

玩儿转图论算法

liuyubobobo

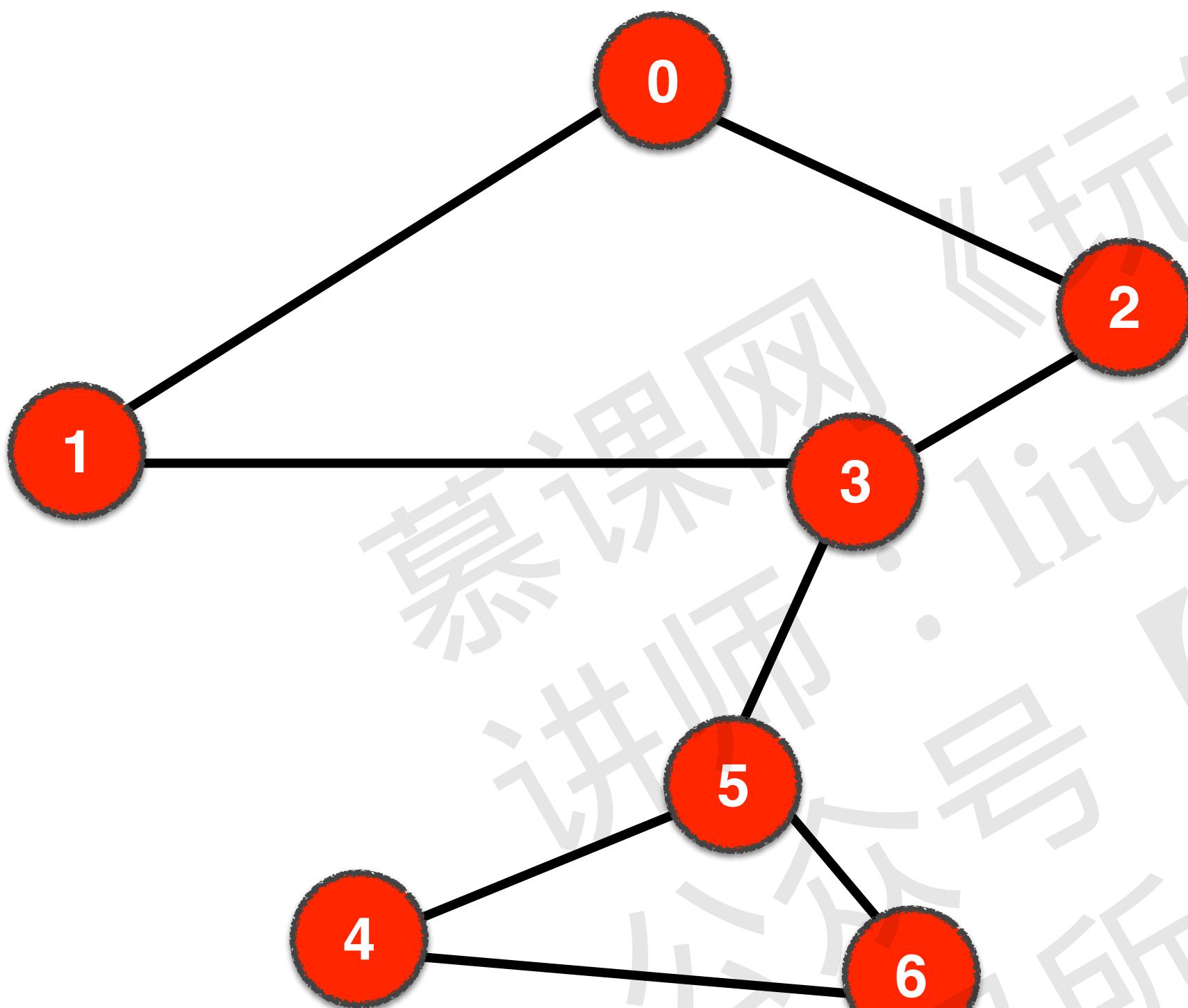
桥和割点

liuyubobobo

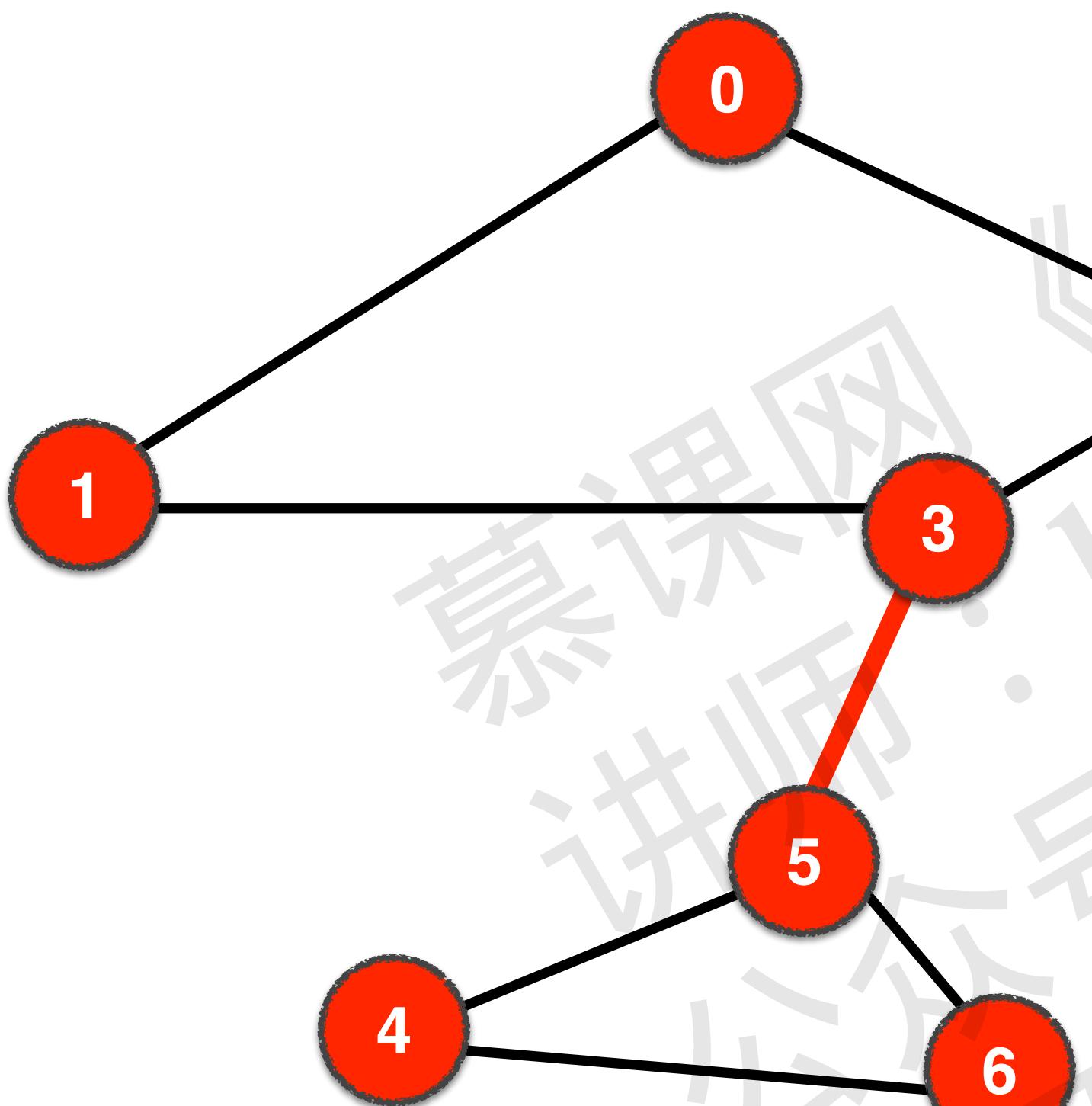
什么是桥

liuyubobobo

什么是桥



什么是桥



对于无向图

如果删除了一条边，
整个图联通分量数量变化，
则这条边称为桥 (Bridge)

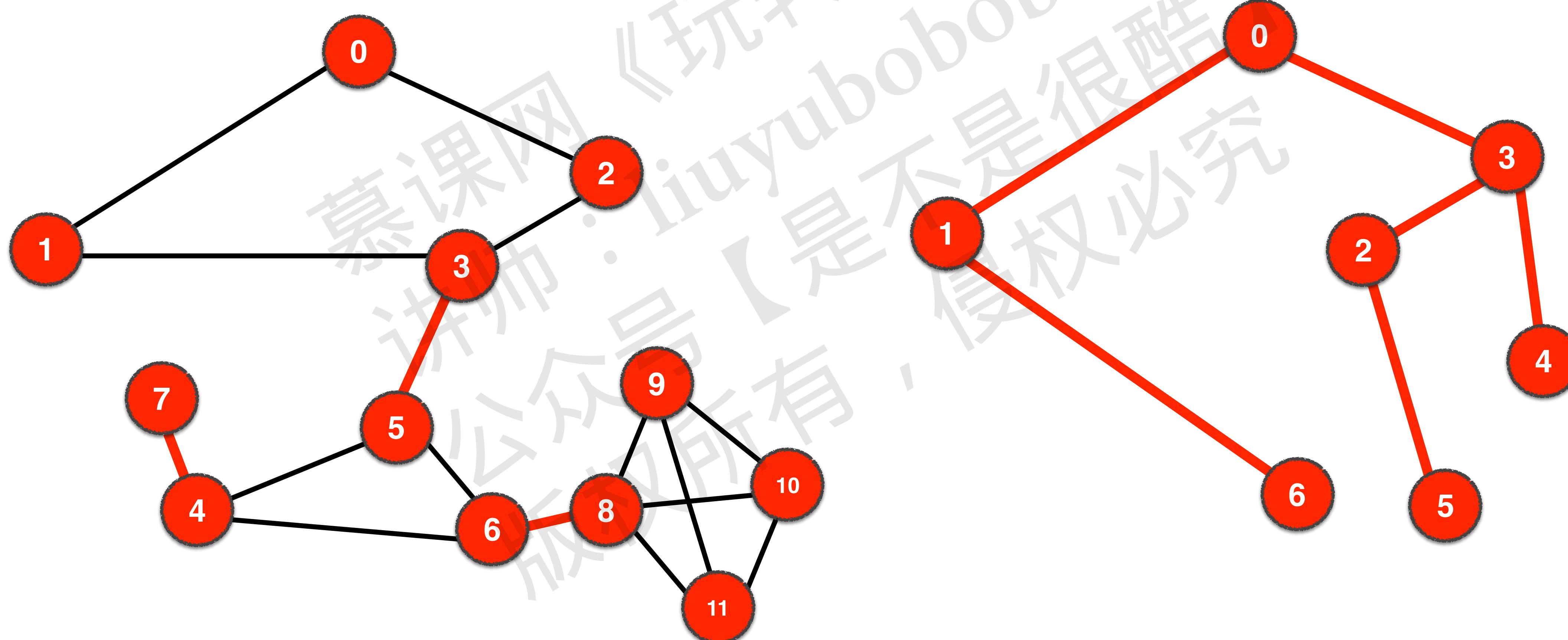
桥意味着图中最脆弱的关系

应用：

交通系统，社交网络

什么是桥

一个图中可以有多条桥



一棵树的所有边，都是桥

寻找桥的算法

寻找桥的算法

使用 DFS 就可以解决

有难度，因为记录的信息更“多元”

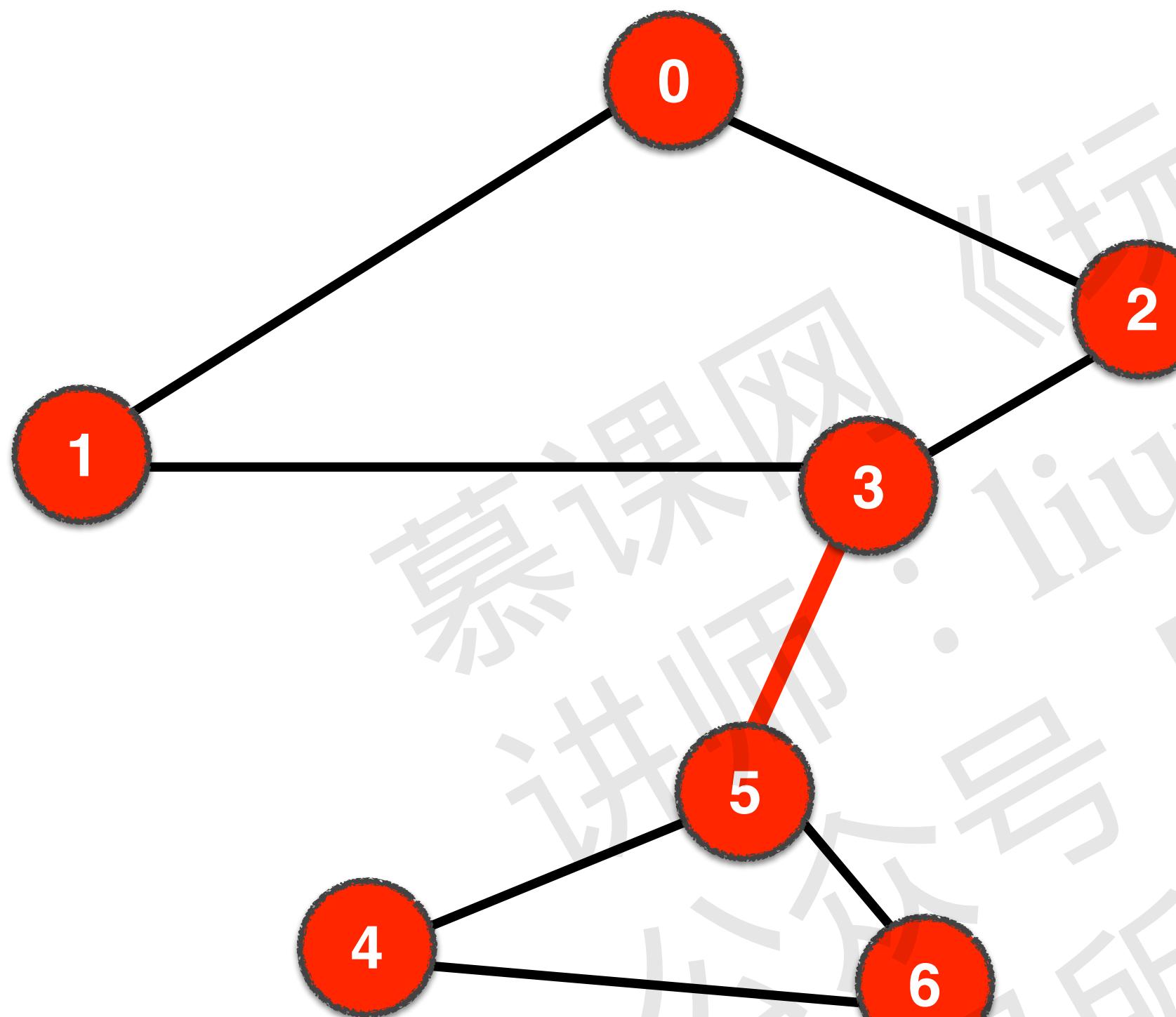
一般面试不会涉及

竞赛会涉及

寻找桥的算法

liuyubobobo

寻找桥的算法



似乎桥和环有关系？

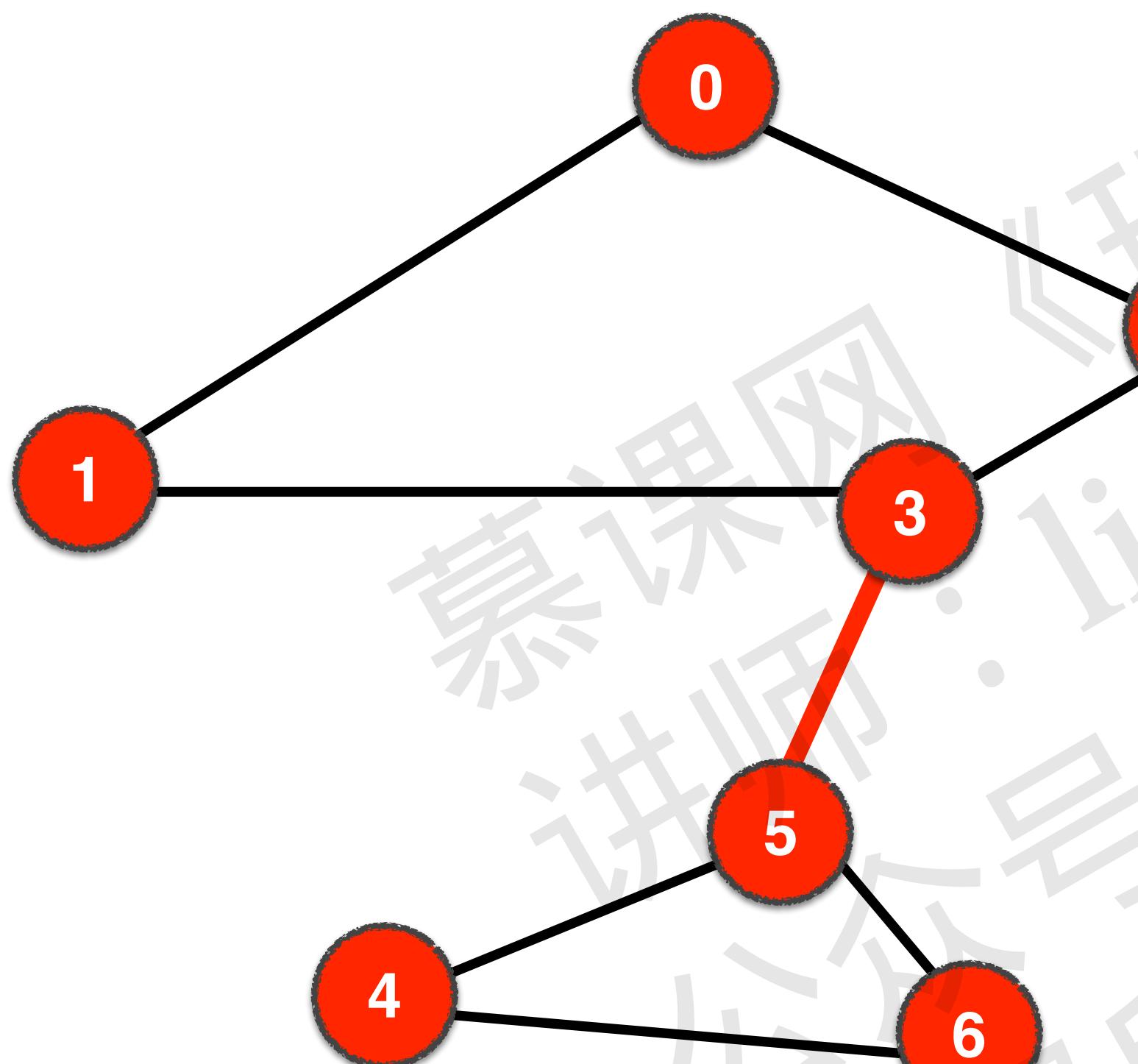
和判断一张图是否有环不同

判断一张图是否有环，是整张图的属性

桥，是一条边的属性

遍历每一条边

寻找桥的算法



```
dfs(int v){
```

```
    visited[v] = true;  
    list.add(v);
```

```
    for(int w: adj(v))  
        if(!visited[w])
```

```
            dfs(w);
```

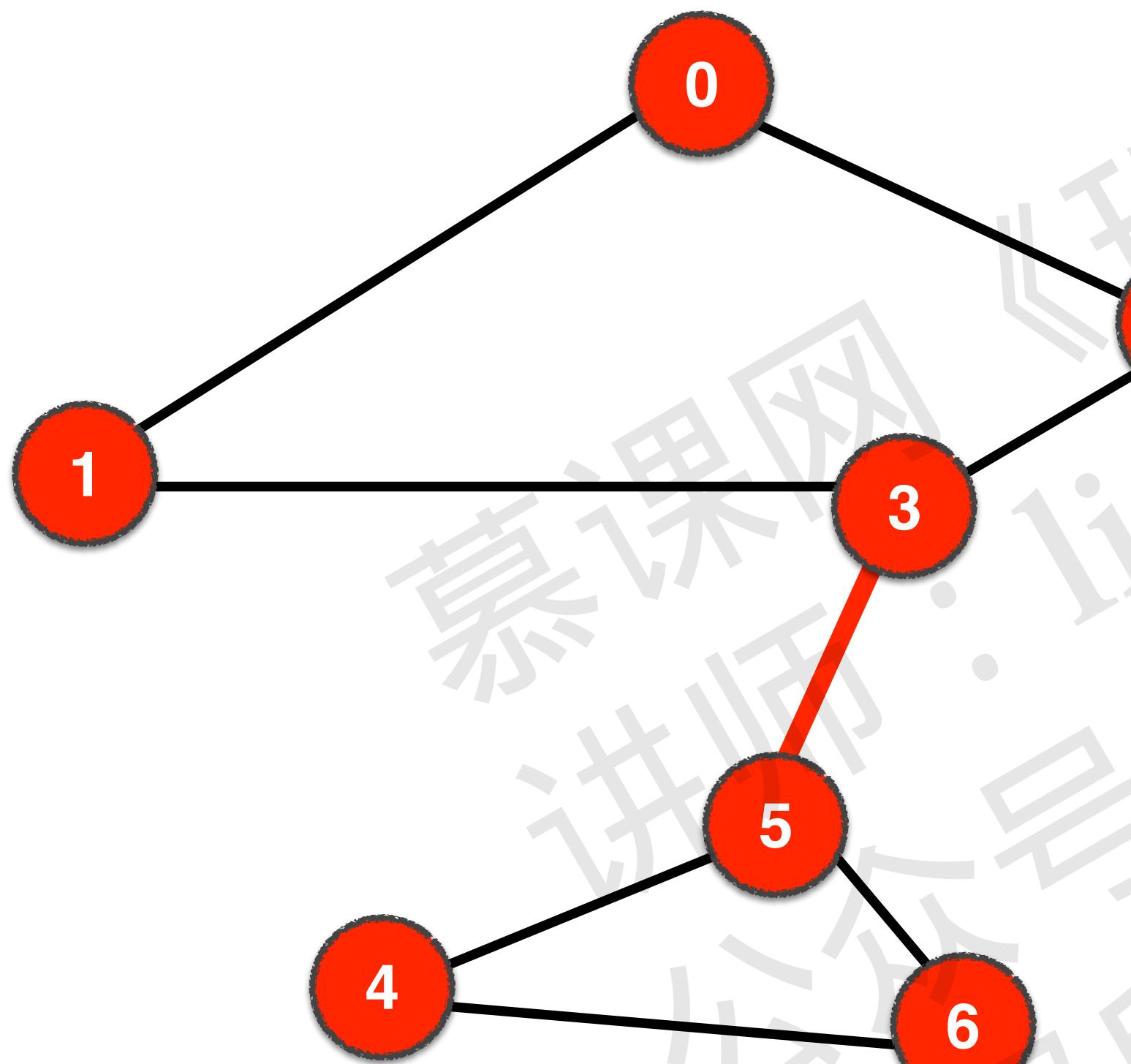
```
}
```

遍历点

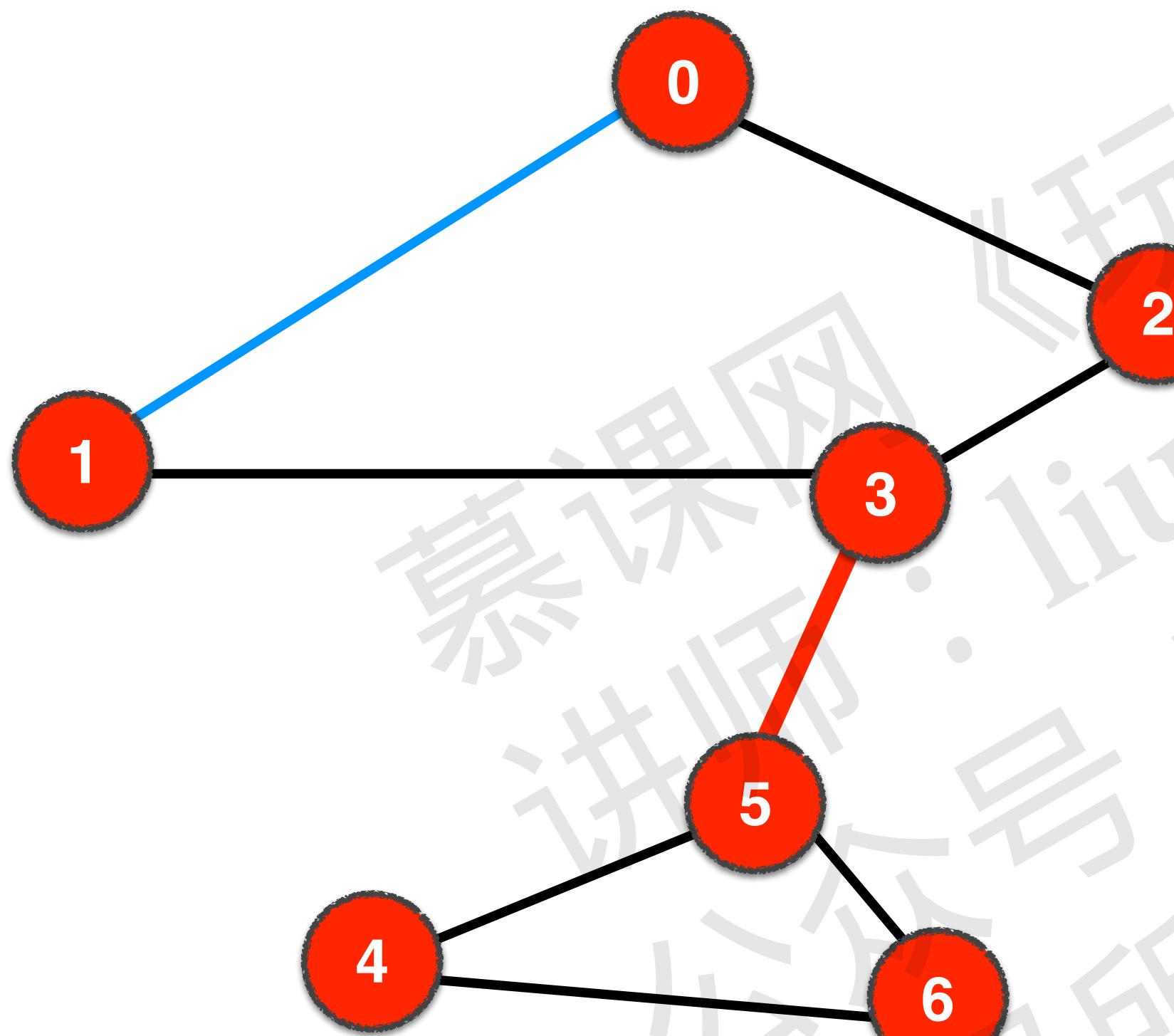
遍历边：v-w

遍历点

寻找桥的算法



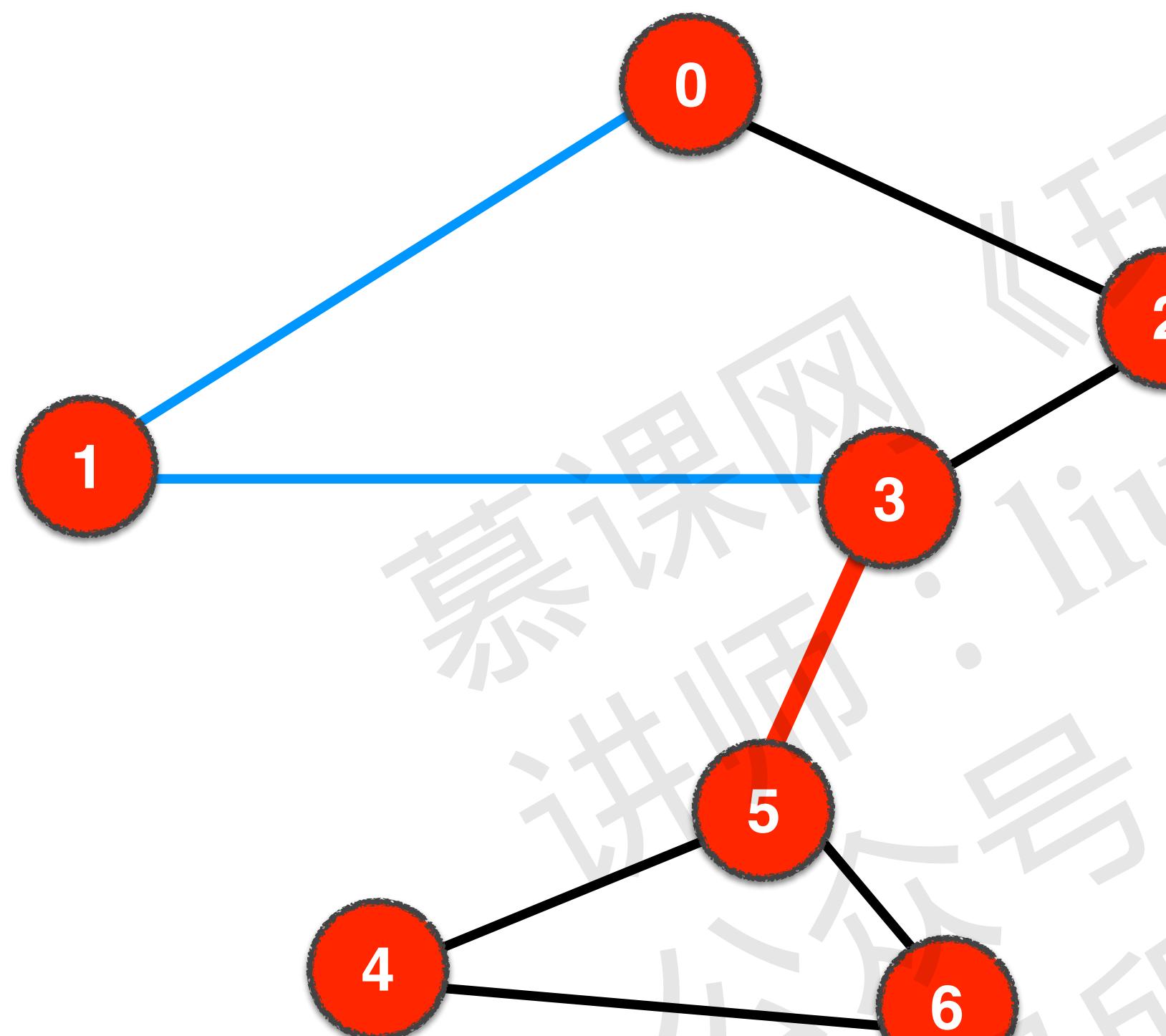
寻找桥的算法



如何判断 0-1 是不是桥?

