

玩儿转图论算法

liuyubobobo

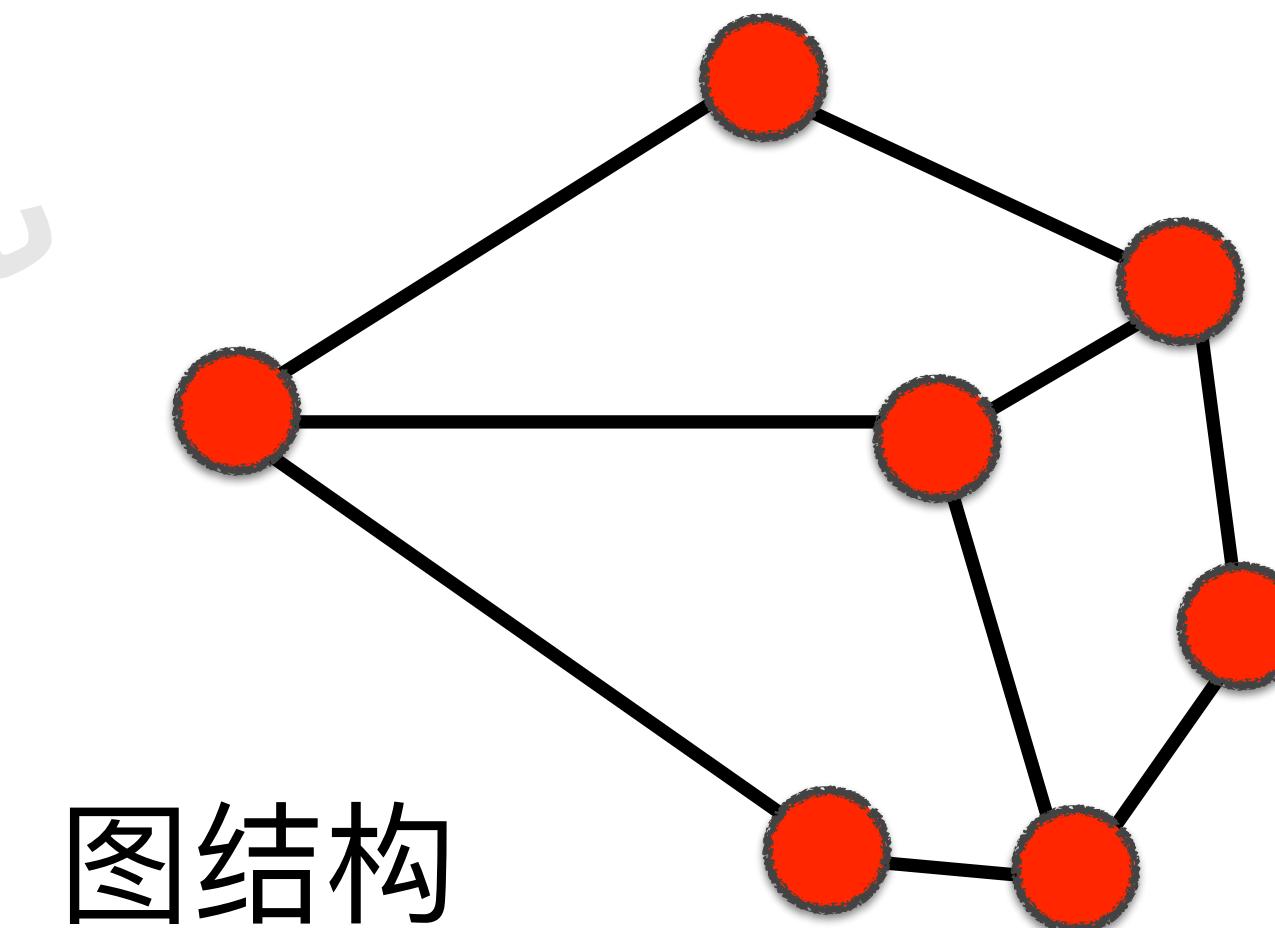
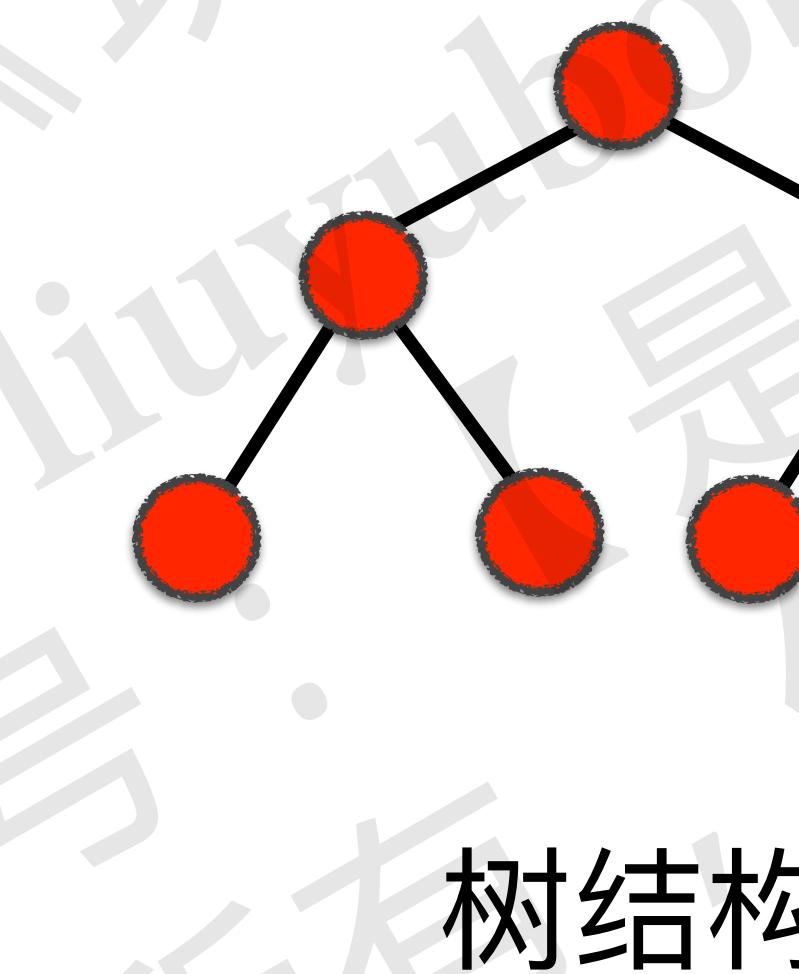
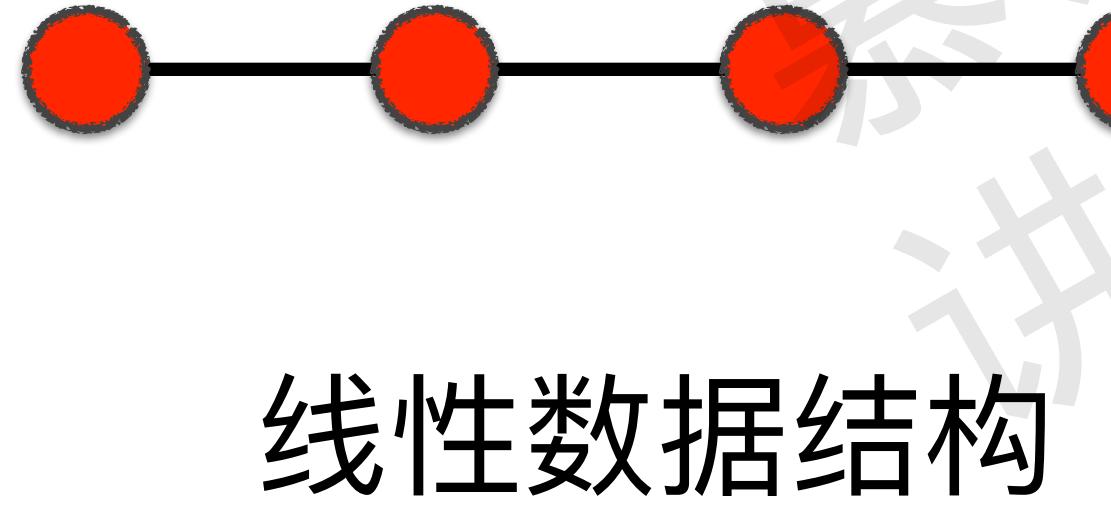
慕课网《玩转图论算法》
讲师：liuyubobobo
云从君·假教材
版权归所有，侵权必究

图的表示

liuyubobobo

慕课网《玩转图论算法》
讲师：明文昊、假教材
云从所有，版权所有
liuyubobobo

图的表示

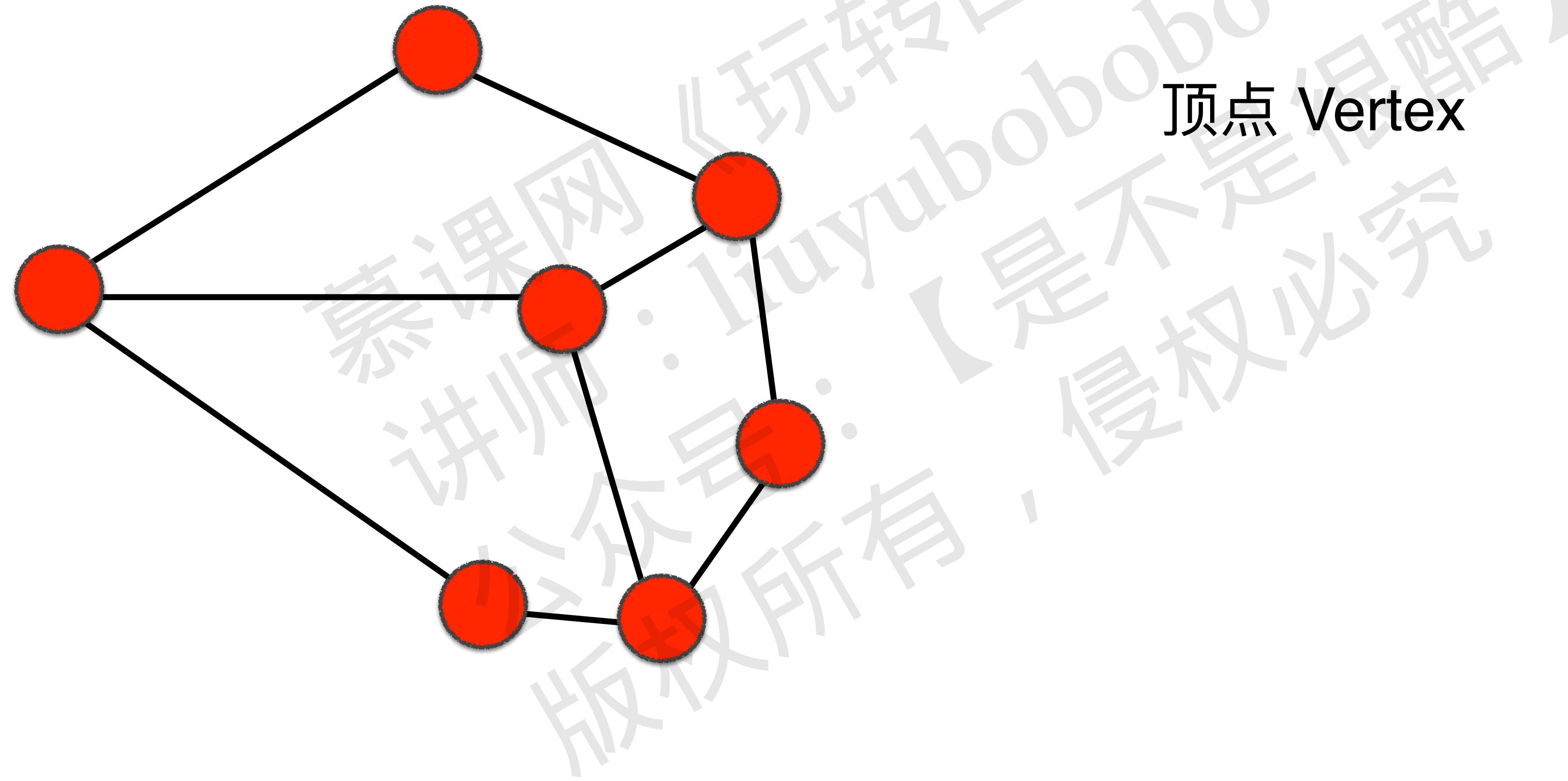


图的分类

liuyubobobo

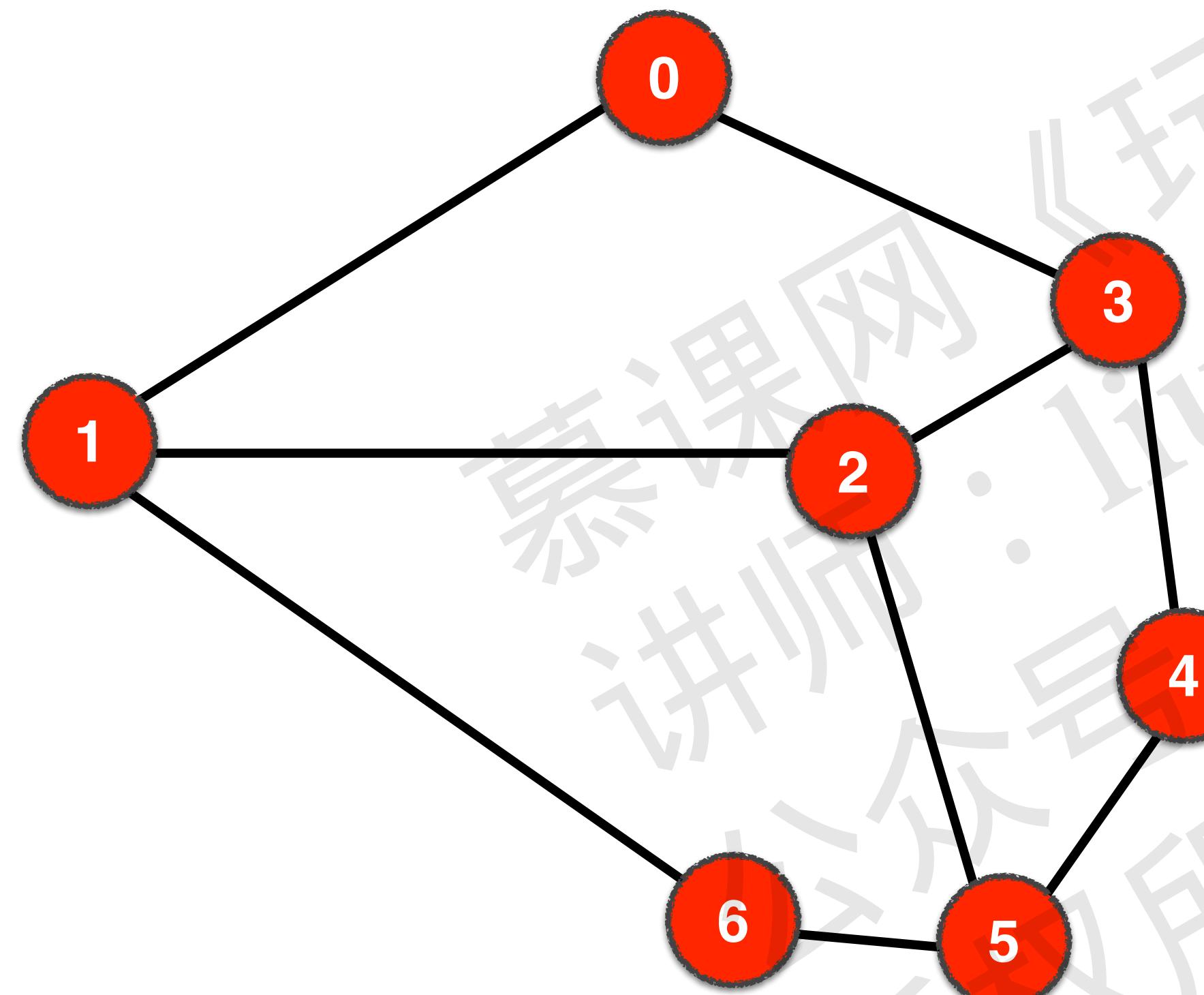
慕课网《玩转图论算法》
讲师：liuyubobobo
云从所有，侵权必究
版权归作者所有，侵权必究
讲师：liuyubobobo
慕课网《玩转图论算法》

