## 图录

图 1.1	无向图与有向图2	图 2.9	骨头的诱惑(测试数据 2 分析 3)	33
图 1.2	完全图与有向完全图2	图 2.10	骨头的诱惑(测试数据 2 分析 4)	34
图 1.3	稀疏图与稠密图3	图 2.11	水管类型及农田的地图	39
图 1.4	根据度序列构造图5	图 2.12	Gnome Tetravex 游戏	40
图 1.5	二部图与完全二部图5	图 2.13	广度优先搜索	42
图 1.6	二部图的判定6	图 2.14	广度优先搜索过程的实现	43
图 1.7	图的同构6	图 2.15	营救:最优解不一定是步数最少的解	46
图 1.8	子图7	图 2.16	地区分布图及公交线路	49
图 1.9	无向图的生成树7	图 2.17	地区分布图及公交线路	
图 1.10	子图与诱导子图8		(地区编号从0开始计起)	50
图 1.11	非连通图9	图 2.18	蛇和梯子游戏	53
图 1.12	强连通图9	图 2.19	广度优先搜索算法求解蛇和梯子游戏	55
图 1.13	有向图的强连通分量9	图 2.20	蛇和梯子游戏:结点扩展	55
图 1.14	无向网与有向网10	图 2.21	蛇和梯子游戏:扩展结点直至	
图 1.15	无向图的邻接矩阵表示11		N <sup>2</sup> 方格可达	56
图 1.16	有向图的邻接矩阵表示11	图 2.22	蛇的爬动	59
图 1.17	无向网的邻接矩阵表示16	图 2.23	一个简单的迷宫问题	61
图 1.18	有向网的邻接矩阵表示16	图 2.24	送情报	63
图 1.19	有向图的邻接表(出边表)17	图 2.25	AOV 网络——课程安排图	64
图 1.20	有向图的逆邻接表(入边表)18	图 2.26	拓扑排序与拓扑有序序列	64
图 1.21	无向图的邻接表18	图 2.27	拓扑排序过程	65
图 1.22	构造有向图邻接表的过程20	图 2.28	拓扑排序实现	66
图 1.23	包含重边和自身环的有向图的	图 2.29	存在有向回路的 AOV 网络	68
	邻接表21	图 2.30	用栈"实现"BFS 算法	70
图 2.1	深度优先搜索25	图 2.31	将所有元素排序: 第1个测试数据的	
图 2.2	深度优先搜索的实现27		建图	72
图 2.3	采用邻接表存储图,进行深度优先	图 2.32	窗口绘制:窗口表示	74
	搜索28	图 2.33	窗口绘制:窗口表示例子	75
图 2.4	采用邻接矩阵存储图,进行深度优先	图 2.34	窗口绘制:测试数据	76
	搜索29	图 2.35	窗口绘制:构造有向图	76
图 2.5	骨头的诱惑(搜索策略)31	图 2.36	叠图片	79
图 2.6	骨头的诱惑(搜索策略的函数实现)31	图 2.37	一个 AOE 网络	81
图 2.7	骨头的诱惑(测试数据 2 分析 1)32	图 2.38	关键路径求解:两个邻接表	84
图 2.8	骨头的诱惑(测试数据 2 分析 2) 33	图 2.39	关键路径求解:相关量的计算结果	84