看通过1，能否从另外一条路回到0

寻找桥的算法



如何判断 0-1 是不是桥?

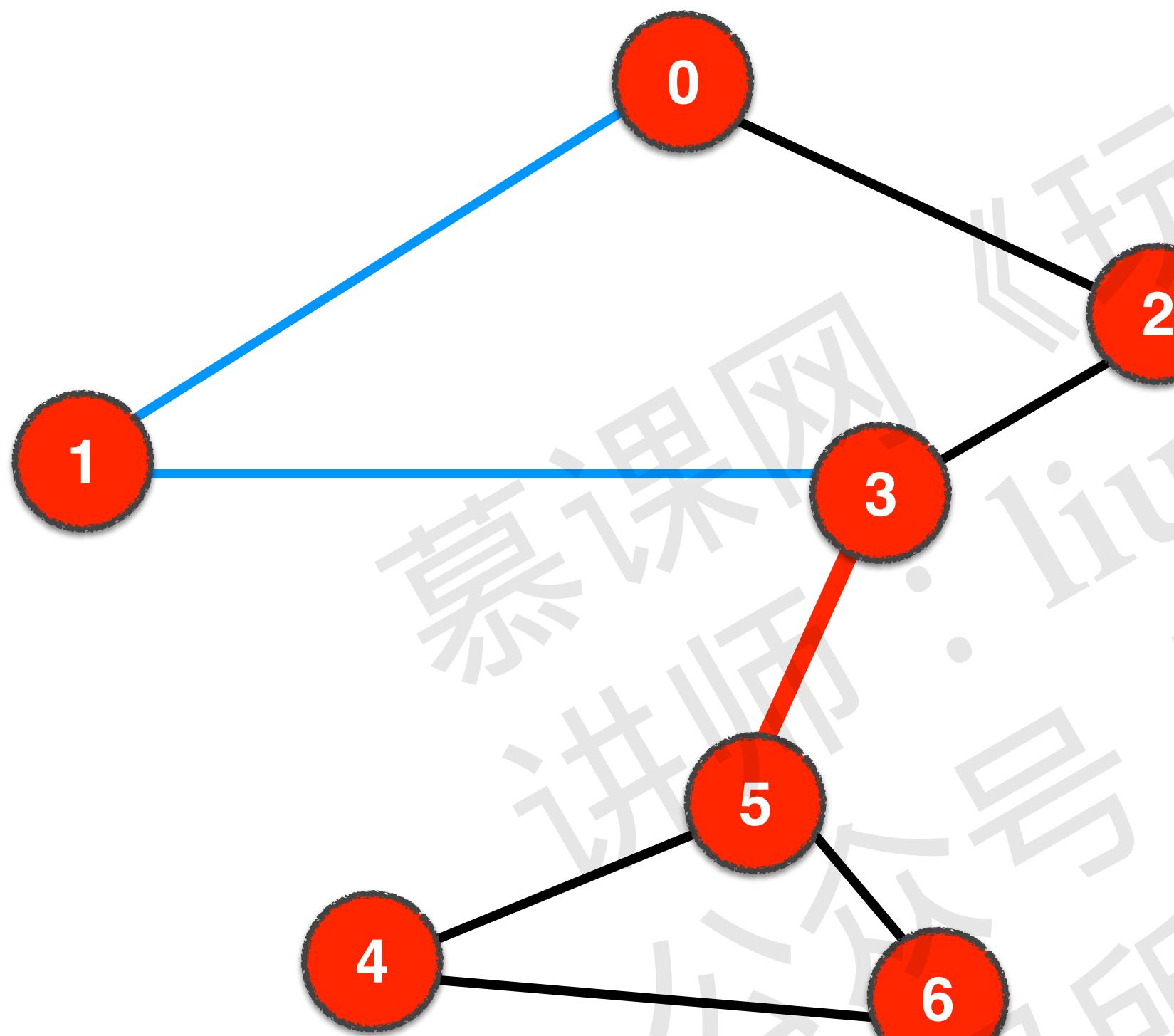
看通过1，能否从另外一条路回到0

如何判断 1-3 是不是桥?

看通过3，能否从另外一条路回到1

看通过3，能否从另外一条路回到0

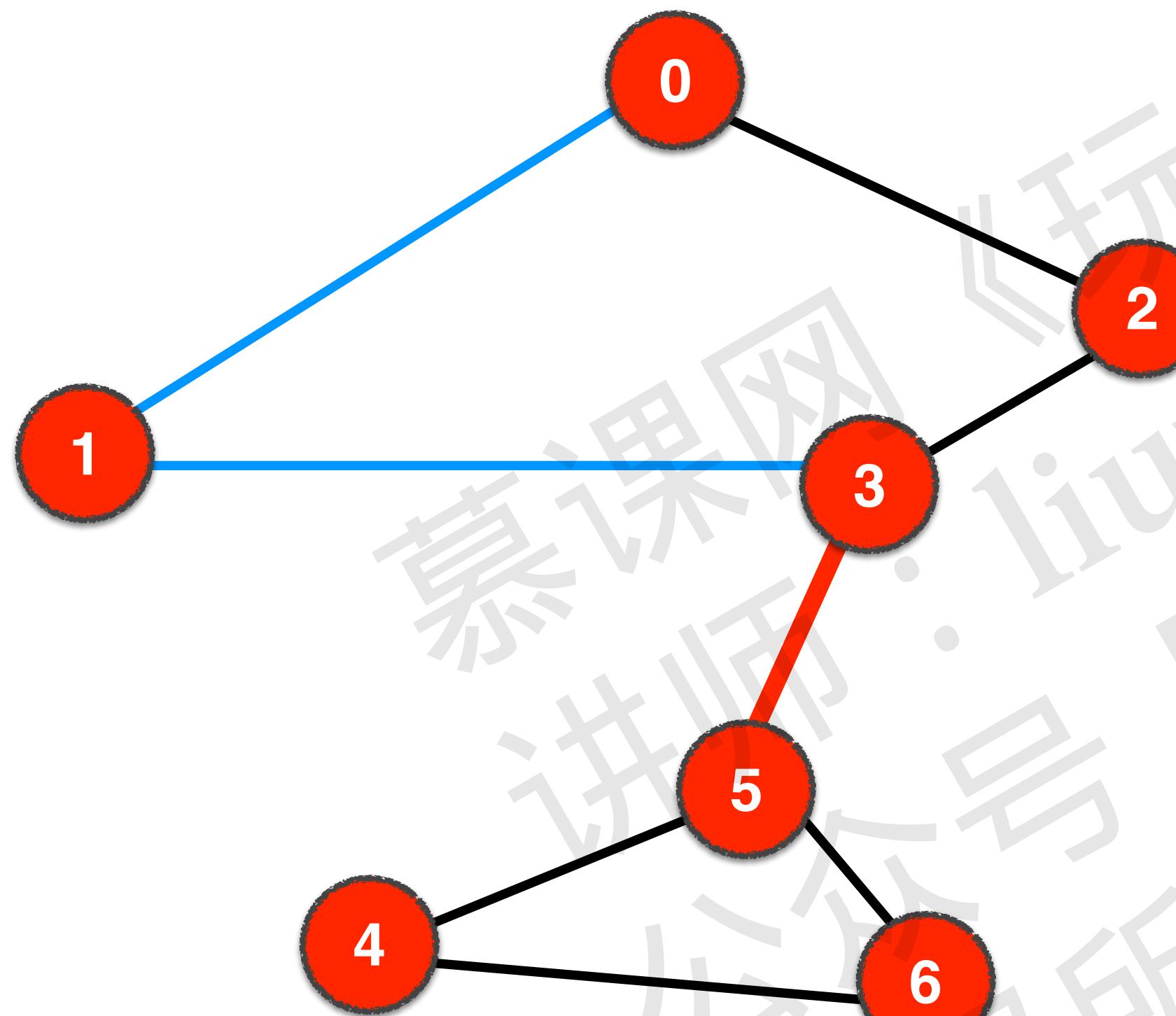
寻找桥的算法



如何判断 $v-w$ 是不是桥?