图的分类

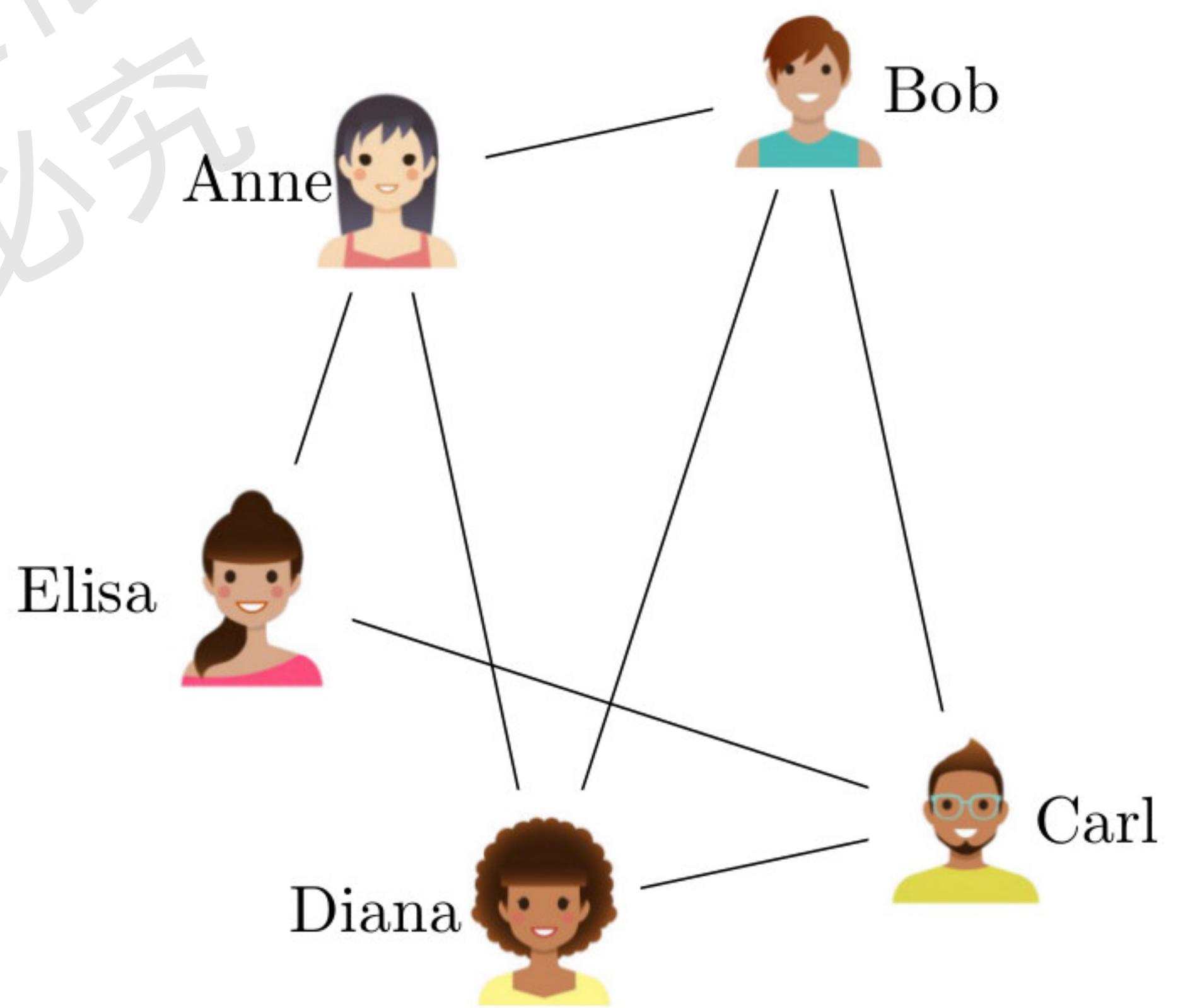


顶点 Vertex

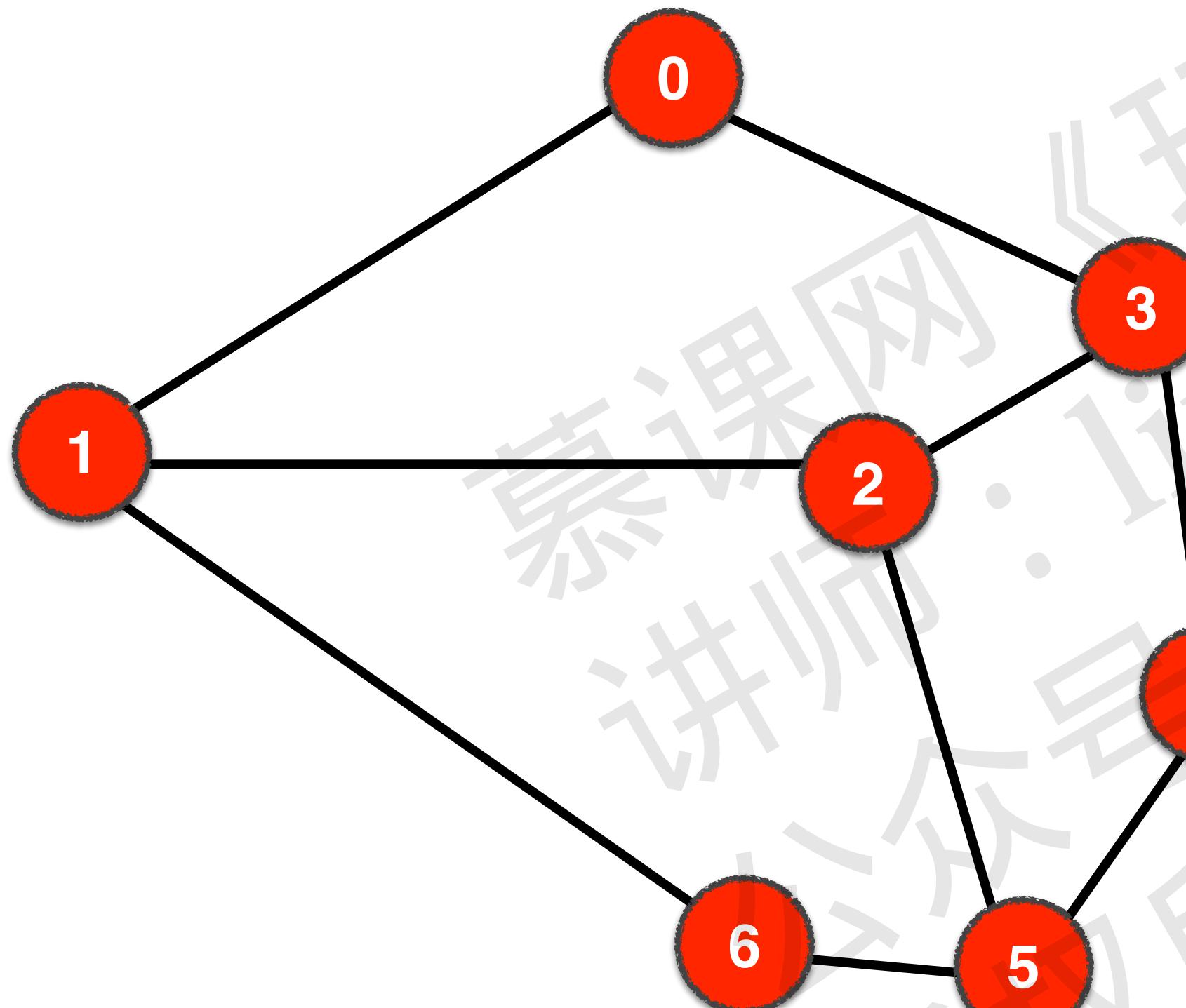
图的分类



顶点 Vertex



图的分类

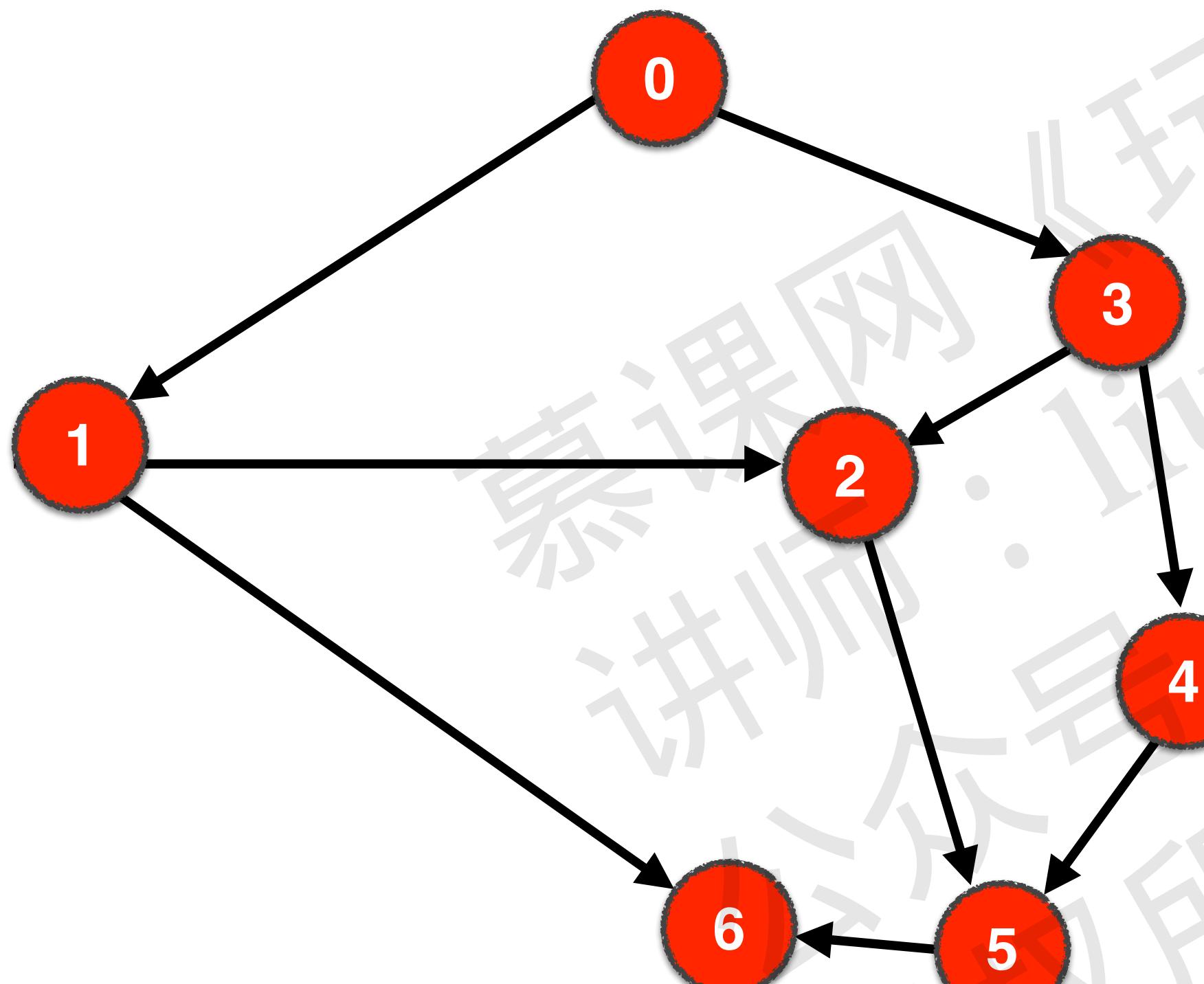


顶点 Vertex

边 Edge

无向图 Undirected Graph

图的分类



顶点 Vertex

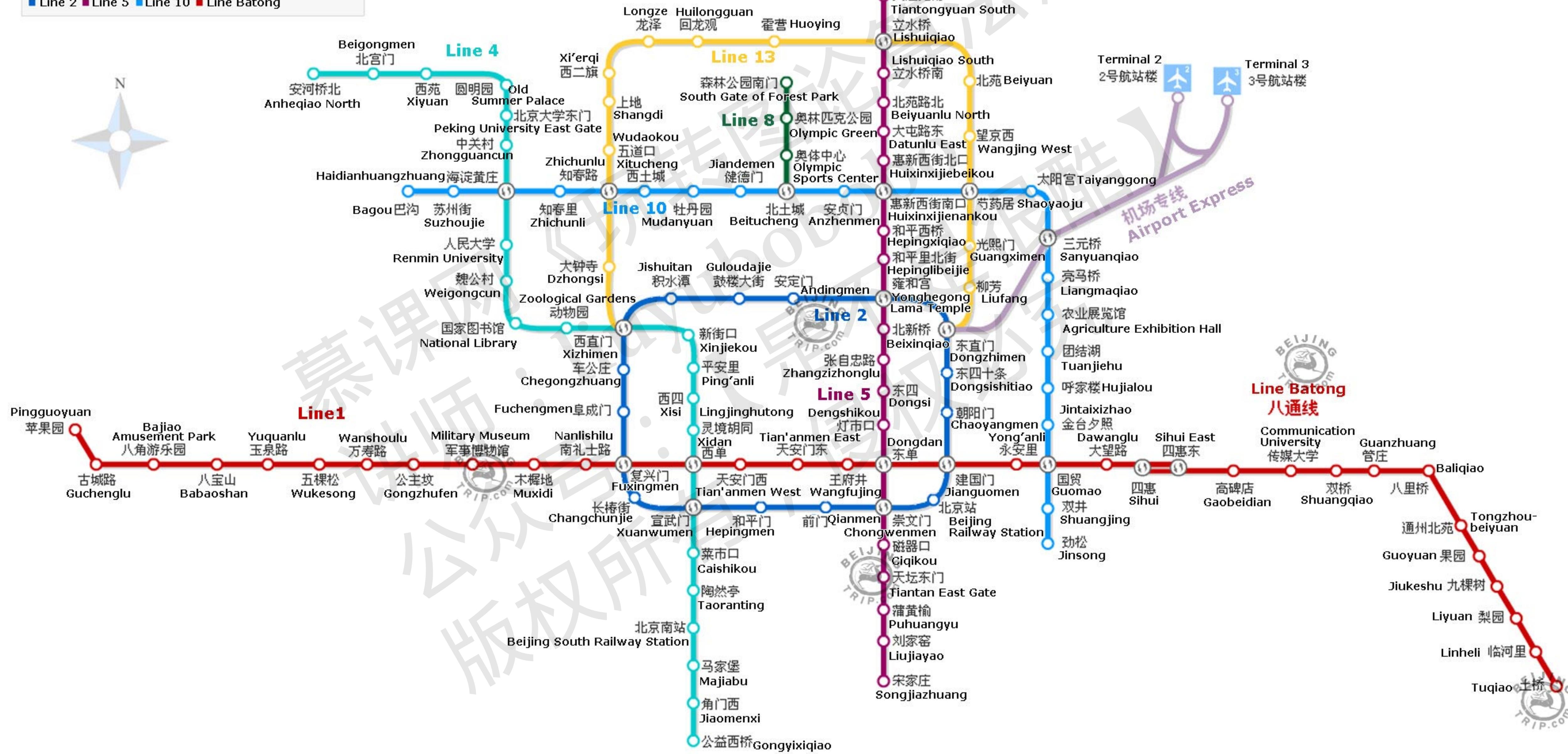
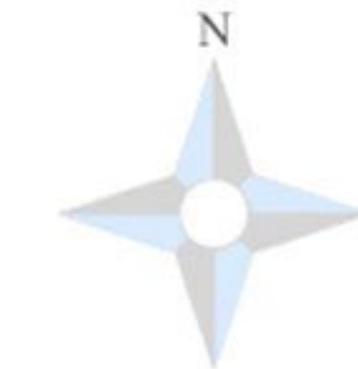
边 Edge

无向图 Undirected Graph

有向图 Directed Graph

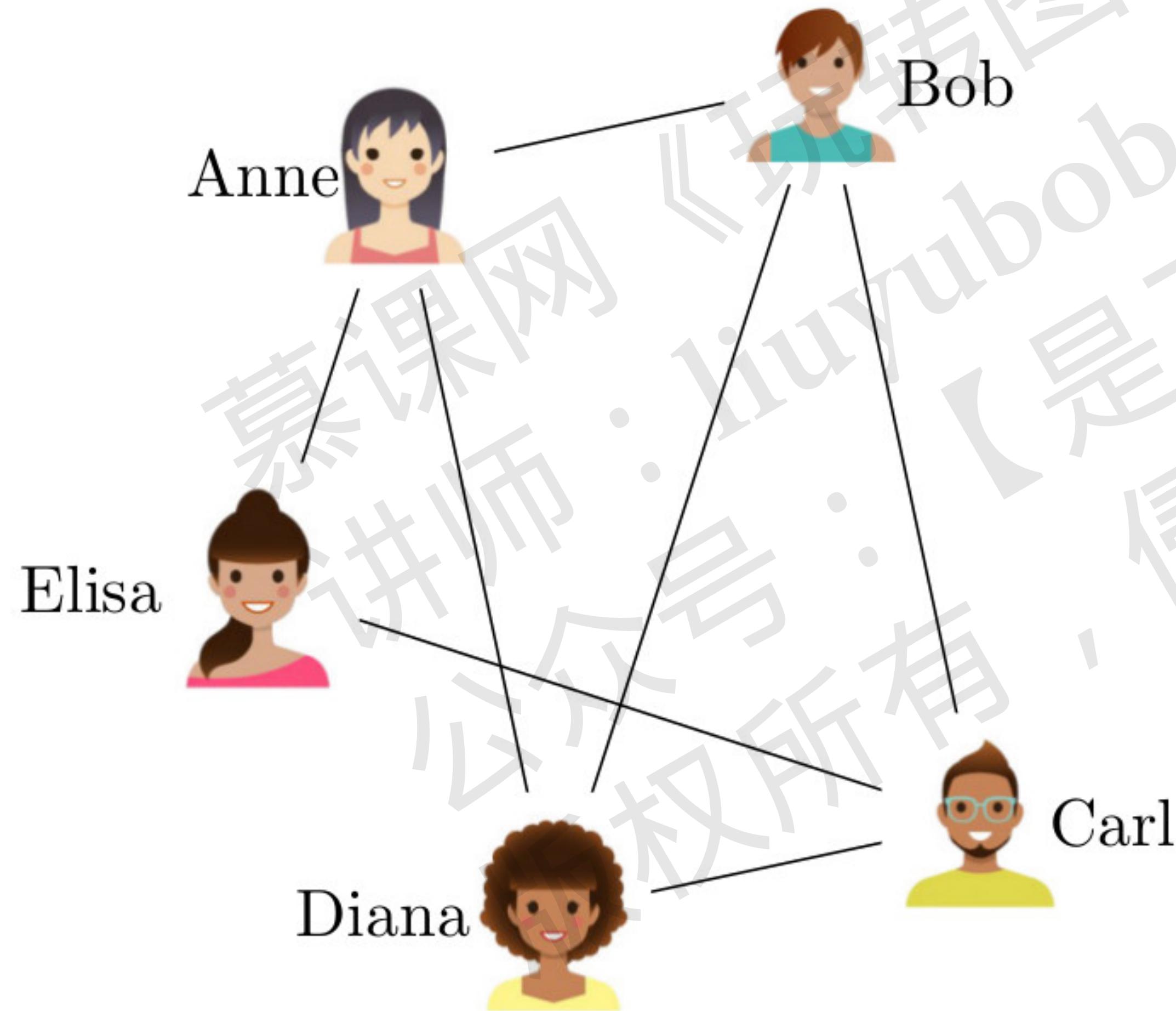
Beijing Subway Map (Click to Enlarge)

■ Line 1 ■ Line 4 ■ Line 8 ■ Line 13 ■ Airport Express
■ Line 2 ■ Line 5 ■ Line 10 ■ Line Batong



