**第 三 章**

**一、基本题目**

1. 二维随机变量(*X*，*Y*)的联合分布函数为

，

试求：(1) 系数A，B，C； (2) 边缘分布函数.

2. 对一目标独立地射击两次，每次命中的概率为1/2, 若*X*表示第一次射击的命中次数， *Y*表示第二次射击的命中次数，求*X*，*Y*的联合分布律和联合分布函数.

3. 假设(X，Y)的联合概率密度为



试求：（1）常数C； （2）； （3）。

4. 设二维随机变量（*X*，*Y*）的联合概率密度为



试求(1)； (2) 联合分布函数.

5. 甲乙两人约定在下午1点到2点之间的任意时刻独立到达某车站乘坐公交车，这段时间内共有四班公交车，它们开车的时刻分别为1:15, 1:30, 1:45; 2:00. 若他们约定：

（1）见车就乘；（2）最多等一辆车. 求他们乘同一辆车的概率.

6. 设二维随机变量（X，Y）的联合分布律为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Y*  *X* | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 1/6 | 1/9 | 1/18 |
| 2 | 1/3 | α | β |

问α和β取什么值时，*X*与*Y*相互独立？

7.设随机变量*X*与*Y*相互独立，且P{*X*=1}= P{*Y*=1}=*p*, P{*X* =0}= P{*Y*=0}=1－*p*=*q*（0<*p*<1）.

定义随机变量Z为 

(1)求*X*，*Z*的联合分布律；(2) 问*p*取何值时，*X*与*Z*相互独立？

8. 设(*X*，*Y*)的联合概率密度为



确定常数C，并讨论*X*与*Y*的独立性。

9.设(*X*，*Y*)的联合概率密度为 

问*X*与*Y*是否相互独立？

10. 设(*X*，*Y*)的联合概率密度为 

(1) 求(*X*，*Y*)的边缘概率密度函数； (2) 求(*X*，*Y*)的条件概率密度函数；

(3) 求，.

11.设二维随机变量(*X*，*Y*)在(1，0)，(0，1)，(－1，0)，(0, －1)四点构成的正方形上服从均匀分布.

(1)求条件概率密度；(2) 计算概率.

12. 设随机变量*X~U*(0, 1)，当*X=x* (0<*x*<1)时，*Y*在(*x*, 1)上服从均匀分布，求(*X*, *Y*)的联合概率密度以及关于*Y*的边缘概率密度.

13.设随机变量*X*，*Y*相互独立，且分别服从参数为和的泊松分布，

(1) 证明：*X*+*Y*服从参数为的泊松分布；

(2) 对给定的*X*+*Y*=*N*的条件下随机变量*X*服从二项分布，即

14. 对随机事件定义随机变量，. 试证：事件相互独立的充要条件是相互独立.

15. 已知离散型随机变量X的分布律为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | π/2 | π |
| p | 1/4 | 1/2 | 1/4 |

试求的分布律.

16. 随机变量，写出(1) ；(2) 的概率密度.

17. 设随机变量*X*的概率密度为



求的分布函数和概率密度。

18. 设随机变量*X*的分布函数*F*(*x*)是严格单增的连续函数, 试求随机变量*Y*=*F*(*X*)的分布函数.

19. 设随机变量*X*的概率密度为令随机变量为(1)求*Y*的分布函数; (2)计算概率P{*X* ≤ *Y*}.

20. 设Z是在任何有限区间(*a, b*)上均有的连续型随机变量，其分布函数为。若*X*服从区间[0, 1]上的均匀分布，令，证明*Y*具有与*Z*相同的分布函数.

21. 设随机变量*X*和*Y*的联合概率密度为



计算概率.

22. 随机变量*X*与*Y*相互独立，X服从参数为λ的指数分布，Y~U(0, h), 求X+Y的概率密度.

23.一射手向某个靶子射击，设靶心为坐标原点，弹着点坐标（*X*，*Y*）服从二维正态分布N (0,σ2; 0,σ2 ;0). 求弹着点与靶心的距离Z的概率密度函数.

24. 随机变量*X*与*Y*相互独立 , , .设.试计算条件概率. 进一步尝试求出*Z*的概率密度.

25. 如果随机变量*X*与*Y*相互独立，都服从参数为1的指数分布，求证：也相互独立.

**二、思考问题**

1.怎样理解*n*维随机变量(*X*1, *X*2,…, *Xn*)中“维”的概念？与*n*“个”随机变量有什么本质差别？

2. 为什么说随机向量的独立性本质上是随机事件的独立性?二者间有什么类似的结论?

3. 能用二维随机变量(*X*, *Y*)的边缘分布确定其联合分布吗?

4. 边缘分布均为正态分布的随机变量，其联合分布一定是二维正态分布吗？ 试分析以下问题:

随机变量（*X*, *Y*）的联合概率密度函数是

 (*x*，*y*)∈R2

其中 

1. 证明*X*与*Y*都服从正态分布；(2) 判断*X*与*Y*是否相互独立？