看通过 w , 能否从另外一条路回到 v 或者 v 之前的顶点

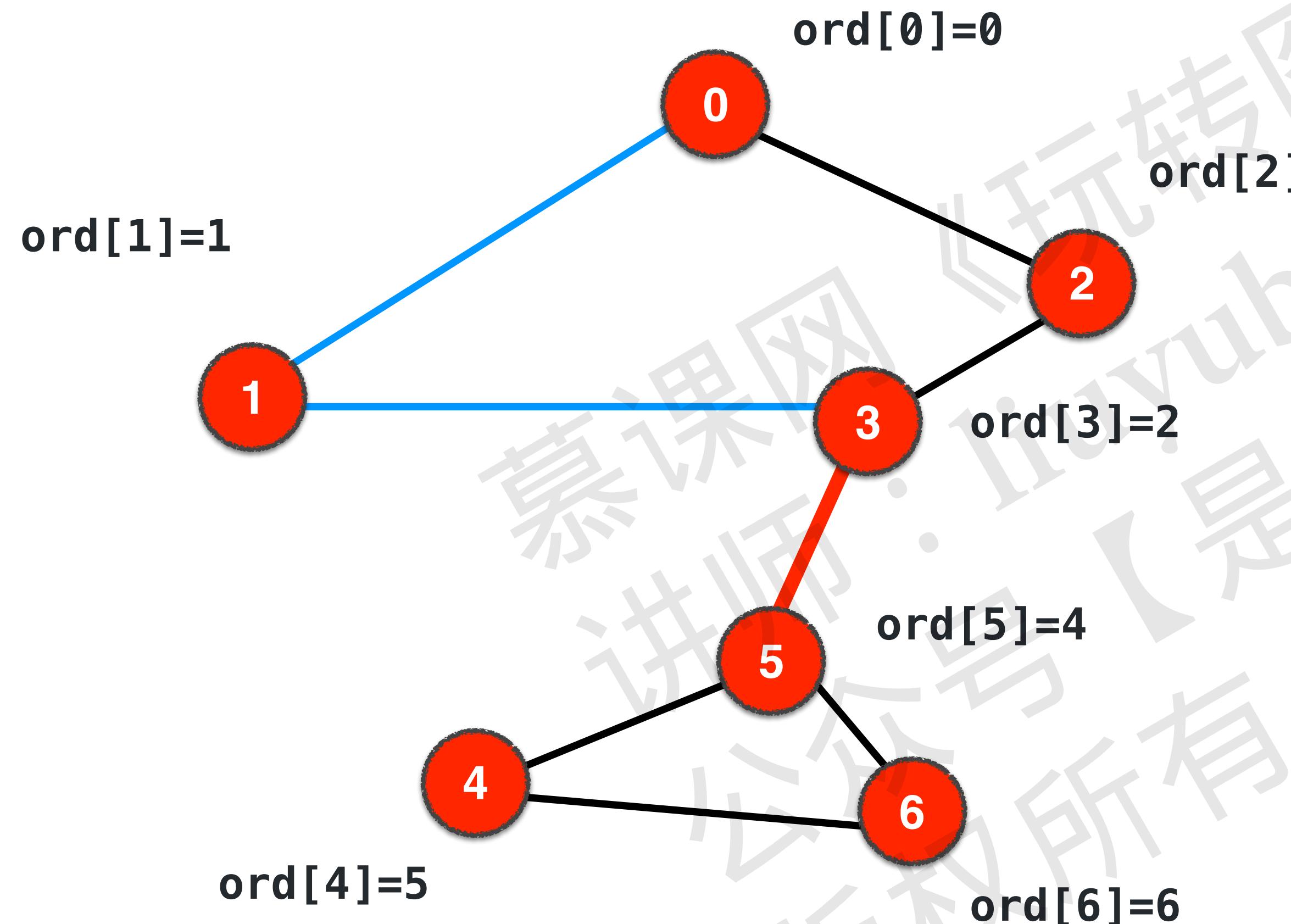
寻找桥的算法



如何判断 $v-w$ 是不是桥？

看通过 w , 能否从另外一条路回到 v 或者 v 之前的顶点

寻找桥的算法



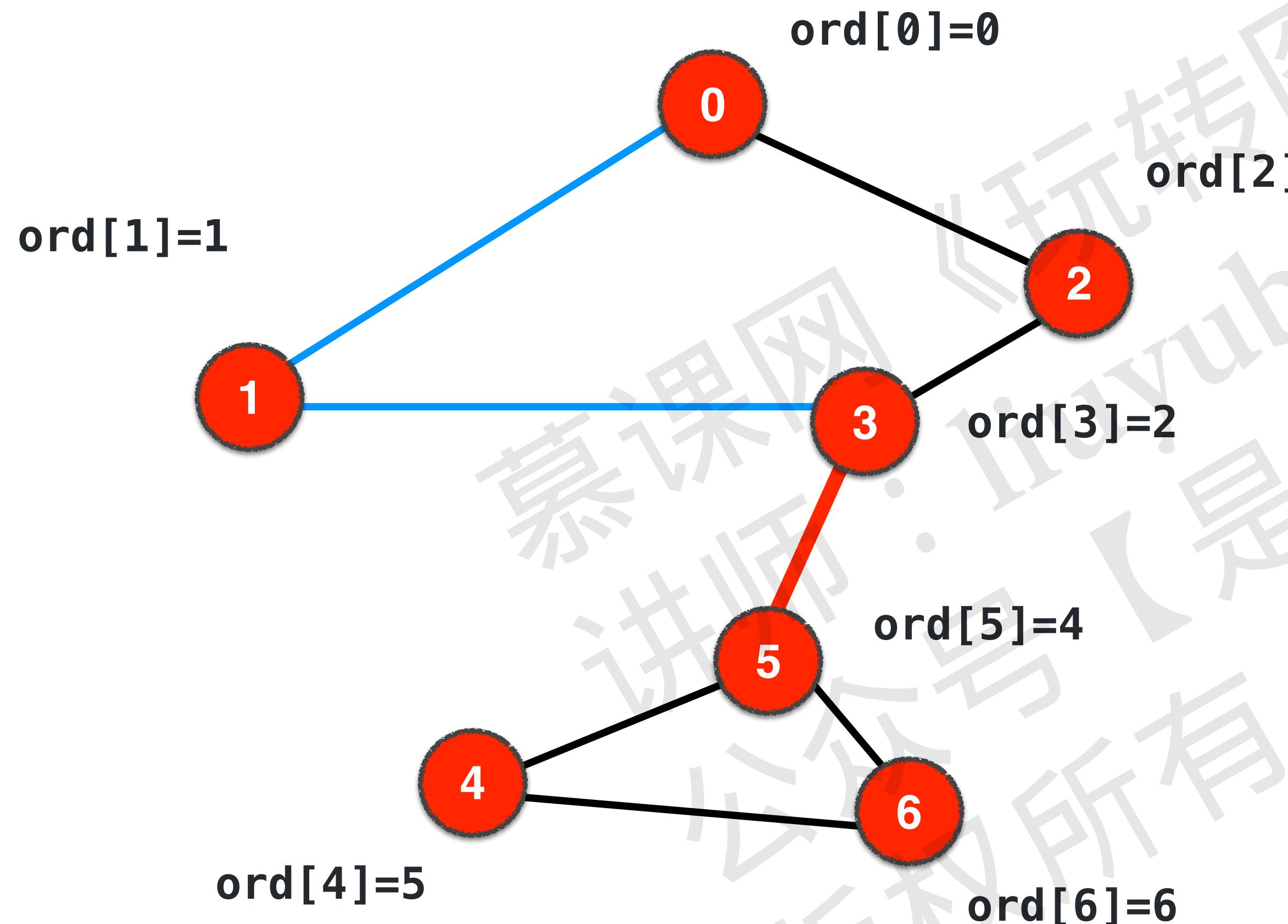
如何判断 $v-w$ 是不是桥？

看通过 w , 能否从另外一条路回到 v
或者 v 之前的顶点

对于每一个顶点，记录 DFS 的顺序

$\text{ord}[v]$ 表示顶点 v 在 DFS 的访问顺序

寻找桥的算法



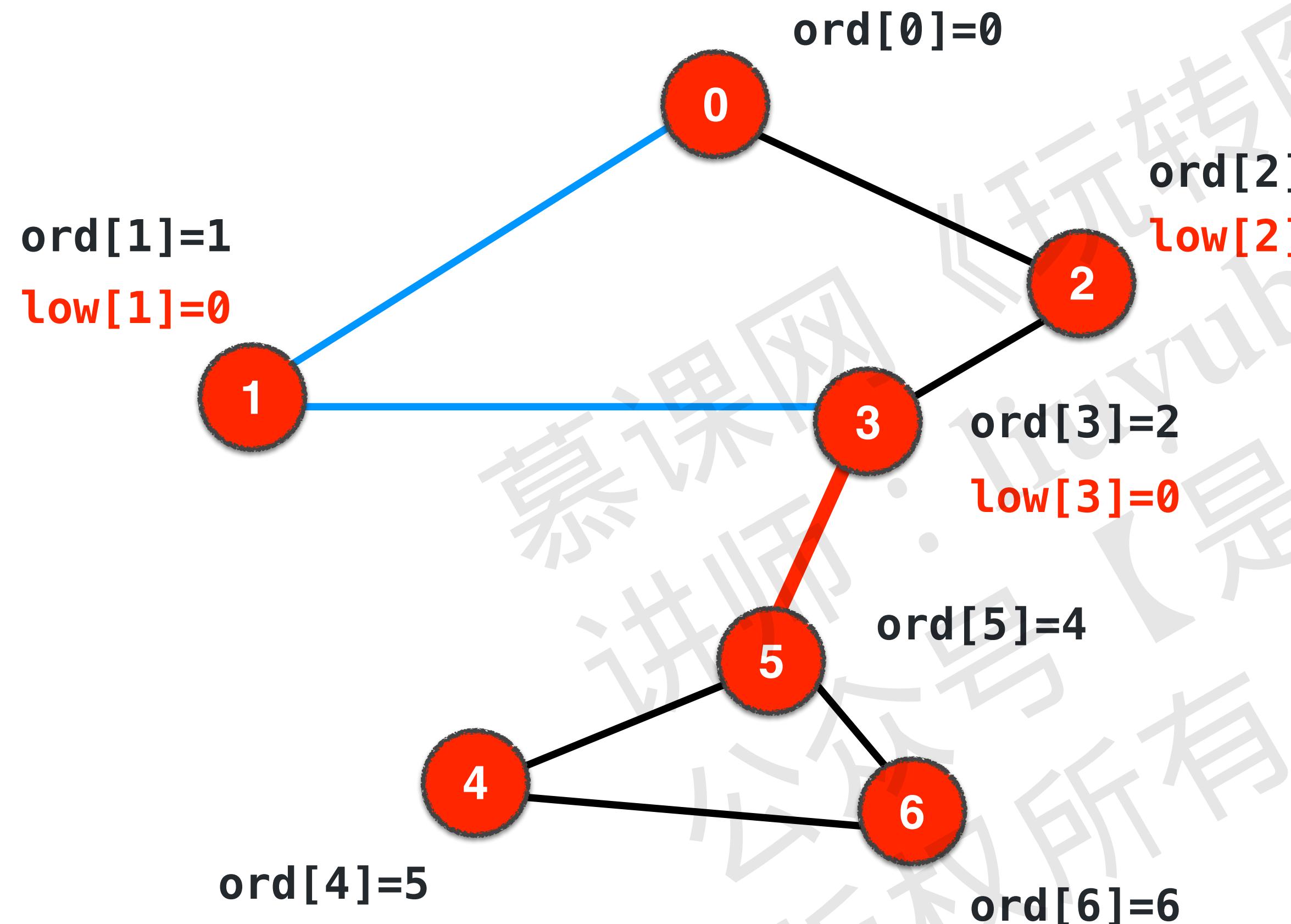
如何判断 $v-w$ 是不是桥？

看通过 w , 能否从另外一条路回到 v
或者 v 之前的顶点

对于每一个顶点，记录 DFS 的顺序

$ord[v]$ 表示顶点 v 在 DFS 的访问顺序

寻找桥的算法



如何判断 $v-w$ 是不是桥？

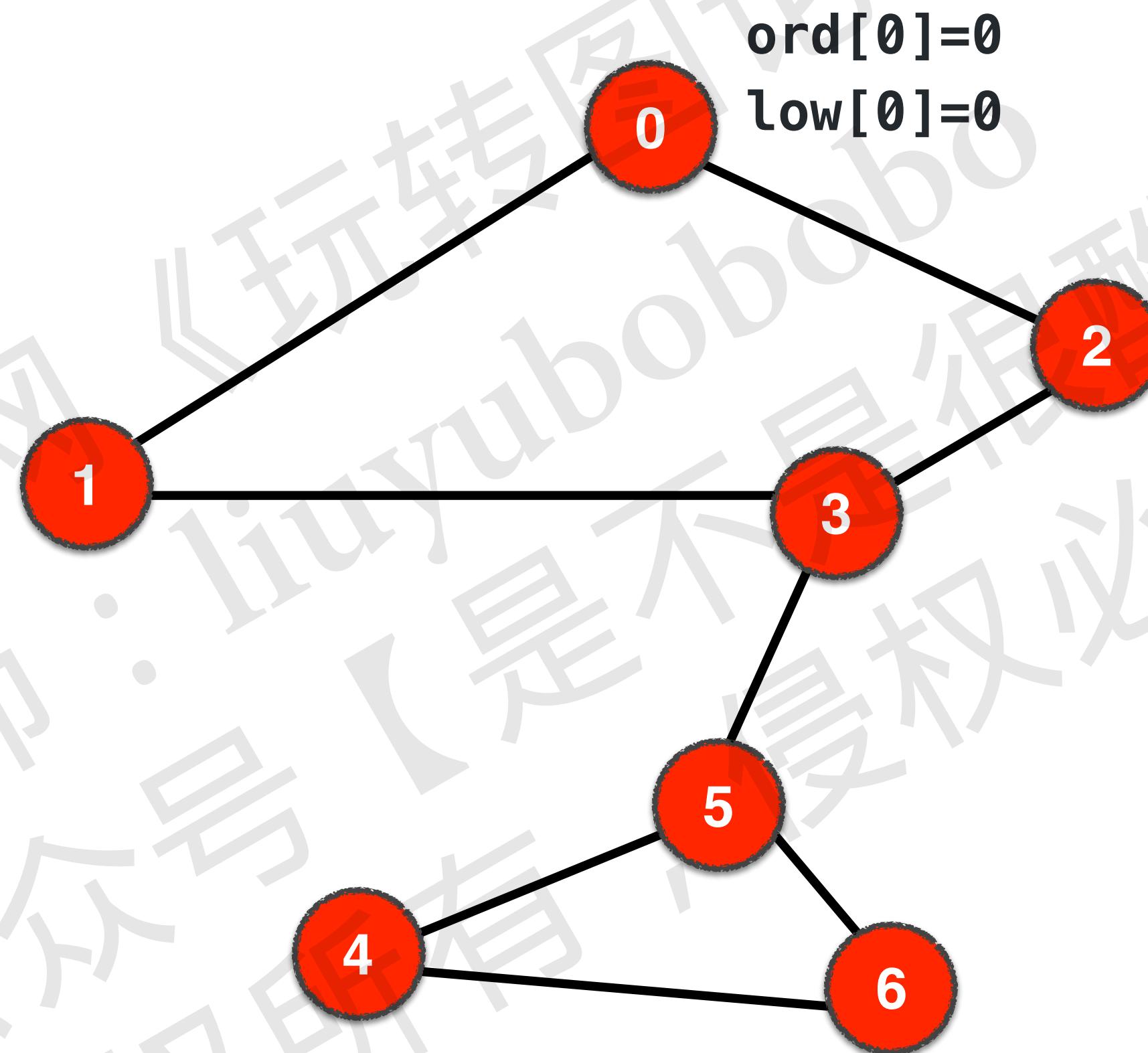
看通过 w , 能否从另外一条路回到 v
或者 v 之前的顶点

对于每一个顶点，记录能到达的最小 ord