无向图 Undirected Graph

图的分类

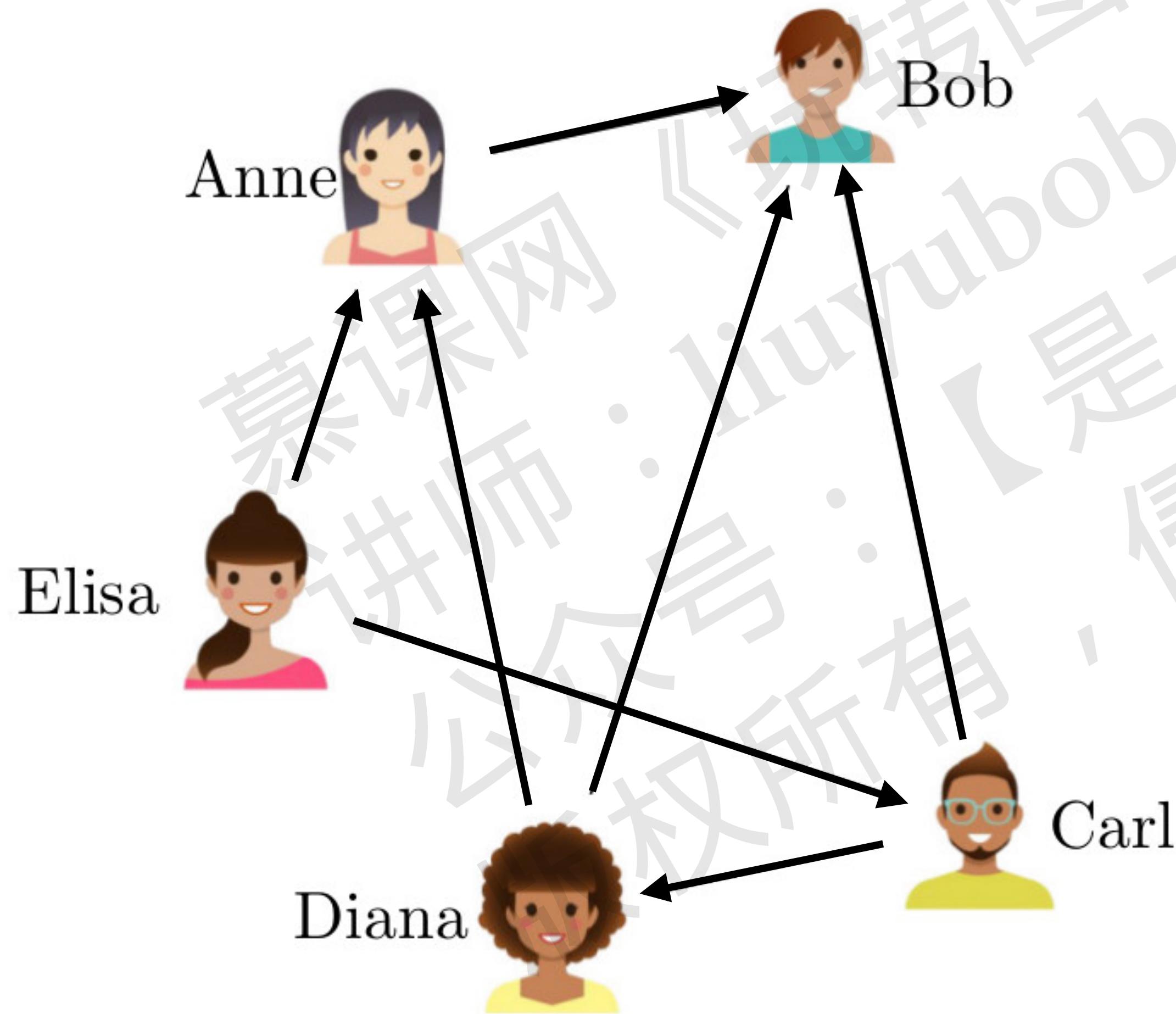


好友关系

无向图 Undirected Graph

关注

图的分类



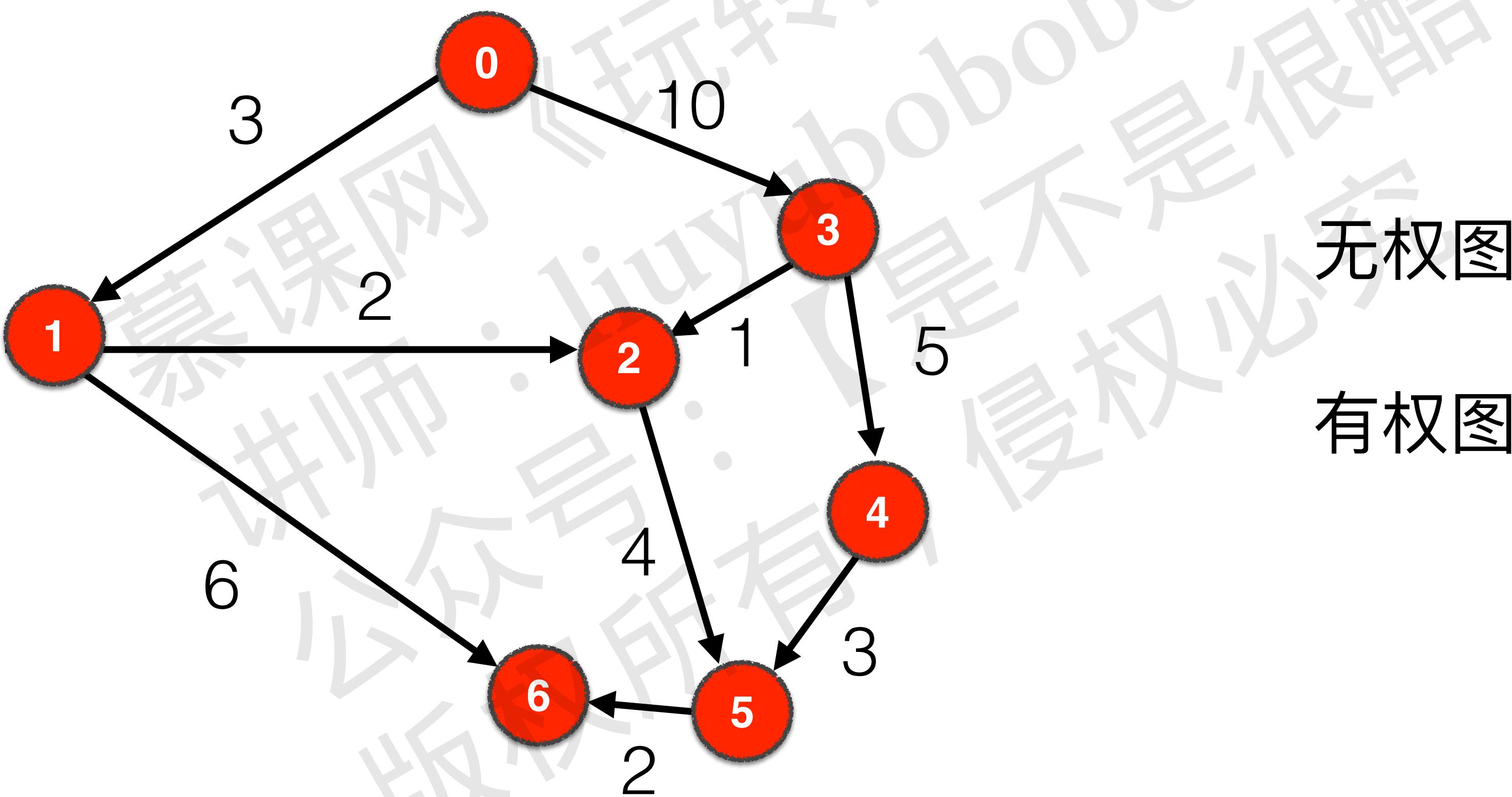
好友关系

无向图 Undirected Graph

关注

有向图 Directed Graph

图的分类



图的分类

无向

有向

无权

无向无权图

有向无权图

有权

无向有权图

有向有权图

图的分类

无向

有向

无权

无向无权图

有向无权图

有权

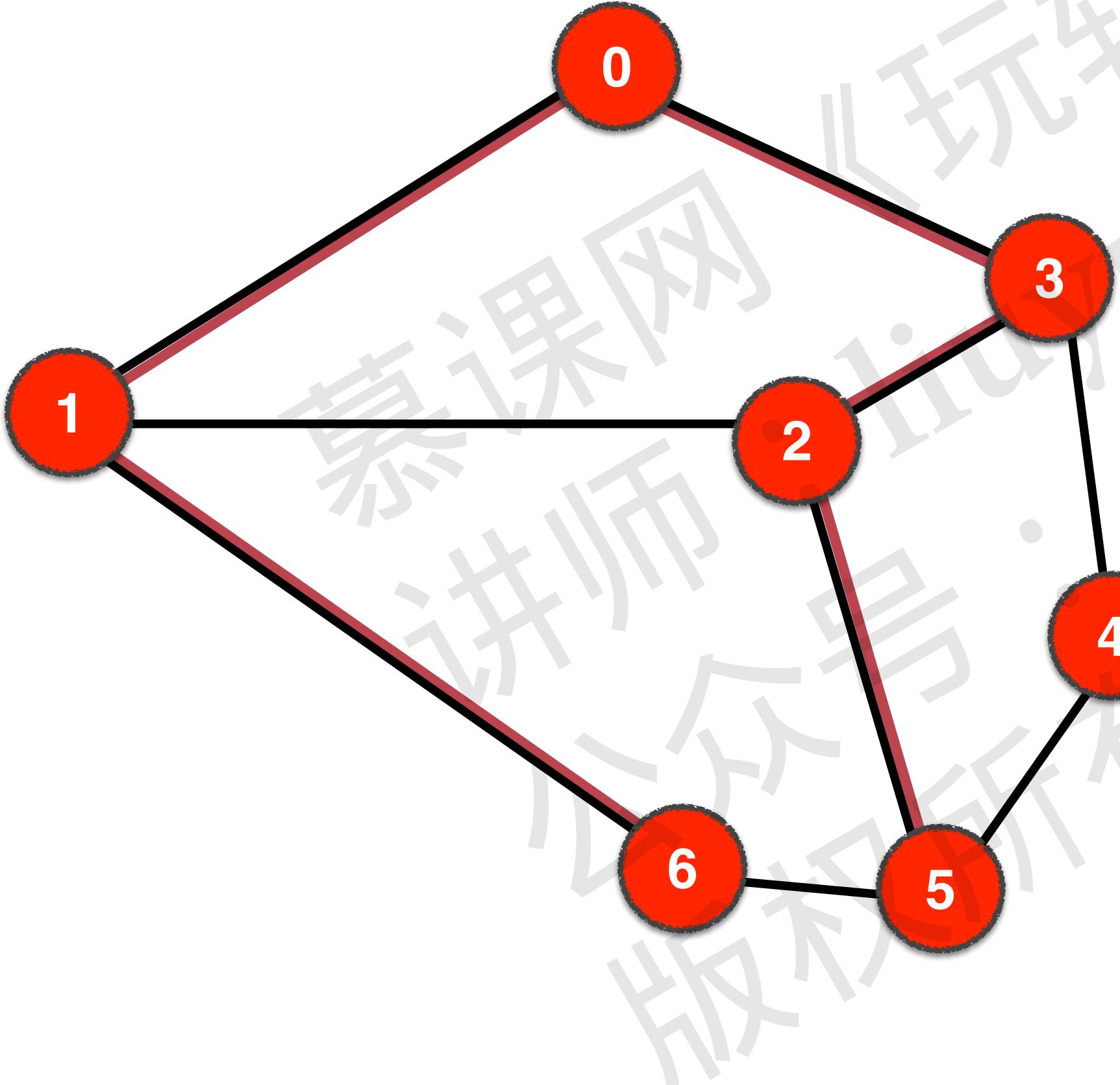
无向有权图

有向有权图

图的基本概念

liuyubobobo

图的基本概念



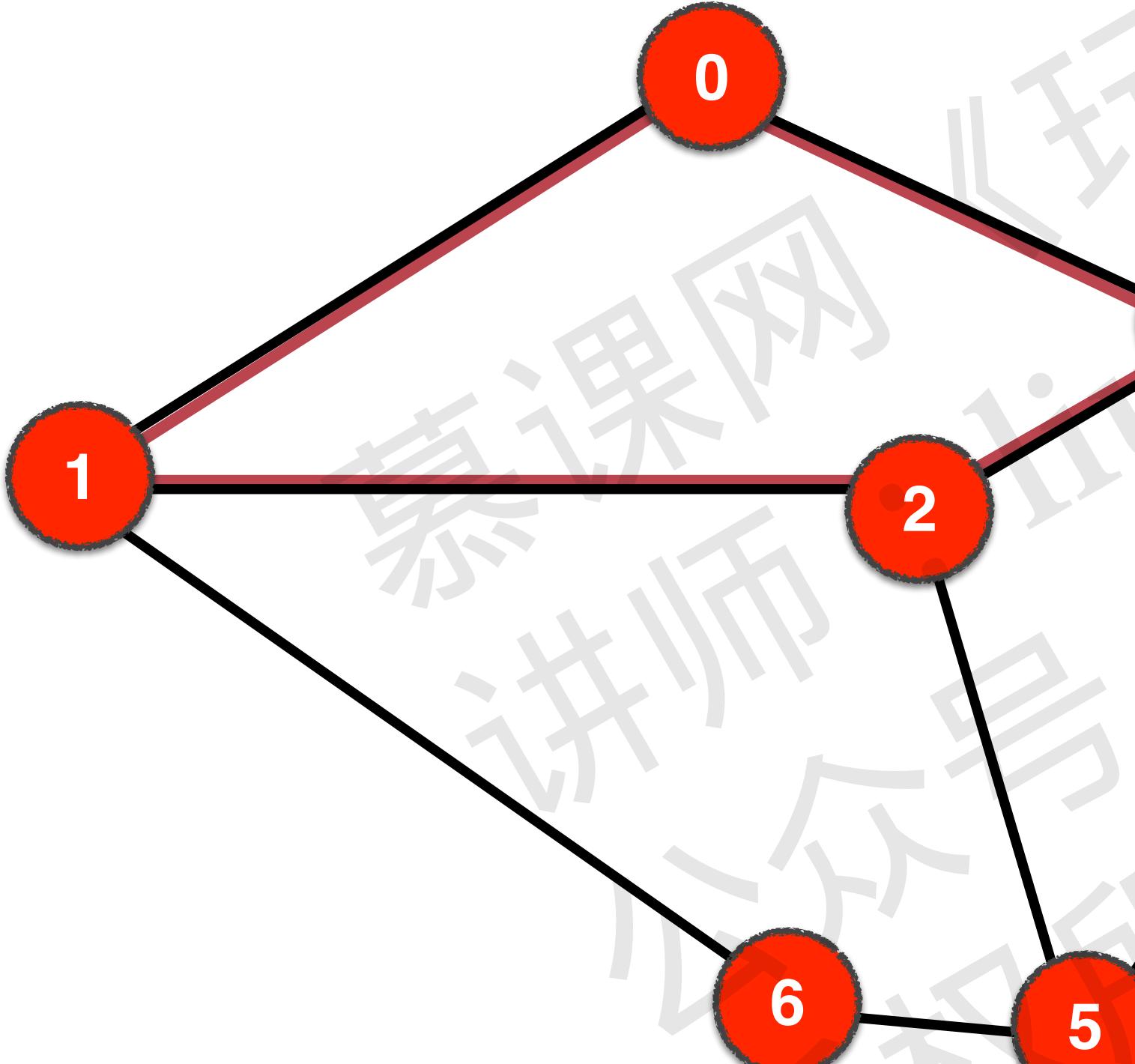
无向无权图

两点相邻

点的邻边

路径 Path

图的基本概念



无向无权图

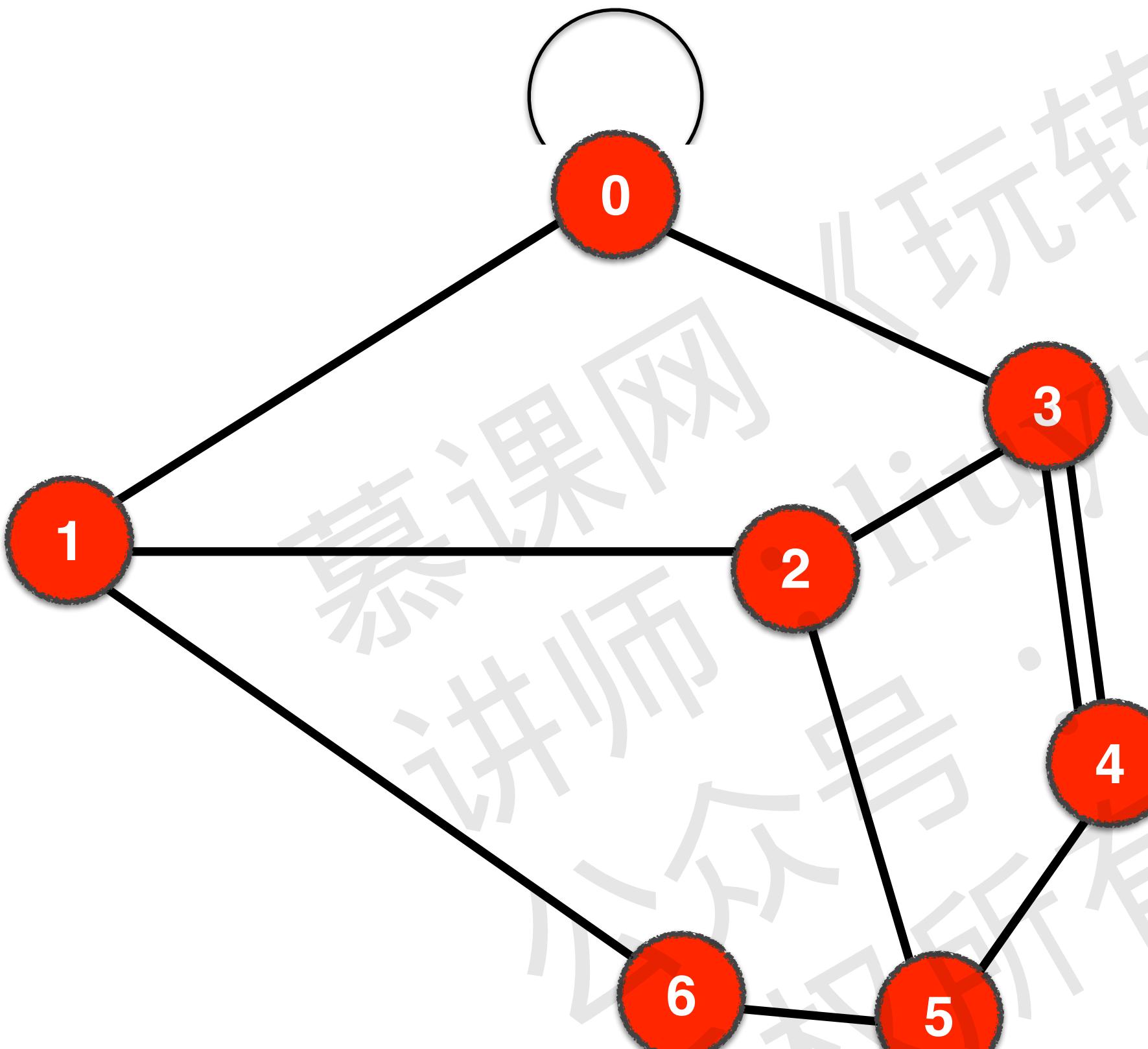
两点相邻

点的邻边

路径 Path

环 Loop

图的基本概念



无向无权图

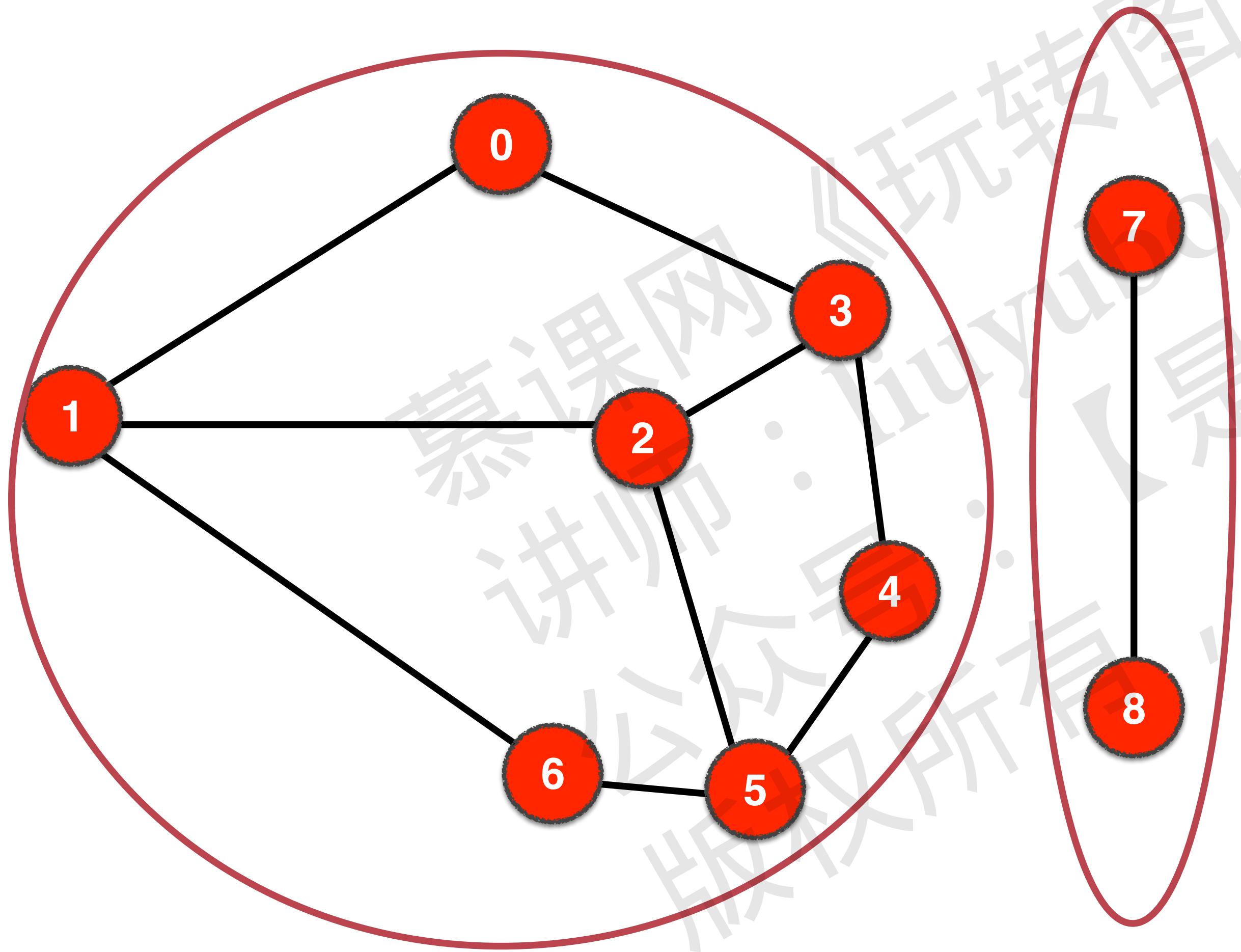
自环边

平行边

没有自环边，没有平行边，
称为**简单图**

这个课程主要处理简单图

图的基本概念

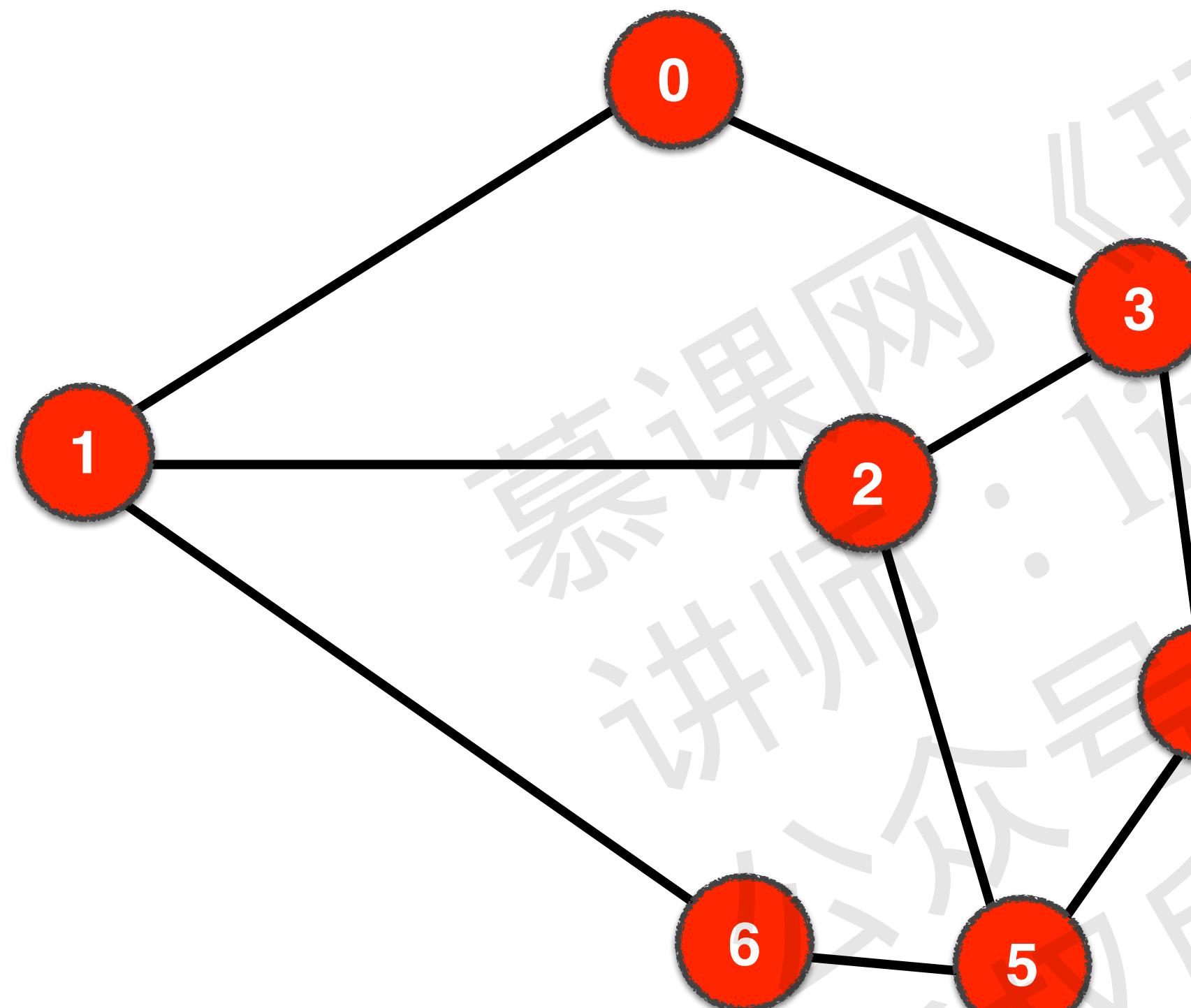


联通分量

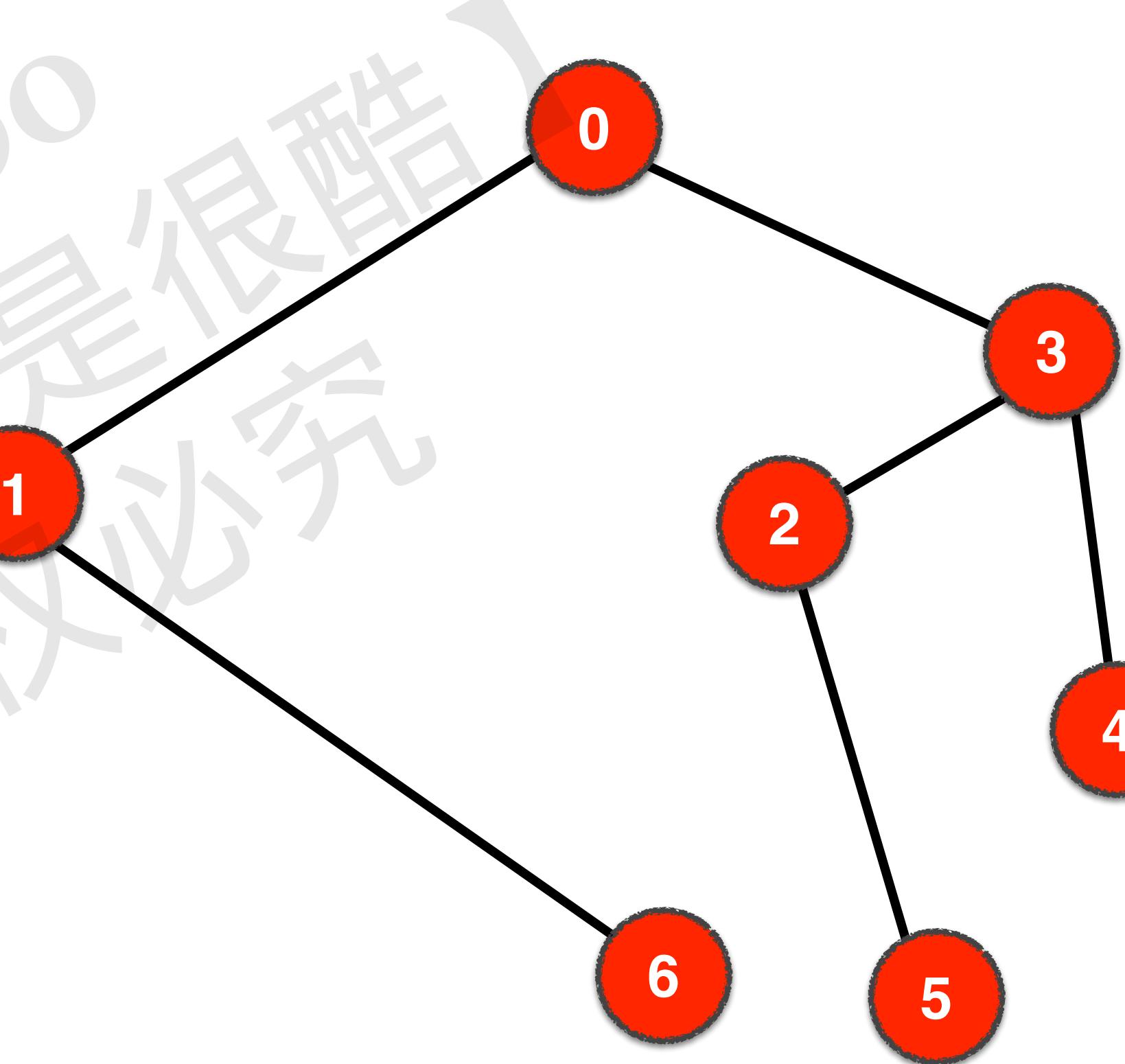
一个图的所有节点不一定全部相连

一个图可能有多个联通分量

图的基本概念



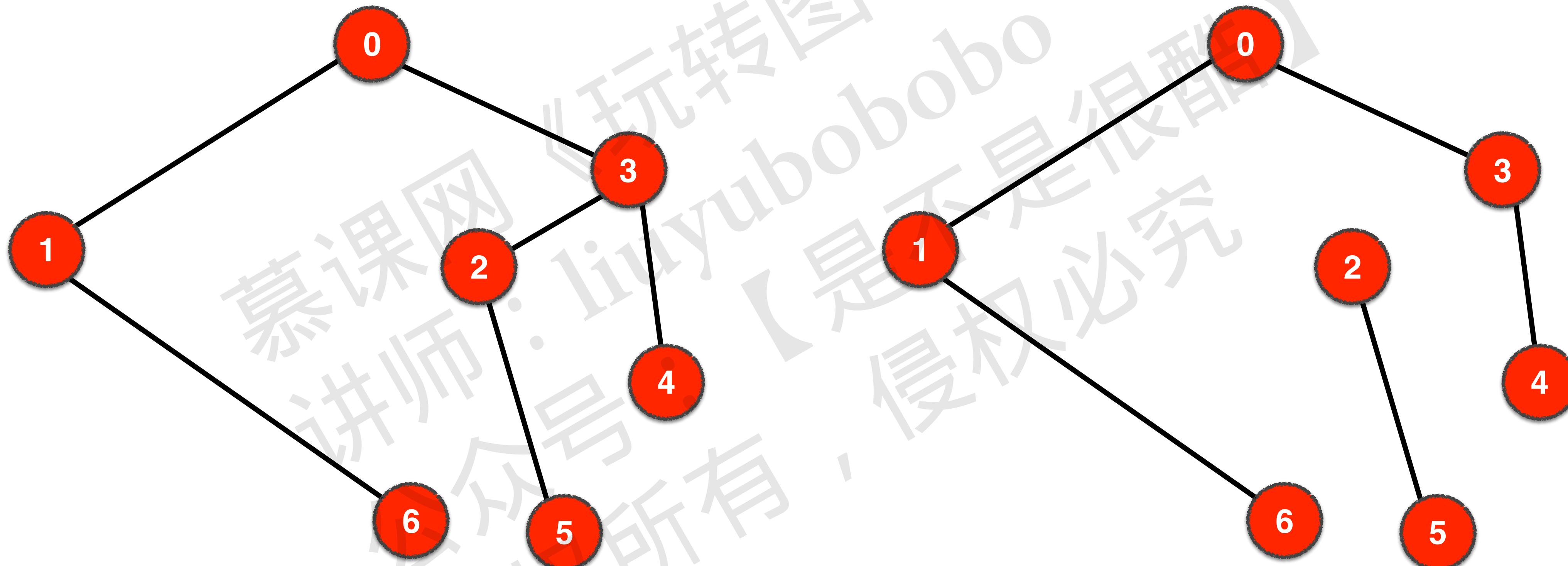
有环图



无环图

树是一种无环图

图的基本概念

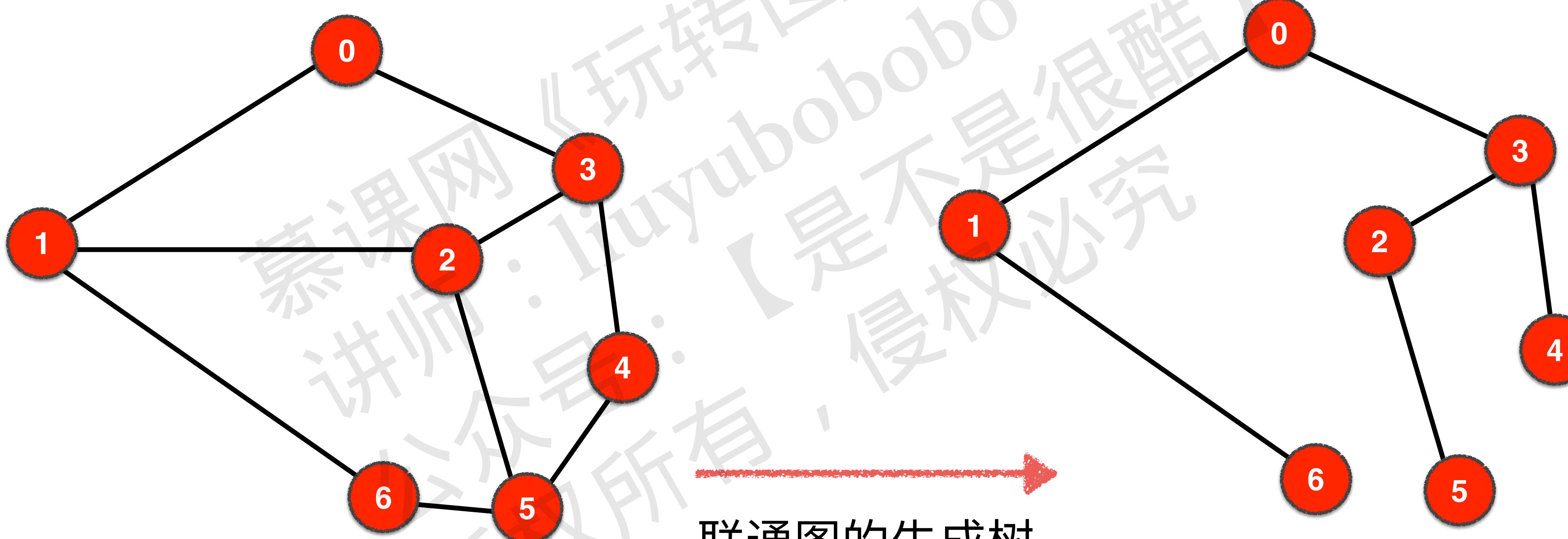


树是一种无环图

无环图一定是树？
~~错误~~

联通的无环图是树

图的基本概念

