

任务三 数字通信调制信号的频谱分析和 RRC 脉冲成形仿真

任务目标:

在第一次实践任务对数字通信信号进行时域分析和处理的基础上,进一步尝试对数字通信信号进行频域分析。

任务内容:

一个数字通信系统可以看成是由三个基本模块组成,发射机、信道、接收机。

1. 数字调制信号的频谱分析

如果不考虑载波因素,一个数字调制后的基带发射信号 $s(t)$ 可以建模成复信号

$$s(t) = \sum_n I_n g(t - nT) \quad (1)$$

其中, $g(t)$ 是系统使用的脉冲信号, T 是脉冲的发送周期。 I_n 是第 n 个周期待发送的数字调制符号, 对应了需要发送的用户信息。很显然, 信号 $s(t)$ 是一个随机信号, 对其进行理论分析, 可以得到在满足 I_n 的均值为零的条件下 (如符号等概出现条件下的 4-QAM 和 16-QAM), 随机信号 $s(t)$ 的功率谱密度函数为

$$\Phi_s(f) = \frac{\sigma_i^2}{T} |G(f)|^2 \quad (2)$$

其中, $G(f)$ 是调制信号 $g(t)$ 的傅里叶变换, 而 σ_i^2 随机序列 I_n 的方差。由公式 (2) 可知, 数字调制后的随机信号的频谱, 是由 $g(t)$ 信号的频谱特性决定的。

本部分的具体仿真内容如下:

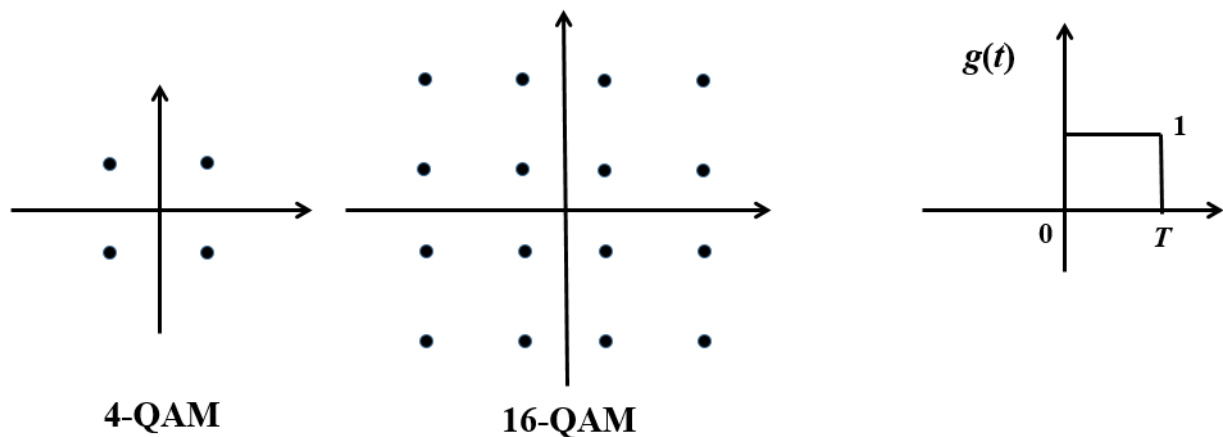


图 1

假设系统使用的脉冲信号 $g(t)$ 如图 1，是一个宽度为 $T=1\text{ ns}$ 、幅度归一化为 1 的方波信号，对应的符号传输速率为 1G 波特率。随机生成 4-QAM 和 16-QAM 的 I_n 序列，在 MATLAB 中对基带信号 $s(t)$ 进行傅里叶变换得到 $S(f)$ 。分别绘图 $|S(f)|^2$ 和 $\Phi_s(f)$ ，观察二者的异同。

由于调制脉冲信号 $g(t)$ 是一个理想的方波脉冲，所以由课上知识可知，这个信号对应的频谱的带宽是无穷的，因此在实际系统中很少使用。

2. 奈奎斯特准则

在第一次实践内容中我们知道，为了获得最佳的接收性能，需要在接收端首先对信号进行匹配滤波后再按照符号速率进行采样，这里我们对这整个过程进行描述。假设调制脉冲为 $g(t)$ ，则匹配滤波器的单位冲激响应为 $h(t) = g(T-t)$ ，这样可以得到不考虑信道噪声时的匹配滤波器输出信号为

$$z(t) = \sum_n I_n g(t-nT) * h(t) = \sum_n I_n x(t-nT) \quad (3)$$

其中

$$x(t) = g(t) * h(t) \quad (4)$$

对每符号进行采样，得到的 k 时刻的采样结果为

$$z_k = \sum_n I_n x(kT - nT) = \sum_n I_n x_{k-n} = x_0 I_k + \sum_{n \neq k} I_n x_{k-n} \quad (5)$$