 $\text{low}[v]$ 表示 DFS 过程中，
顶点 v 能到达的最小 ord 值

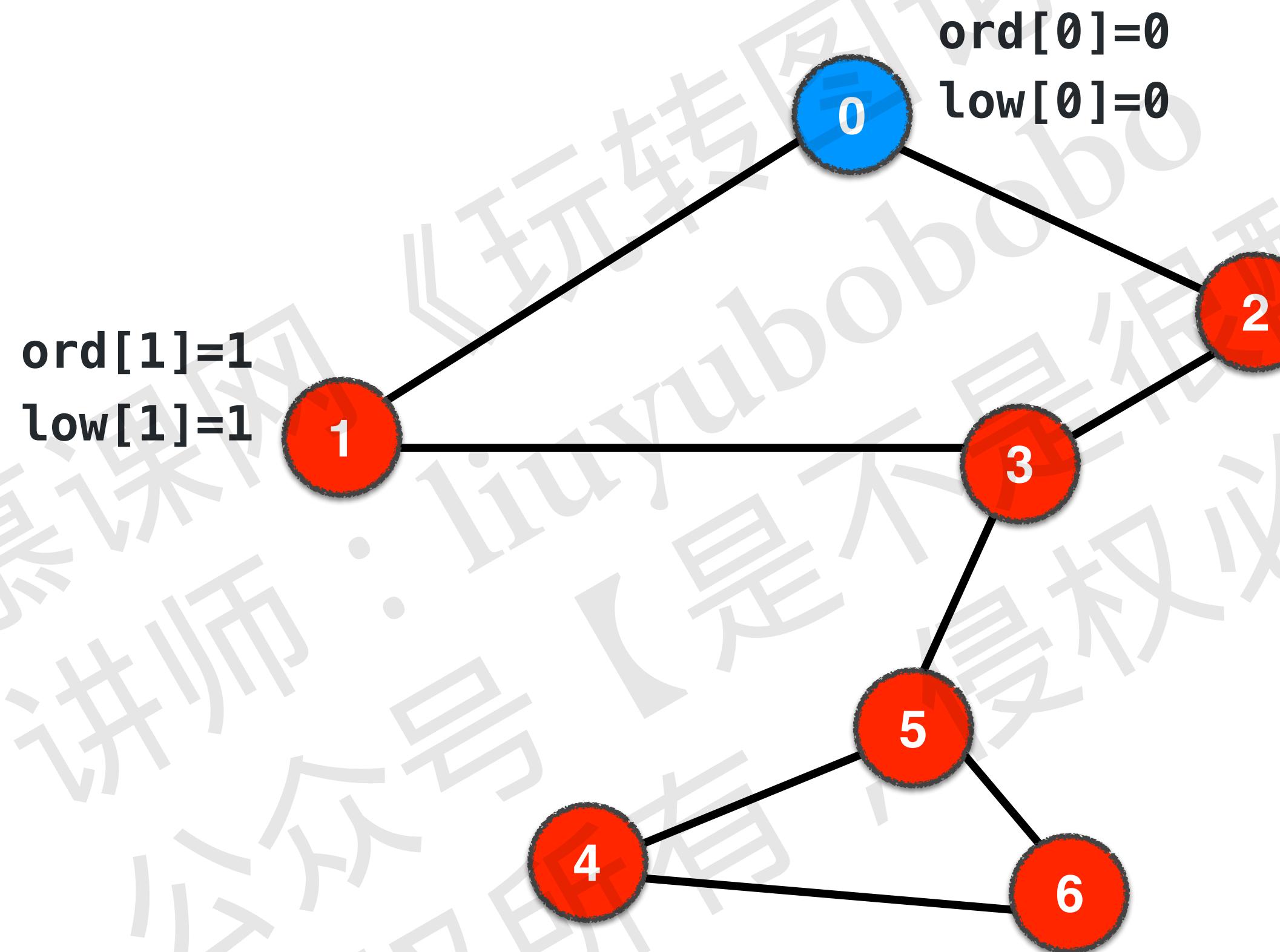
详细模拟寻找桥的算法

liuyubobobo

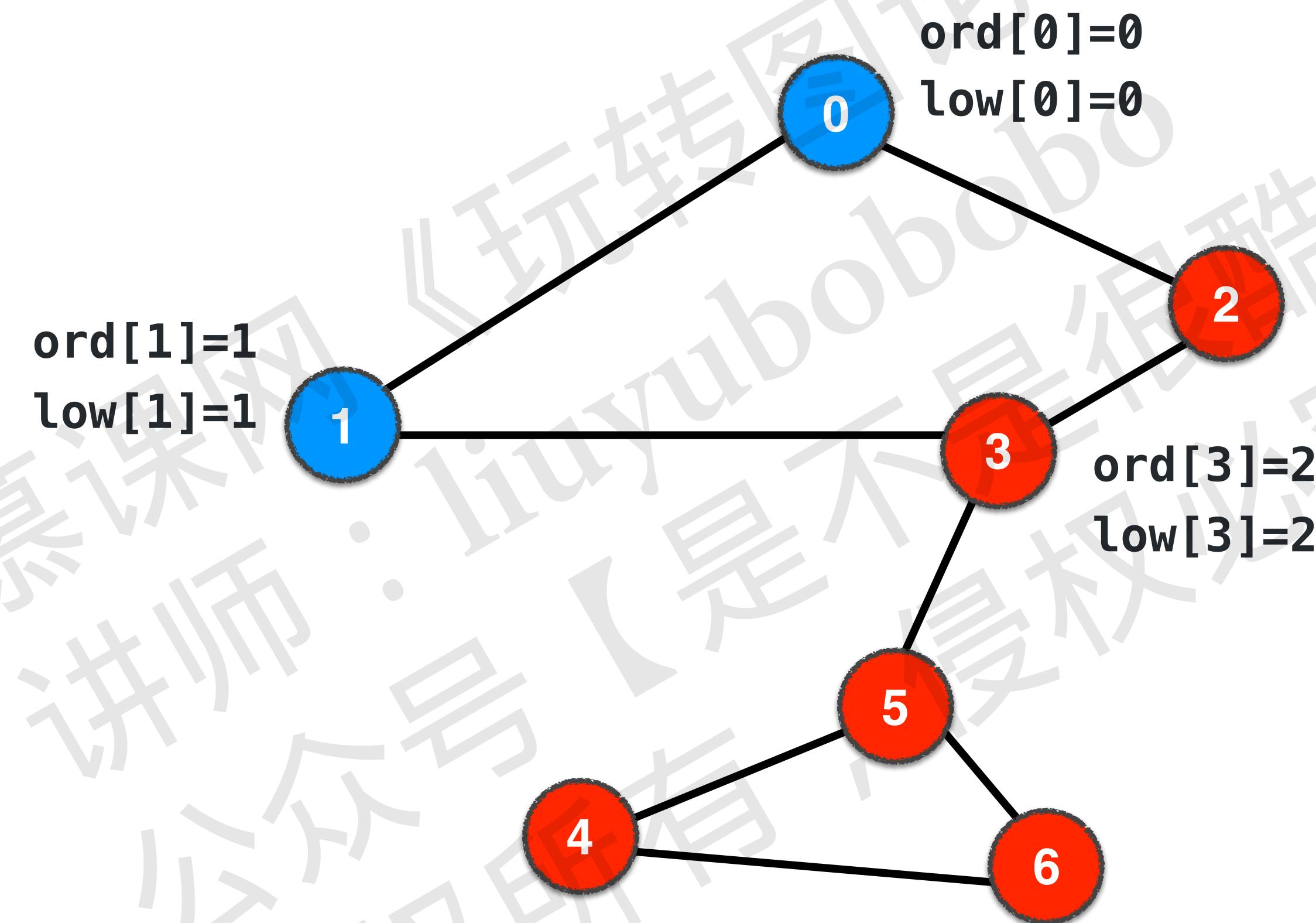
寻找桥的算法



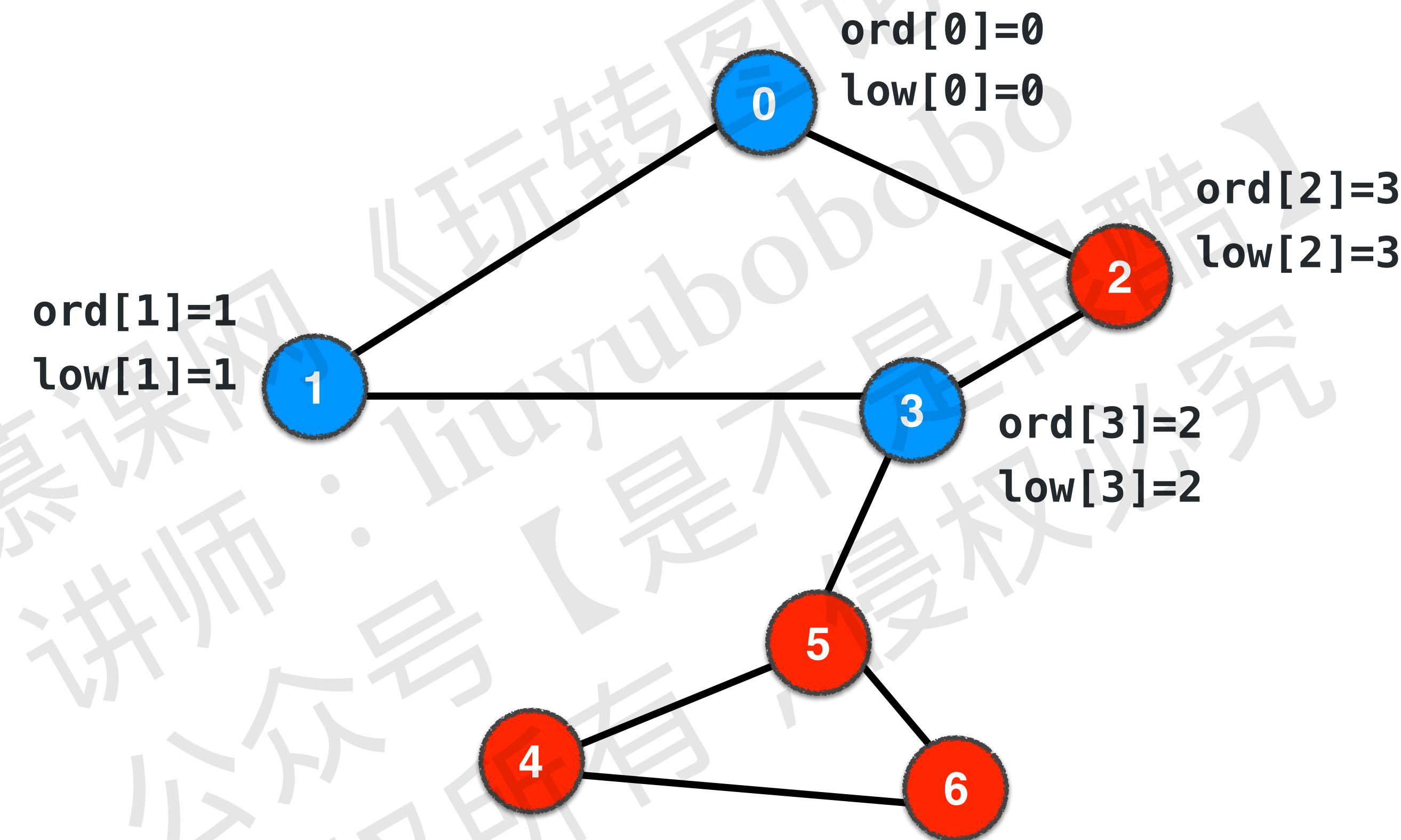
寻找桥的算法



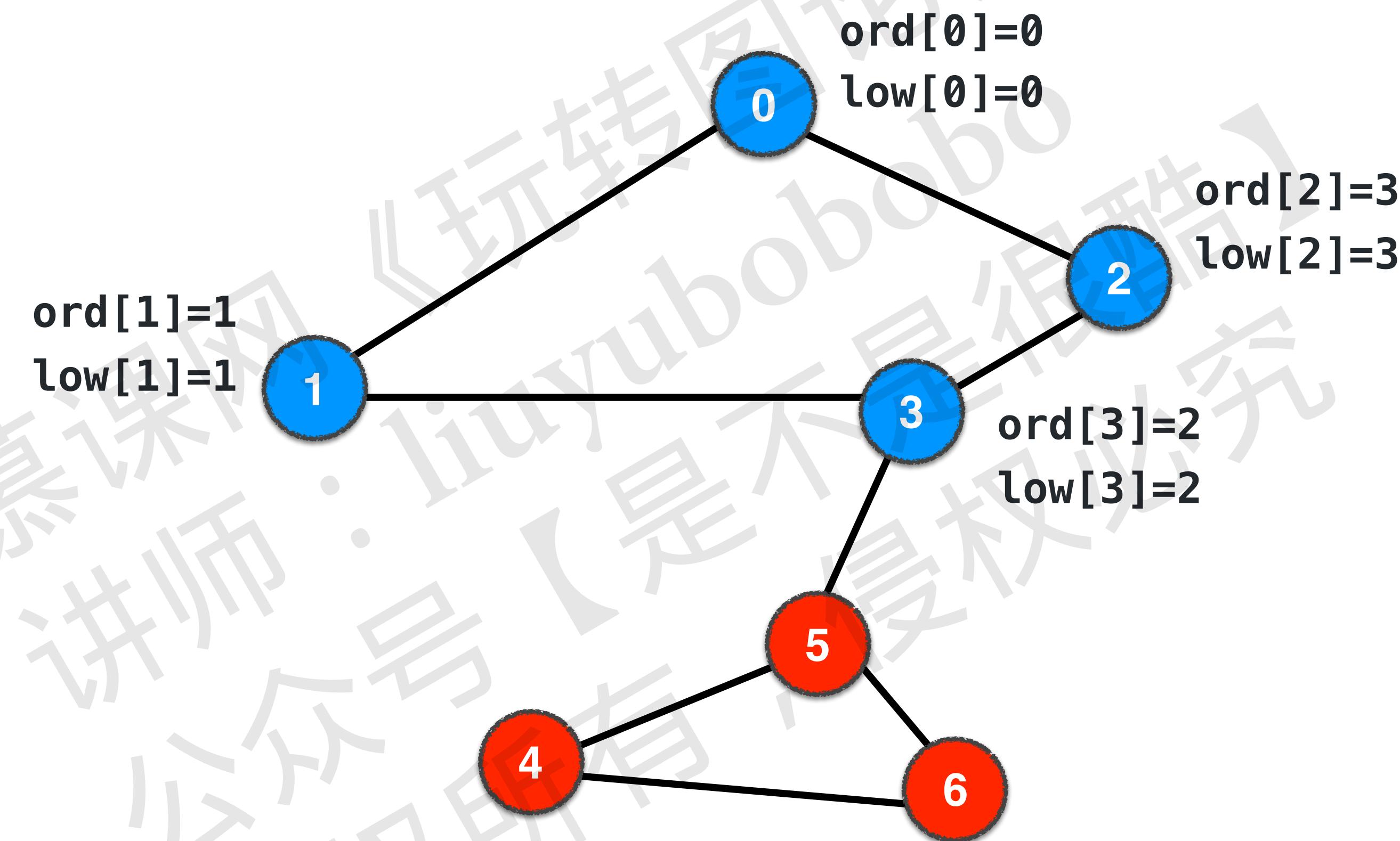
寻找桥的算法



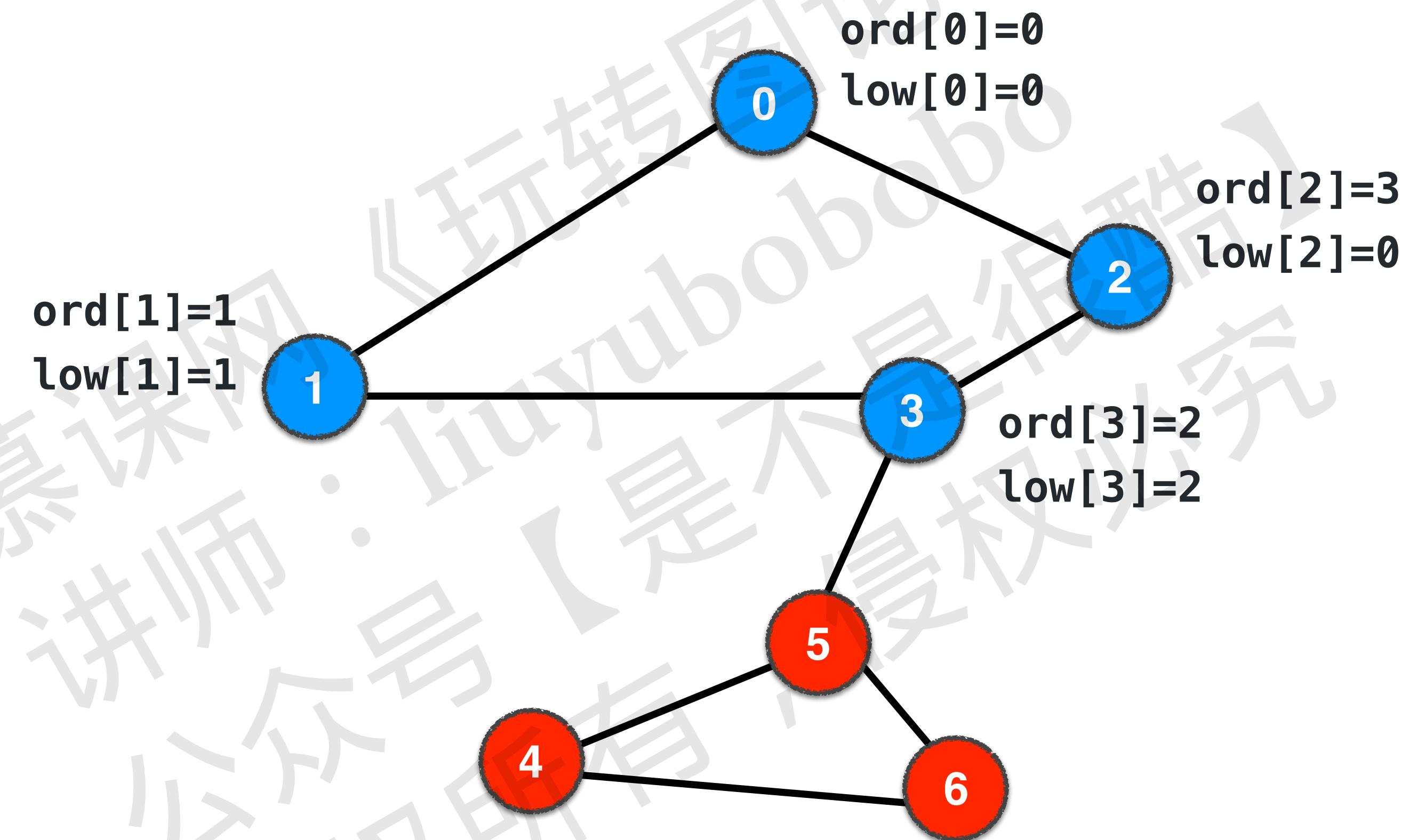
寻找桥的算法



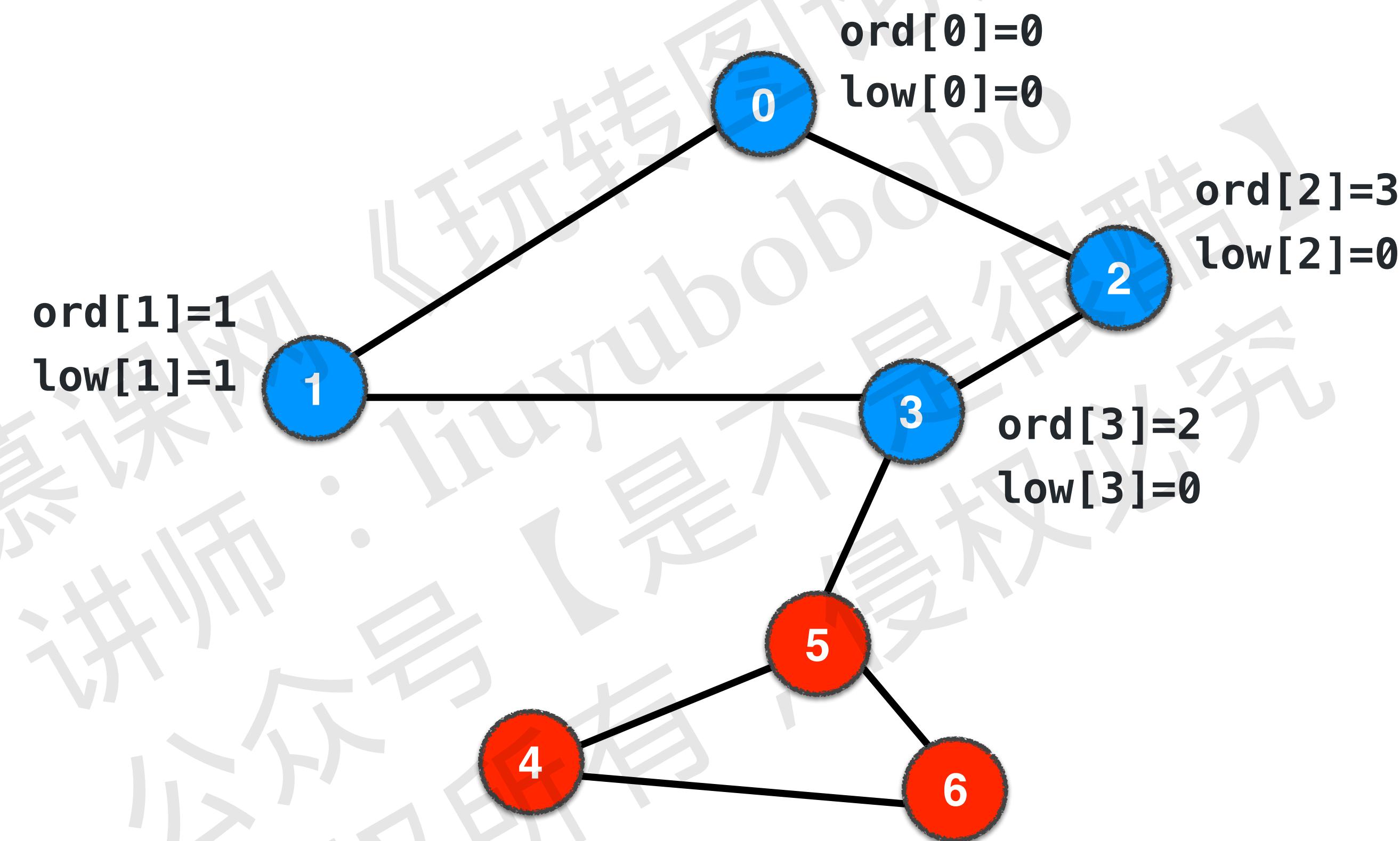
寻找桥的算法



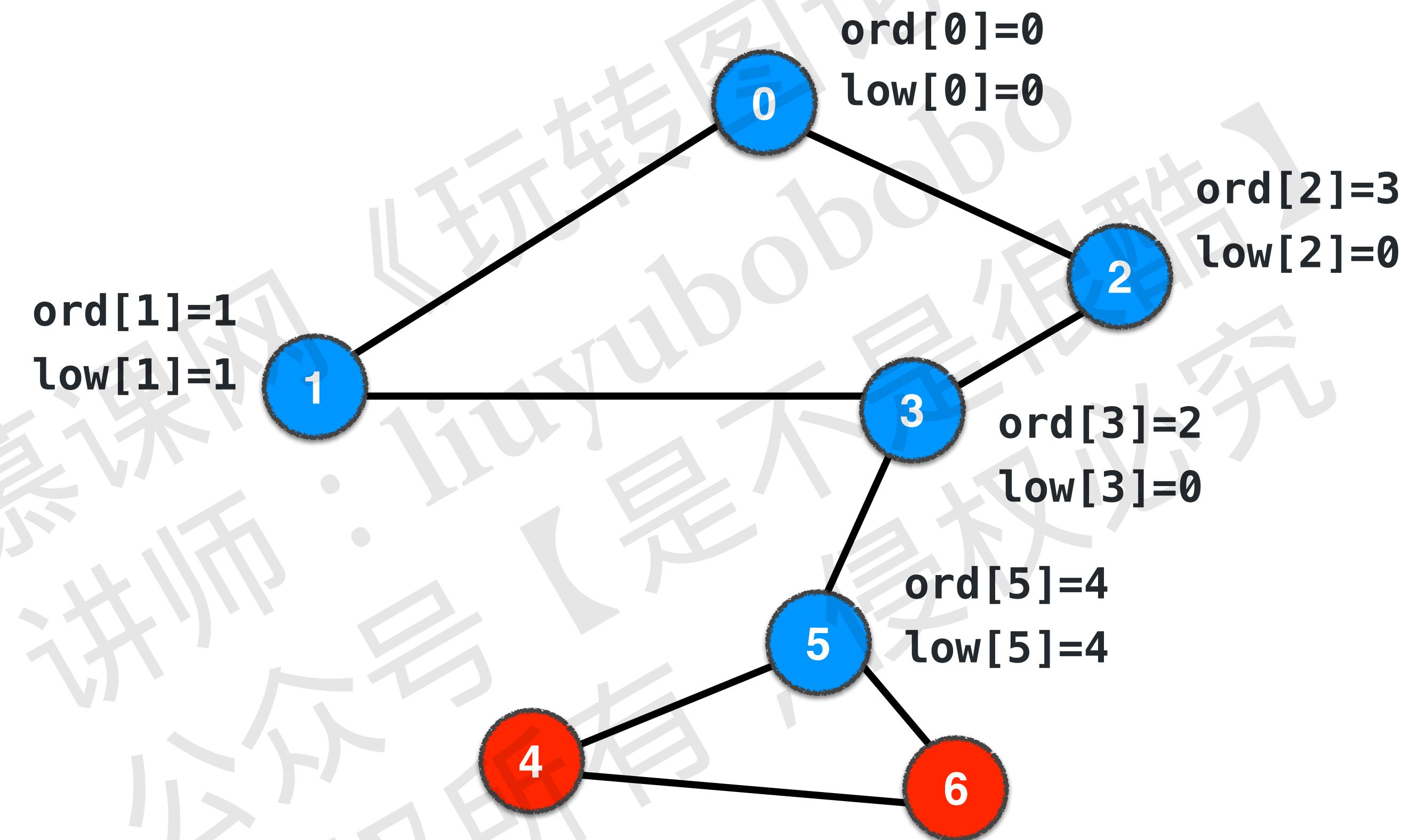
寻找桥的算法



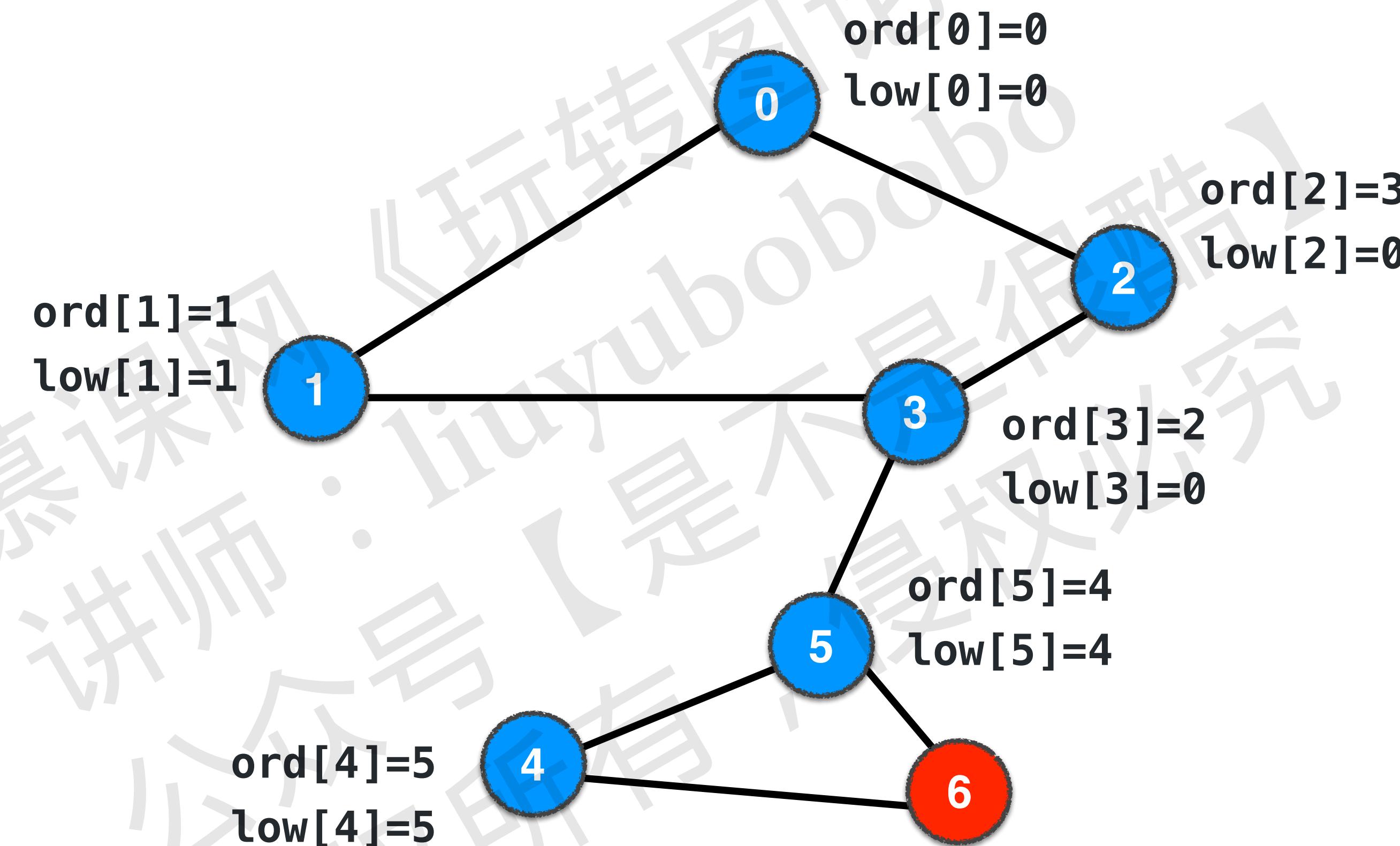
寻找桥的算法



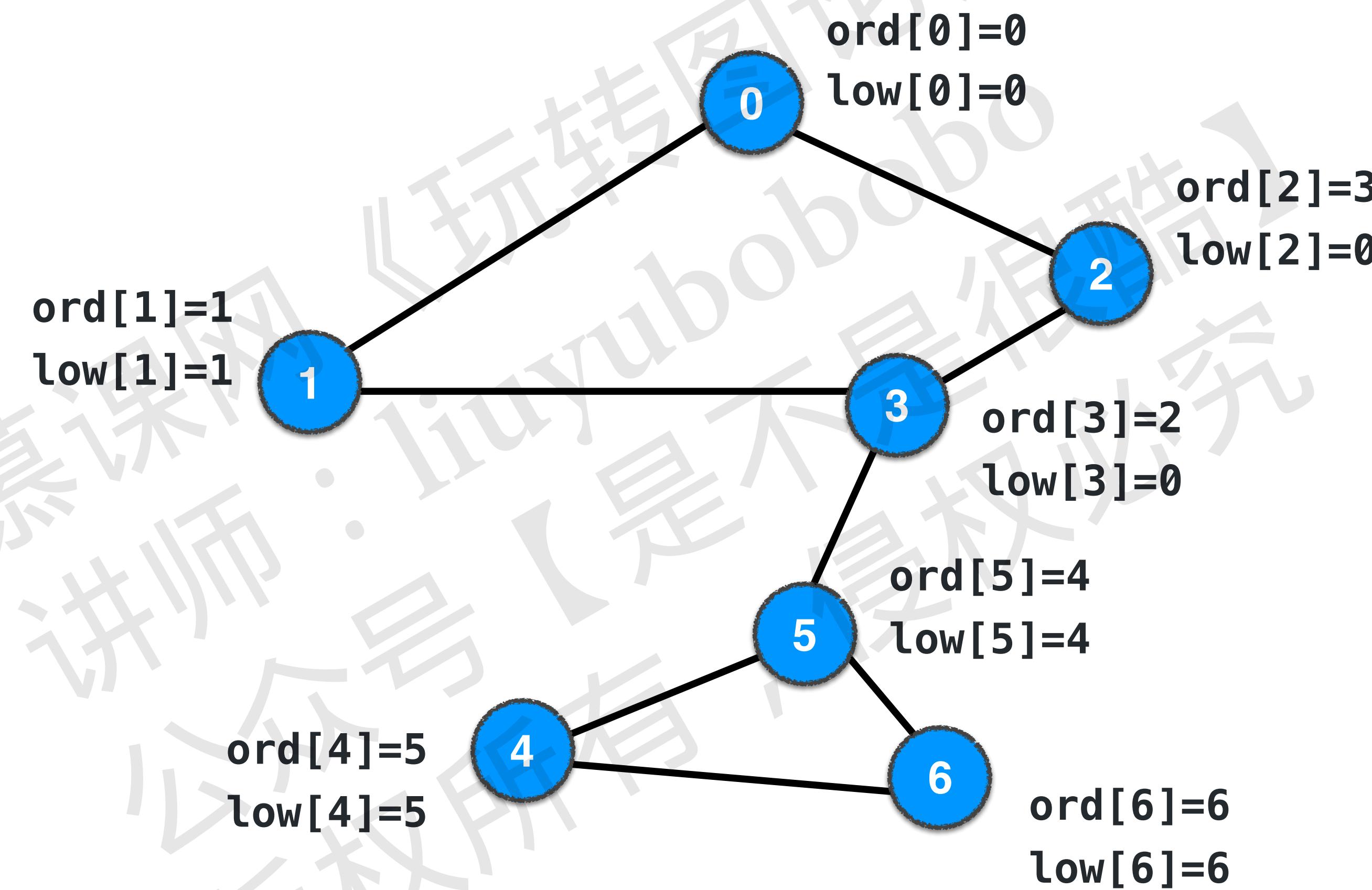
寻找桥的算法



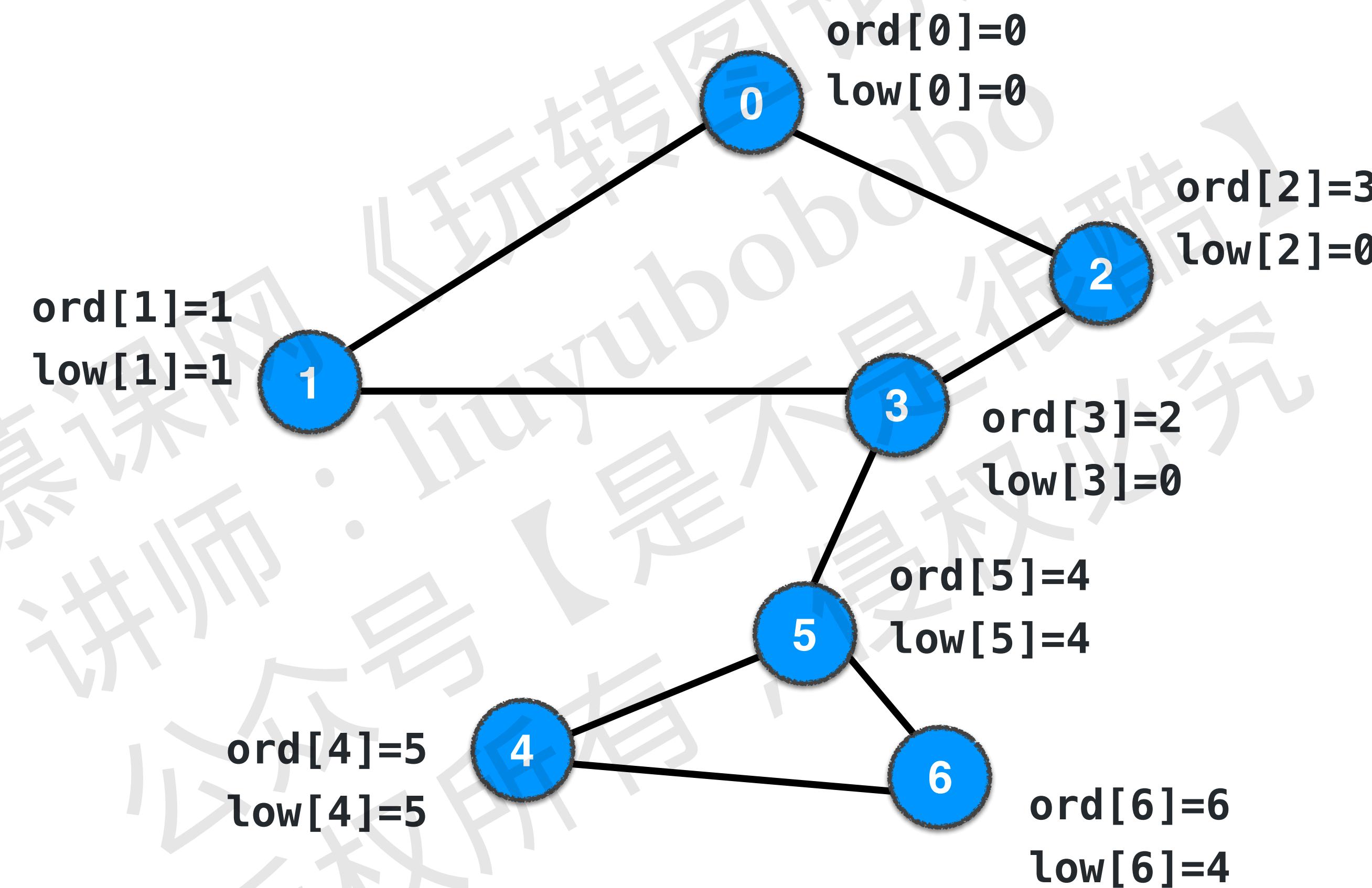
寻找桥的算法



