

# 有关激光致冷的调研

湛星宇

(中山大学物理学院)

## 摘要

**摘要：**在本文中我们简要介绍了激光制冷的基本原理，并介绍了一种激光制冷可行的技术机制。而在之后，我们从经典理论及相对论理论下分别论证了其的可行性，并在最后针对此机制可能的实践从理论上提出了一些改善制冷效果的想法。

**关键词：**激光制冷，狭义相对论，多普勒效应

第一作者.E-mail: chenxy678@mail2.sysu.edu.cn

## 1 引言

从微观的角度上来看，一个体系的温度越高，则其中的分子与原子的无规运动越剧烈。因此，若能使得体系内分子及原子无规运动速率降低，则能显著降低体系的温度。而从我们对量子力学的学习中，我们了解到原子可以吸收特定频率的光子，以跃迁到更高的能级。之后，处于高能级的不稳定原子会自发辐射，释放出一个光子从而跃迁至较低、较稳定的能级。辐射出的光子会携带一定的动量与能量，故会导致原子能动量的降低。

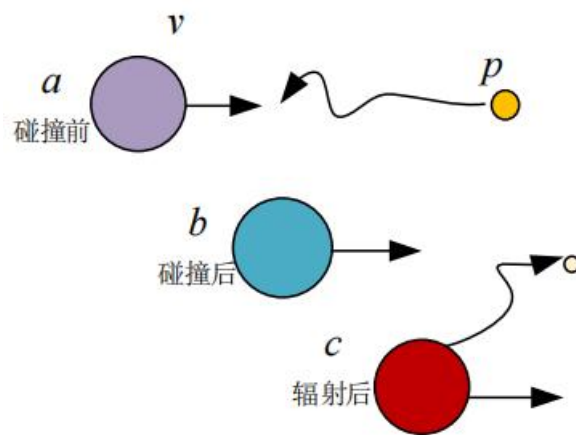


图1 原子冷却原理示意图<sup>[1]</sup>

由上图1所示，当一个原子与一光子相向碰撞，若原子能够吸收光子，则由动量守恒与能量守恒，原子速度会减小且自身会跃迁到更高的能级。由于自发辐射，高能级的原子会释放出一个光子，导致自身能量与动量减小，即能级降低且速度再一次减小。上述过程即为激光制冷实现的基本原理，速度减小的原子在宏观上的体现即为体系温度的降低。

## 2 原理

### 2.1 原理方法

固然我们可以利用原子与光子的相向碰撞来达到降低原子速度的目的，但原子无规运动的性质就意味着原子速度在方向的分布是均等的，即我们无法找到一个特定的方向来使最大部分的原子降速。

在实际的激光制冷技术中，我们利用了多普勒效应以解决上述问题。

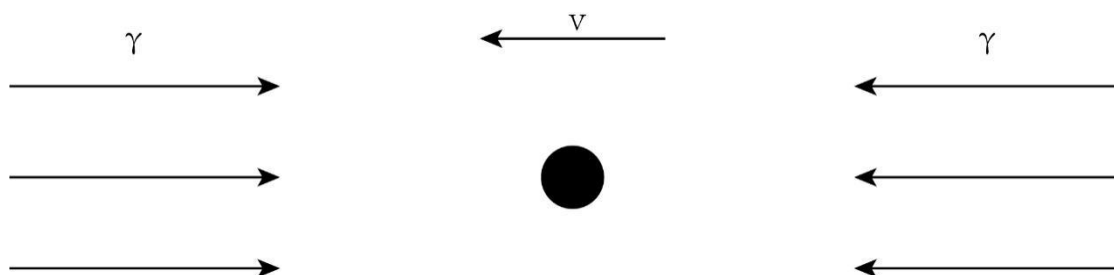


图2 多普勒效应在激光制冷技术中的应用

由上图2可见，假设原子的速度为 $v$ ，在相反的两方向发射同频率的两束激光。则根据多普勒原理，发射方向与原子速度相向的激光被原子接收时频率变高，而发射方向与原子速度同向的激光被原子接收时频率变低。因光子动量与能量都与光子频率成正比，故上述两频率不同的光子等效于一个与原子速度反向发射的光子，即回到了引言中我们讨论的光子与原子相向的情况，因此此条件下能实现对原子的减速。