公式 (5) 中的 k 时刻采样信号 z_k ，第一项 $x_0 I_k$ 对应了当前时刻发送的符号 I_k ，而其它项 $\sum_{n \neq k} I_n x_{k-n}$ ，则是其它时刻发送符号对当前接收信号的干扰项，一般称为码间串扰 (Inter-symbol Interference, ISI)。ISI 会造成星座图的弥散，如图 2 所示，严重时会影响接收端的符号判决，造成很高的误码率。

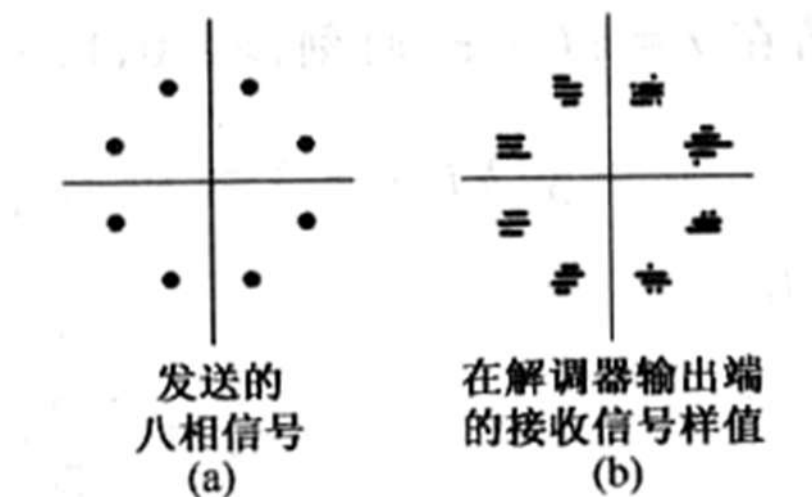


图 2

为了消除 ISI 的影响，需要满足

$$x_k = \begin{cases} 1, k = 0 \\ 0, k \neq 0 \end{cases} \quad (6)$$

为了满足式 (6) 的无 ISI 的要求，信号 $x(t)$ 需要满足著名的奈奎斯特准则，

即：使 $x(t)$ 满足 $x(nT) = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$ 的充要条件是其傅里叶变换 $X(f)$ 满足

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} X(f + m/T) = T \quad (7)$$