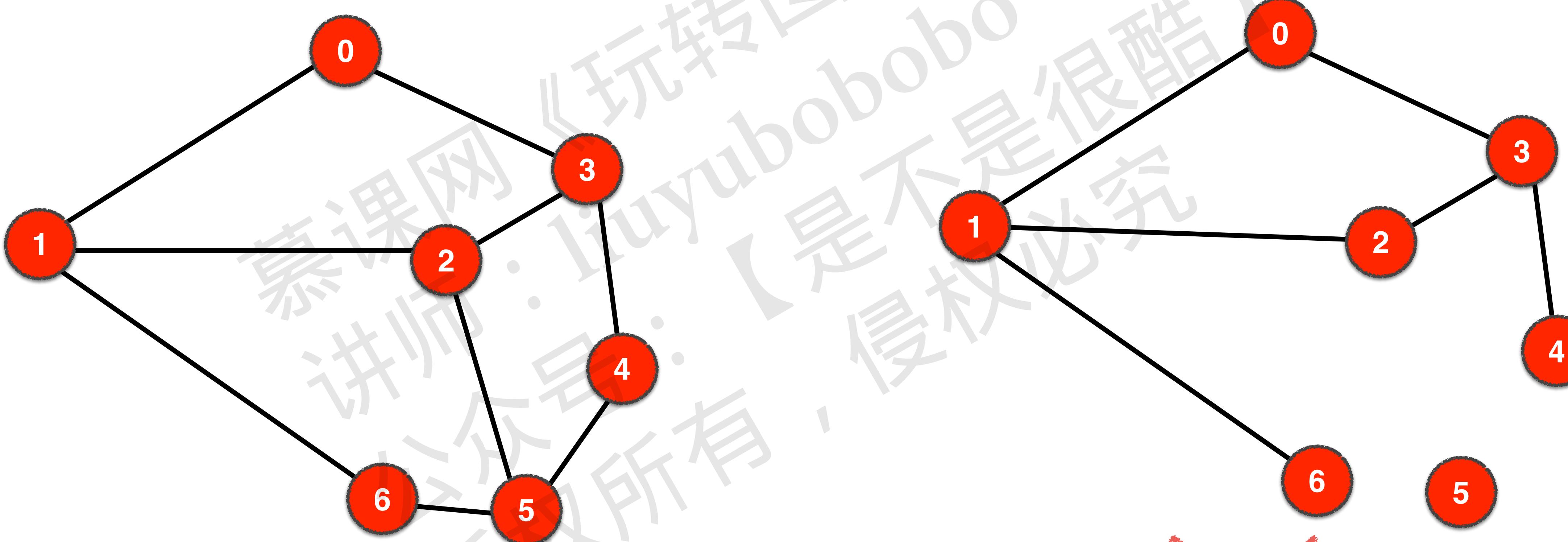


联通图的生成树

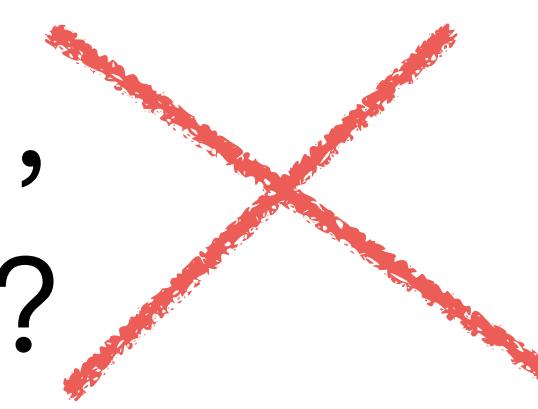
包含所有的顶点的树

邊數： $V - 1$

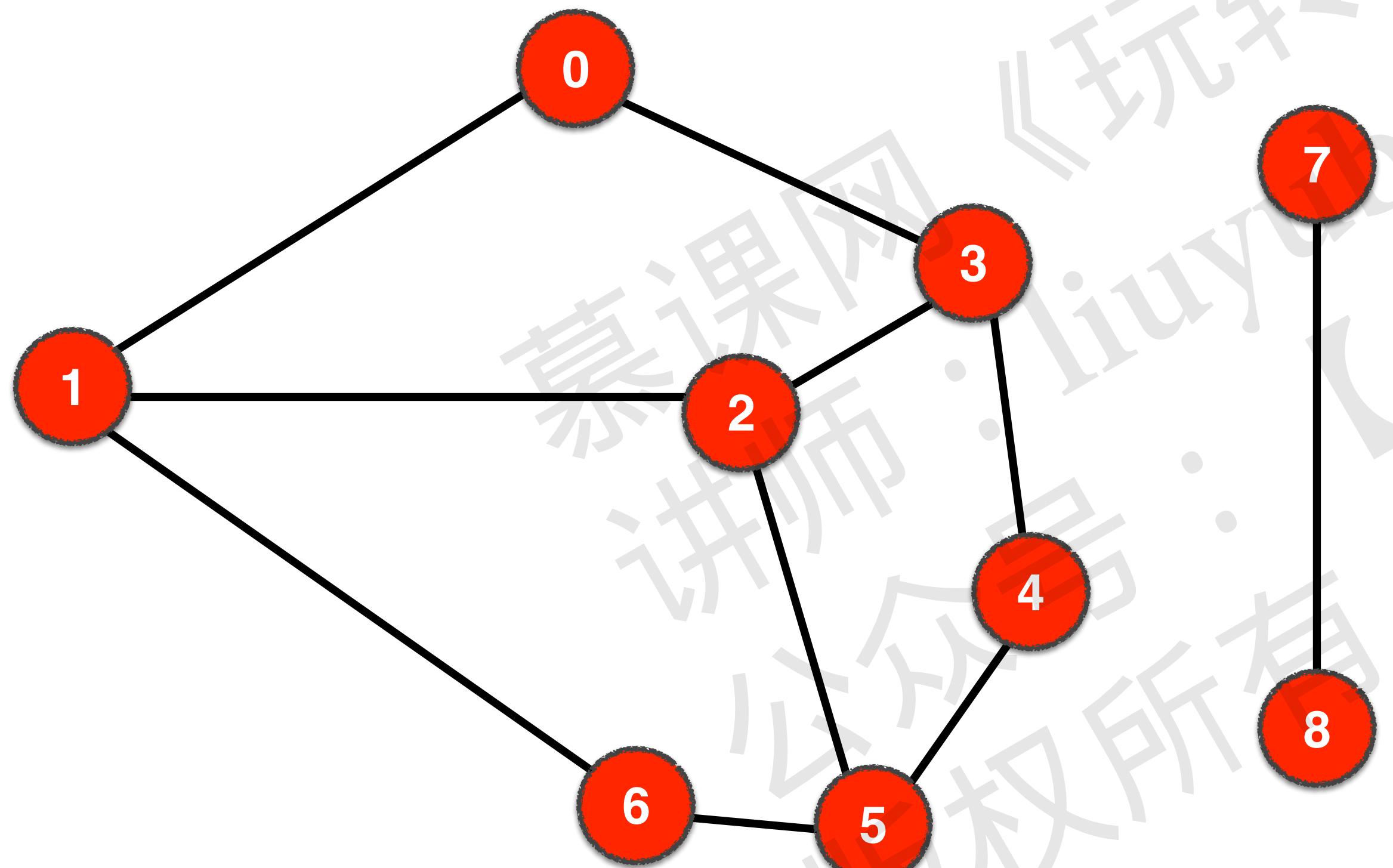
图的基本概念



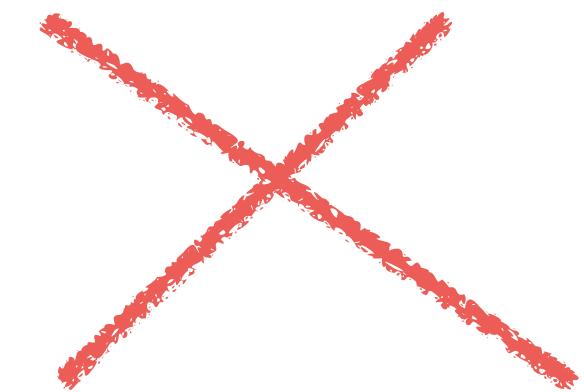
包含所有顶点，边数 $V - 1$ ，
一定是联通图的生成树吗？



图的基本概念



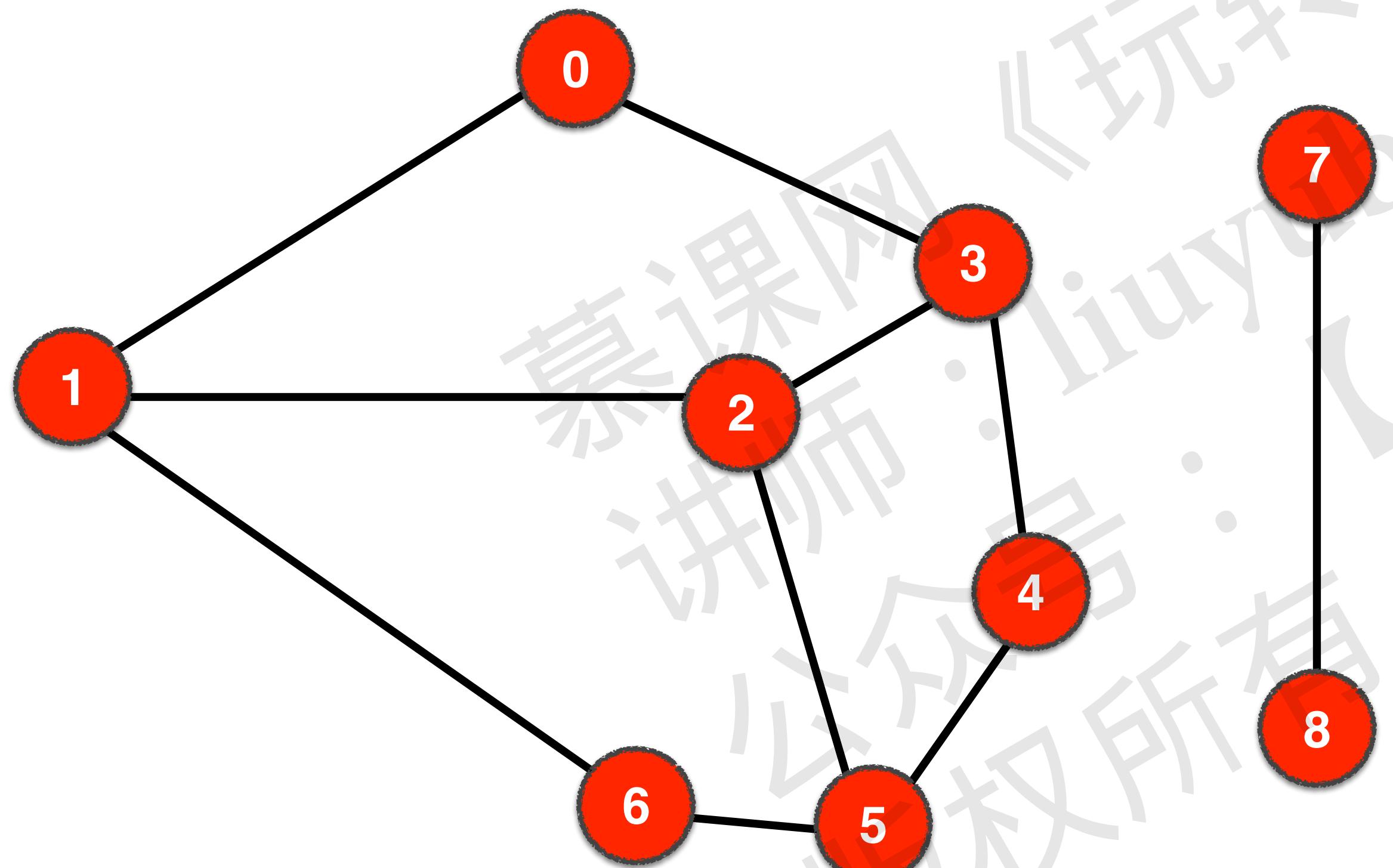
一个图一定有生成树吗？



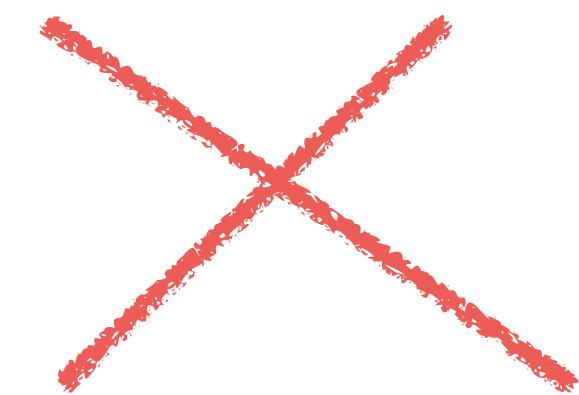
一个图一定有生成森林

我们主要关注生成树

图的基本概念



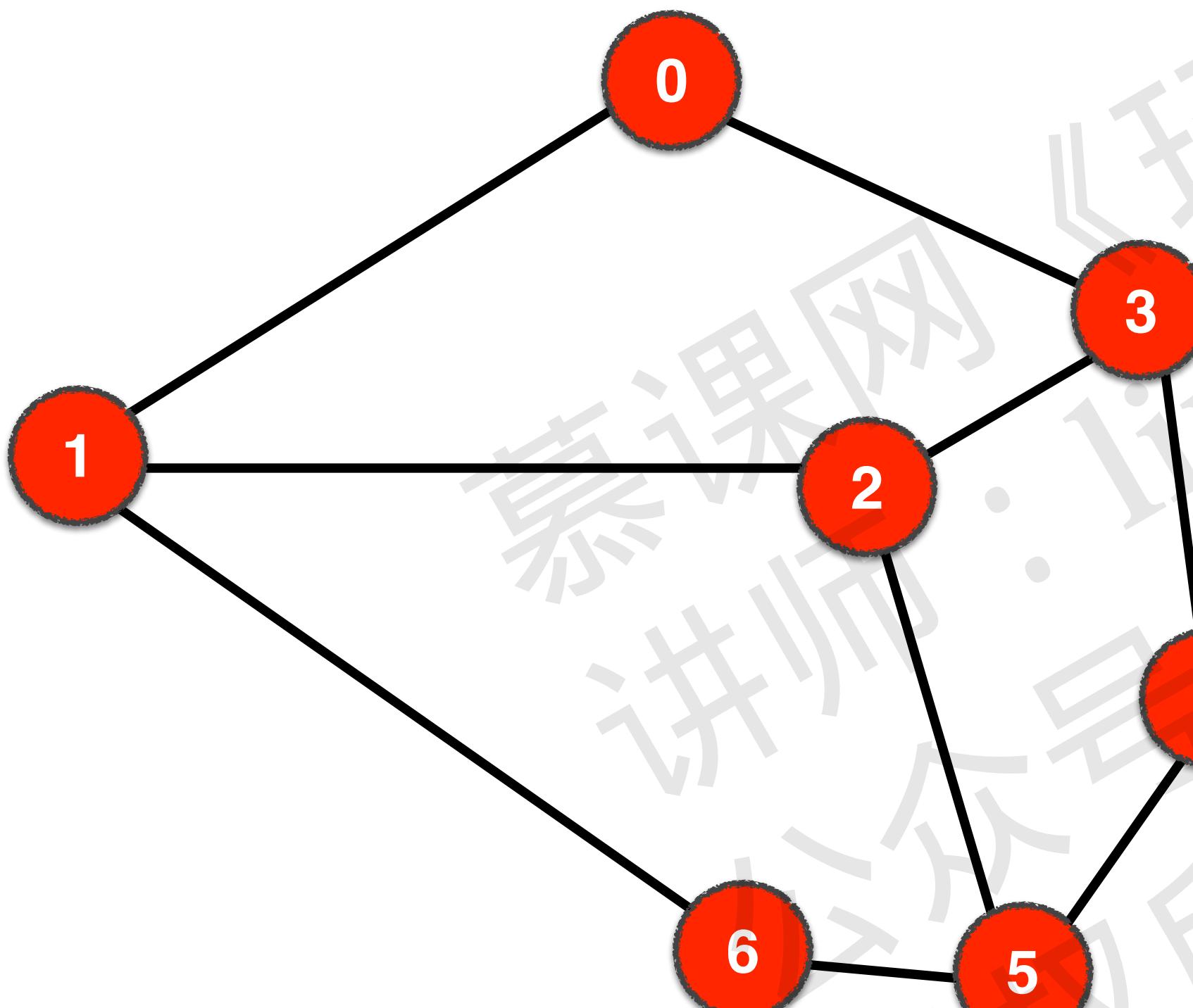
一个图一定有生成树吗？



一个图一定有生成森林

我们主要关注生成树

图的基本概念



一个顶点的度 degree

对于无向图

这个顶点相邻的边数

顶点0的度为2

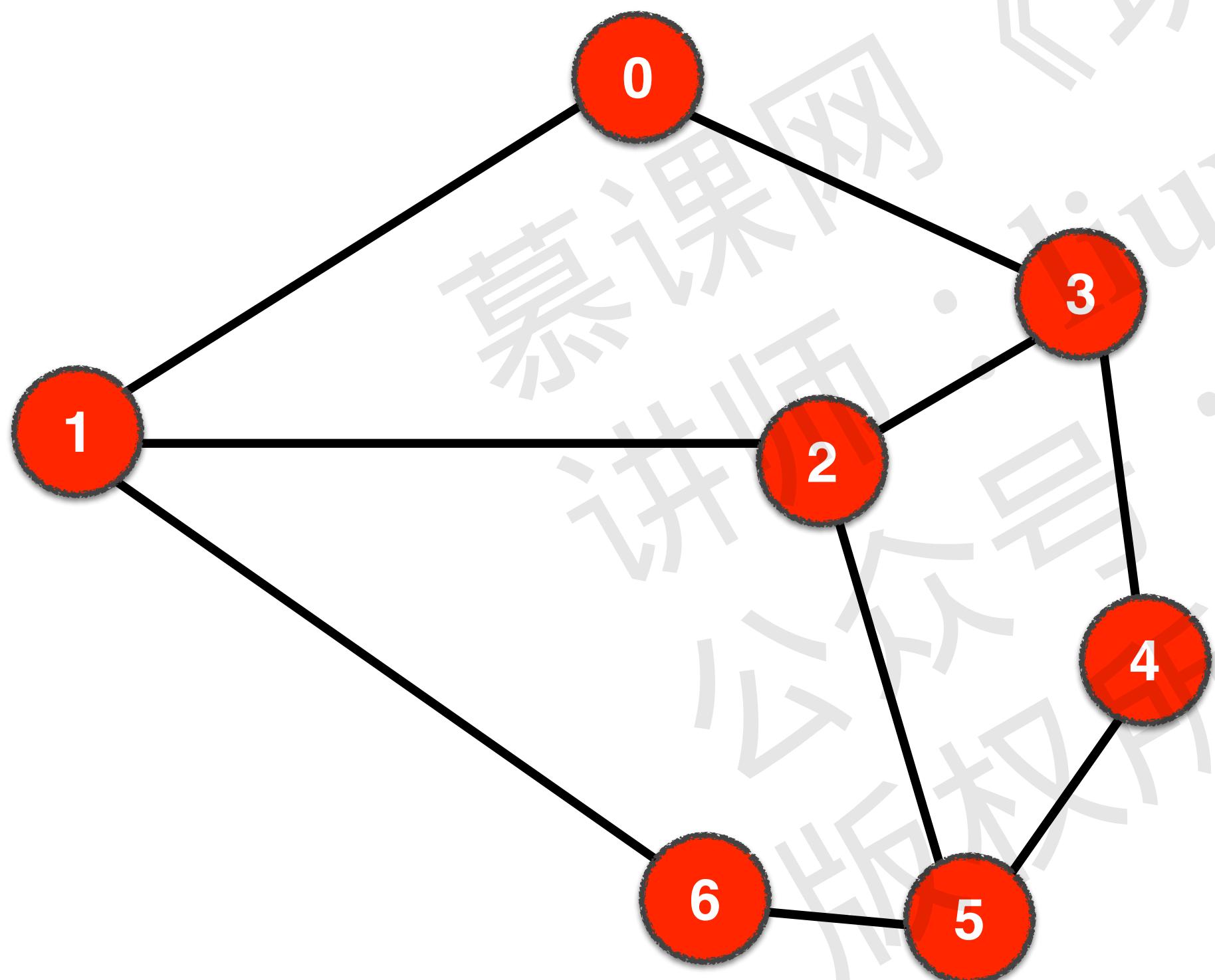
顶点2的度为3

图的基本表示：邻接矩阵

liuyubobobo

图的基本表示：邻接矩阵

从无权无向图开始



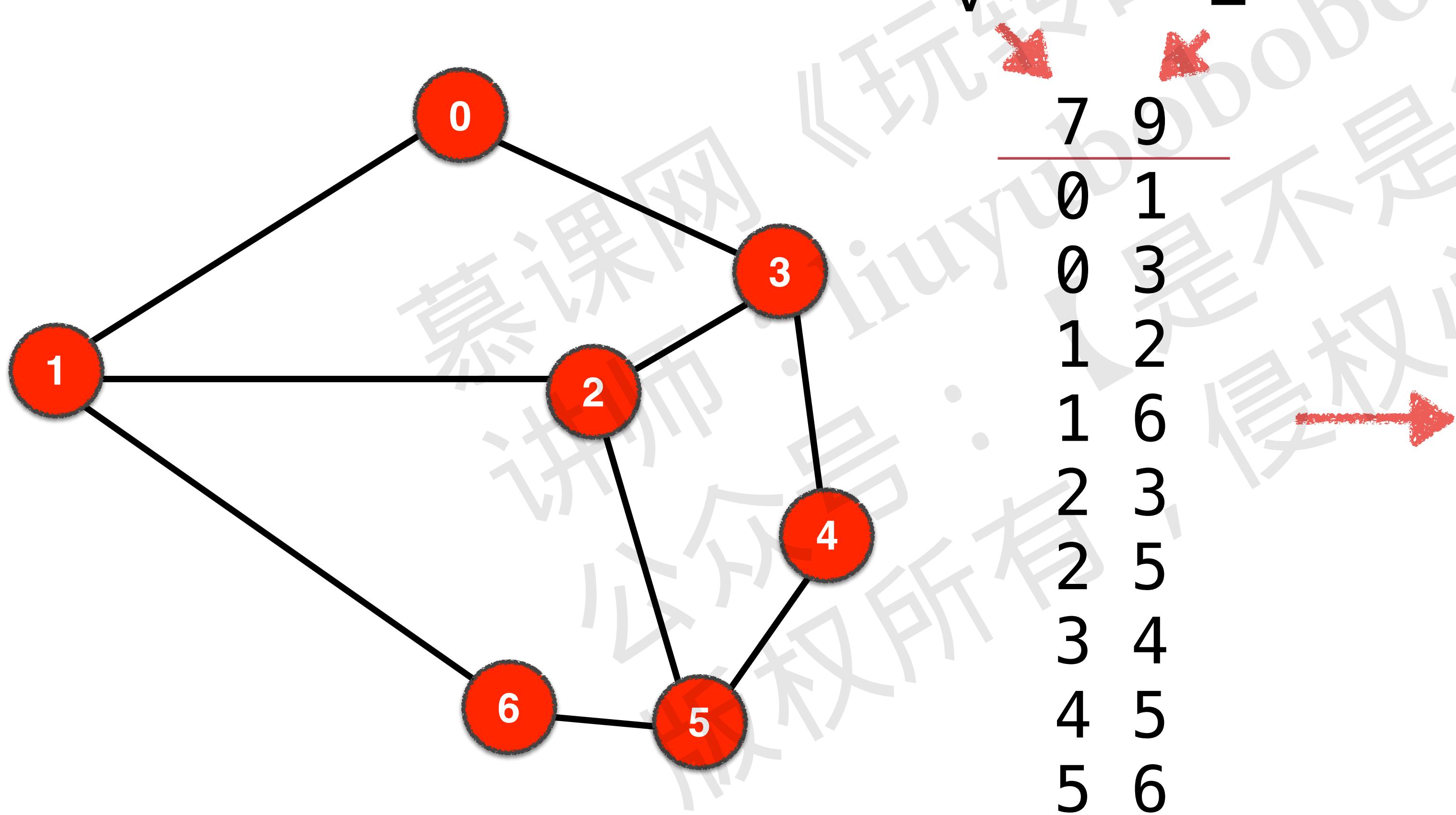
0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	0
2	0	1	0	1	0	1
3	1	0	1	0	1	0
4	0	0	0	1	0	1
5	0	0	1	0	1	0
6	0	1	0	0	0	1

$A[i][j] = 1$ 表示顶点 i 和顶点 j 相邻

对于简单图：主对角线为0

对于无向图，矩阵关于主对角线对称

图的基本表示：邻接矩阵



	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1
2	0	1	0	1	0	1	0
3	1	2	1	0	1	0	0