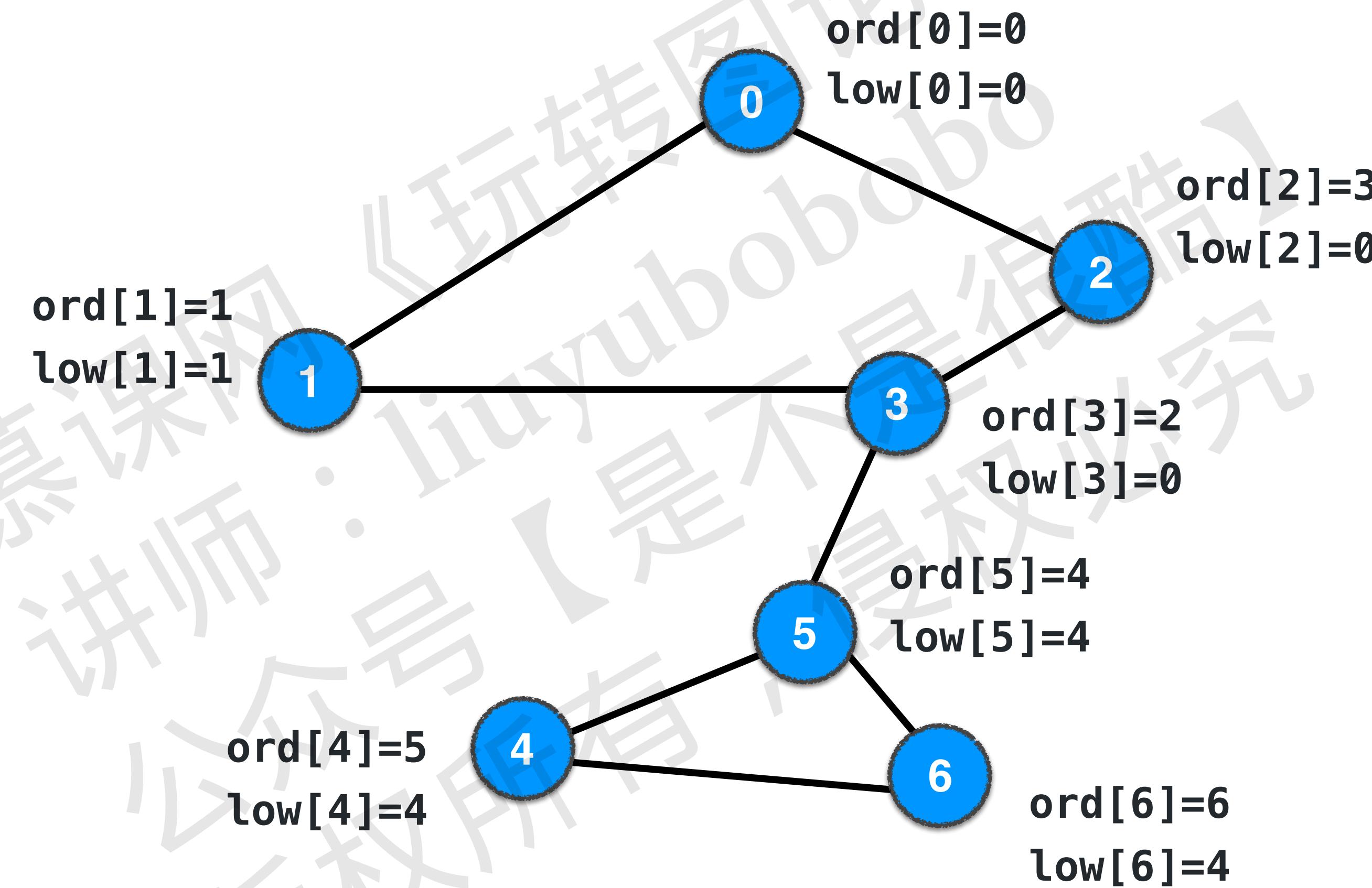
寻找桥的算法



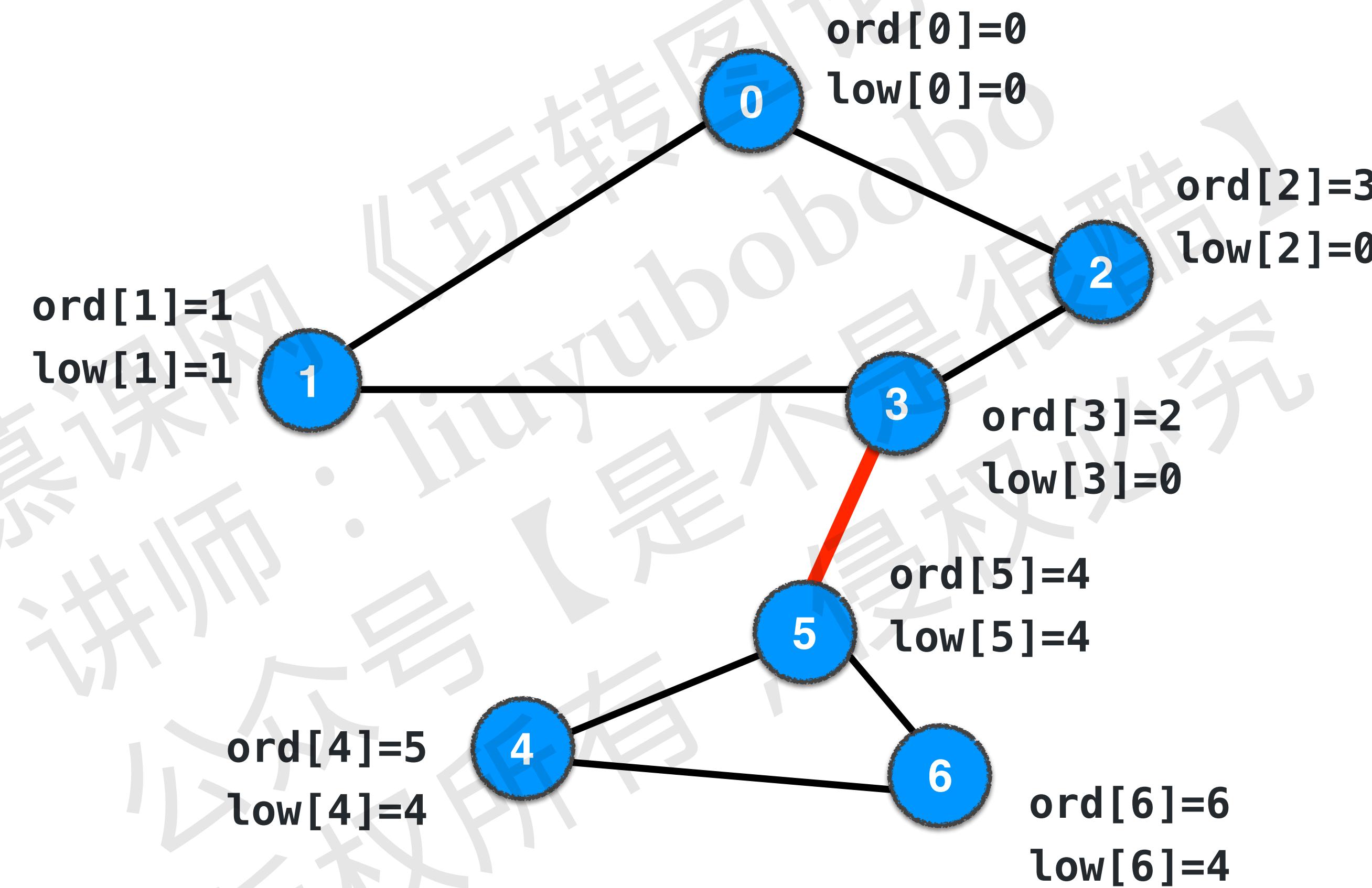
寻找桥的算法



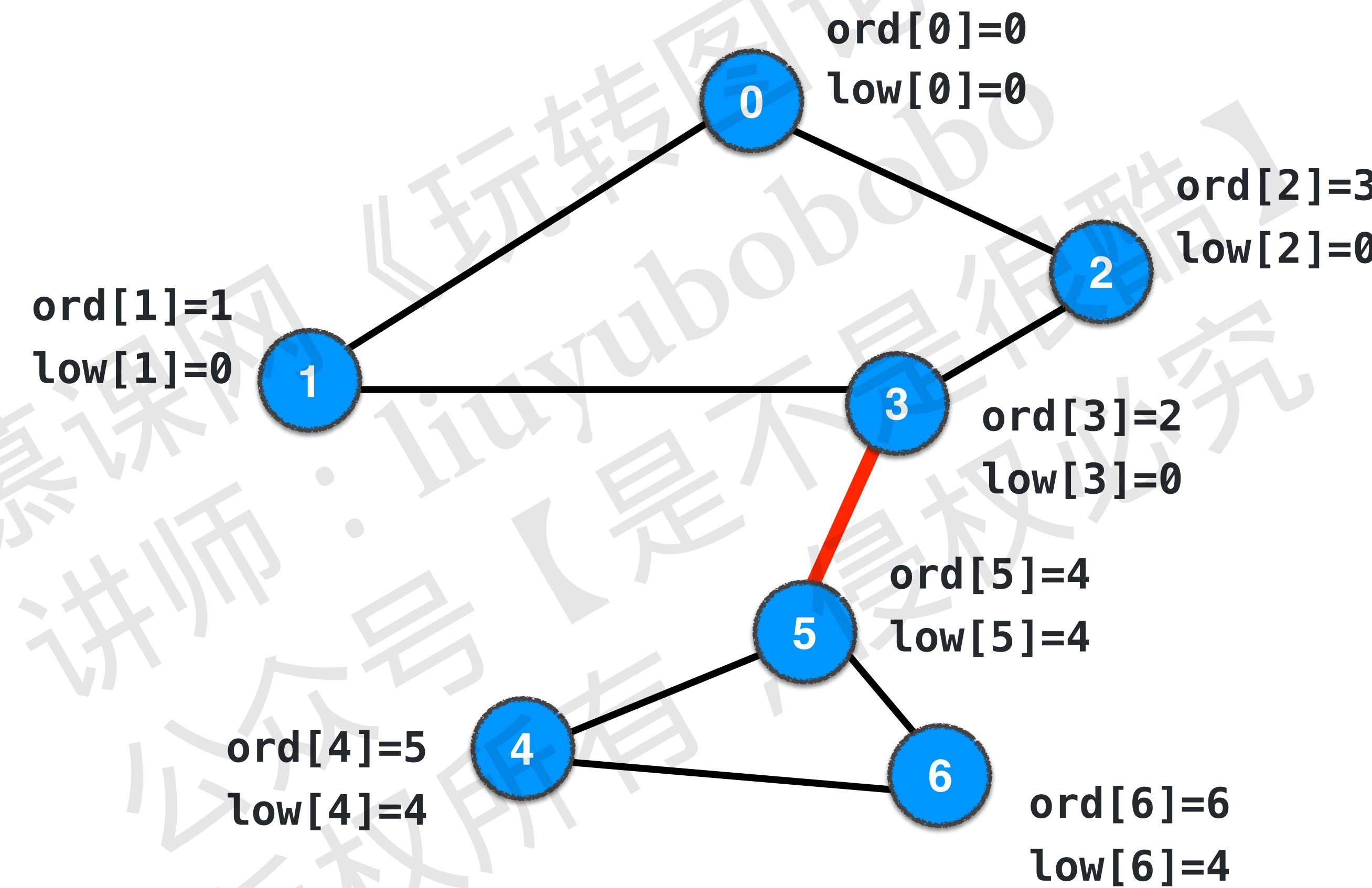
寻找桥的算法



寻找桥的算法



寻找桥的算法



寻找桥的算法

自己实现试试看？

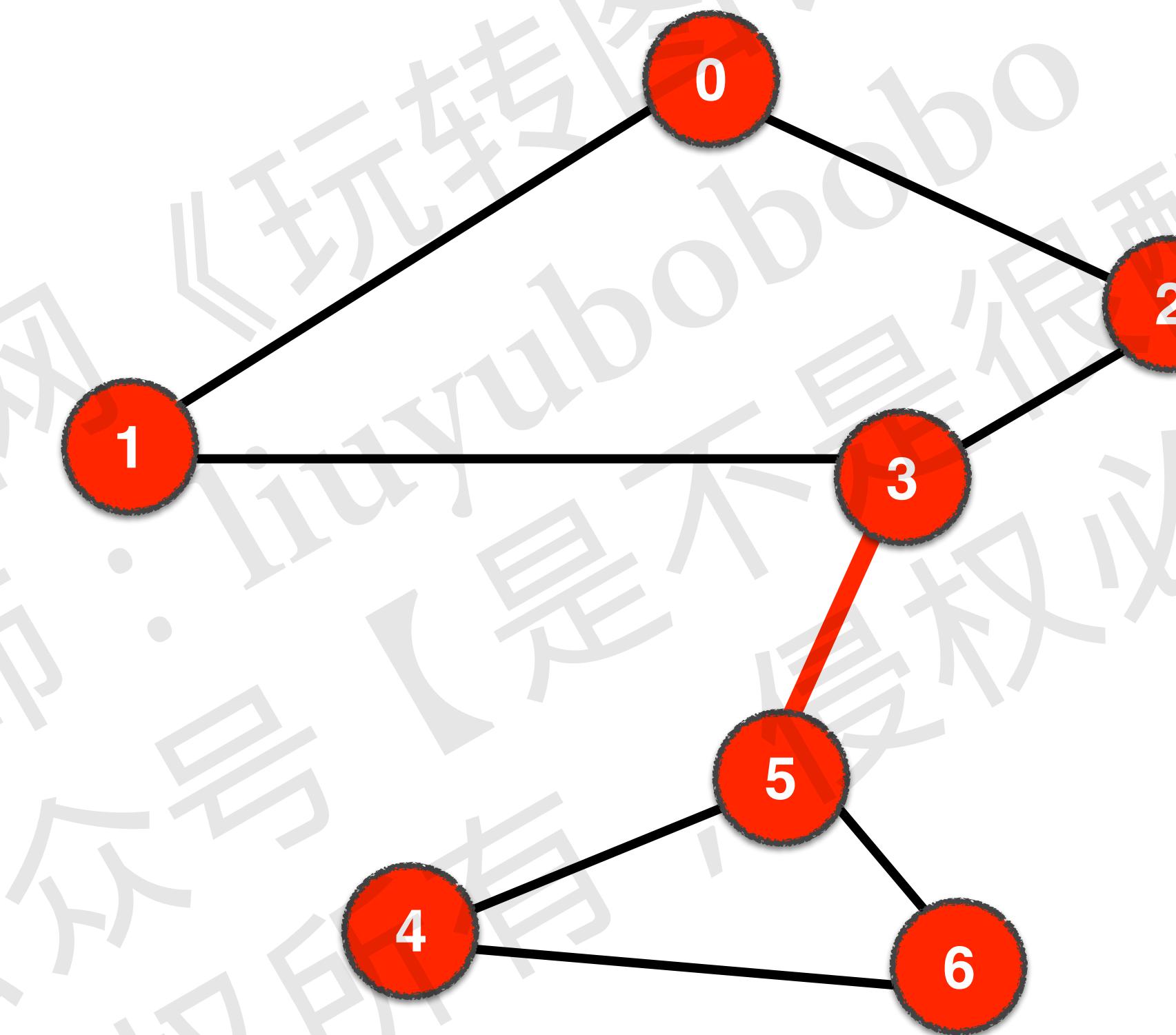
实现寻找桥的算法

liuyubobobo

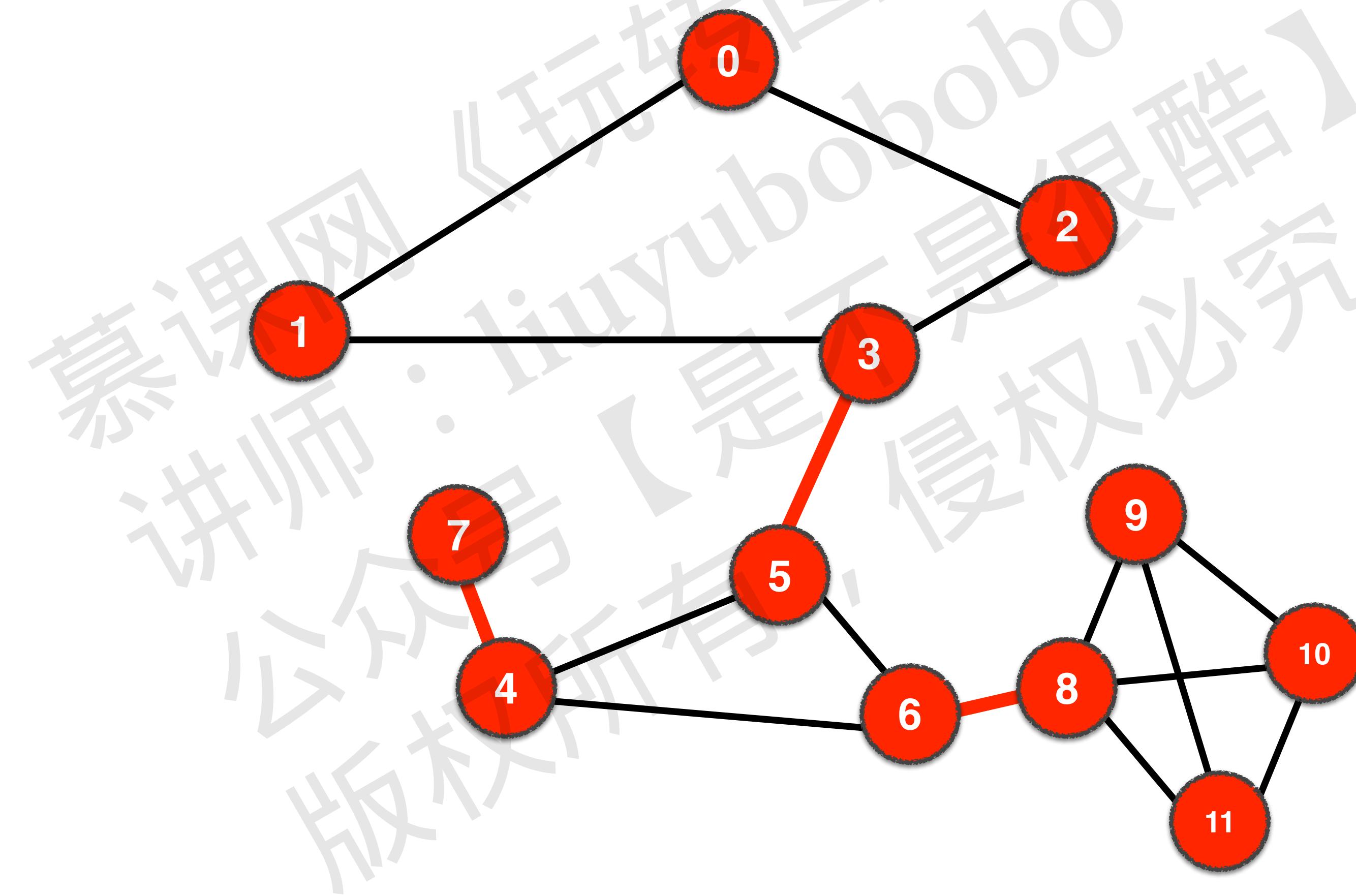
编程实践：实现寻找桥的算法

慕课网 · liuyibobobo · 《玩转图论算法》

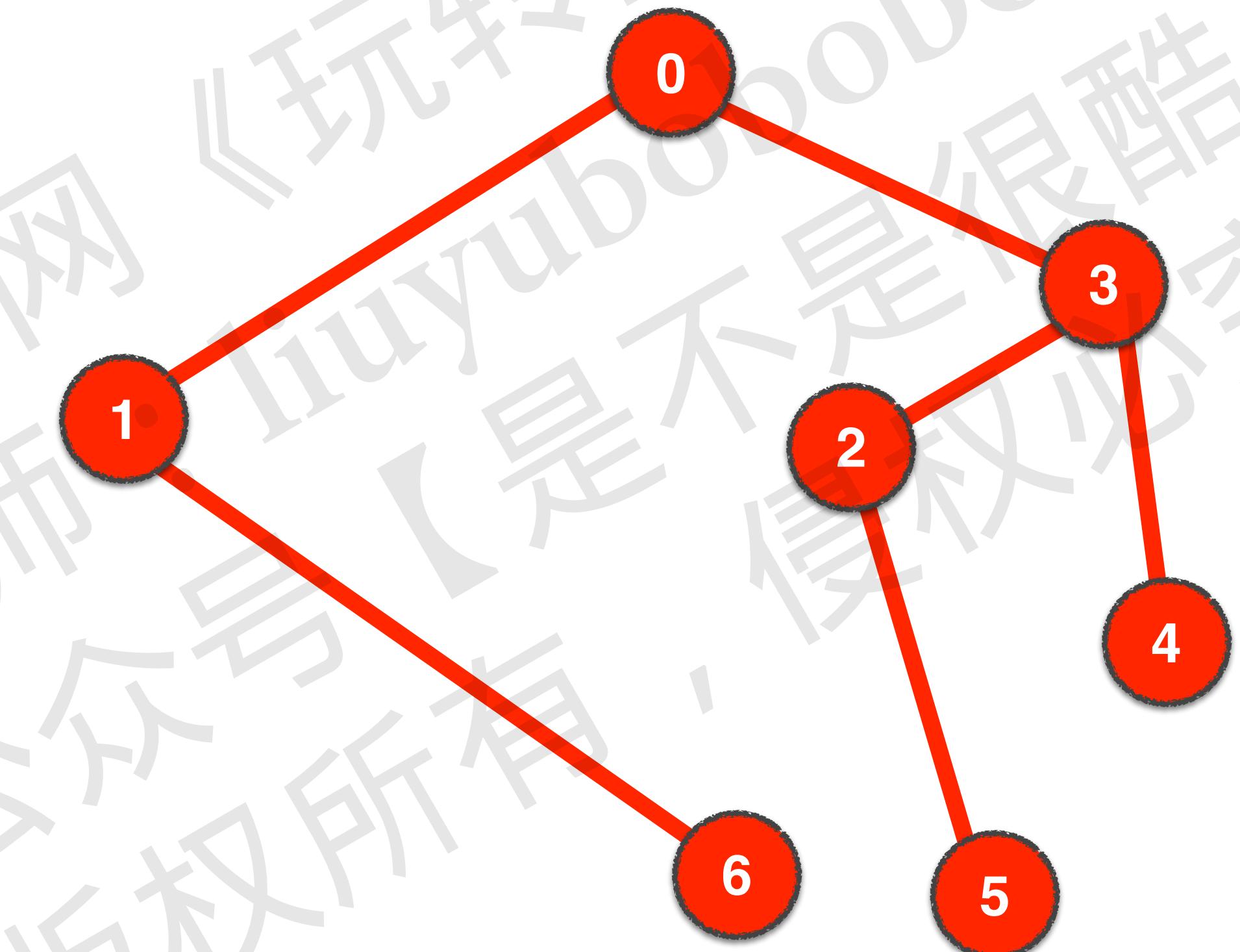
实现寻找桥的算法



实现寻找桥的算法



实现寻找桥的算法



慕课网《玩转图论》
讲师：胡波
公众账号：不是胡波
版权所有，侵权必究

BFS 遍历树和 DFS 遍历树

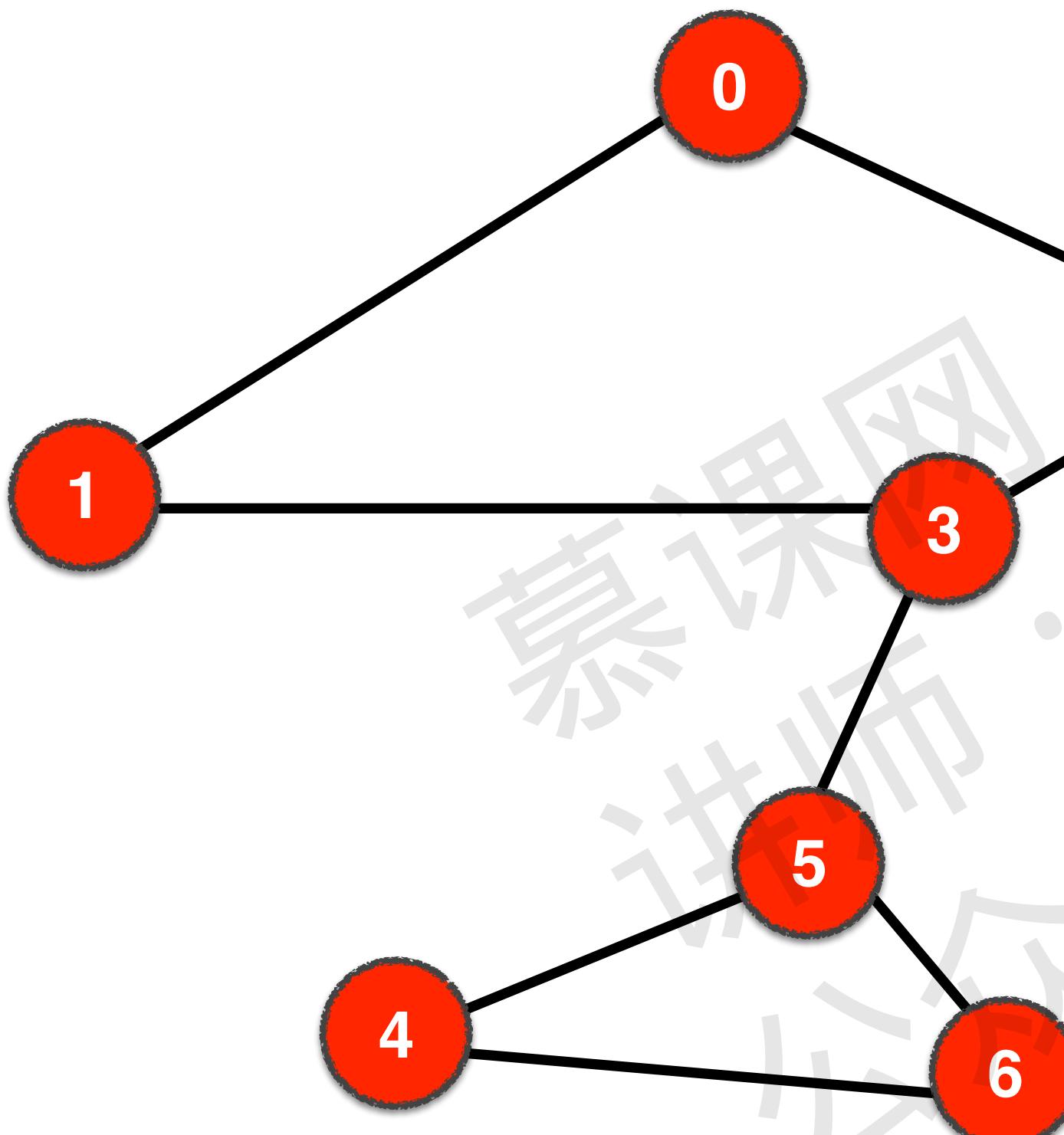
liuyubobobo

BFS 遍历树和 DFS 遍历树

寻找桥的算法能否使用 BFS 完成?