### 2.2 计算推导

在上文中，我们通过定性的角度证明了使用两相反发射方向的激光能够对原子进行减速。在本节中，我们将具体计算此方法下的减速效果。

设原子质量为 $m$ ，运动速度为 $v$ ，且其速度与激光发射方向连线的夹角为 $\theta$ ，再设定激光频率为 $\nu_0$ ，光速为 $c$ ，具体情况如图3所示。

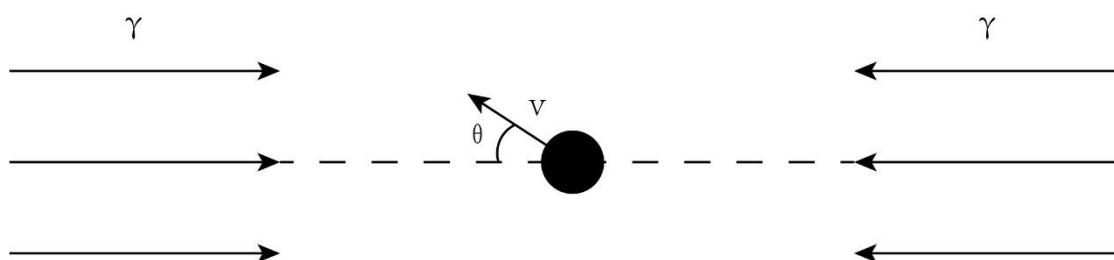


图3 一般情况的技术应用情景

由上图所示，我们可以计算得到原子接受的两束光的频率分别为：

$$v_1 = \frac{c + \mathbf{v} \cdot \cos\theta}{c} v_0$$

$$v_2 = \frac{c - \mathbf{v} \cdot \cos\theta}{c} v_0$$

由动量守恒，我们可以得到碰撞后的原子速度：

$$mv_{\parallel}' = mv_{\parallel} + \frac{h}{c}(v_2 - v_1)$$

$$v_{\parallel}' = v_{\parallel} - \frac{2h\mathbf{v} \cdot \cos\theta}{mc^2} v_0$$

即

$$v_{\parallel}' = \mathbf{v} \cdot \cos\theta \left(1 - \frac{2hv_0}{mc^2}\right)$$

在此过程中，原子的能级会升高，假设经过一段时间后，原子自发辐射跃迁回原来的能级（设为 $E_0$ ），则能得到最终的速度：

$$mv_{\parallel}' = mv_{final\parallel} + \frac{hv'}{c}$$

$$E_0 + \frac{1}{2}mv^2 + h(v_1 + v_2) = hv' + \frac{1}{2}mv_{final}^2 + E_0$$

$$\therefore v_{final\parallel} = c \pm \sqrt{(c - v_{\parallel})^2 + \frac{4hv_1}{m}}$$

排除掉大于光速的速度，即得：

$$v_{final\parallel} = c - \sqrt{(c - \mathbf{v} \cdot \cos\theta)^2 + \frac{4hv_1}{m}}$$

$$v_{final}^2 = v_{final\parallel}^2 + (v \cdot \sin\theta)^2 = v^2 + 2c(c - \mathbf{v} \cdot \cos\theta) - 2c \sqrt{(c - \mathbf{v} \cdot \cos\theta)^2 + \frac{4hv_1}{m}}$$

由上式，易知有

$$v_{final}^2 - v^2 = 2c \left[ (c - \mathbf{v} \cdot \cos\theta) - \sqrt{(c - \mathbf{v} \cdot \cos\theta)^2 + \frac{4hv_0}{m} \frac{c + \mathbf{v} \cdot \cos\theta}{c}} \right] < 0$$