4	1	6	2	1	0	1	0
5	2	3	5	4	5	0	1
6	3	5	4	5	6	0	0

编程实践：图的邻接矩阵

慕课网《玩转图论算法》
讲师：胡振宇
版权归所有，侵权必究
（未经授权，禁止转载）

图的其他方法

liuyubobobo

编程实践：添加错误处理

慕课网《玩转图论算法》
讲师：胡bobobo
版权所有，侵权必究

编程实践：添加节点验证

慕课网《玩转图论算法》
讲师：胡bobobo
云云所有，侵权必究
版权所有，侵权必究

编程实践： $V()$, $E()$ 公共方法

慕课网《玩转图论算法》
讲师：胡云峰
版权归所有，侵权必究
慕课网·公开课所有·侵权必究
yubobobo 不是很酷

编程实践：hasEdge

慕课网《玩转图论算法》
讲师：胡bobobo
版权所有，侵权必究

编程实践：求相邻节点

慕课网《玩转图论算法》
讲师：胡bobobo
（原名：胡敬权）
版权所有，侵权必究

编程实践：求一个点的度

慕课网《玩转图论算法》
讲师：胡bobobo
【版权所有，侵权必究】

图的基本表示：邻接表

liuyubobobo

图的基本表示：邻接矩阵

	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1
2	0	1	0	1	0	1	0
3	1	0	1	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0	1	0
5	0	0	1	0	1	0	1
6	0	1	0	0	0	1	0

空间复杂度： $O(V^2)$

时间复杂度：

建图： $O(E)$

查看两点是否相邻： $O(1)$

求一个点的相邻节点： $O(V)$

图的基本表示：邻接矩阵

	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1
2	0	1	0	1	0	1	0
3	1	0	1	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0	1	0
5	0	0	1	0	1	0	1
6	0	1	0	0	0	1	0