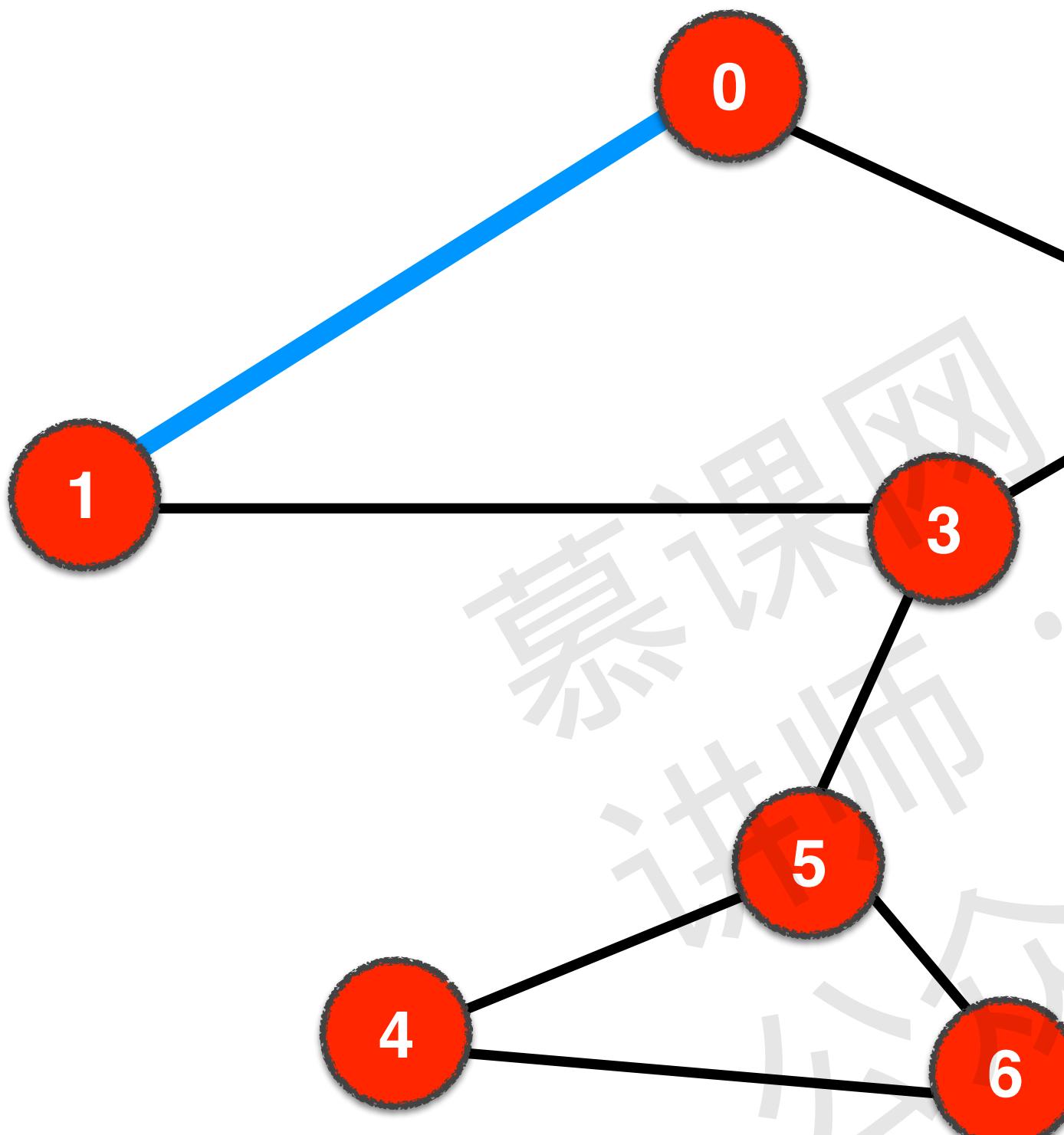
不能。

BFS 遍历树和 DFS 遍历树



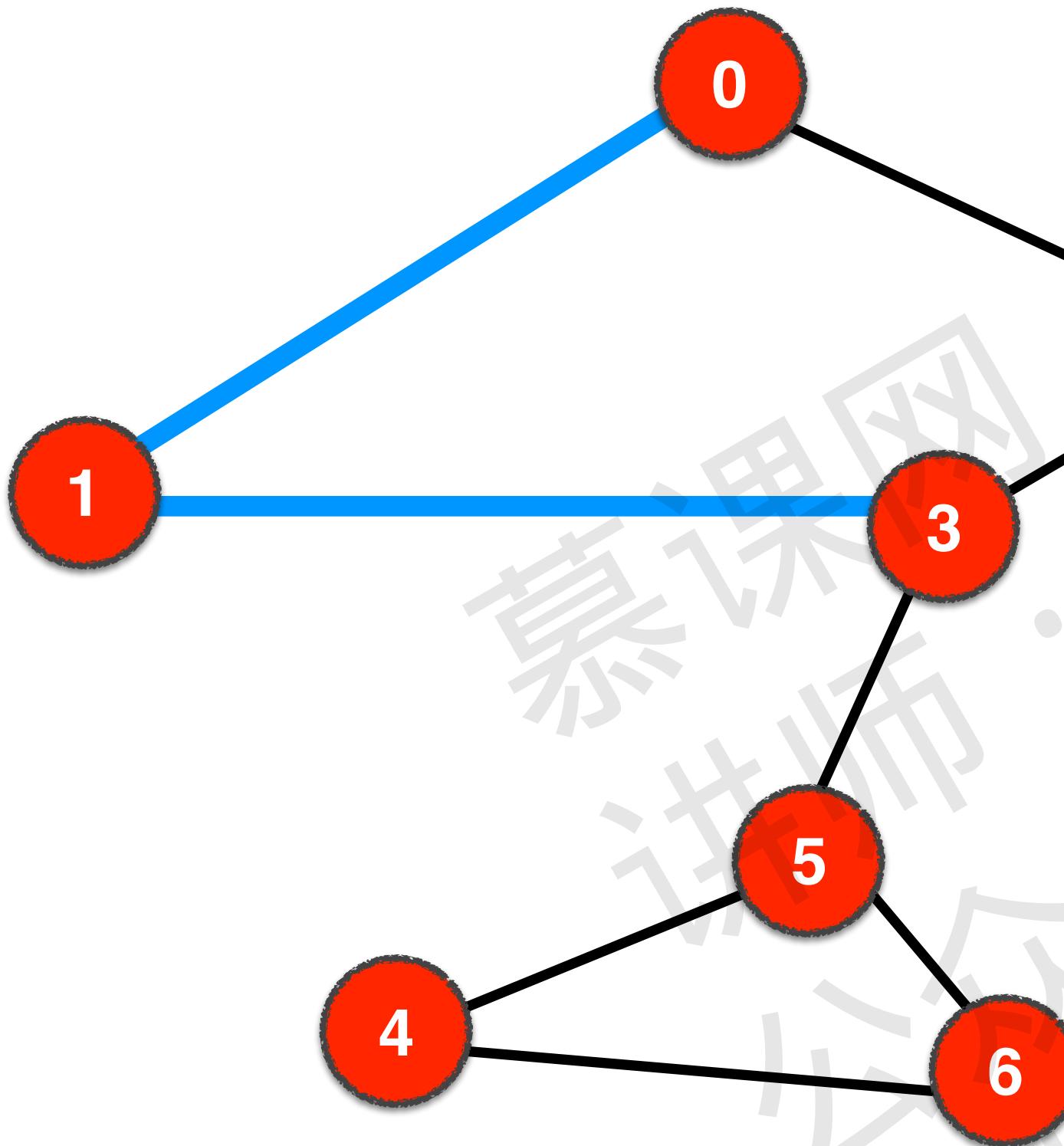
DFS

BFS 遍历树和 DFS 遍历树



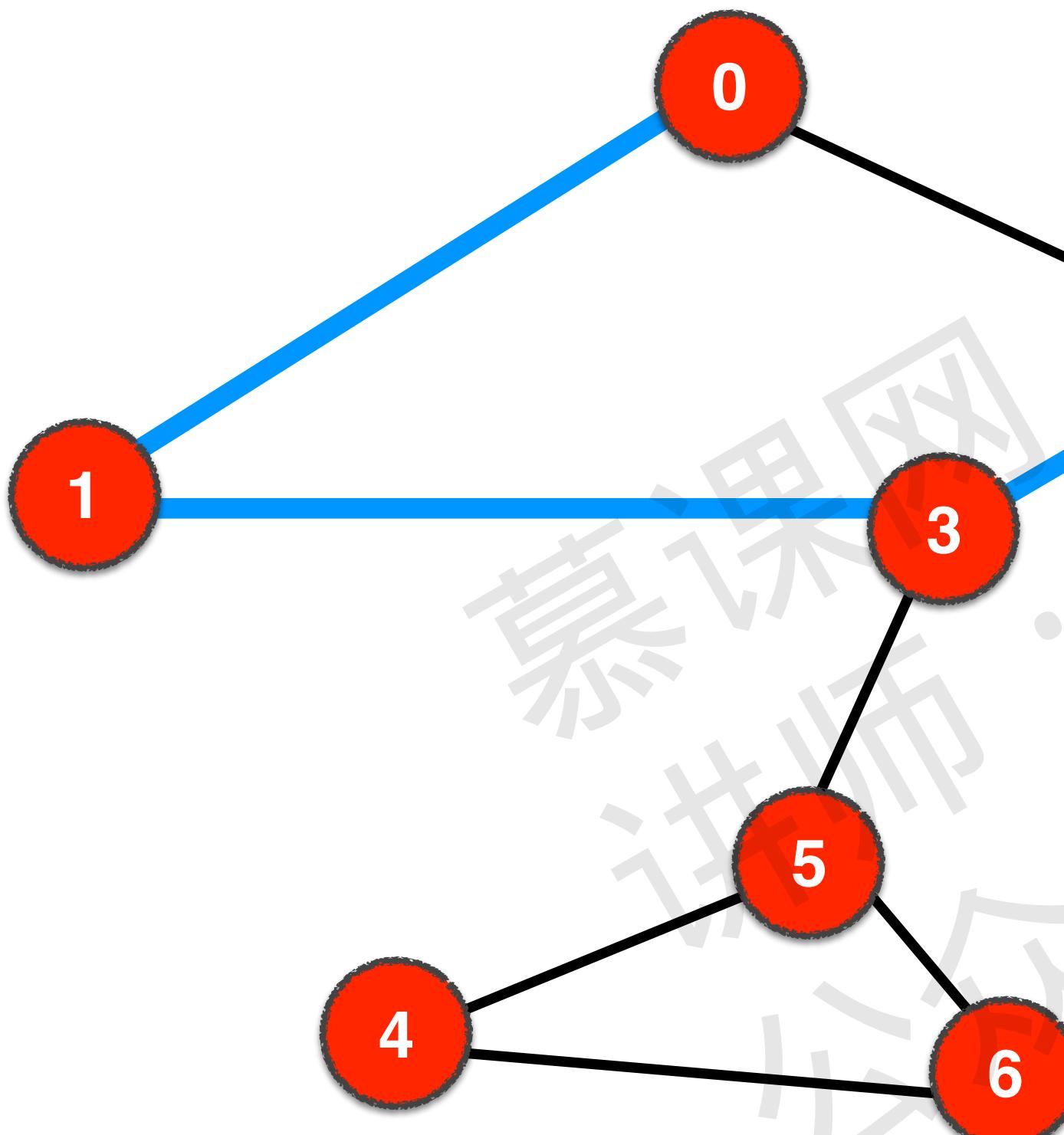
DFS

BFS 遍历树和 DFS 遍历树



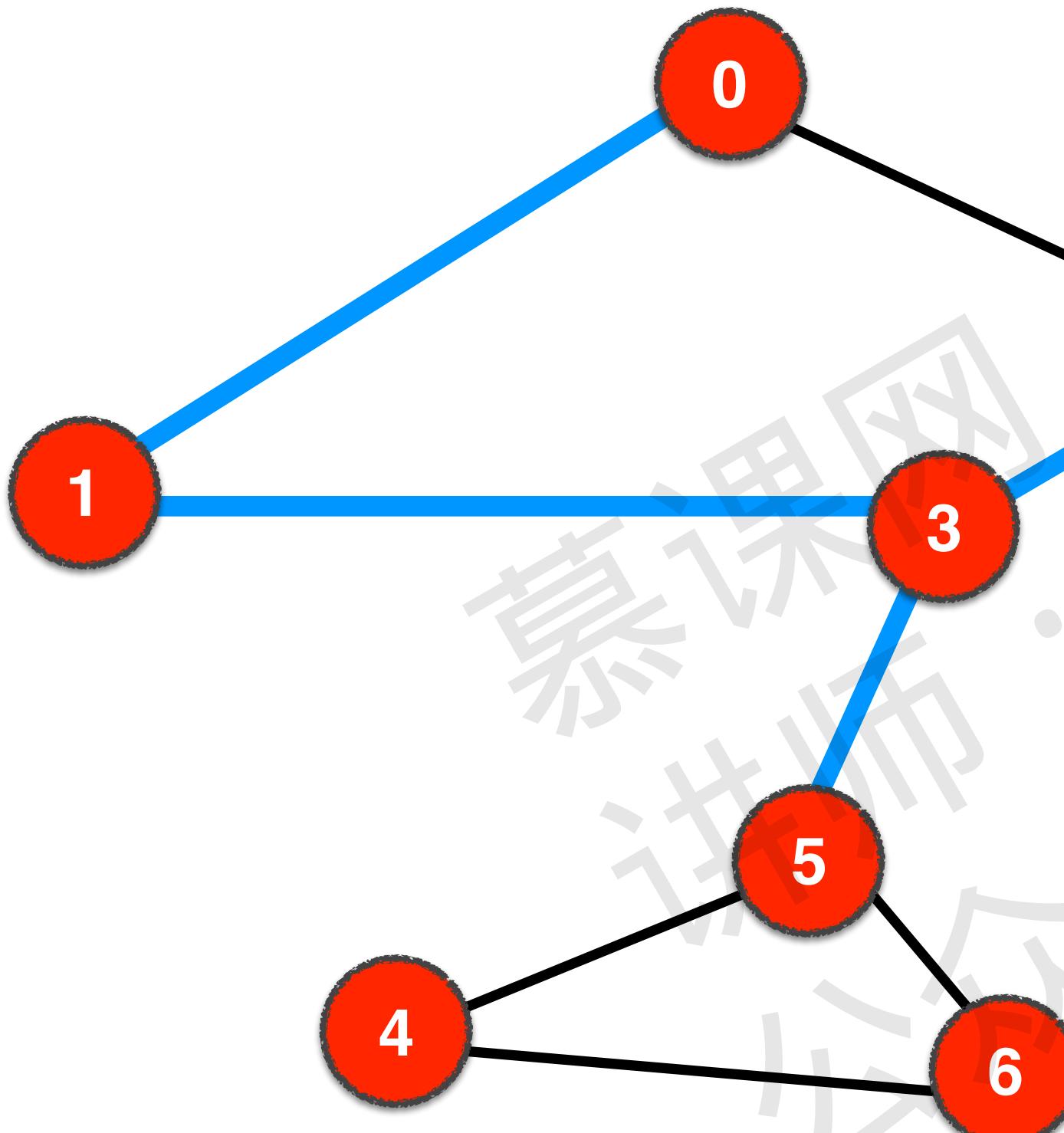
DFS

BFS 遍历树和 DFS 遍历树



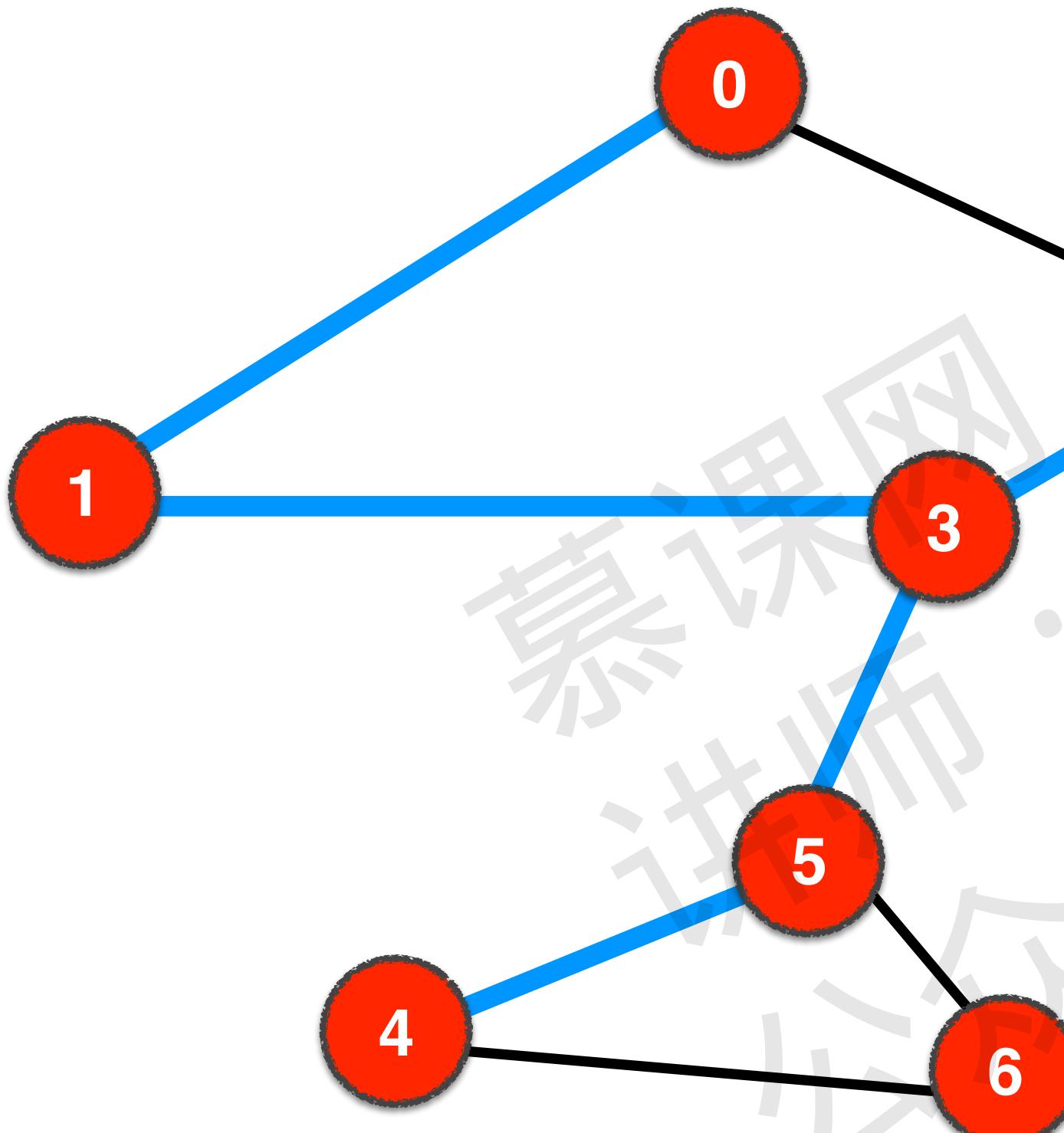
DFS

BFS 遍历树和 DFS 遍历树



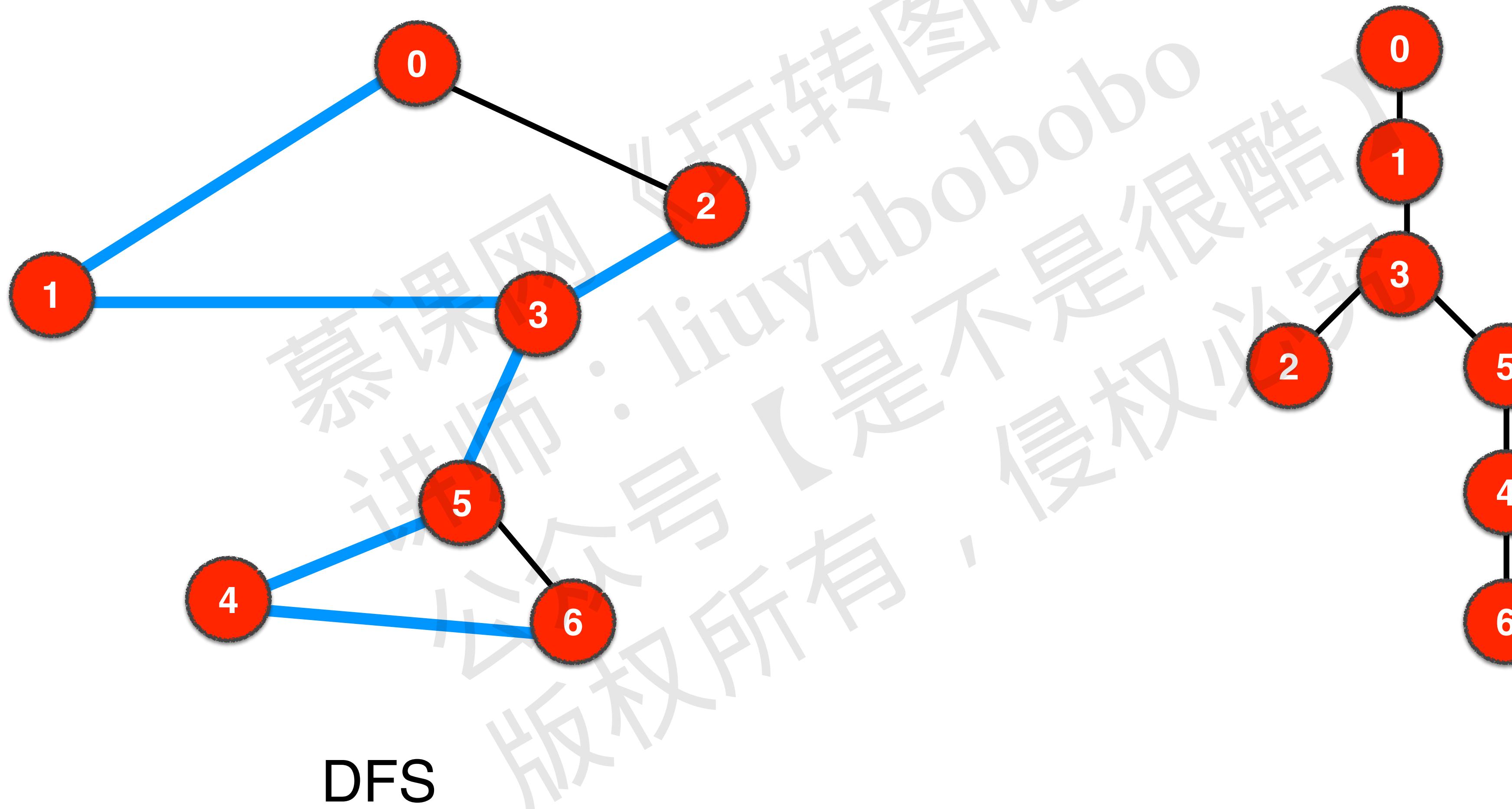
DFS

BFS 遍历树和 DFS 遍历树

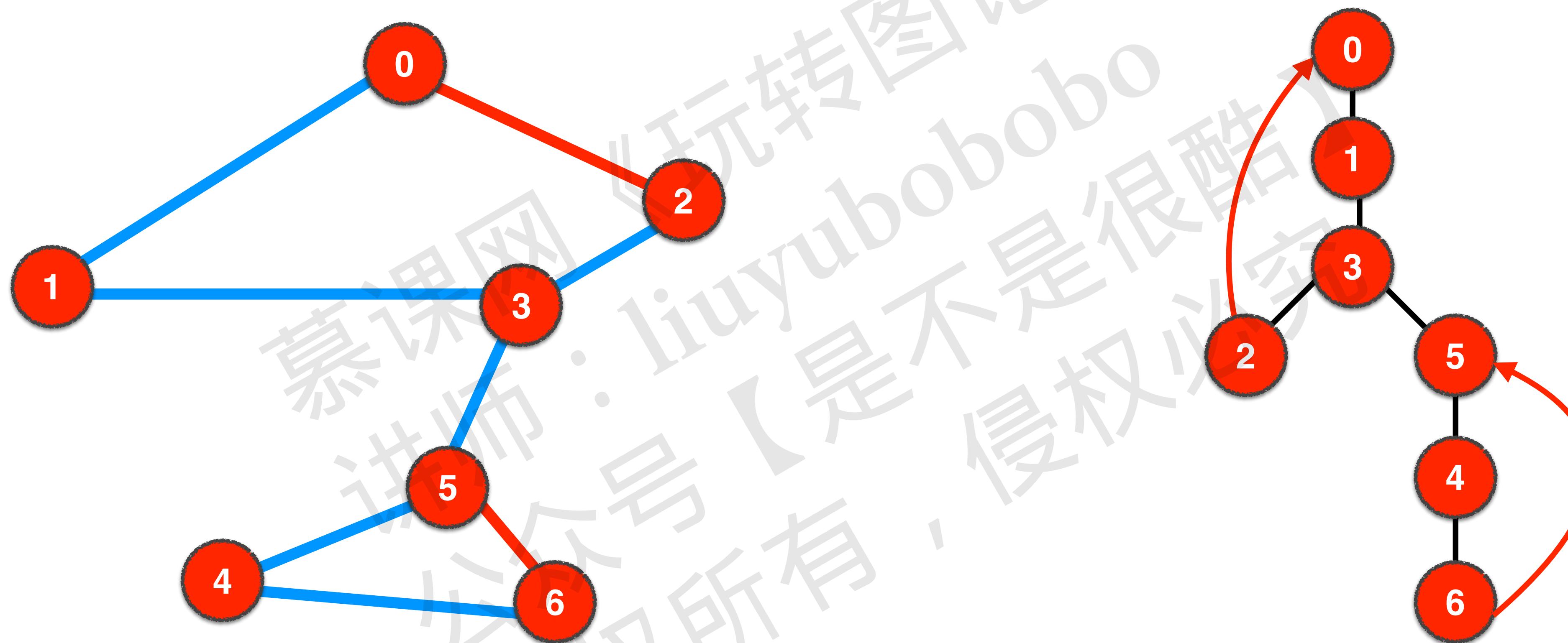


DFS

BFS 遍历树和 DFS 遍历树



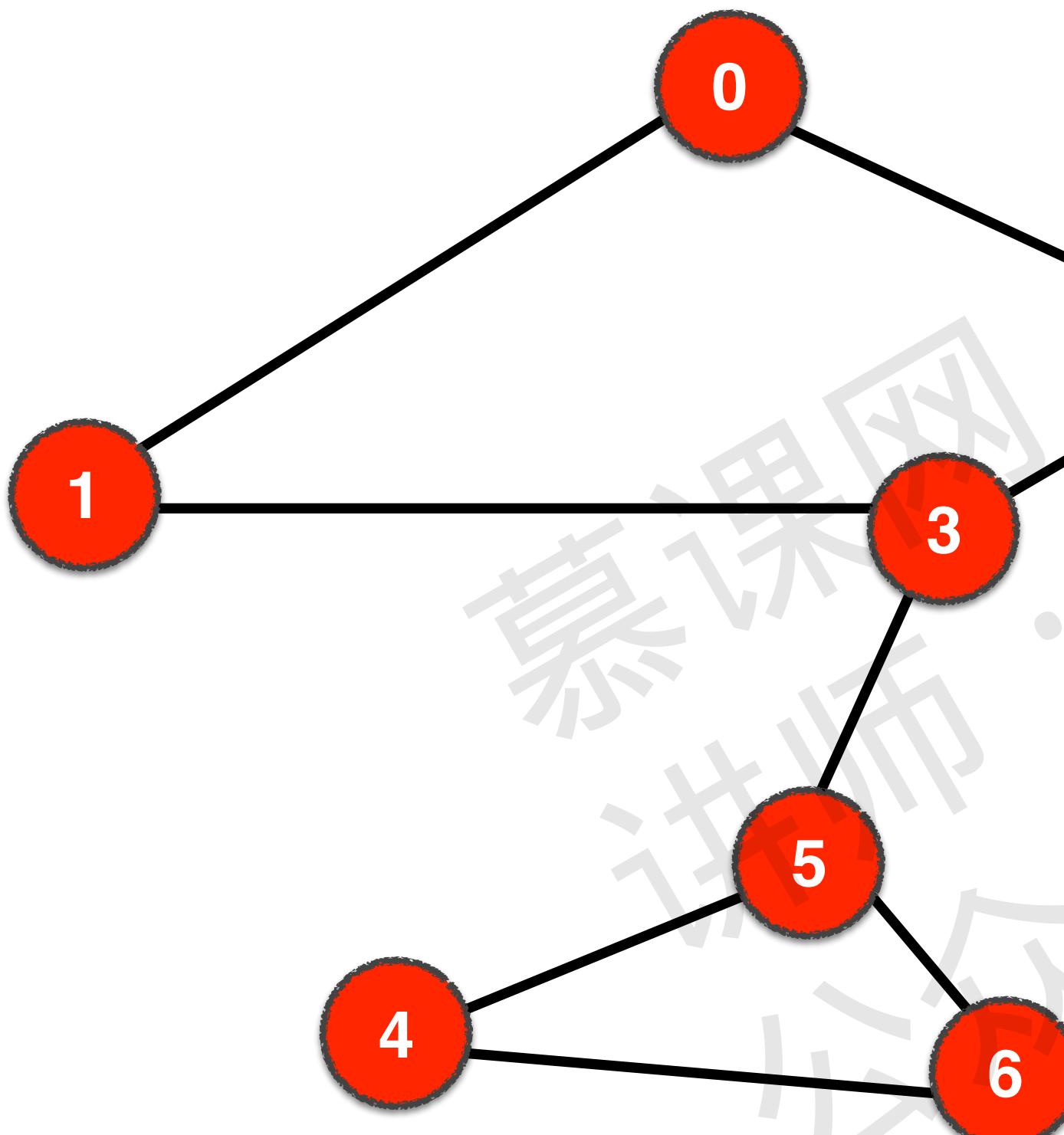
BFS 遍历树和 DFS 遍历树



DFS

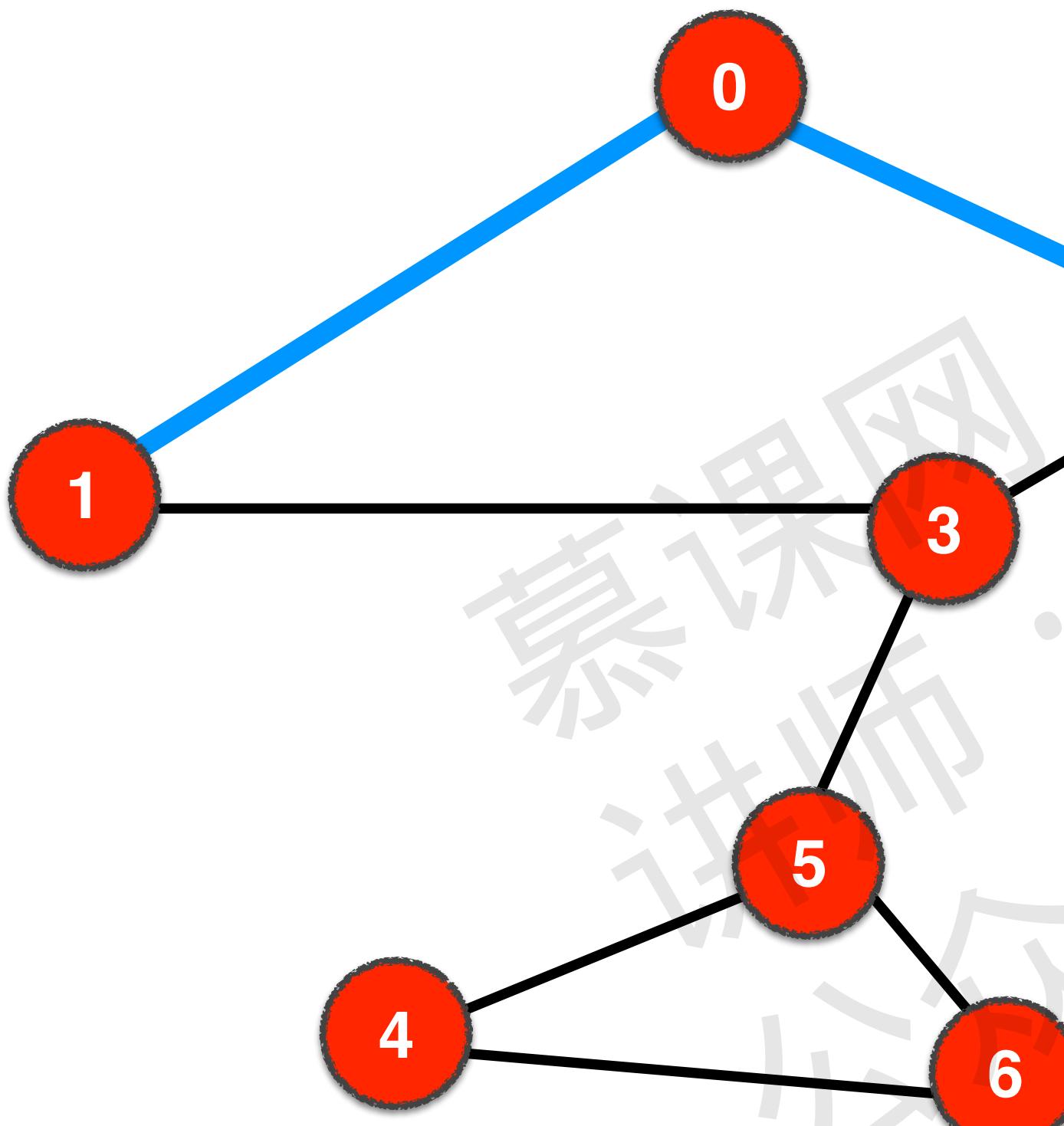
图中的非遍历树边可以指向自己的祖先结点

BFS 遍历树和 DFS 遍历树



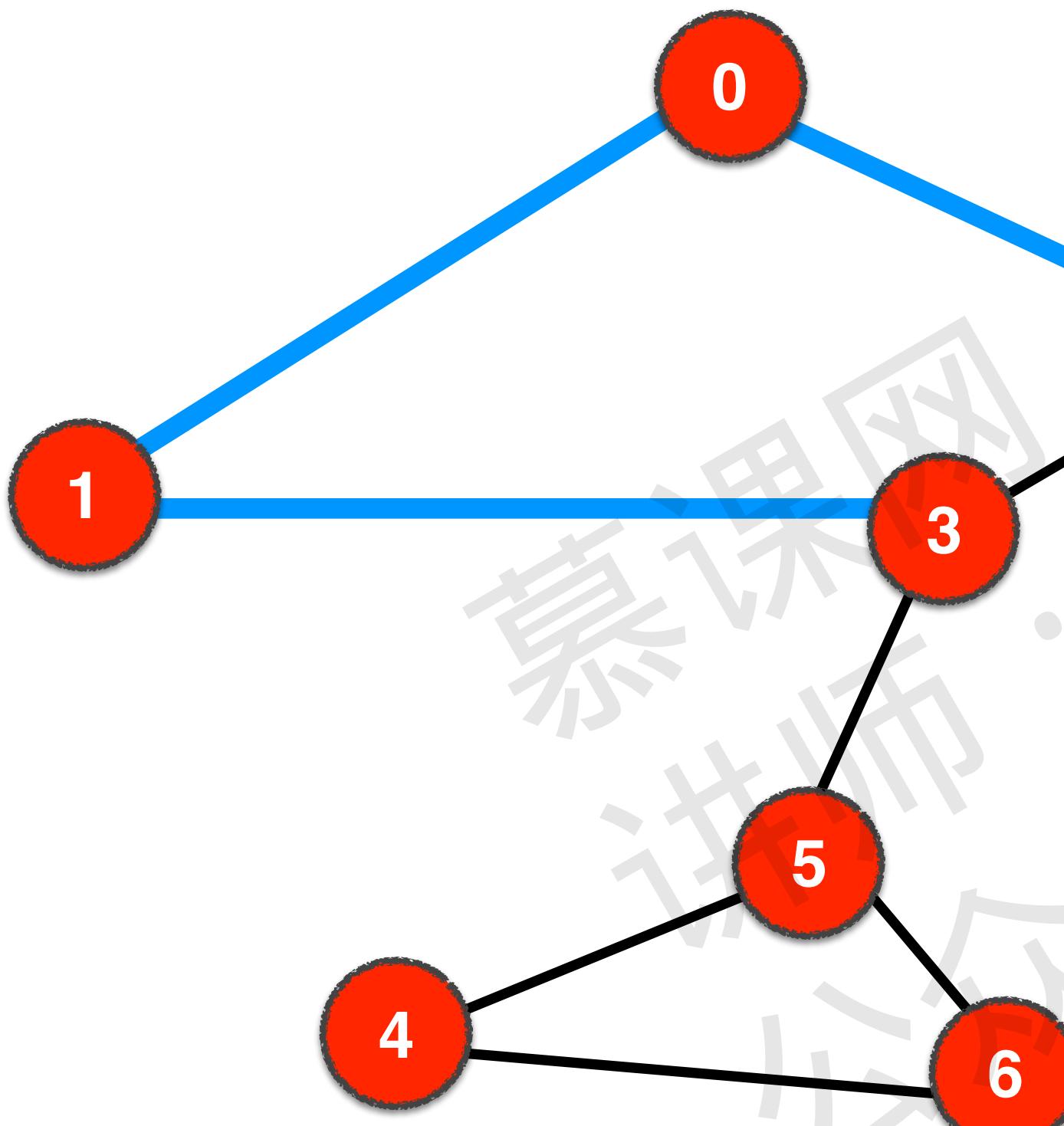
BFS

BFS 遍历树和 DFS 遍历树