可知，上述过程成功实现了对任意方向原子的减速。

尽管如此，上述证明仍有着一定瑕疵，即最后自发辐射出的光子运动方向并不一定如我们设定的一样与原子运动同向。实际上其可能与运动原子速度方向相反，这时原子会相对碰撞后的状态有着一定加速，我们分析如下：

$$mv_{\parallel}' = mv_{final\parallel} - \frac{hv'}{c}$$

$$E_0 + \frac{1}{2}mv^2 + h(v_1 + v_2) = hv' + \frac{1}{2}mv_{final}^2 + E_0$$

经过与上文类似的计算与推导，我们可以得到结果如下：

$$v_{final}^2 - v^2 = 2c \left[ (c + v \cdot \cos\theta) - \sqrt{(c + v \cdot \cos\theta)^2 + \frac{4h\nu_0}{m} \frac{c - v \cdot \cos\theta}{c}} \right] < 0$$

由上式易知，即使是自发辐射后速度增加最多的情况，相较于一开始仍然是达成了减速的目的。

### 2.3 相对论情景

注意到上述推导是未考虑相对论的情景，其仅将光当作普通的机械波来进行了处理，这是不严谨的。在本部分，我们将使用相对论情景下的多普勒效应公式来推导激光制冷技术对原子减速的效果。

设实验室系下频率为 $\nu_0$ ，在原子自身的参考系下的频率分别为 $\nu_1$ 及 $\nu_2$ ，在图 3 的情景下，考虑相对论的多普勒效应公式为：

$$\nu_1 = \nu_0 \frac{1 + \frac{v \cdot \cos\theta}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\nu_2 = \nu_0 \frac{1 - \frac{v \cdot \cos\theta}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

其余的推导同上一部分，我们可以很容易得到原子自发辐射后能达到的最大和最小速度分别满足：

$$v_{min}^2 - v^2 = 2c \left[ (c - v \cdot \cos\theta) - \sqrt{(c - v \cdot \cos\theta)^2 + \frac{4h\nu_0}{m} \frac{1 + \frac{v \cdot \cos\theta}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \right] < 0$$

$$v_{max}^2 - v^2 = 2c \left[ (c + v \cdot \cos\theta) - \sqrt{(c + v \cdot \cos\theta)^2 + \frac{4h\nu_0}{m} \frac{1 - \frac{v \cdot \cos\theta}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \right] < 0$$

即都相对于初始速度更小。

### 3 结论

根据上述的推导，我们得知可以通过使用相反照射方向的同频率激光使得被照射的原子

的无规律运动速率降低，进而使宏观的温度降低，这说明我们上述介绍的激光制冷机制是可行的。

除此之外，我们注意到在包括最后自发辐射的光子速度方向及其能量等其余条件易知的情况下，原子速度方向越与激光照射方向平行，则减速效果越好。这就意味着当我们想取得更好的降温效果时，我们可以通过安排多对相反方向的同频率激光照射以使更多的原子能与照射方向平行，进而获得更好的减速效果。当然，这并不意味着我们需要全向设置照射激光，以达到最佳的减速效果。实际上，根据矢量的合成原理，我们设置少数对照射激光，保证其能合成所有方向即可达到我们预期的减速效果。

## Research on Laser Refrigeration<sup>\*</sup>

Xingyu Shen

(School of Physics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

### Abstract

In this paper, we briefly introduce the basic principle of laser refrigeration, and introduce a feasible technical mechanism of laser refrigeration. After that, we demonstrate its feasibility from classical theory and relativity theory, and finally put forward some ideas to improve the refrigeration effect theoretically in view of the possible practice of this mechanism.

**Keywords:** Laser Refrigeration, Special Relativity, Doppler Effect

### 参考文献

- [1] 邹凌波. 基于四波混频效应的激光制冷特性研究[D]. 电子科技大学, 2021. DOI:10.27005/d.cnki.gdzku.2021.002465.
- [2] 刘斌. 基于狭义相对论的多普勒效应公式推导[J]. 山西煤炭管理干部学院学报, 2015, 28(01):125+128.
- [3] 申超, 张俊. 激光制冷固体材料的研究现状与未来[J]. 新材料产业, 2016(01):57-60.
- [4] 陈静, 郑春华, 肖萌, 何南麟. 基于相对性原理的多普勒效应公式推导[J]. 大学物理, 2023, 42(01):11-13. DOI:10.16854/j.cnki.1000-0712.220199.
- [5] 潘营利. 相对论性多普勒效应研究[J]. 渭南师范学院学报, 2019, 34(11):72-78. DOI:10.15924/j.cnki.1009-5128.2019.11.009.