空间复杂度： $O(V^2)$

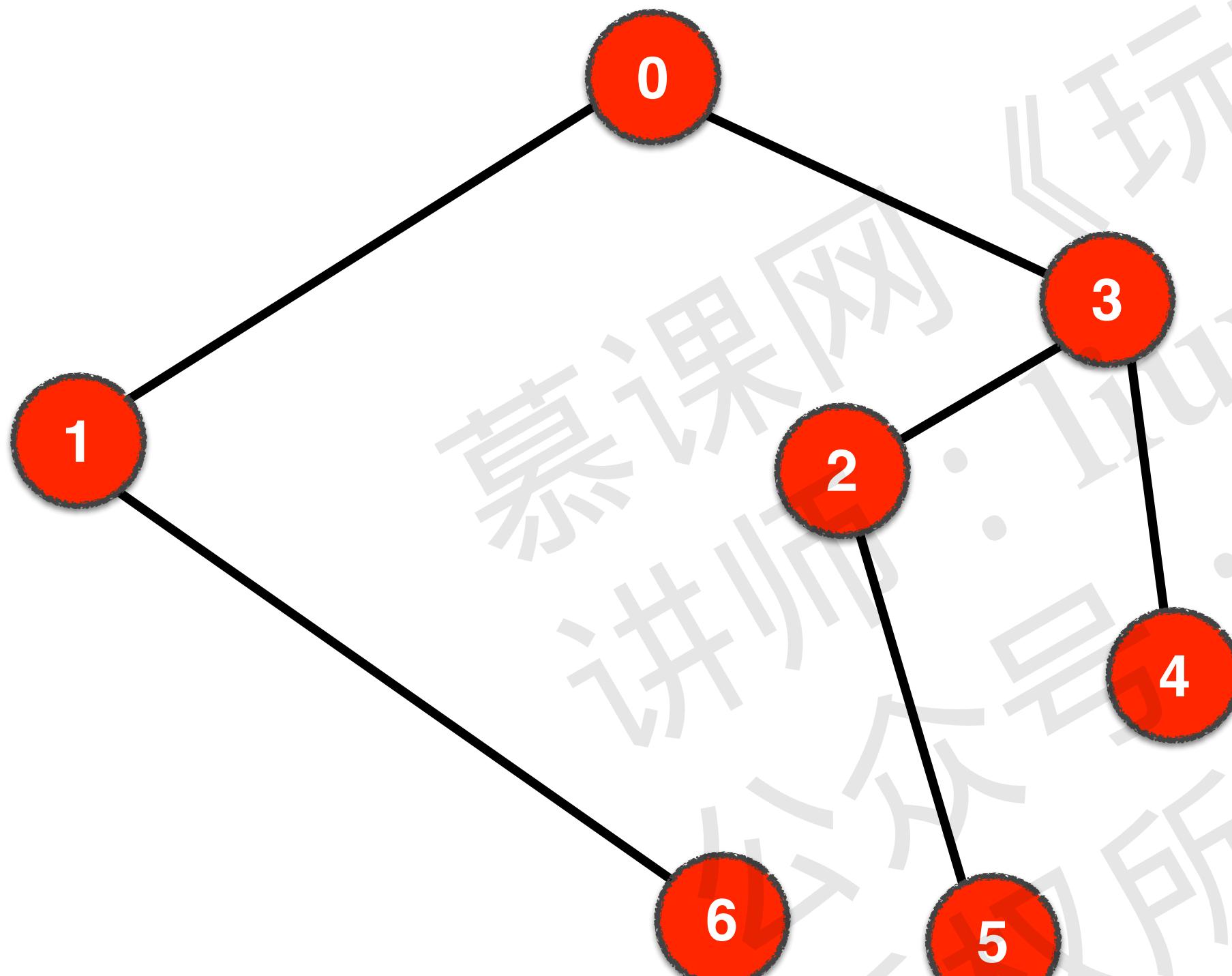
时间复杂度：

建图： $O(E)$

查看两点是否相邻： $O(1)$

求一个点的相邻节点： $O(V)$

图的基本表示：邻接矩阵



空间复杂度： $O(V^2)$

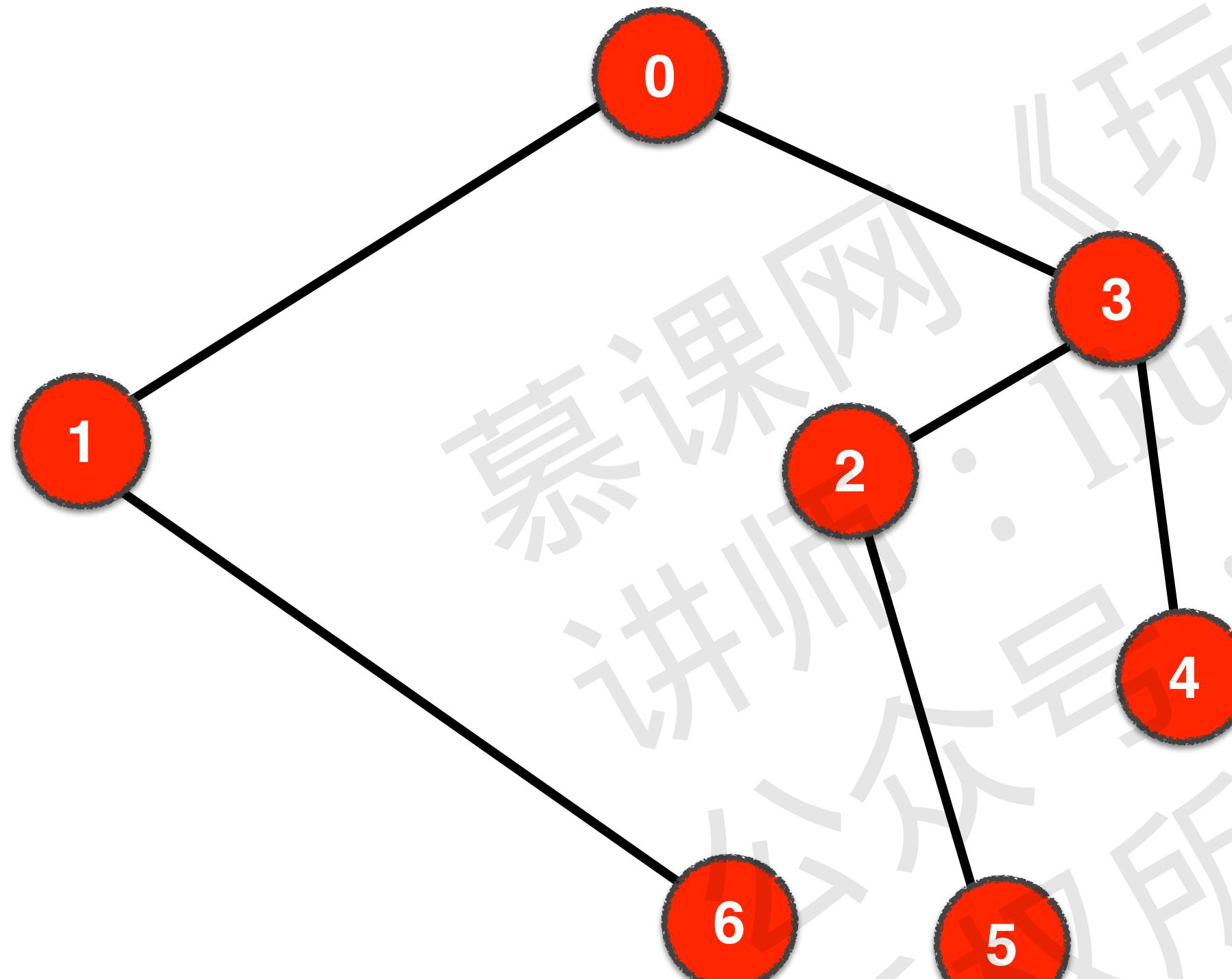
时间复杂度：

建图： $O(E)$

查看两点是否相邻： $O(1)$

求一个点的相邻节点： $O(V)$

图的基本表示：邻接矩阵



空间复杂度： $O(V^2)$

求一个点的相邻节点： $O(V)$

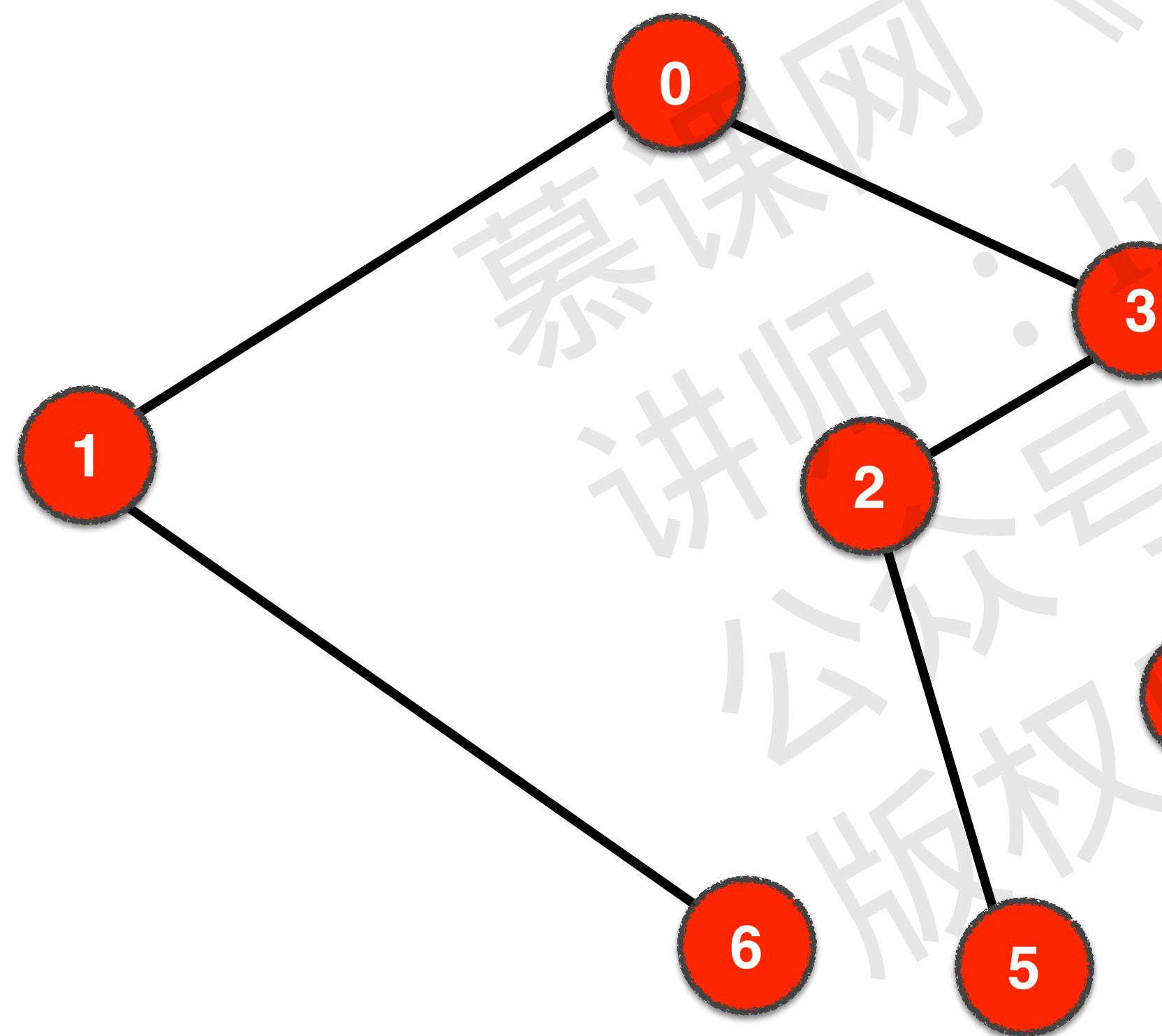
如果一个图有3000个节点

空间：5999 vs 3000^2 约 1000万

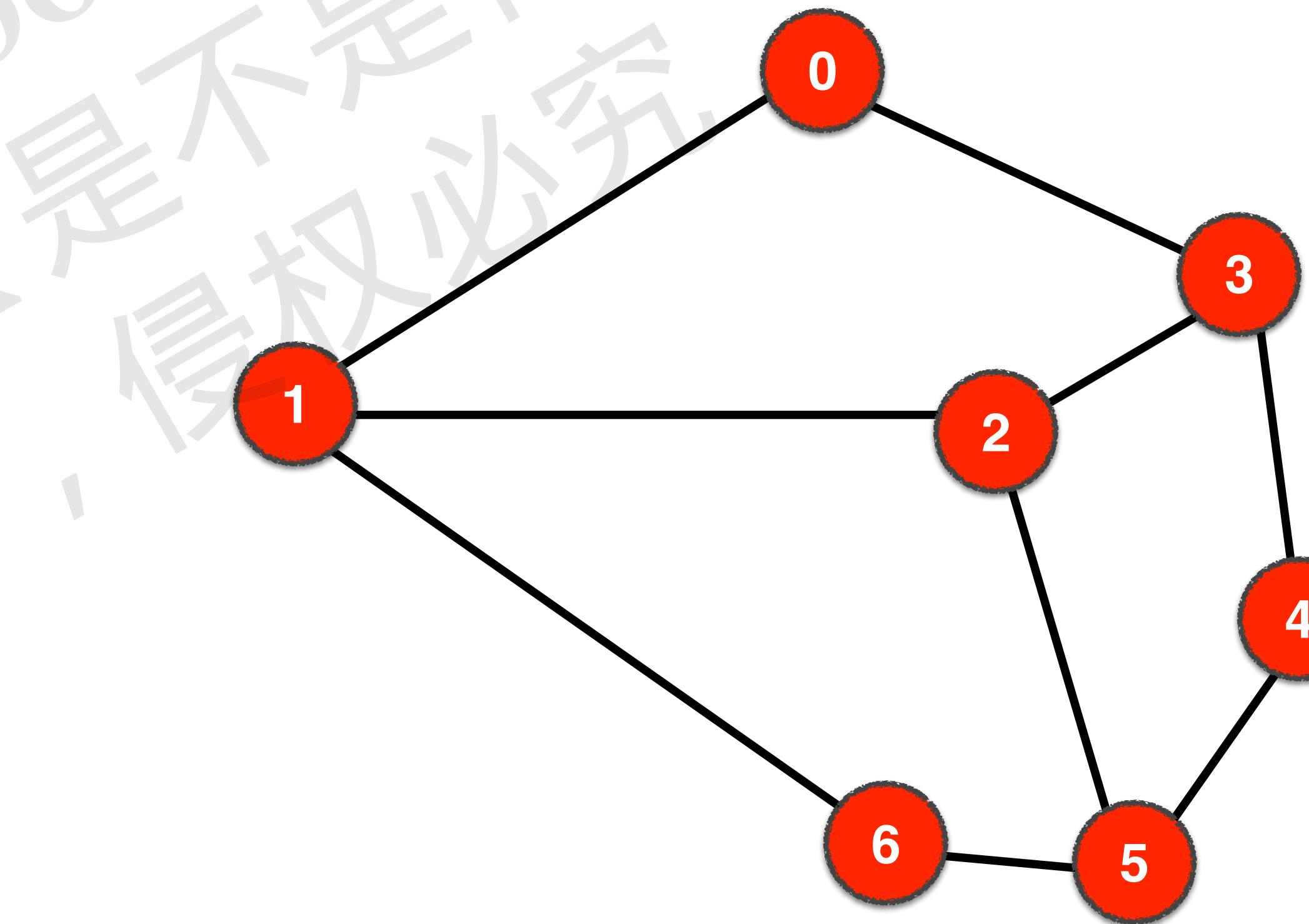