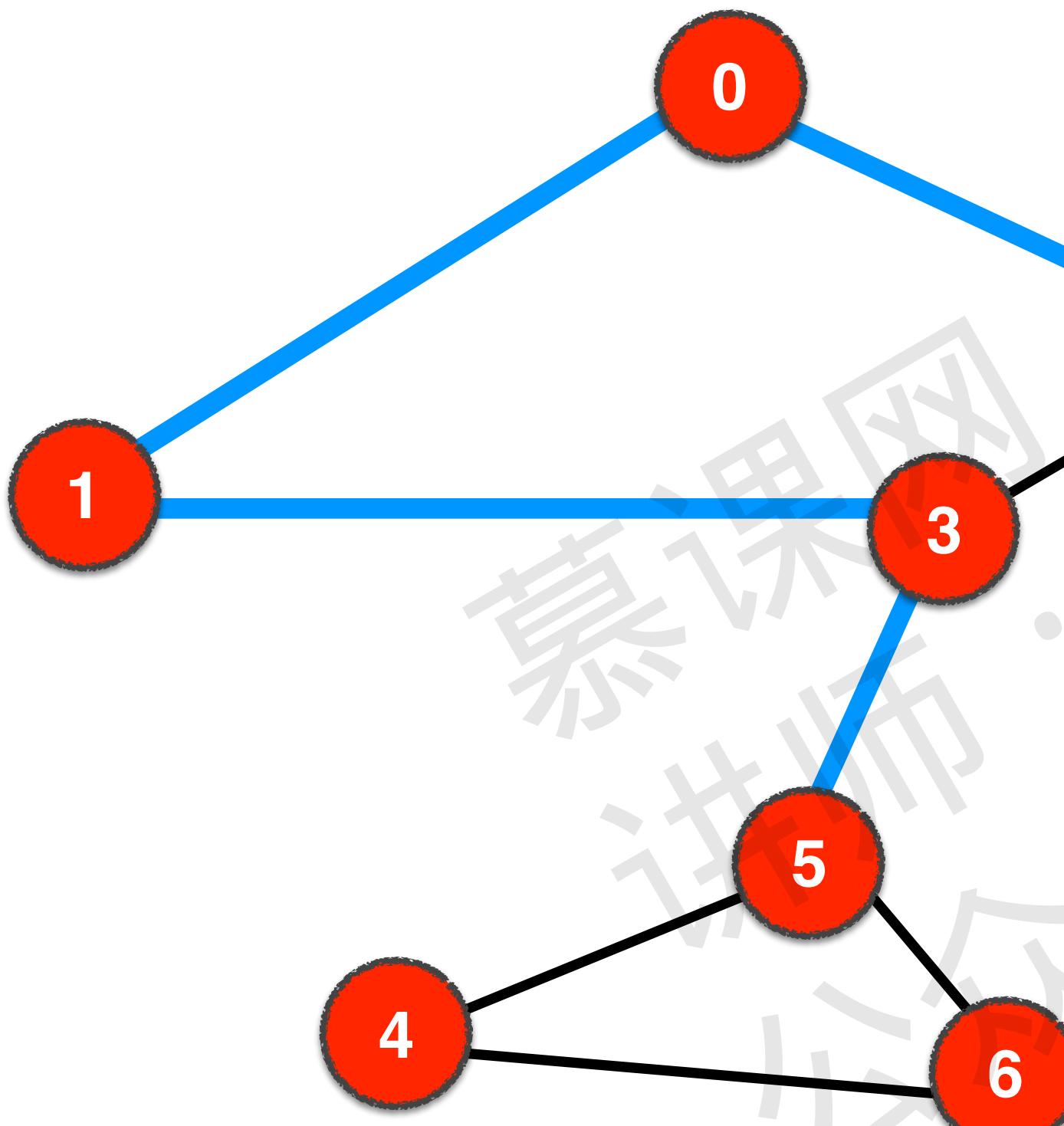
BFS

BFS 遍历树和 DFS 遍历树



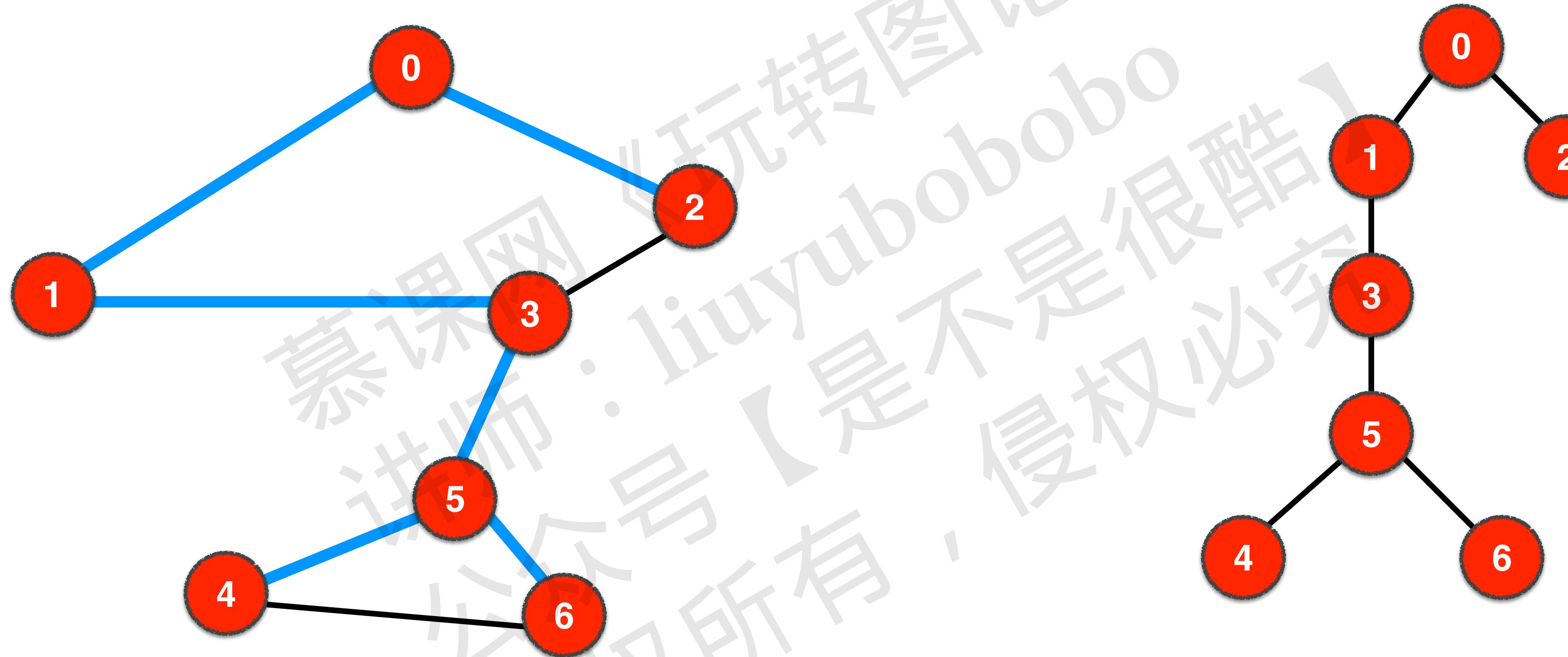
BFS

BFS 遍历树和 DFS 遍历树



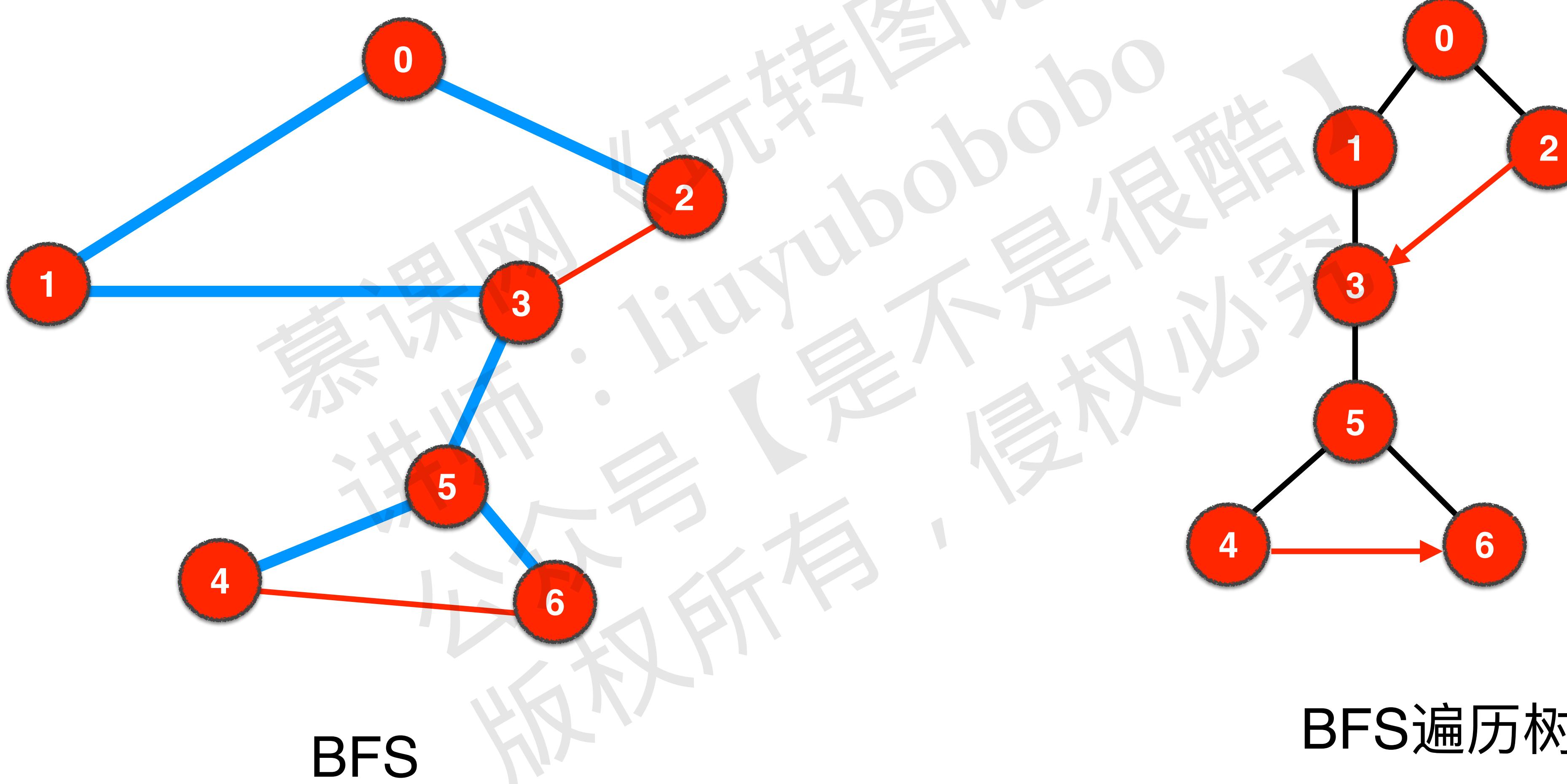
BFS

BFS 遍历树和 DFS 遍历树

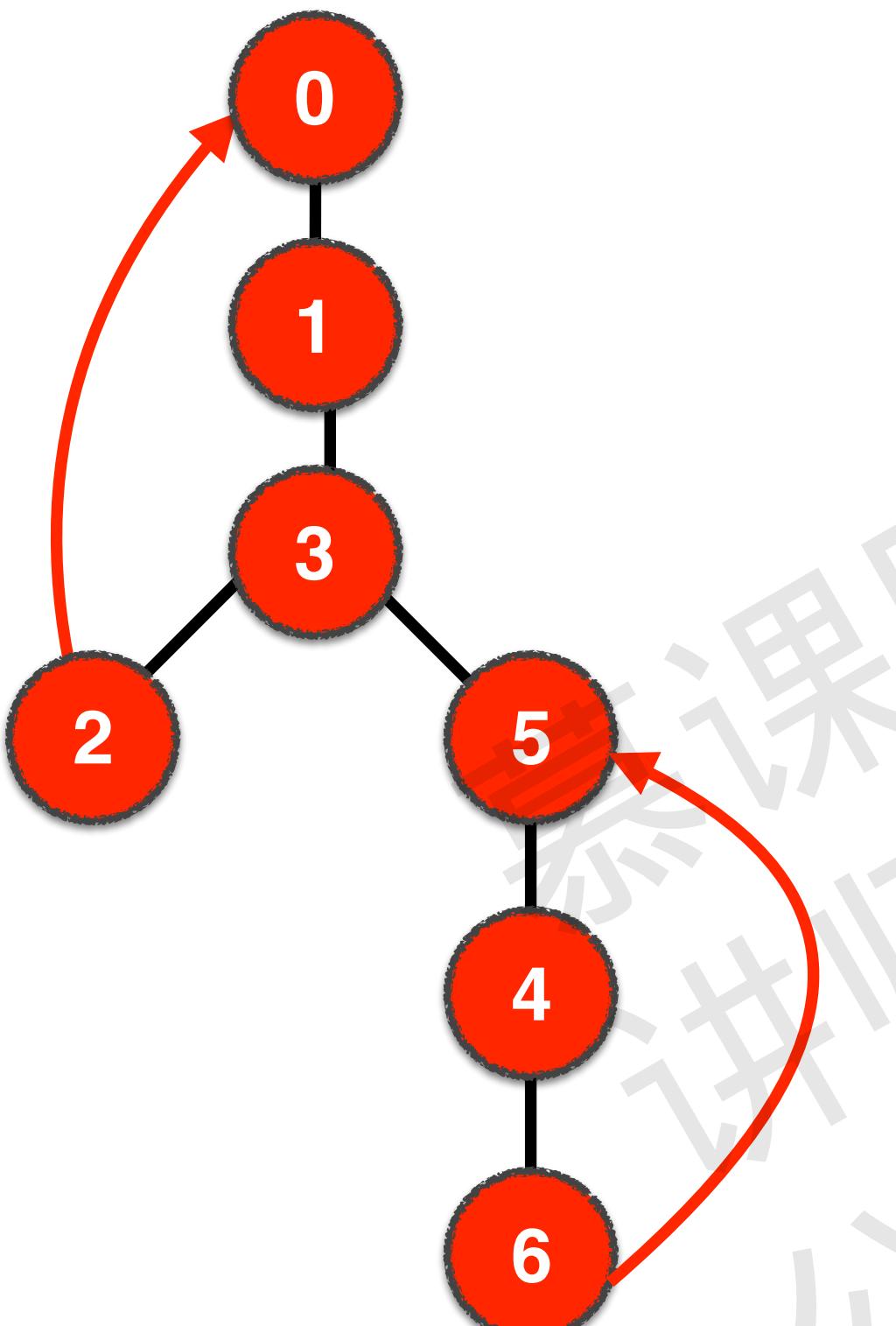


BFS

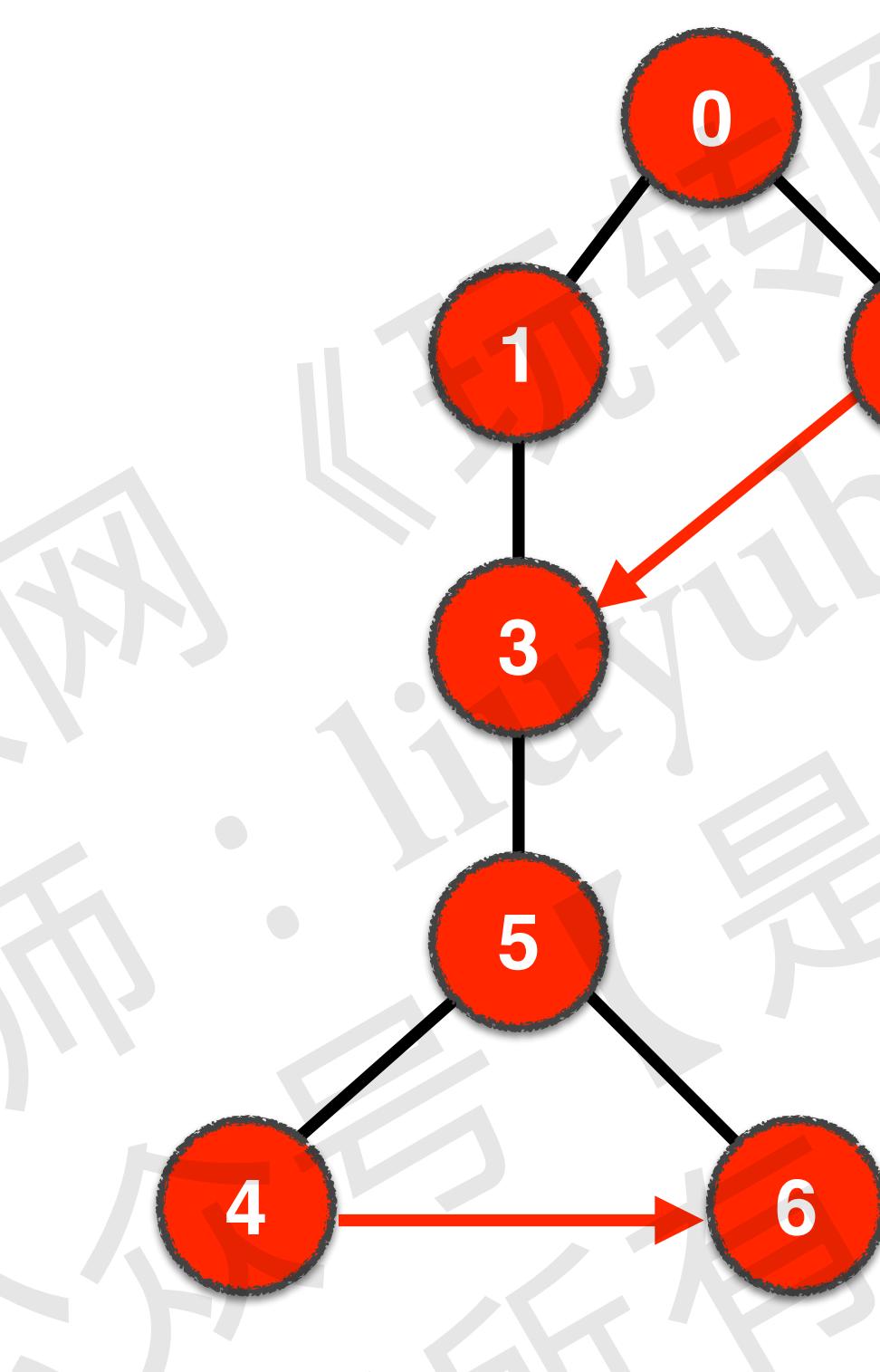
BFS 遍历树和 DFS 遍历树



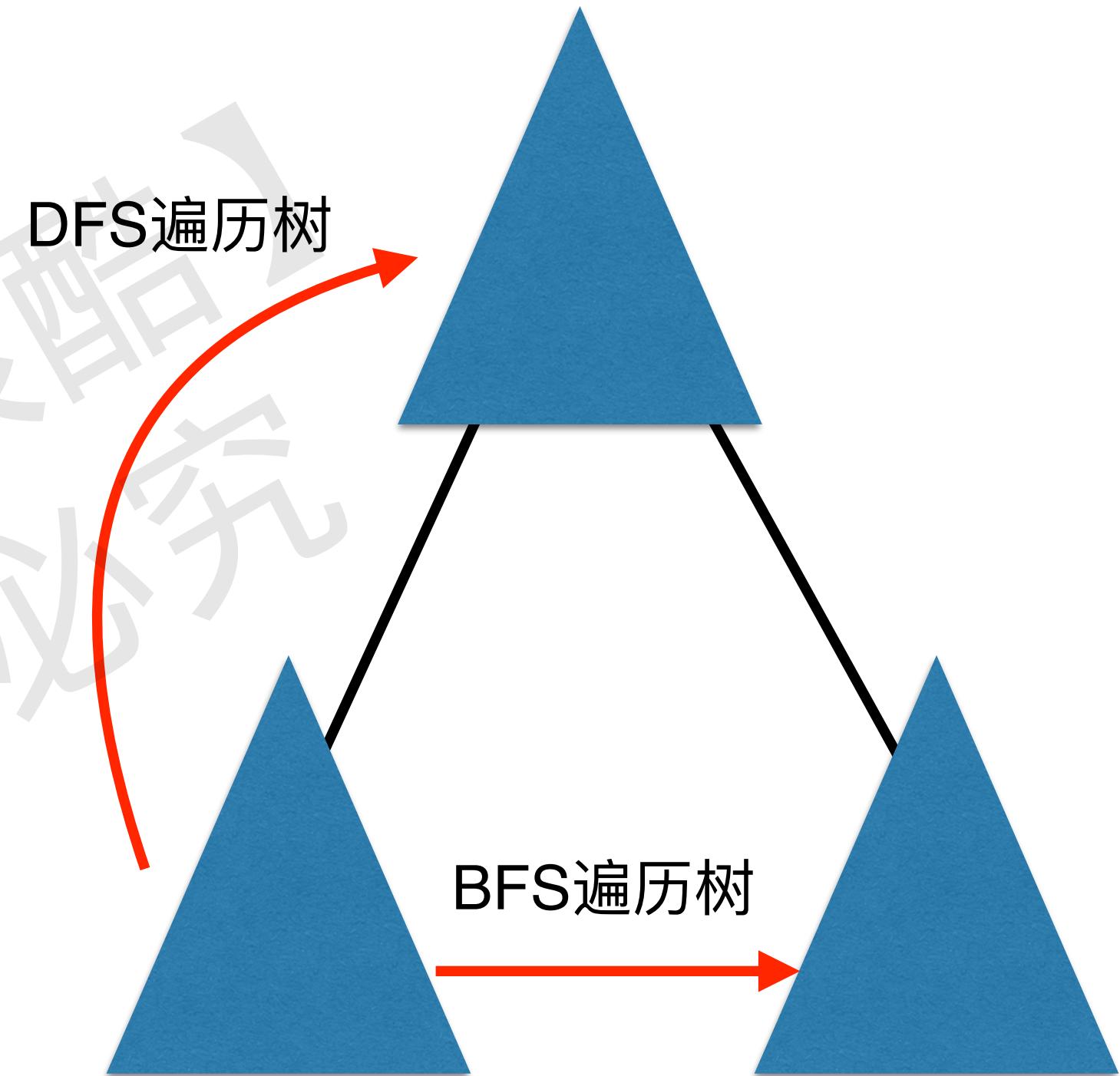
BFS 遍历树和 DFS 遍历树



DFS 遍历树



BFS遍历树



DFS遍历树

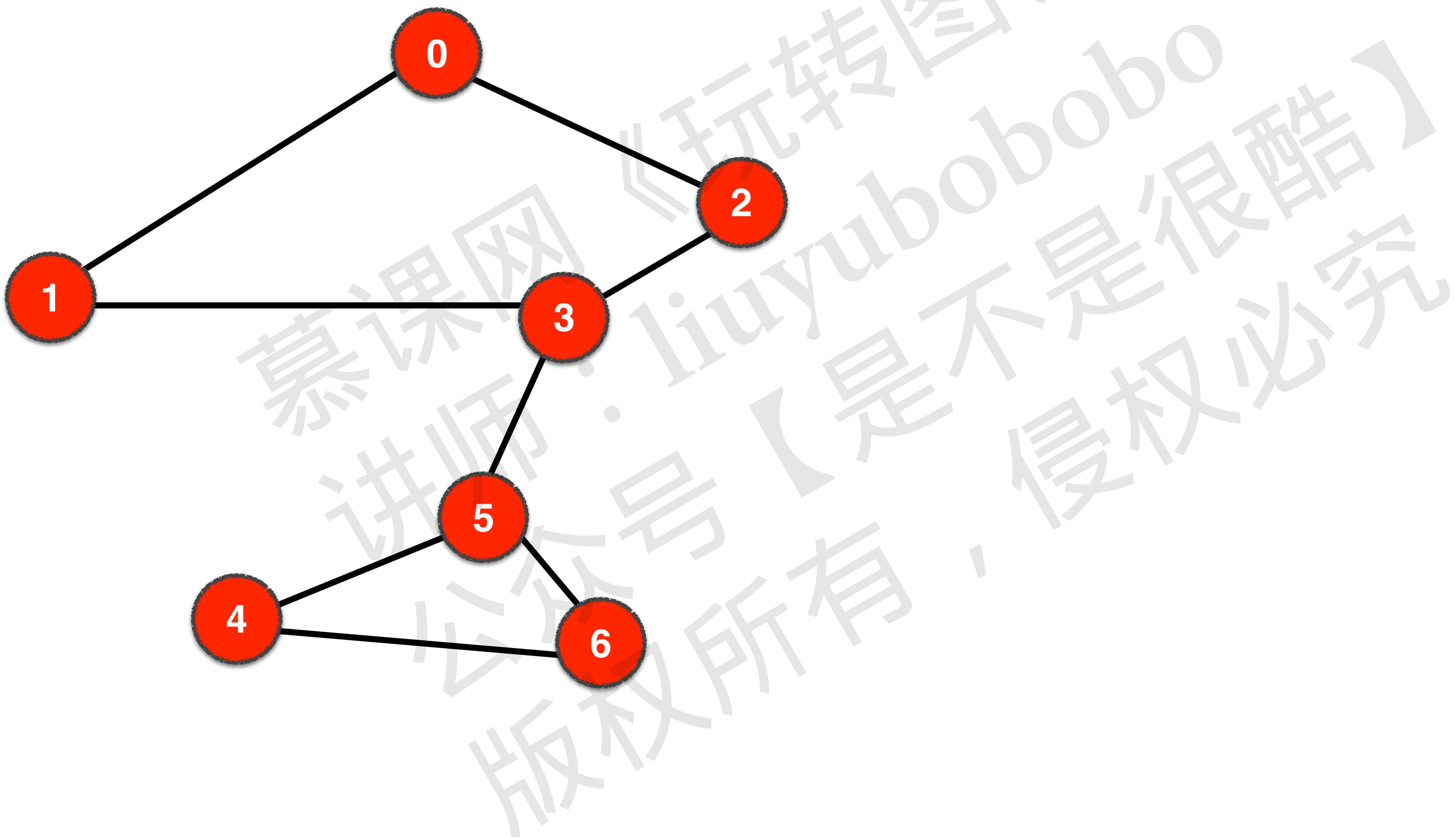
BFS遍历树

割点

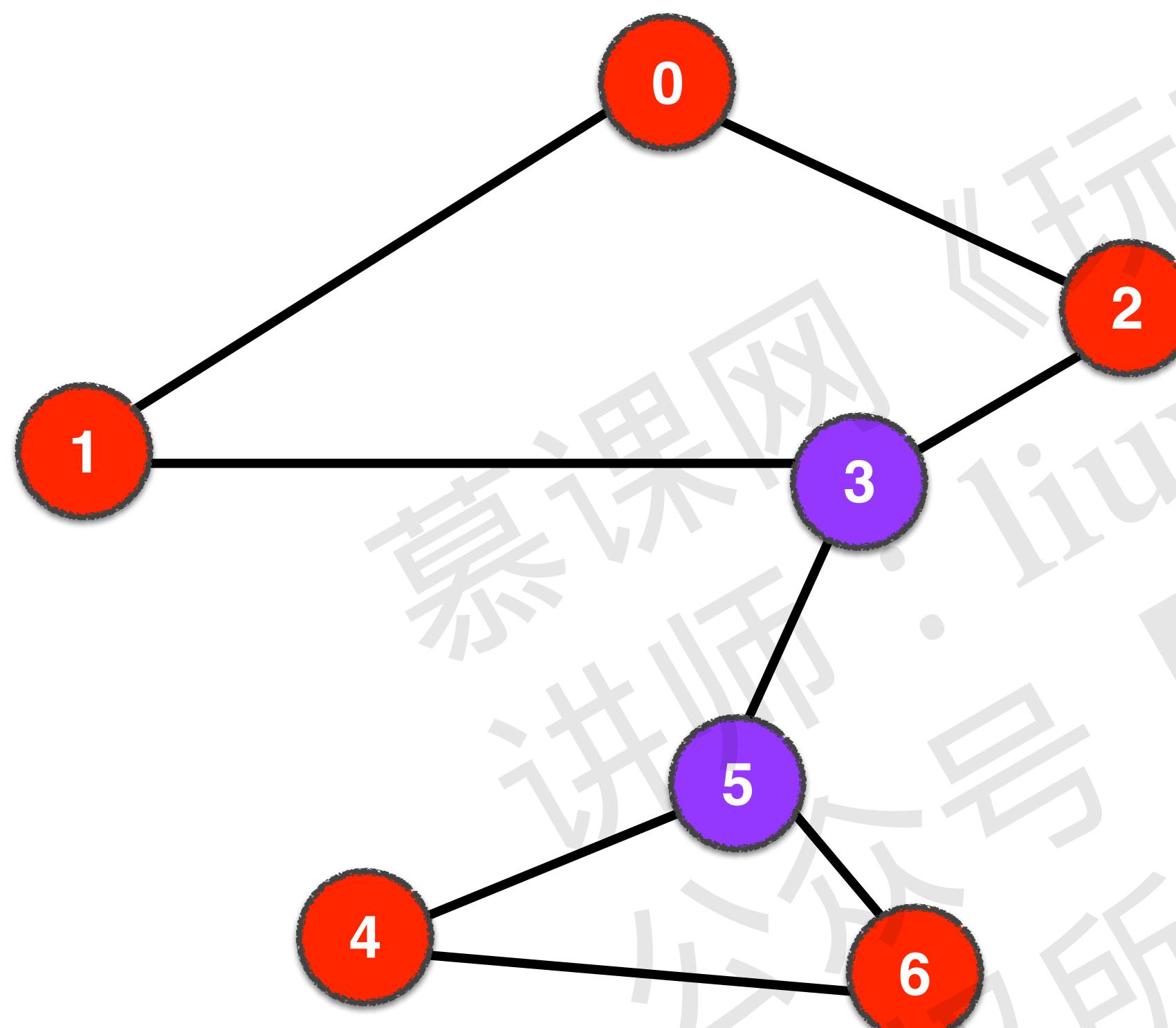
liuyubobobo

慕课网《玩转图论算法》
讲师：liuyubobobo
公众账号：很酷的
侵权必究
版权归所有

什么是割点



什么是割点



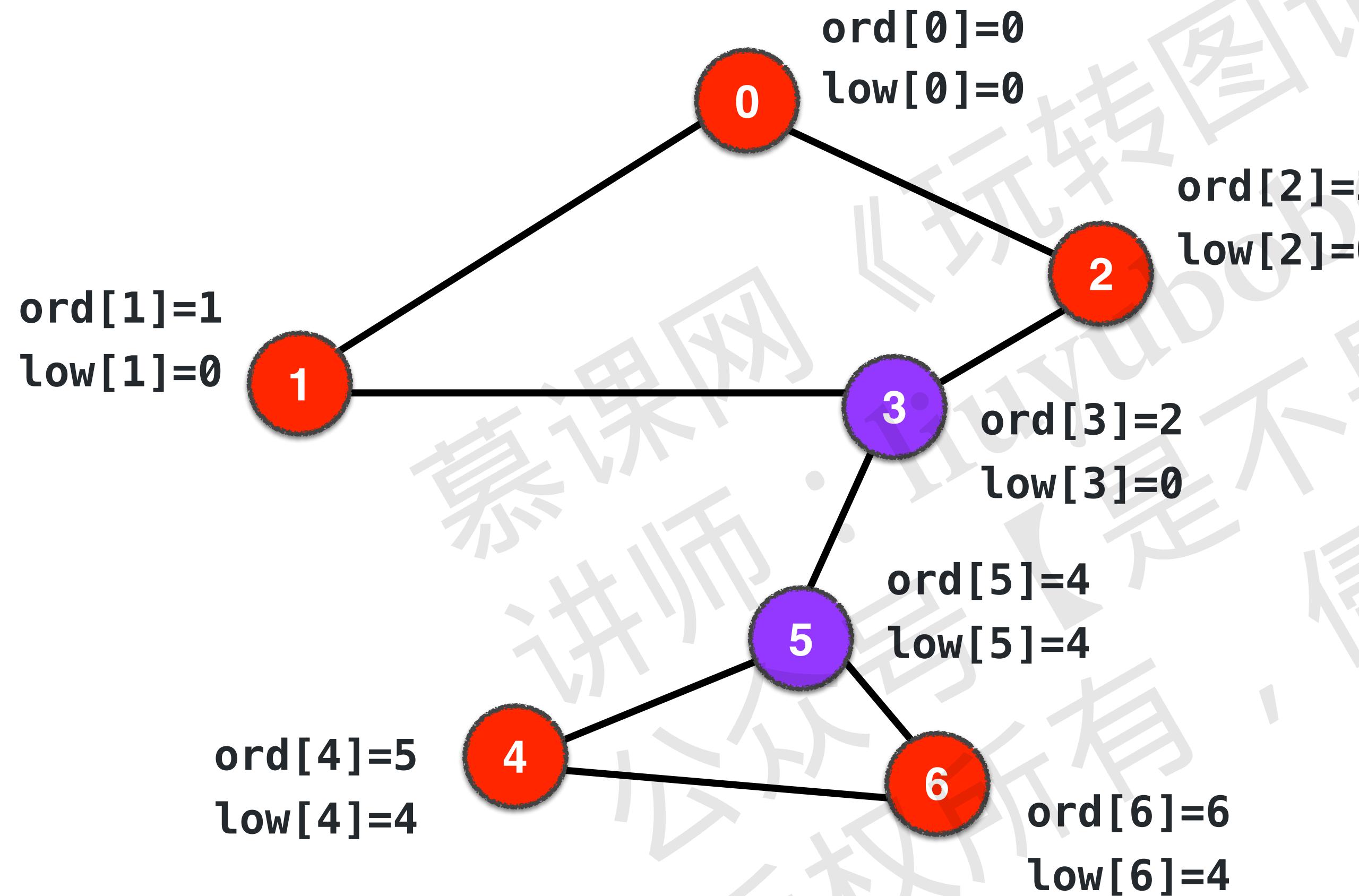
对于无向图

如果删除了一个顶点, (顶点邻边也删除)
整个图联通分量数量变化,
则这个顶点称为割点 (Cut Points)

Articulation Points

桥也叫割边 (Cut Edges)