## 图论算法理论、实现及应用

图 3.1	树88	图 4.15	有向网及其邻接表存储表示	168
图 3.2	森林88	图 4.16	SPFA 算法的求解过程	168
图 3.3	克鲁斯卡尔算法的基本思想90	图 4.17	奶牛派对	172
图 3.4	并查集: Find 函数中的路径压缩93	图 4.18	昆虫洞	176
图 3.5	并查集: 加权合并94	图 4.19	攀岩	179
图 3.6	并查集:合并时不加权的结果94	图 4.20	Floyd 算法:有向网及其邻接矩阵	181
图 3.7	并查集: 完整的查找合并过程95	图 4.21	Floyd 算法的求解过程中数组 A 和	
图 3.8	Kruskal 算法的实现过程96		path 的变化	182
图 3.9	Boruvka 算法的实现过程99	图 4.22	光纤网络: 样例输入数据所描述的	
图 3.10	丛林中的道路106		两个道路网络	187
图 3.11	普里姆算法的基本思想110	图 4.23	重型运输:样例输入数据所描述的	
图 3.12	普里姆算法的实现过程111		两个道路网络	190
图 3.13	QS 网络的一个例子115	图 4.24	重型运输: Floyd 算法执行过程	190
图 3.14	卡车的历史118	图 4.24	重型运输: Floyd 算法执行过程(续)	191
图 3.15	最小生成树不唯一的一个简单例子123	图 4.25	Risk 游戏: 样例输入数据所描述的	
图 3.16	无向网中存在相同权值的边,		世界格局	196
	且这些边有公共顶点124	图 4.26	单源最短路径中的三角形不等式	198
图 3.17	无向网中存在相同权值的边,	图 4.27	差分约束系统:有向网的构造	199
	且这些边没有公共顶点124	图 4.28	差分约束系统: 负权值回路代表	
图 3.18	判定最小生成树不唯一的思路125		无解	200
图 3.19	每个顶点的扩展方式唯一,	图 4.29	火烧连营:测试数据 1	202
	但 MST 不唯一的情形126	图 4.30	火烧连营:测试数据 2	202
图 3.20	判定最小生成树是否唯一127	图 4.31	区间:有向网的构造及差分约束	
图 4.1	Dijkstra 算法: 有向网及其邻接矩阵 131		系统的求解	206
图 4.2	Dijkstra 算法的求解过程132	图 5.1	欧拉回路及有向欧拉回路	212
图 4.3	Dijkstra 算法的原理133	图 5.2	七桥问题	214
图 4.4	Dijkstra 算法的实现过程134	图 5.3	一笔画问题	214
图 4.5	多米诺骨牌游戏139	图 5.4	旋转鼓轮	214
图 4.6	成语接龙游戏142	图 5.5	旋转鼓轮的求解	215
图 4.7	有向网中存在带负权值的边,	图 5.6	庄园管家: 3个测试数据	217
	用 Dijkstra 算法求解是错误的148	图 5.7	词迷游戏:有向图的构造	220
图 4.8	边上权值非负的有向网,	图 5.8	多米诺骨牌:测试数据1	224
	用 Dijkstra 算法求解是正确的148	图 5.9	多米诺骨牌:测试数据 2	225
图 4.9	Bellman-Ford 算法: 有向网中存在	图 5.10	多米诺骨牌:图的构造	225
	负权值的边149	图 5.11	多米诺骨牌:邻接表的构造	226
图 4.10	Bellman-Ford 算法的求解过程150	图 5.12	编码: 10 <sup>n</sup> 组 n 位数的最短序列	230
图 4.11	Bellman-Ford 算法的本质思想153	图 5.13	线性序列与环状序列	230
图 4.12	套汇: 求最长路径157	图 5.14	漫不经心地选择路线,无法输出	
图 4.13	布满墙的房间160		欧拉回路	232
图 4.14	布满墙的房间:网络的构造161	图 5.15	无向图中的桥	232

图 5.16	求解欧拉回路的错误走法	233	图 6.29	友谊:测试数据	298
图 5.17	走欧拉回路过程中走了桥	233	图 6.30	引起恐慌的房间	302
图 5.18	咬尾蛇	236	图 6.31	流量有上下界的网络不存在	
图 5.19	中国邮递员问题	238		可行流的例子	304
图 5.20	汉密尔顿回路:十二面体的数学		图 6.32	有上下界的流量网络及其伴随网络.	306
	游戏	239	图 6.33	伴随网络的网络最大流	306
图 5.21	汉密尔顿通路与汉密尔顿回路	239	图 6.34	有上下界网络的可行流及最大流	307
图 5.22	汉密尔顿回路的应用:项链	240	图 6.35	有上下界网络的最小流	309
图 5.23	岛屿和桥:两个测试数据	242	图 6.36	核反应堆的冷却系统:两个测试	
图 6.1	交通网及一个可行的运输方案	246		数据	315
图 6.2	容量网络与网络流	247	图 6.37	核反应堆的冷却系统: 伴随网络的	
图 6.3	前向弧和后向弧	248		构造及最大流、可行流的求解	315
图 6.4	增广路及改进方法	249	图 6.38	预算:容量网络的构造	320
图 6.5	残留网络	250	图 6.39	最大流不唯一的例子	327
图 6.6	割的容量与净流量	251	图 6.40	最小费用最大流:最优运输方案的	
图 6.7	网络最大流、最小割、残留网络	252		设计	328
图 6.8	求网络最大流的思路	252	图 6.41	最小费用最大流算法实例	330
图 6.9	标号法求网络最大流的实例 1——		图 6.42	志愿者招募:容量网络的构造	332
	初始流为零流	254	图 6.43	疏散计划:城市地图	341
图 6.10	标号法求网络最大流的实例 2——		图 7.1	支配与点支配集	343
	初始流为非零流	256	图 7.3	点覆盖集	344
图 6.11	标号法的实现过程	258	图 7.4	小区消防设施的配置	345
图 6.12	Ford-Fulkerson 算法的最坏情形	261	图 7.5	点独立集	345
图 6.13	顶点的层次	261	图 7.6	化学药品的存放	346
图 6.14	不能分层的网络	262	图 7.7	街道交叉路口的交通车道	347
图 6.15	层次网络	262	图 7.8	边覆盖集	350
图 6.16	最短增广路算法实例	264	图 7.9	ACM 题目讲解	350
图 6.17	Dinic 算法实例	266	图 7.10	边独立集	351
图 6.18	增广路算法的缺点	267	图 7.11	盖点与未盖点	351
图 6.19	精确的距离标号	267	图 7.12	飞行员搭配问题 1	352
图 6.20	一般预流推进算法实例	269	图 7.13	最大匹配与最小边覆盖之间的联系.	352
图 6.21	迈克卖猪问题:容量网络的构造及		图 7.14	飞行员搭配问题 2	353
	最大流的求解	273	图 7.15	完美匹配	354
图 6.22	排水沟	276	图 7.16	二部图的完备匹配	354
图 6.23	最优挤奶方案	279	图 7.17	交错轨	355
图 6.24	电网	282	图 7.18	可增广轨及通过可增广轨扩展匹配.	355
图 6.25	电网:网络最大流模型	283	图 7.19	二部图最大匹配的网络流解法:	
图 6.26	最小割的求解	289		网络流的构造	
图 6.27	双核 CPU		图 7.20	二部图最大匹配的网络流解法实例.	357
图 6.28	伞兵:容量网络的构造	295	图 7.21	匈牙利算法求解过程(DFS 增广)	359

