi/k = 0.015\mathrm{m}$

(3) 传播方向为+z 方向

(4) $\overline{H}=\frac{1}{\eta}\overline{e_z}\times\overline{E}=\frac{1}{\eta}\overline{e_z}\times\overline{e_x}E_m e^{-j(kz+3\pi/2)}=\overline{e_y}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_m e^{-j(kz+3\pi/2)}$

所以磁场强度的瞬时表达式为

$$\overline{H}=\mathrm{Re}\{\overline{e_y}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_m e^{-j(kz+3\pi/2)}e^{j\omega t}\}=\overline{e_y}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_m\cos(\omega t-kz-3\pi/2)=-\overline{e_y}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_m\sin(\omega t-kz)$$

(5) 电场强度的瞬时表达式为

$$\overline{E}=\mathrm{Re}\{\overline{e_x}E_m e^{-j(kz+3\pi/2)}e^{j\omega t}\}=\overline{e_x}E_m\cos(\omega t-kz-3\pi/2)=-\overline{e_x}E_m\sin(\omega t-kz)$$

坡印廷矢量的瞬时值为

$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}=[-\overrightarrow{e_x}E_m\sin(\omega t-kz)]\times[-\overrightarrow{e_y}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_m\sin(\omega t-kz)]$$

$$=\overrightarrow{e_z}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_m{}^2\sin^2(\omega t-kz)$$

4、 空气中传播的均匀平面波的电场强度为$\vec{E}=(\vec{e}_x4+j\vec{e}_y4)e^{-j20\pi z}$，此电磁波垂直入射到半无限大理想介质平面分界面上发生反射与透射，理想介质参数为$\varepsilon=4\varepsilon_0,\mu=\mu_0,\sigma=0$，求：（1）反射系数$\Gamma$与透射系数$\tau$；（2）反射波电场$\vec{E}_r$与透射波电场$\vec{E}_t$；（3）空气中合成波电场的驻波系数 S；（4）电磁波从空气到介质中的功率传输效率η（$\eta=\frac{S_{tav}}{S_{iav}}$，即透射波平均坡印廷矢量的大小与入射波平均坡印廷矢量大小的比值）。

解：（1）$\eta_1=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}=120\pi$，$\eta_2=\sqrt{\frac{\mu_0}{4\varepsilon_0}}=60\pi$，则

$$\Gamma=\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}=\frac{-60\pi}{180\pi}=-\frac{1}{3}$$

$$\tau=\frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_1}=\frac{120\pi}{180\pi}=\frac{2}{3}\text{（或}\tau=1+\Gamma=\frac{2}{3}\text{）}$$

（2）反射波电场$\vec{E}_r=\Gamma(\vec{e}_x4+j\vec{e}_y4)e^{j20\pi z}=-(\vec{e}_x+j\vec{e}_y)\frac{4}{3}e^{j20\pi z}$

$$k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\Rightarrow k_2=2k_1=40\pi$$

$$\vec{E}_t=\tau(\vec{e}_x4+j\vec{e}_y4)e^{-j40\pi z}=(\vec{e}_x+j\vec{e}_y)\frac{8}{3}e^{-j40\pi z}$$

（3）驻波系数$S=\dfrac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}=2$

（4）$\vec{S}_{iav}=\dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\vec{E}_i\times H_i^*\right)=\dfrac{|E_{i0}|^2}{2\eta}\vec{e}_z=\dfrac{32}{240\pi}\vec{e}_z=\dfrac{2}{15\pi}\vec{e}_z$

$$\vec{S}_{tav}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\vec{E}_t\times H_t^*\right)=-\frac{|E_{t0}|^2}{2\eta}\vec{e}_z=-\frac{128/9}{120\pi}\vec{e}_z=\frac{16}{135\pi}\vec{e}_z$$

透射效率为：$\eta=\dfrac{S_{tav}}{S_{iav}}\times 100\%=\dfrac{16}{18}=88.9\%$