寻找割点的算法

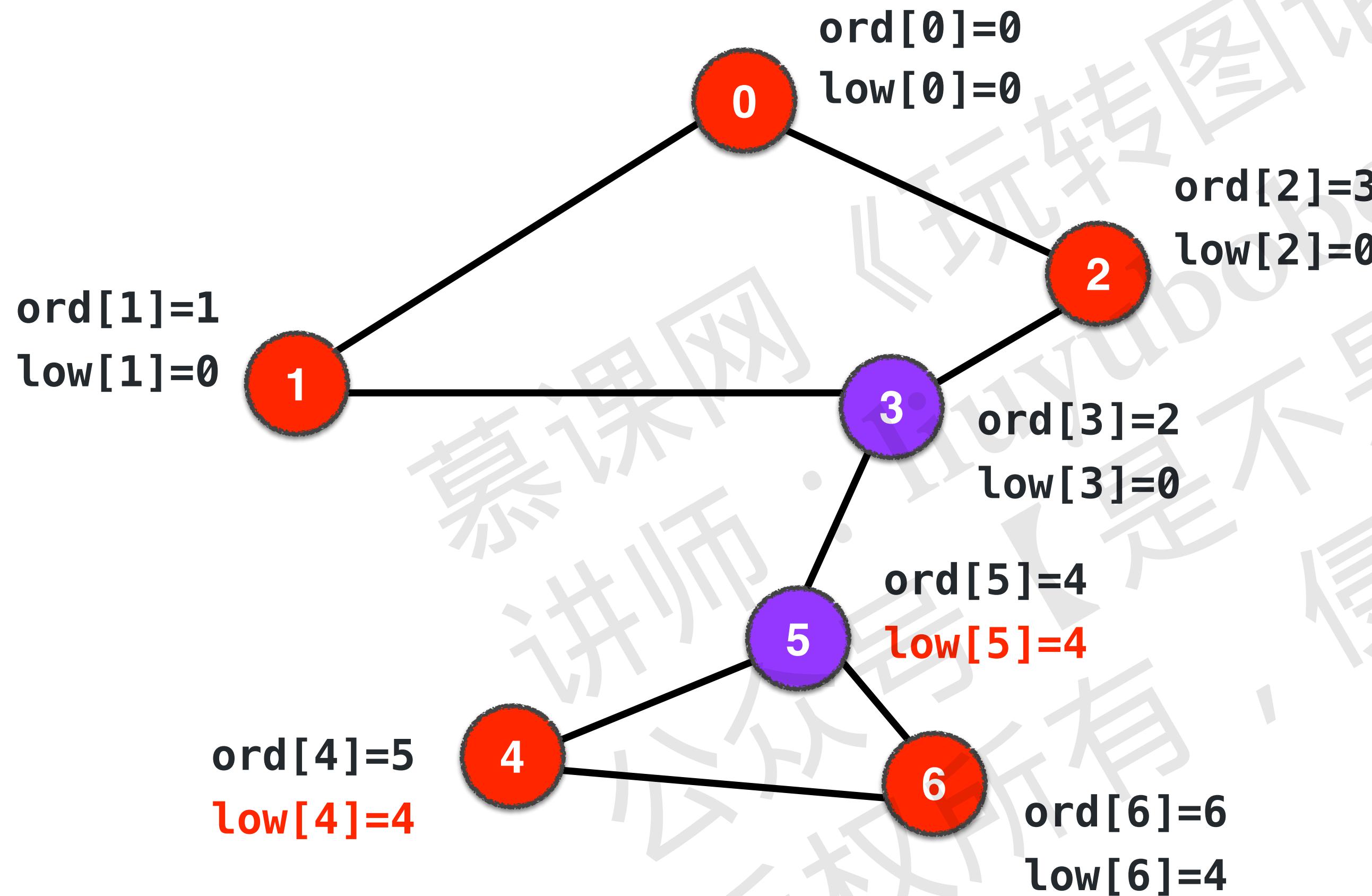


对于边 $v-w$

满足 $\text{low}[w] > \text{ord}[v]$

则 $v-w$ 是桥

寻找割点的算法



如果点 v 有一个孩子节点 w

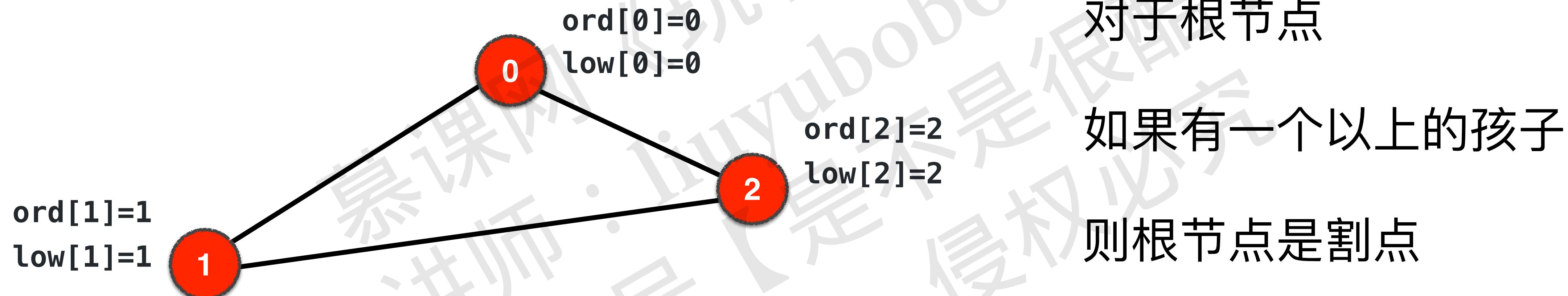
满足 $\text{low}[w] \geq \text{ord}[v]$

则 v 是割点

特殊情况：根节点

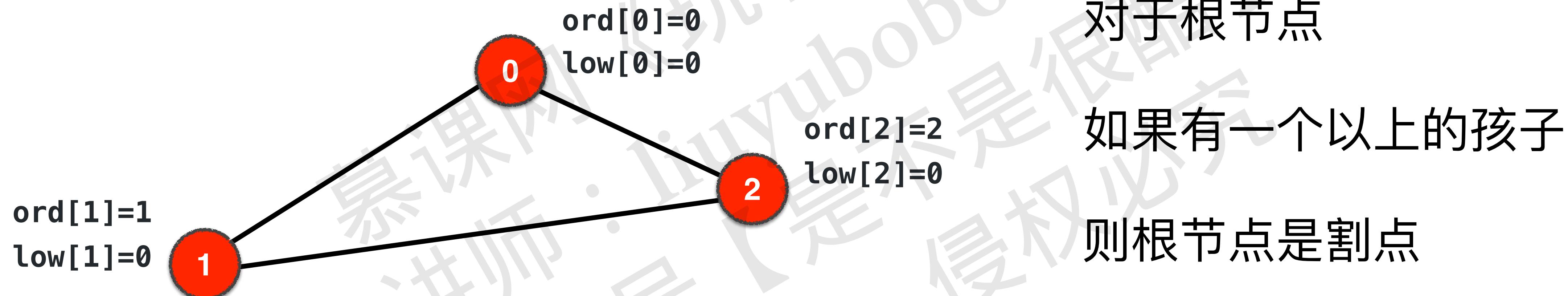
寻找割点的算法

特殊情况：根节点



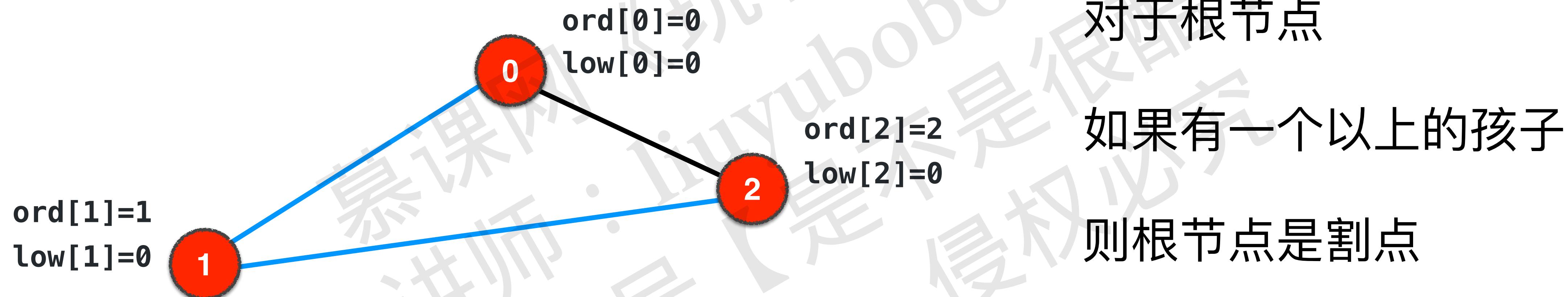
寻找割点的算法

特殊情况：根节点



寻找割点的算法

特殊情况：根节点



根节点有一个孩子，根节点不是割点

寻找割点的算法

自己实现试试看？

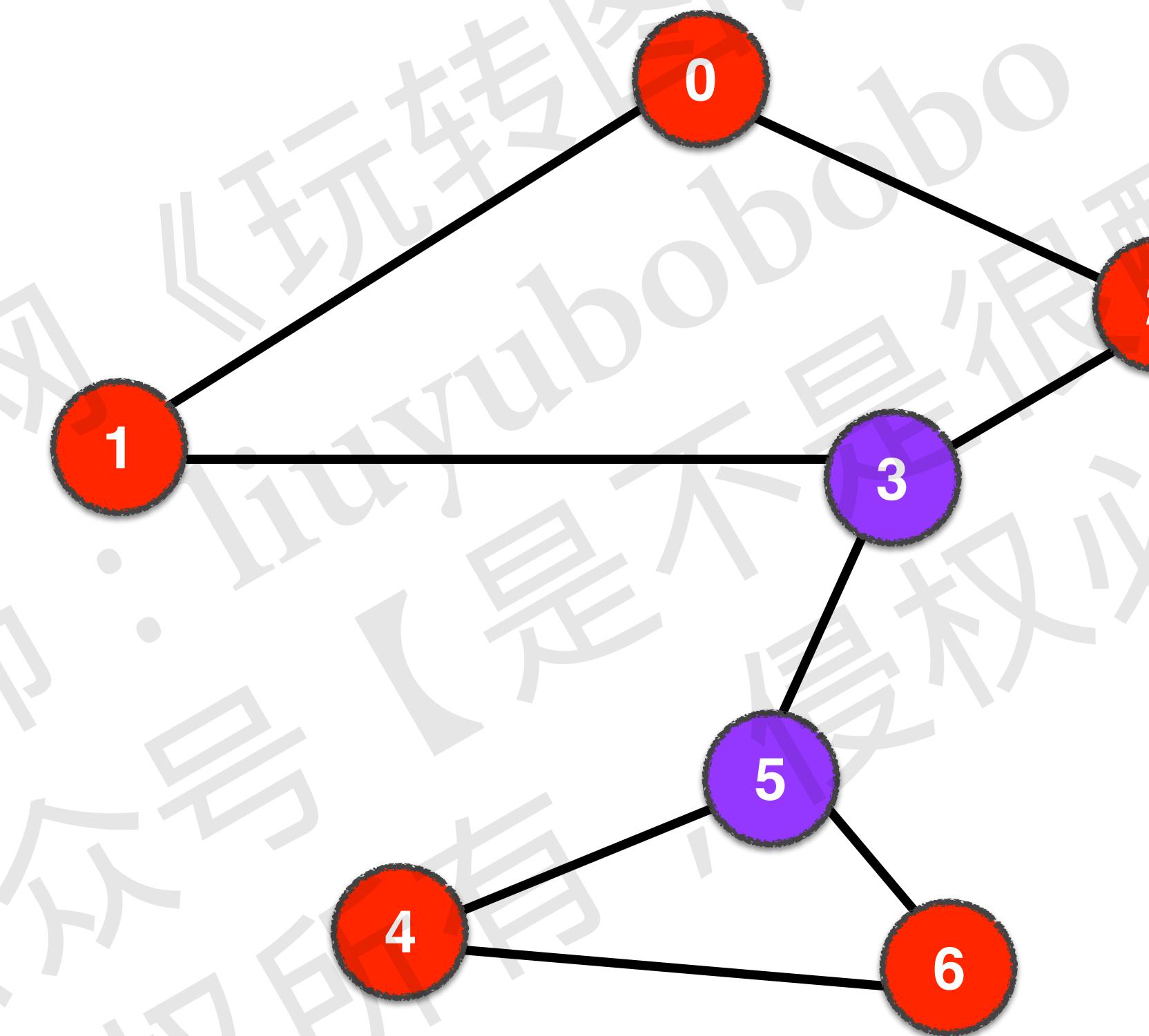
实现寻找割点的算法

liuyubobobo

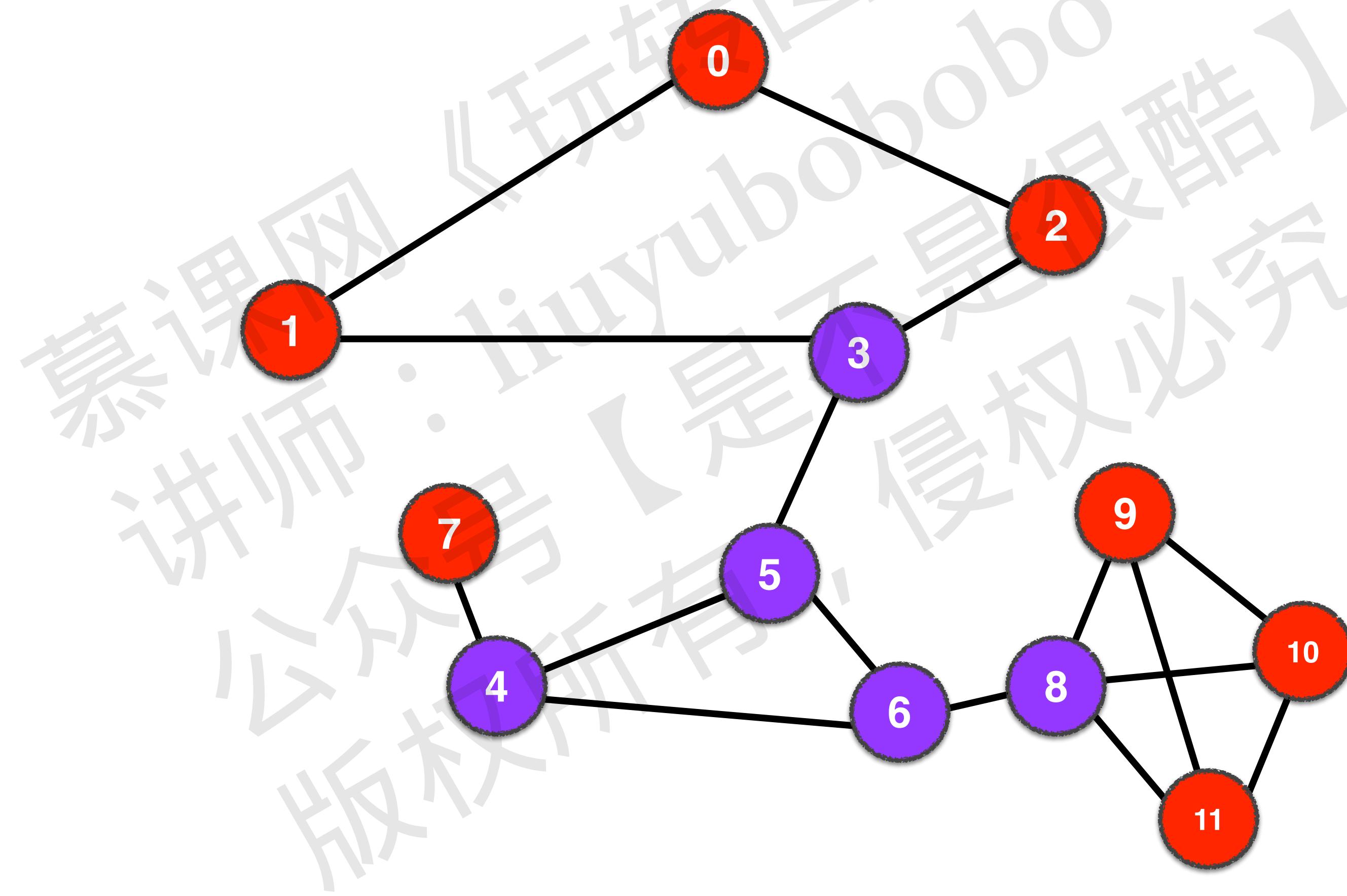
编程实践：实现寻找割点的算法

慕课网 · liuyuxiang · 《玩转图论算法》

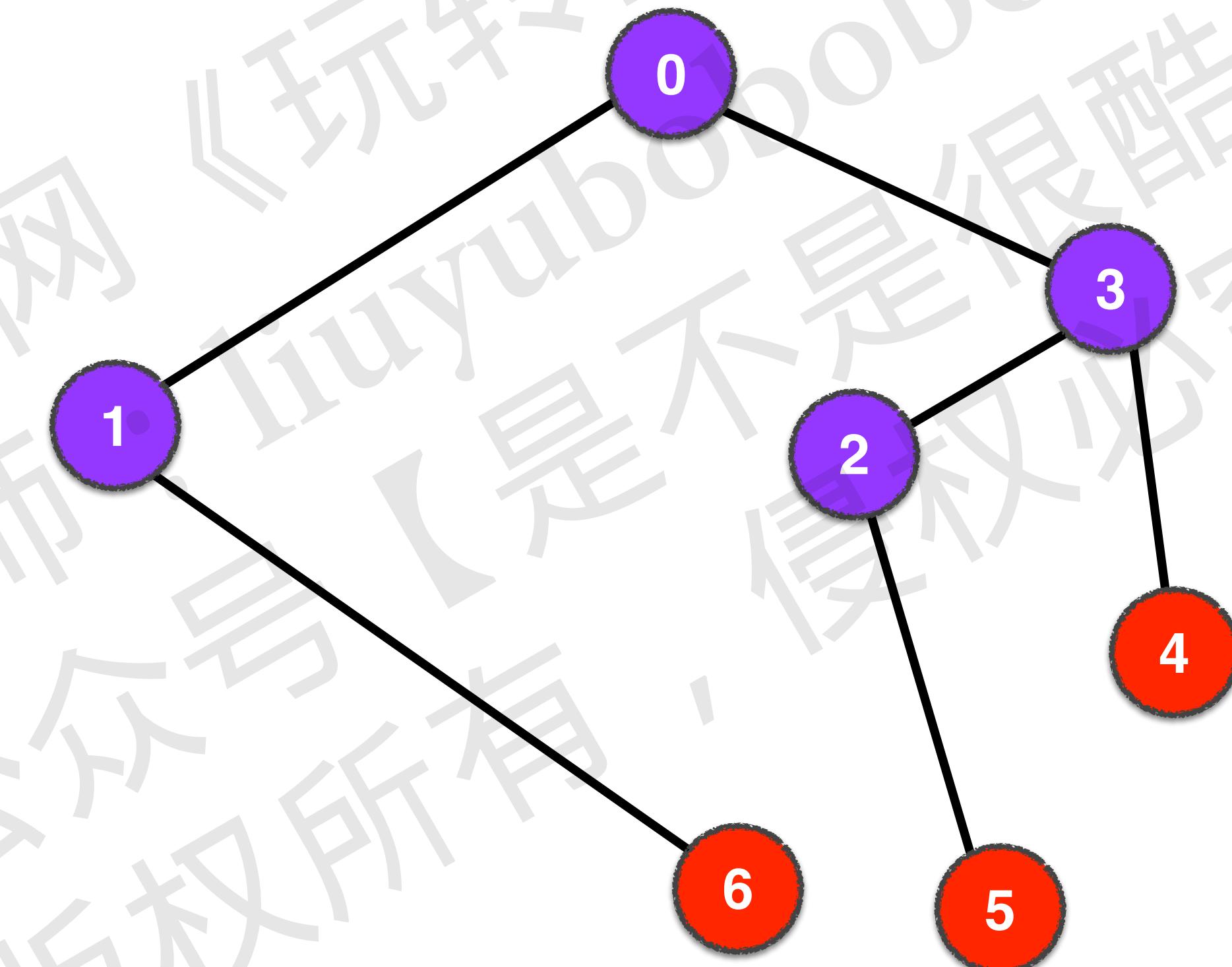
实现寻找割点的算法



实现寻找割点的算法



实现寻找割点的算法



本章小结

liuyubobobo

寻找桥和割点

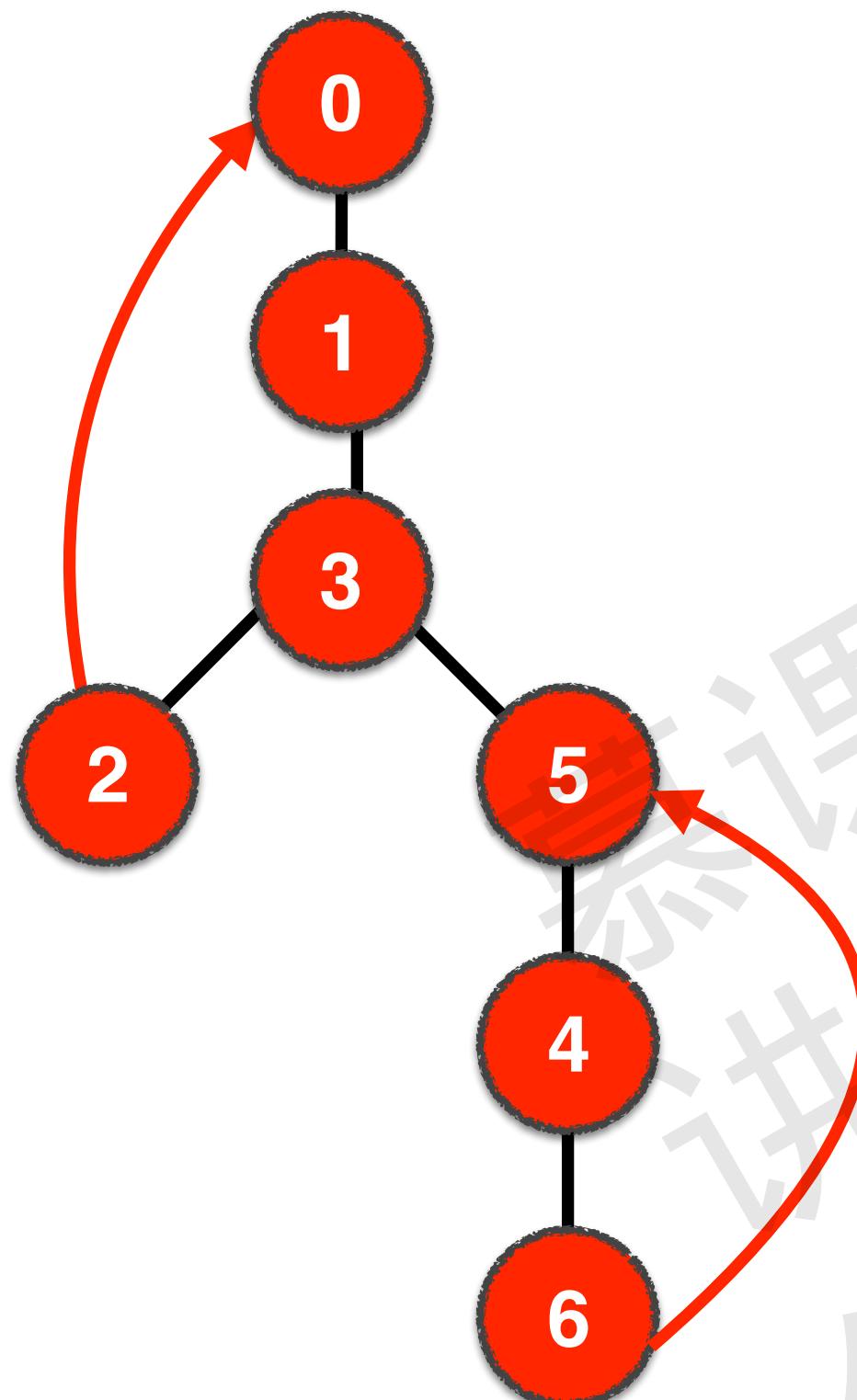
面试通常不会考

dfs

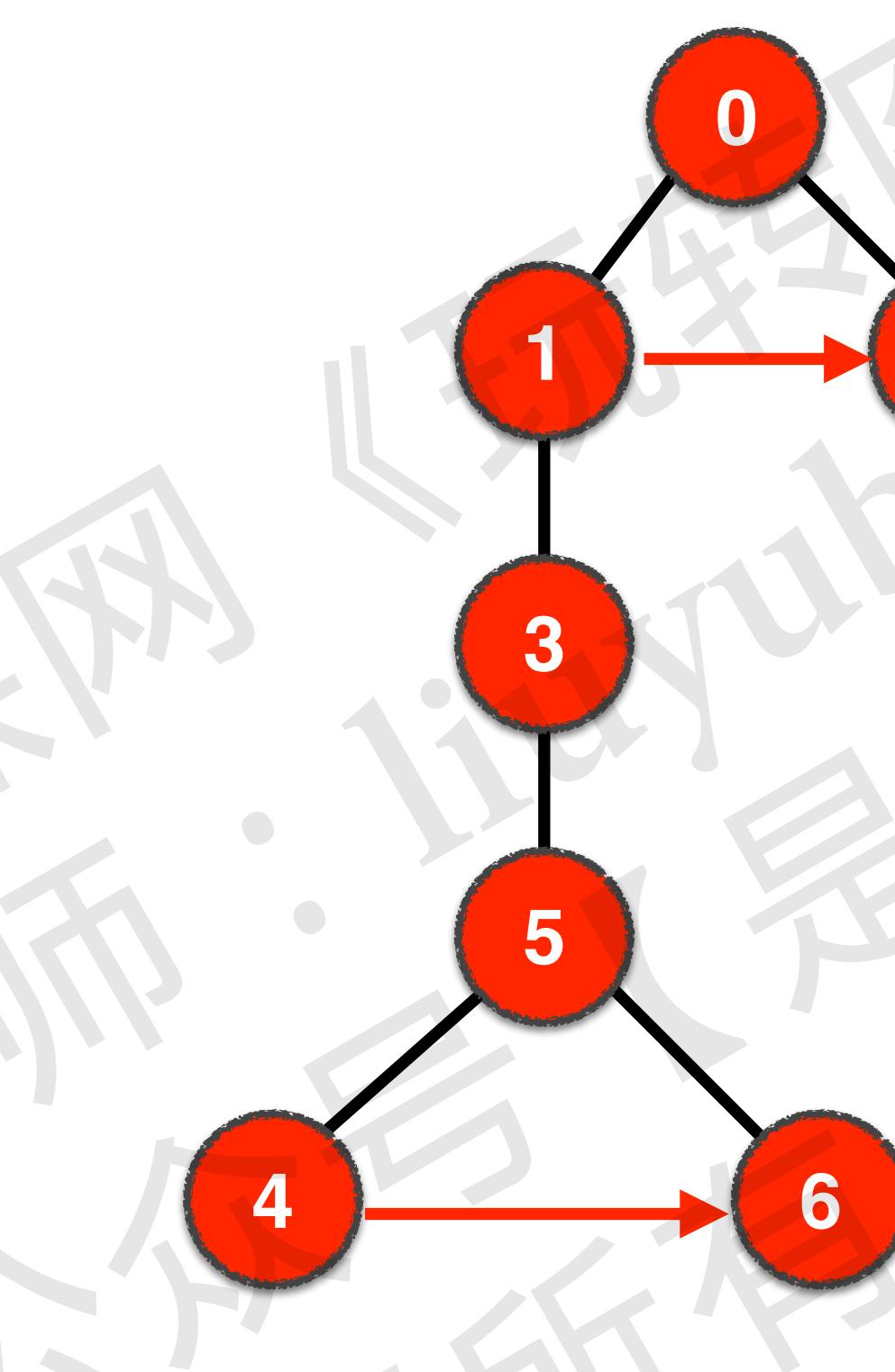
ord, low

慕课网《玩转图论算法》
讲师：liuyubobobo
公众账号：liuyubobobo
版权所有，侵权必究

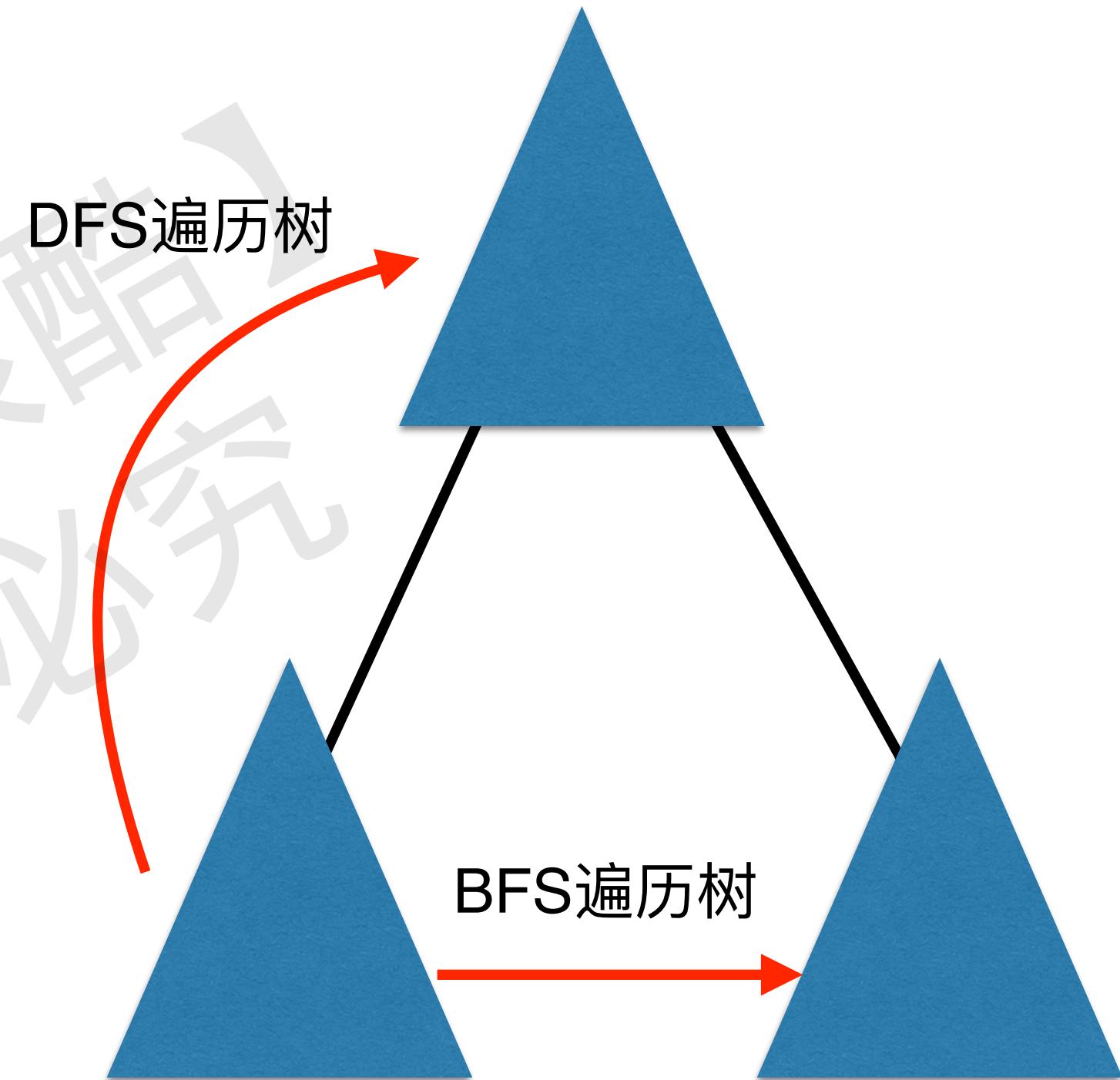
寻找桥和割点



DFS 遍历树



BFS遍历树



DFS遍历树

BFS遍历树

大家加油！

欢迎大家关注我的个人公众号：是不是很酷



「是不是很酷」

坚持有质量的技术原创

用技术人的视角看世界

玩儿转图论算法

liuyubobobo