奈奎斯特准则的证明，请同学们自己查阅资料。

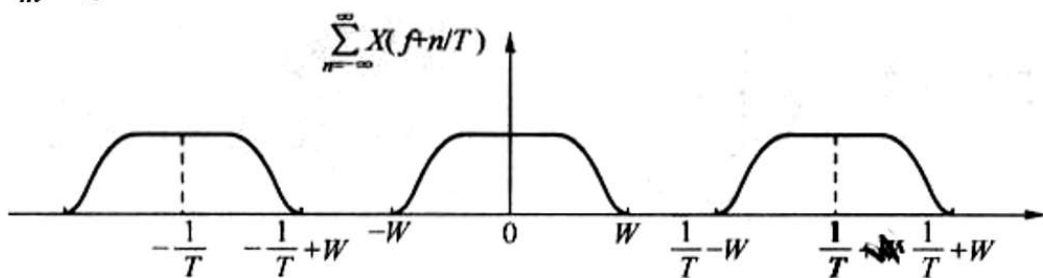


图 3

由奈奎斯特准则可知，当传输速率大于信道带宽，即 $\frac{1}{T} > W$ 时，是不可能实现无 ISI 条件的，如图 3。

如果降低传输速率满足 $\frac{1}{T} < W$ 时，则存在可以满足无 ISI 条件的信号波形，如图 4。

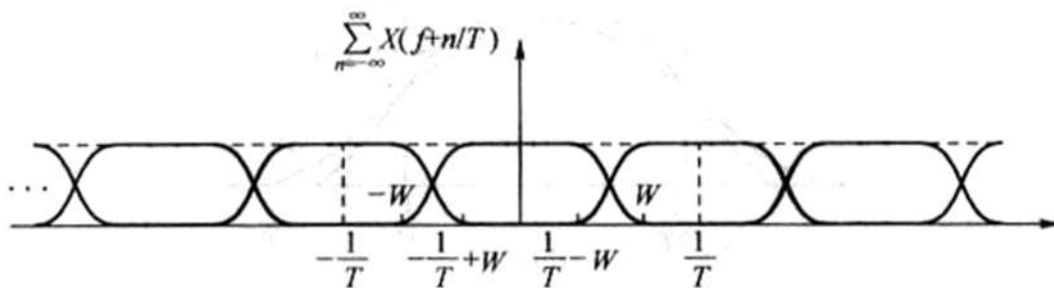


图 4

一种常用的满足无 ISI 条件的信号波形为升余弦 (Raised Cosine, RC) 脉冲，其频域定义为

$$X_{rc}(f) = \begin{cases} T & (0 \leq |f| \leq \frac{1-\beta}{2T}) \\ \frac{T}{2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\pi T}{\beta} \left(|f| - \frac{1-\beta}{2T} \right) \right] \right\} & (\frac{1-\beta}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\beta}{2T}) \\ 0 & (|f| > \frac{1+\beta}{2T}) \end{cases} \quad (8)$$

系数 β 称为滚降系数，决定了升余弦脉冲的带宽和波形，如图 5。

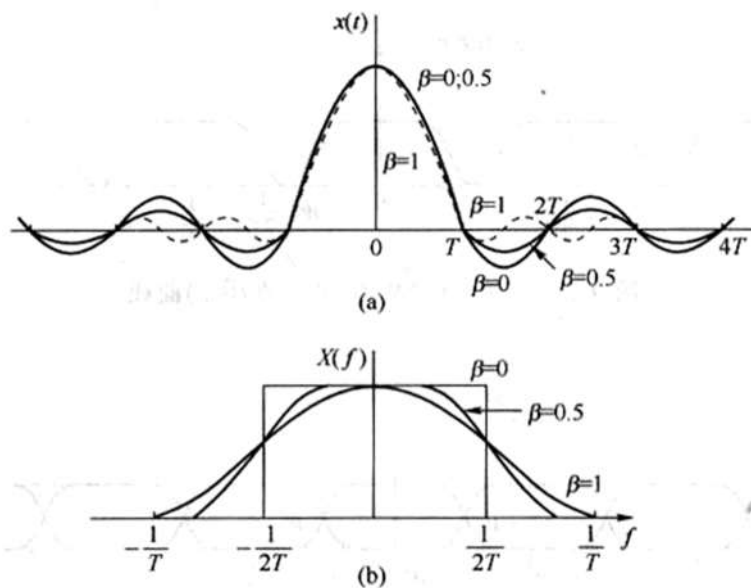


图 5

本部分的具体仿真内容如下：

在 MATLAB 中产生不同滚降系数大小的升余弦脉冲，画出其时域波形、频域频谱，并利用图 5 对结果的正确性进行验证。（注意：MATLAB 有函数可直接产生离散采样后的 RC 脉冲，`rcosdesign()`。）

3. 基于 RRC 脉冲的数字调制信号的性能仿真和频谱分析

考虑到上述分析中，信号 $x(t)$ 是调制脉冲 $g(t)$ 通过匹配滤波器后的结果，所以为了保持 $x(t)$ 是 RC 脉冲，证明 $g(t)$ 需要是根升余弦（Root Raised Cosine, RRC）脉冲，即

$$G(f) = \sqrt{X_{rc}(f)} \quad (9)$$

本部分的具体仿真内容如下：

在 MATLAB 中产生不同滚降系数大小的 RRC 脉冲 $g(t)$ （注意：MATLAB 函数 `rcosdesign()` 的参数设置适当，即可产生 RRC 脉冲），按照实践任务一的要求，使用 RRC 脉冲完成 4-QAM 和 16-QAM 的数字通信系统的性能仿真，特别注意

匹配滤波器的设计,证明误码性能与 RRC 脉冲的滚降系数无关,只与 SNR 有关。同时,按照第一步的方法,对发送的随机信号进行频谱分析,观察其频谱特性是否与预期相同。

因为 RRC 脉冲产生时需要设置除滚降系数外的其它多个参数,通过对比分析各参数对信号频谱特性的影响,并进行解释。

4. 有 ISI 时的数字调制信号的性能仿真

由上面的讨论可知,不管是使用方波脉冲,还是 RRC 脉冲,匹配滤波后都必须在正确的时刻进行采样,才能不引入 ISI。如果采样时刻错误,即使是 RRC 脉冲,也会引入 ISI。

本部分的具体仿真内容如下:

分别使用方波脉冲和 RRC 脉冲作为调制脉冲,产生 4-QAM 或 16-QAM 的调制信号后,完成以下内容:

首先,不添加信道噪声,画出和比较采样时刻正确和错误时的接收信号星座图。

然后,按照前述方法添加信道噪声进行错误概率仿真,画出和比较采样时刻正确和错误时的错误概率性能随 SNR 的变化曲线。通过仿真,分析采样偏差时刻大小对错误概率性能的影响。