求相邻顶点： $\text{degree}(v)$ vs 3000

稀疏图和稠密图

稀疏图

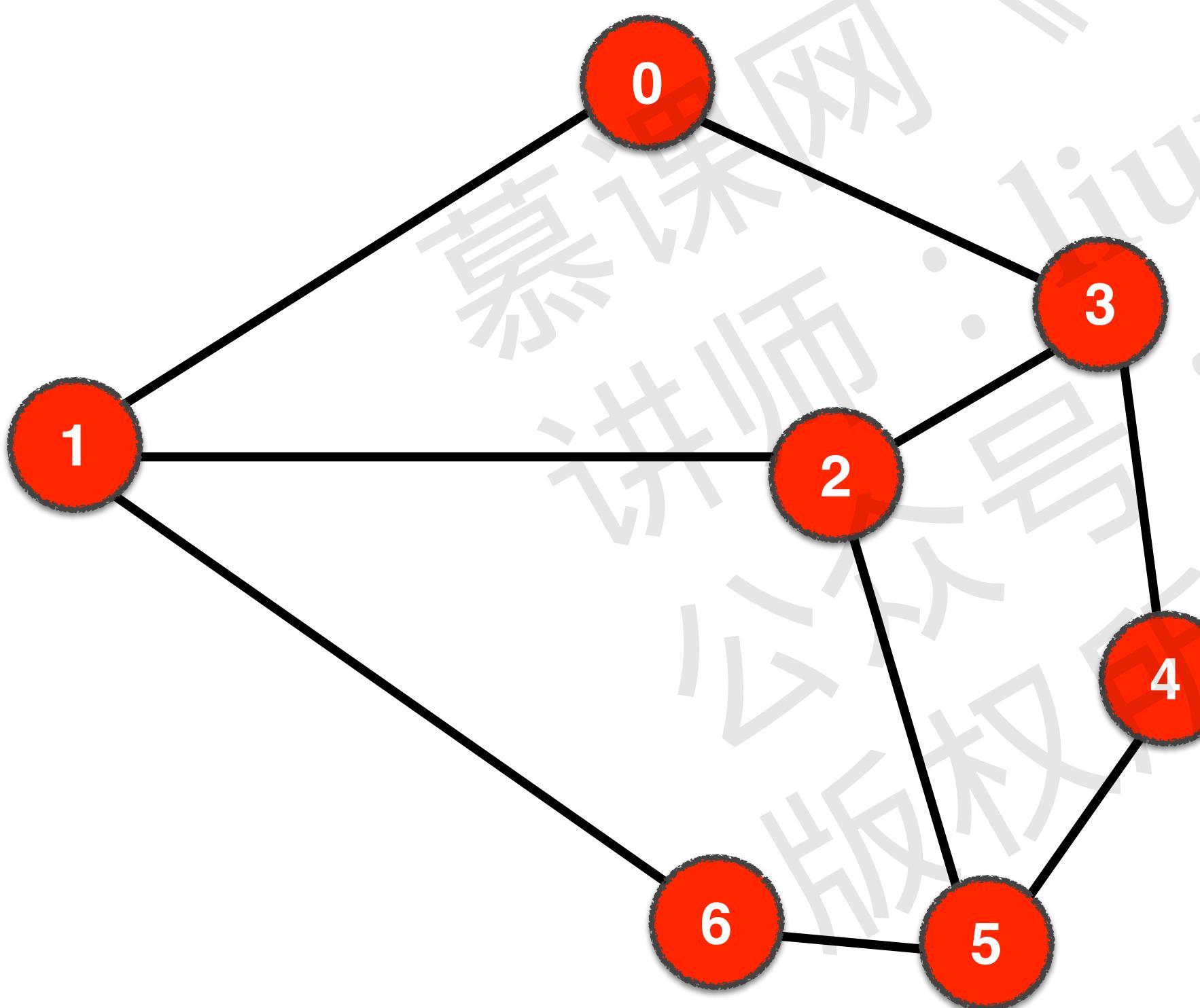


稠密图？ 节点度最大为3



稀疏图和稠密图

稠密图？ 节点度最大为3



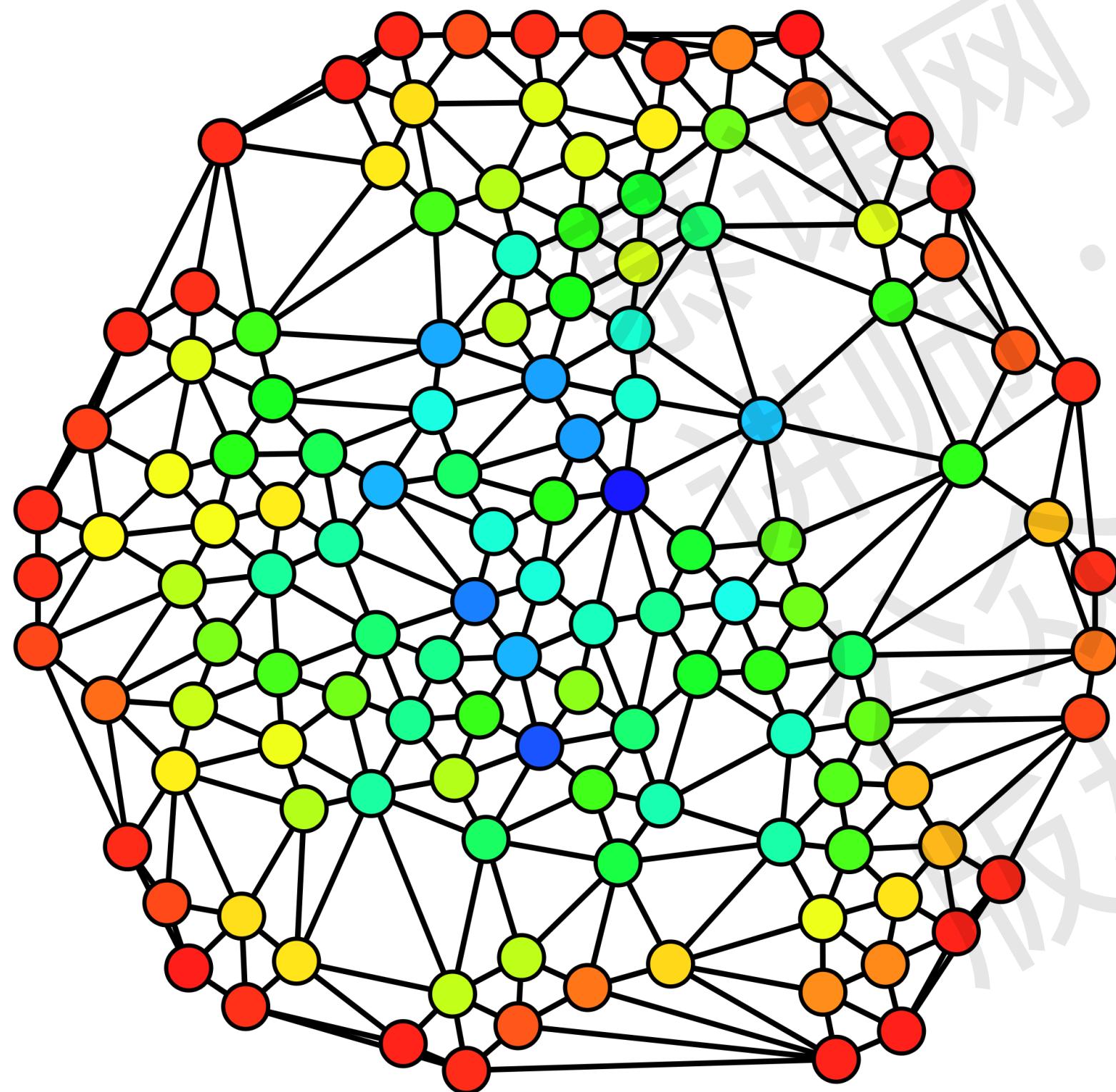
如果有3000个节点

有 $3000 * 3 / 2 = 4500$ 条边

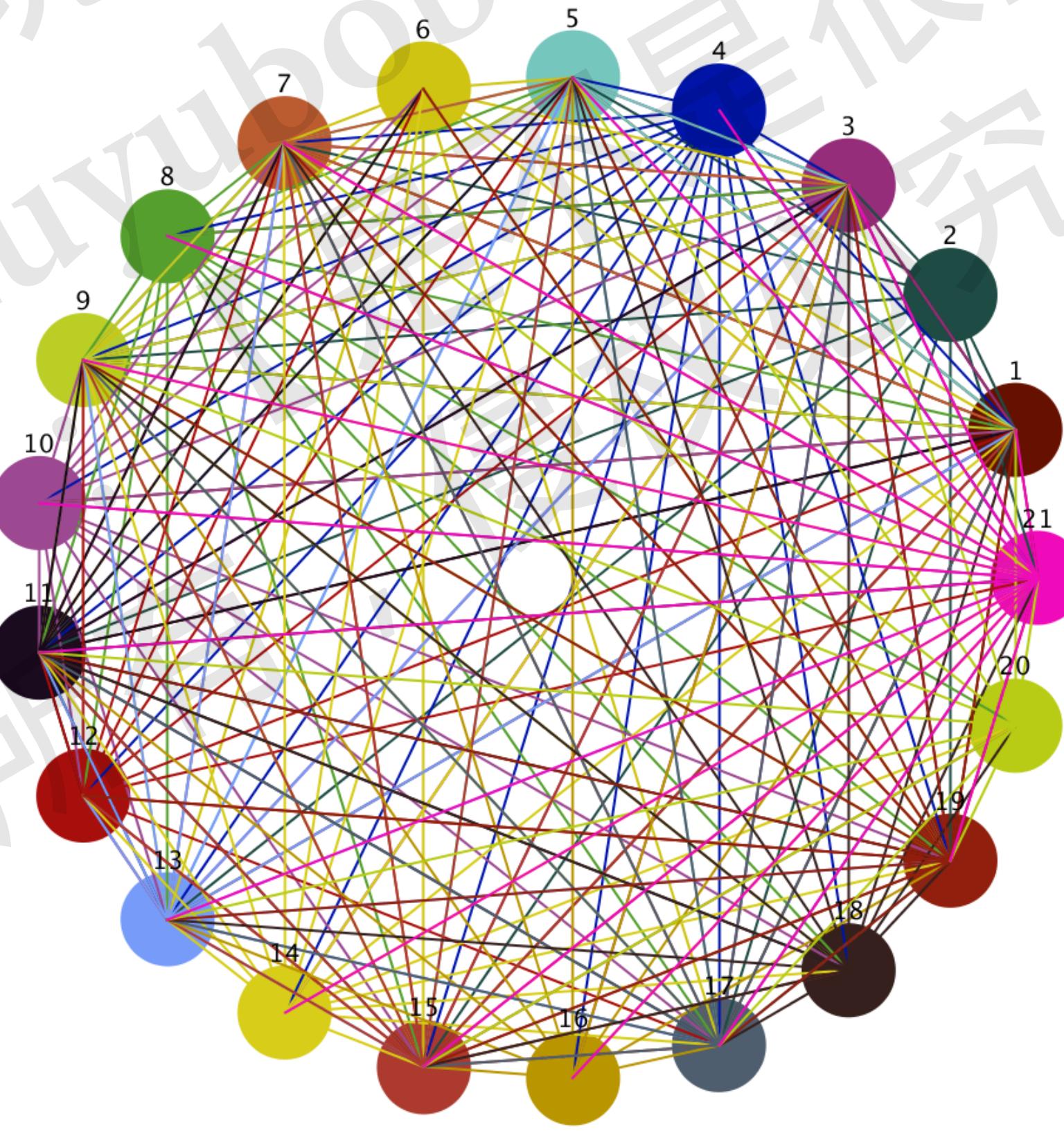
最多有 $3000 * 2999 / 2 = 4498500$ 条边

稀疏图和稠密图

稀疏图



稠密图



完全图

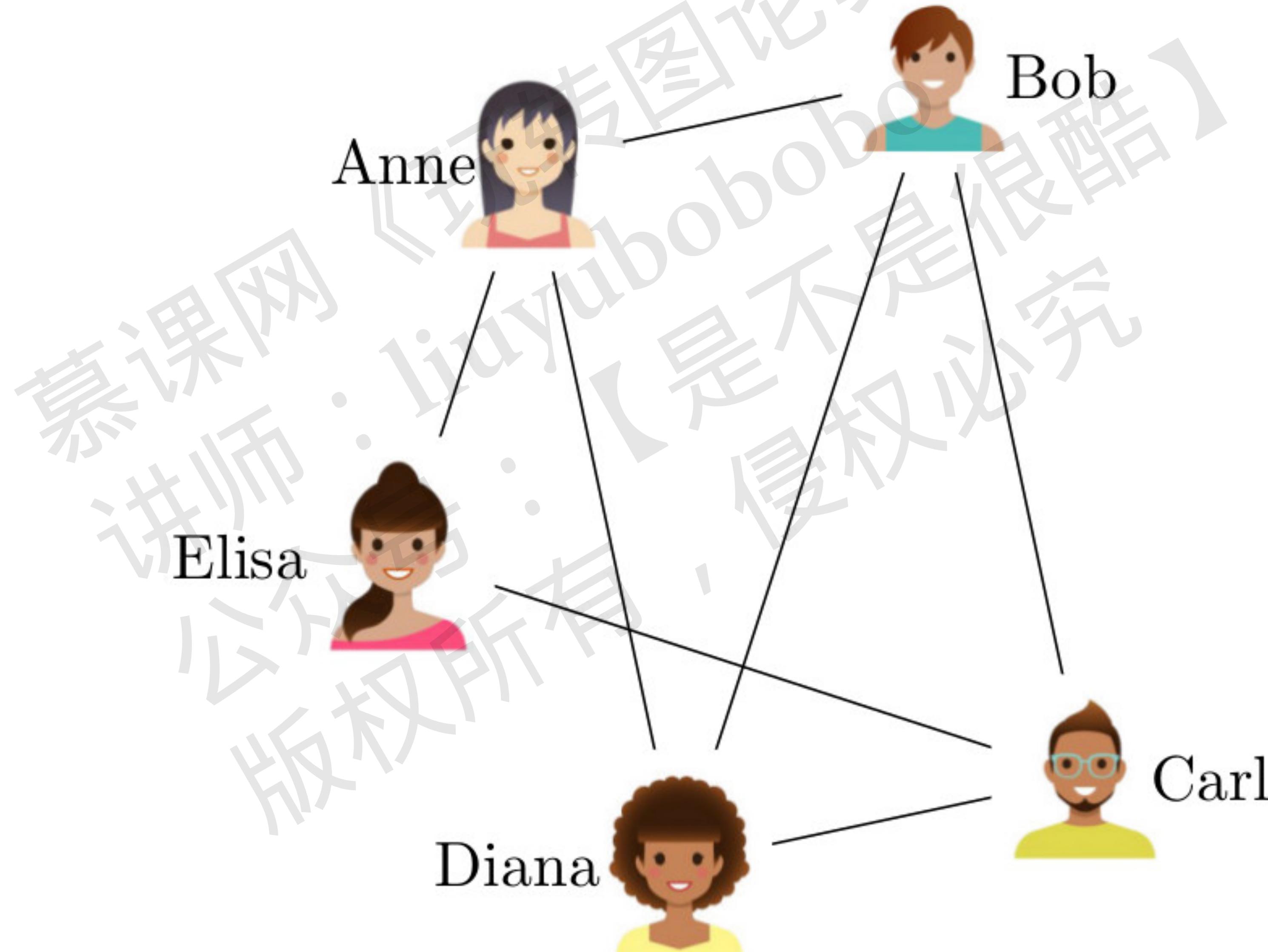
大多数情况下，
我们处理的是稀疏图

Beijing Subway Map (Click to Enlarge)