## 图论算法理论、实现及应用

0)	
	0

图 7.22	匈牙利算法求解过程(BFS 增广)361	图 8.17 圆桌武士:测试数据	408
图 7.23	放置机器人:两个测试数据所	图 8.18 多余的路:测试数据	412
	描述的地图362	图 8.19 弱独立轨	415
图 7.24	放置机器人——模型一:最大点	图 8.20 Tarjan 算法	419
	独立集问题362	图 8.21 Kosaraju 算法	420
图 7.25	放置机器人——模型二:二部图	图 8.22 从 u 到 v 或从 v 到 u: 测试数据	422
	最大匹配问题363	图 8.23 受牛仰慕的牛:测试数据	425
图 7.26	放置机器人: 算法执行过程363	图 8.24 图的底部:测试数据	429
图 7.27	放置机器人:最大匹配求解364	图 8.25 学校的网络:测试数据	432
图 7.28	机器调度:二部图的构造367	图 9.1 平面图与非平面图	438
图 7.29	课程:两个测试数据370	图 9.2 平面图	438
图 7.30	破坏有向图:二部图的构造372	图 9.3 $K_{1,n}$ 和 $K_{2,n}$ 都是平面图	439
图 7.32	破坏有向图: 构造网络流模型373	图 9.4 K <sub>5</sub> 和 K <sub>3,3</sub> 都是非平面图	439
图 7.33	Tom 叔叔继承的土地377	图 9.5 区域与边界	439
图 7.34	女生和男生378	图 9.6 平面图与对偶图	440
图 8.1	非连通无向图的 DFS 遍历 382	图 9.7 平面图与极大平面图	441
图 8.2	一些无向连通图383	图 9.8 正多面体	441
图 8.3	割顶集与顶点连通度384	图 9.9 美好的欧拉回路	443
图 8.4	连通图和它的割点、重连通分量385	图 9.10 非平面图	446
图 8.5	割边集与边连通度385	图 9.11 2 度顶点内同构的图	446
图 8.6	连通图和它的割边、边双连通分量386	图 9.12 彼得森图可以收缩成 K <sub>5</sub>	447
图 8.7	有向图的连通性387	图 9.13 地图染色	448
图 8.8	连通图和它的深度优先搜索树388	图 9.14 图的顶点着色	448
图 8.9	SPF 结点391	图 9.15 图的边着色	449
图 8.10	重连通分量的求解394	图 9.16 地图着色与对偶图顶点着色	450
图 8.11	独立轨397	图 9.18 顺序着色算法实现过程	452
图 8.12	有线电视网络398	图 9.19 顺序着色算法并不一定有效	452
图 8.13	有线电视网络:顶点连通度的求解 399	图 9.20 频道分配	453
图 8.14	电话线路网络中的关节点402	图 9.21 一幅有 3 个黑色顶点的最优着色图	455
图 8.15	割边的求解403	图 9.22 地板砖着色问题	456
图 8.16	烧毁的桥:测试数据405		

关于插图格式的说明。为了便于读者阅读和理解书中的插图,编者对书中的插图作如下格式约定:

- 1. 顶点序号:顶点序号一般从 1 开始计起;但个别例题和练习题中顶点序号是从 0 开始计起,本书遵守题目的规定,不作修改。
- 2. 顶点的表示:本书统一用两种圆圈表示顶点,较小的空心圆圈和较大的空心圆圈;前者在必要的时候(如区分二部图两个顶点集合中的顶点)可以填充为实心圆圈;后者主要是考虑到很多情况下需要将顶点的序号或其他标识顶点的符号放在圆圈内,因为顶点旁可能有其他的参数(如第 6 章中顶点的标号、第 8 章中顶点的深度优先数等),或者是为了突出顶点的重要性(比如无向图的连通分量等)。