■ Line 1 ■ Line 4 ■ Line 8 ■ Line 13 ■ Airport Express
■ Line 2 ■ Line 5 ■ Line 10 ■ Line Batong

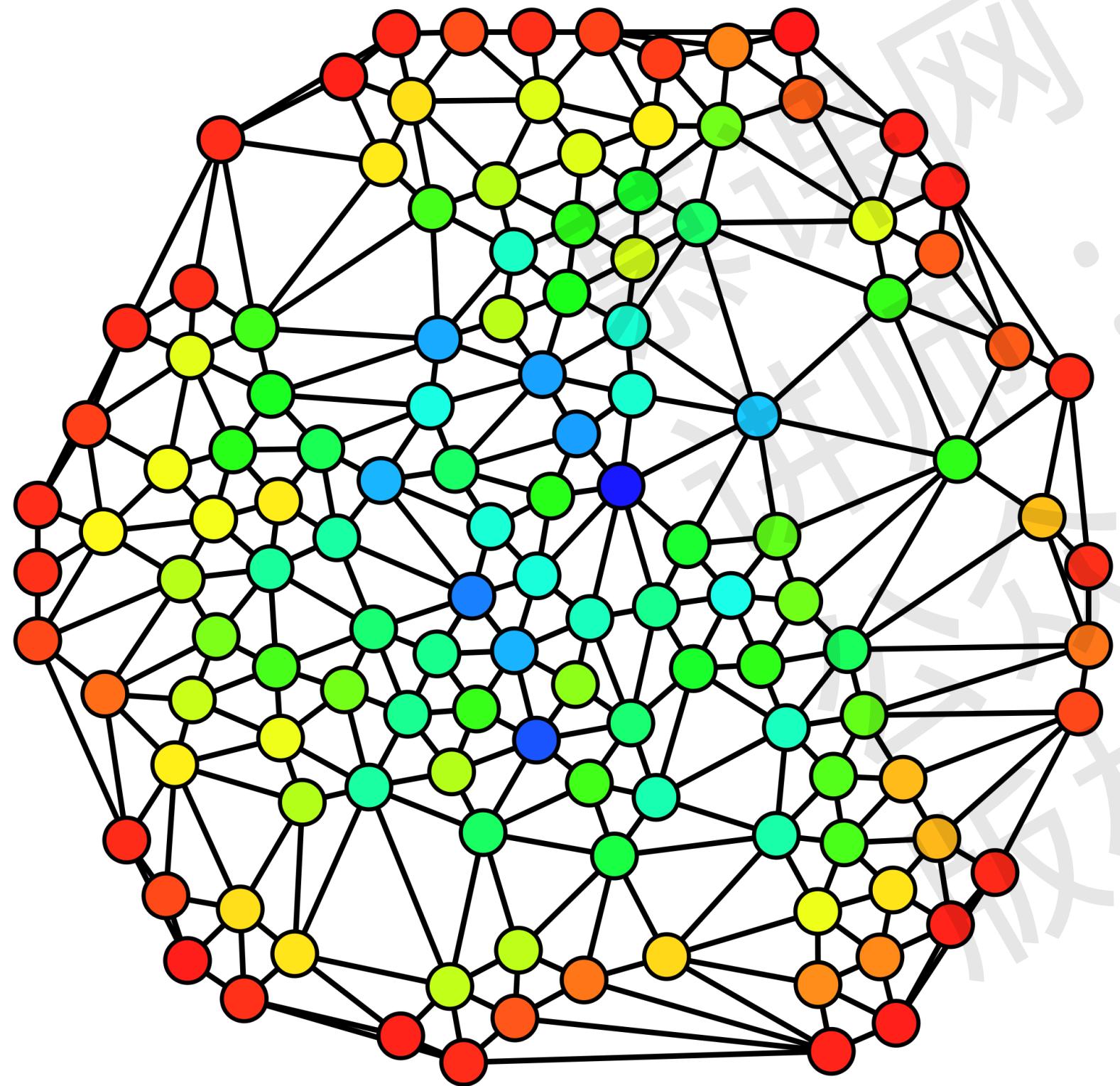


稀疏图和稠密图

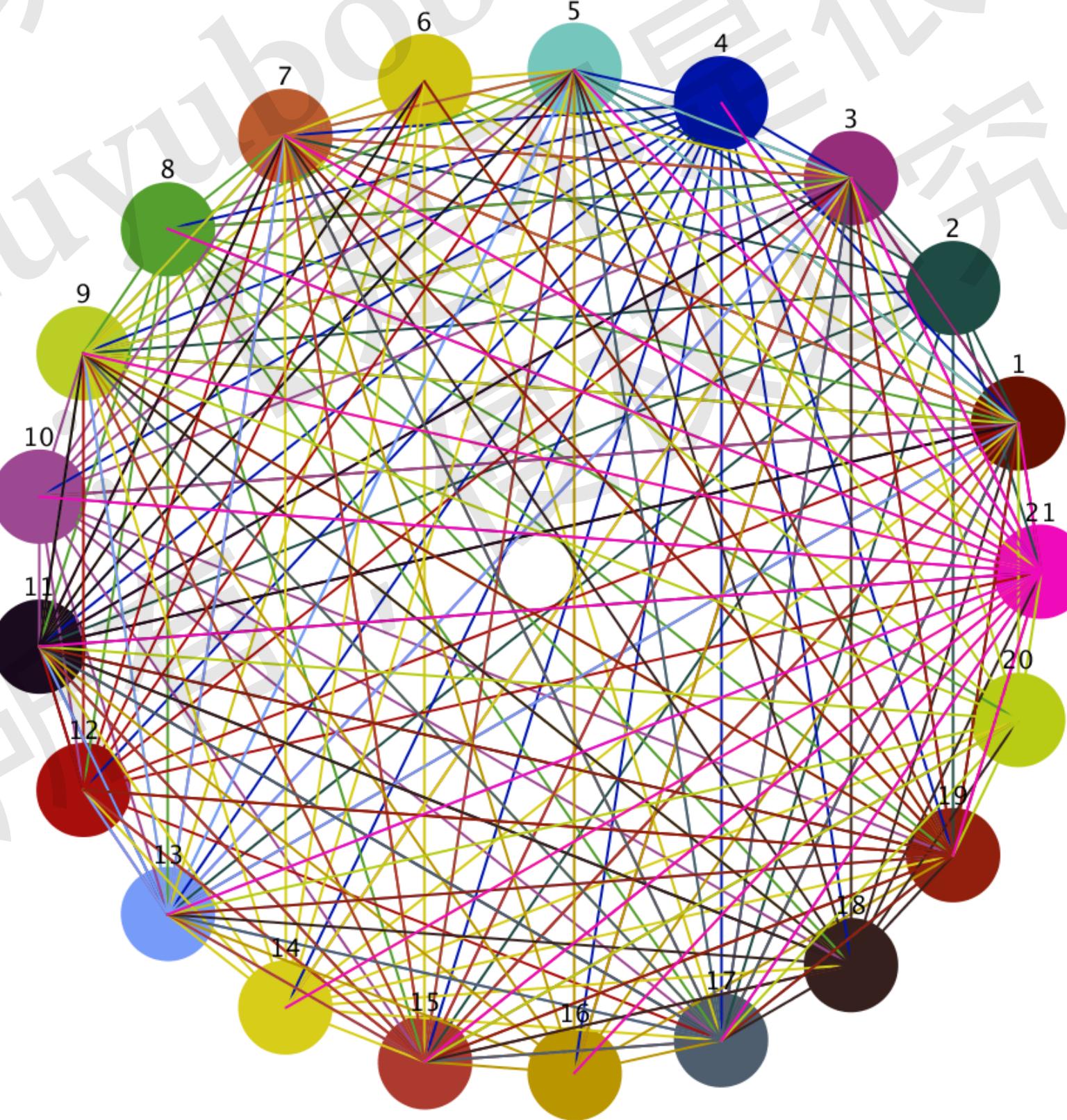


稀疏图和稠密图

稀疏图



稠密图



没有固定标准

图的基本表示：邻接矩阵

	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1
2	0	1	0	1	0	1	0
3	1	0	1	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0	1	0
5	0	0	1	0	1	0	1
6	0	1	0	0	0	1	0

空间复杂度： $O(V^2)$

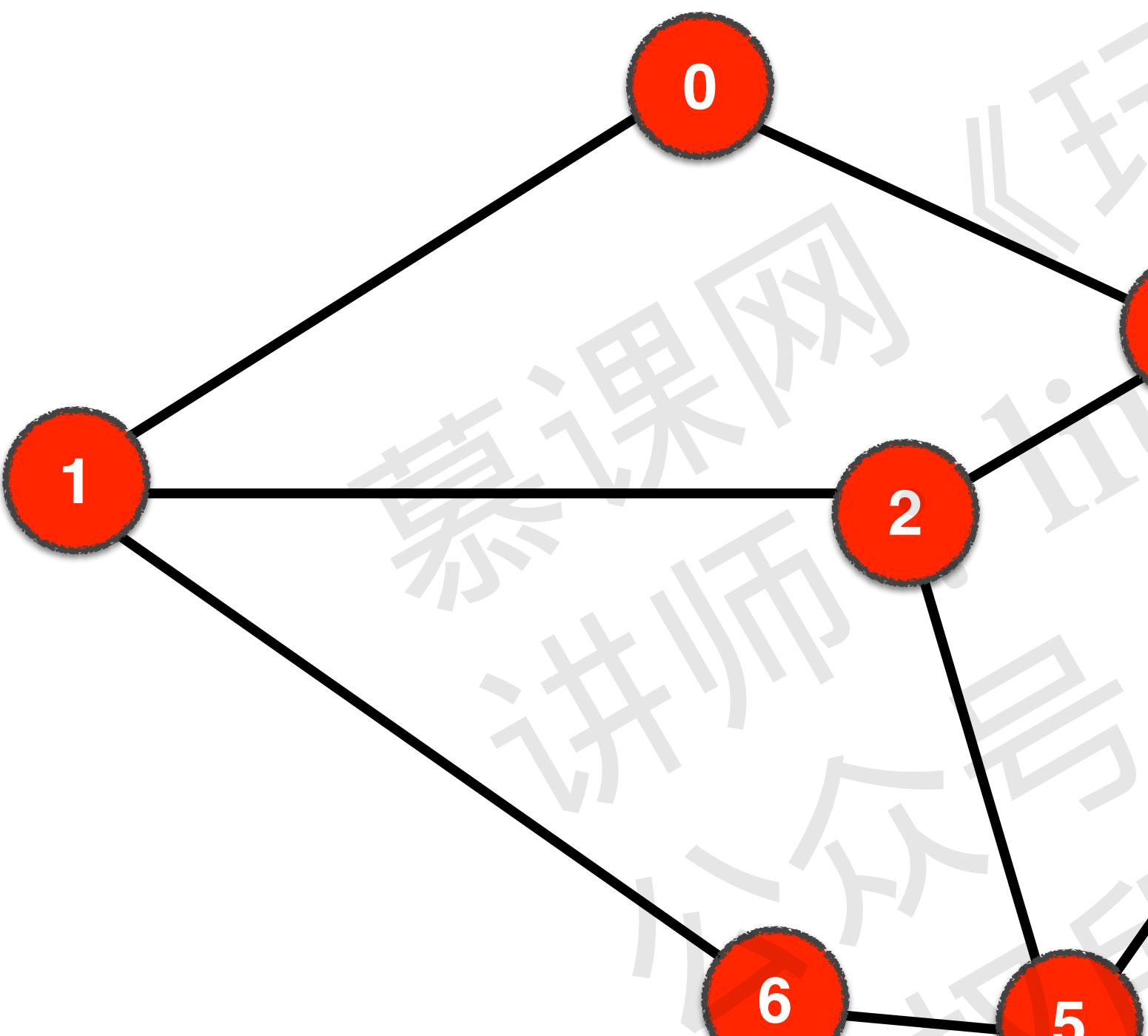
时间复杂度：

建图： $O(E)$

查看两点是否相邻： $O(1)$

求一个点的相邻节点： $O(V)$

图的基本表示：邻接表



0:	1	3
1:	0	2
2:	1	3
3:	0	2
4:	3	5
5:	2	4
6:	1	5

邻接表的实现

liuyubobobo

慕课网《玩转图论算法》
讲师：明文昊、假校
云从所有·版权
讲师所有·侵权必究
liuyubobobo

编程实践：邻接表的实现

慕课网《玩转图论算法》
讲师：胡bobobo
【版权所有，侵权必究】

邻接表的问题和改进

liuyubobobo

图的基本表示：邻接表

0:	1	3	
1:	0	2	6
2:	1	3	5
3:	0	2	4
4:	3	5	
5:	2	4	6
6:	1	5	

空间复杂度: $O(V + E)$ $O(E) ?$

时间复杂度:

建图: $O(E * V)$

查看两点是否相邻: $O(\text{degree}(v))$

求一个点的相邻节点: $O(\text{degree}(v))$

图的基本表示：邻接表

0:	1	3
1:	0	2
2:	1	3
3:	0	2
4:	3	5
5:	2	4
6:	1	5

空间复杂度： $O(V + E)$

时间复杂度：

建图： $O(E * V)$

查看两点是否相邻： $O(\text{degree}(v))$

求一个点的相邻节点： $O(\text{degree}(v))$

图的基本表示：邻接表

0:	1	3
1:	0	2
2:	1	3
3:	0	2
4:	3	5
5:	2	4
6:	1	5

快速查重

快速查看两点是否相邻

不使用链表 (LinkedList)

使用哈希表 HashSet

$O(1)$

使用红黑树 TreeSet

$O(\log V)$

图的基本表示：邻接表

0:	1	3
1:	0	2
2:	1	3
3:	0	2
4:	3	5
5:	2	4
6:	1	5

使用哈希表 HashSet $O(1)$

使用红黑树 TreeSet $O(\log V)$

实现邻接表的改进

liuyubobobo

图的基本表示：邻接表

0:	1	3
1:	0	2
2:	1	3
3:	0	2
4:	3	5
5:	2	4
6:	1	5

使用哈希表 HashSet $O(1)$

使用红黑树 TreeSet $O(\log V)$

图的基本表示：邻接表

0:	1	3
1:	0	2
2:	1	3
3:	0	2
4:	3	5
5:	2	4
6:	1	5

使用哈希表 HashSet $O(1)$

使用红黑树 TreeSet $O(\log V)$

图的基本表示：邻接表

0:	1	3	
1:	0	2	6
2:	1	3	5
3:	0	2	4
4:	3	5	
5:	2	4	6
6:	1	5	

使用红黑树 TreeSet

$O(\log V)$

红黑树保持节点顺序

红黑树更节省空间

$O(1) < O(\log n) < O(n)$

如果 $n = 100$ 万

$1 < 20 < 1000000$

图的基本表示：邻接表

0:	1	3	
1:	0	2	6
2:	1	3	5
3:	0	2	4
4:	3	5	
5:	2	4	6
6:	1	5	

使用红黑树 TreeSet

$O(\log V)$

红黑树保持节点顺序

红黑树更节省空间

$O(1) < O(\log n) < O(n)$

如果 $n = 100$ 万

$1 < 20 < 1000000$

编程实践：使用哈希表的邻接表

慕课网《玩转图论算法》
讲师：胡云波
版权所有，侵权必究

图的基本表示的比较

liuyubobobo

图的基本表示的比较

邻接矩阵

邻接表(LinkedList)

邻接表(TreeSet)

图的基本表示的比较

	空间
邻接矩阵	$O(V^2)$
邻接表(LinkedList)	$O(V + E)$
邻接表(TreeSet)	$O(V + E)$

图的基本表示的比较

	空间	建图时间
邻接矩阵	$O(V^2)$	$O(E)$
邻接表(LinkedList)	$O(V + E)$	$O(E)$, 如果查重: $O(E \cdot V)$
邻接表(TreeSet)	$O(V + E)$	$O(E \log V)$

图的基本表示的比较

	空间	建图时间	查看两点是否相邻
邻接矩阵	$O(V^2)$	$O(E)$	$O(1)$
邻接表(LinkedList)	$O(V + E)$	$O(E)$, 如果查重: $O(E^*V)$	$O(\text{degree}(v))$ $O(V)$
邻接表(TreeSet)	$O(V + E)$	$O(E\log V)$	$O(\log V)$

图的基本表示的比较

	空间	建图时间	查看两点是否相邻	查找点的所有临边
邻接矩阵	$O(V^2)$	$O(E)$	$O(1)$	$O(V)$
邻接表(LinkedList)	$O(V + E)$	$O(E)$, 如果查重: $O(E^*V)$	$O(\text{degree}(v))$ $O(V)$	$O(\text{degree}(v))$ $O(V)$
邻接表(TreeSet)	$O(V + E)$	$O(E\log V)$	$O(\log V)$	$O(\text{degree}(v))$ $O(V)$

图的基本表示的比较

	空间	建图时间	查看两点是否相邻	查找点的所有临边
邻接矩阵	$O(V^2)$	$O(E)$	$O(1)$	$O(V)$
邻接表(LinkedList)	$O(V + E)$	$O(E)$, 如果查重: $O(EV)$	$O(\text{degree}(v))$ $O(V)$	$O(\text{degree}(v))$ $O(V)$
邻接表(TreeSet)	$O(V + E)$	$O(E\log V)$	$O(\log V)$	$O(\text{degree}(v))$ $O(V)$

邻接表(HashSet)?

做一个接口统一?

这个课程使用邻接表 (TreeSet)

编程实践：本课程使用的Graph类

下一章，开始图论算法之旅

欢迎大家关注我的个人公众号：是不是很酷

坚持有质量的技术原创

用技术人的视角看世界

「是不是很酷」



玩儿转图论算法

liuyubobobo

慕课网《玩转图论算法》
讲师：liuyubobobo
云从君·假教材
版权归所有，侵权必究