

摇荡式波浪能收集装置

PTO 阻尼-功率匹配方案设计

摘要:

波浪能作为一种节能环保的新兴能源具有巨大的开发潜力,波浪能的能量转换效率与波浪能收集装置的力学特性密切相关,设计一套 PTO 阻尼-功率匹配方案有助于波浪能的发展。

方案设计的前提是建立合理的模型,具有多自由度耦合运动方程组的求解能力。我们巧妙选取广义坐标、构造广义势能,利用有耗散开放系统的拉格朗日方程来描述系统的动力学过程。问题一和问题三都属于运动方程求解问题。

我们分别对问题一、二的情况一建立了二垂荡自由度线性阻尼振动模型,对问题一、二的情况二建立了二垂荡自由度非线性阻尼振动模型,对问题三、四建立了二垂荡自由度加二纵摇自由度非线性耦合阻尼振动模型。我们列出了这些系统的拉格朗日量,代入拉格朗日方程得到相应的二阶微分方程组,使用四阶-五阶 Runge-Kutta 算法进行求解。并对它们各自由度的运动模态进行了分析,讨论了线性/非线性阻尼,自由度线性/非线性耦合的影响。

在此基础上,我们计算出各系统的 PTO 阻尼器能量输出功率关于阻尼参数的函数,作出输出功率在阻尼参数空间的图像,建立了单目标、单参数/多参数优化模型。我们使用粒子群算法求解全局最优值,同时原创了重整化方法、带状优化方法以提高优化结果的鲁棒性。

基于以上模型的建立和求解,我们最终得出了不同系统、不同条件的最优 PTO 阻尼参数设置方案,使得能量输出功率最大,同时鲁棒性满足工业应用的要求。

关键词: 受迫阻尼振动, 粒子群算法, 波浪能收集, 鲁棒性, 拉格朗日方程

一、 问题分析

1.1 背景

波浪能作为一种清洁能源，在追求人与自然和谐共生的时代中，具有能量供应、环境保护的双重价值。海洋提供的波浪能总量约为 2.11TW[1]。目前，人类所掌握的波浪能收集实践经验有限，波浪能收集技术还有巨大的开发潜力。波浪能装置的能量转换效率是波浪能规模化利用的关键问题之一。

波浪能的能量转换效率，与波浪能收集装置的力学特性密切相关。目前有许多研究从波浪能收集装置的形状 [2]、能量转换系统的放置方式 [3-4] 入手，优化波浪能收集装置的能力输出效率。

从能量守恒的角度考虑，PTO 阻尼将波浪能收集装置的机械能耗散出去，以电能等更易储存的方式储存。这种耗散的具体形式由具体的耗散机制决定，是可以人为设计的。而耗散的阻尼与耗散功率之间存在制约关系，这种影响却常常被设计者所忽略。

我们尝试提出一套讨论 PTO 阻尼-功率匹配方案的设计范式，给出唯象的优化结果，以为波浪能收集装置的设计者提供参考。我们采用摇荡式波浪能收集装置为例进行说明。

1.2 问题重述

所考虑的波浪能收集装置的主要几何构成是一圆柱形加圆锥形空腔浮子和一实心圆柱振子，振子被刚性中轴穿过，中轴底端铰接在浮子圆柱底端的隔层上。沿中轴线方向，二者之间连有弹簧和 PTO 阻尼器。底端铰接处，连有弹簧和 PTO 阻尼器。只考虑浮子和振子的质量，且质量均匀分布。浮子在海水中受到波浪激励力（矩）、附加惯性力（矩）、兴波阻尼力（矩）和静水恢复力（矩）。

问题 1. 只考虑浮子和振子的垂荡自由度。在两种情况下**求解**浮子和振子的垂荡运动：

1. 直线 PTO 阻尼系数为常数，即阻尼力与浮子和振子的相对速度成正比。 $b_{\text{PTO}}^{(l)} = 1 \times 10^4 \text{ Ns/m}$ 。
2. 直线 PTO 阻尼系数与浮子和振子相对速度绝对值的幂次成正比。为 $b_{\text{PTO}}^{(l)} = B_{\text{PTO}}^{(l)} (\dot{q}_{\text{PTO}}^{(l)})^n$ ，其中 $B_{\text{PTO}}^{(l)} = 1 \times 10^4$ ， $n = 0.5$ 。（符号约定见下文）

问题 2. 只考虑浮子和振子的垂荡自由度。在两种情况下**优化**直线 PTO 阻尼系数使得平均输出功率最大：

1. 直线 PTO 阻尼系数为常量，在 $[0, 1 \times 10^5]$ 内取值。
2. 直线 PTO 阻尼系数与浮子和振子相对速度绝对值的幂次成正比，即 $b_{PTO}^{(l)} = B_{PTO}^{(l)} (\dot{q}_{PTO}^{(l)})^n$ ，其中比例系数 $B_{PTO}^{(l)}$ 在 $[0, 1 \times 10^5]$ 内取值，幂指数 n 在 $[0, 1]$ 内取值。

问题 3. 同时考虑浮子和振子的垂荡自由度和纵摇自由度。**求解**浮子和振子的垂荡运动和纵摇运动。直线 PTO 阻尼系数为常数 $b_{PTO}^{(l)} = 1 \times 10^4$ Ns/m。旋转 PTO 阻尼系数为常数 $b_{PTO}^{(\theta)} = 1 \times 10^3$ Nsm

问题 4. 同时考虑浮子和振子的垂荡自由度和纵摇自由度。**优化**直线 PTO 阻尼系数和旋转 PTO 阻尼系数使得输出功率最大。直线 PTO 阻尼系数和旋转 PTO 阻尼系数 $B_{PTO}^{(l)}$ 在 $[0, 1 \times 10^5]$ 内取值。

1.3 建模思路

问题一的思路 这是一个二自由度耦合受迫阻尼振动的求解。设振子和浮子的位移为两个独立且完备的广义坐标。先列出系统的拉格朗日量，将其代入拉格朗日方程，得到一个二元二阶微分方程组。不同的阻尼形式对应于不同的耦合方式：情况一表示两自由度的一阶项发生线性耦合，此时系统的两个本征简谐自由度不再正交，也不再么正演化（在非耦合情形是存在两个独立简正模态的，于是简化为两个独立的一元二阶线性微分方程问题）；情况二表示两自由度发生非线性耦合，动力学方程组是非线性微分方程组，不再有简谐解。不论是线性耦合还是非线性耦合，我们都可以使用四阶-五阶 Runge-Kutta 算法求出广义坐标的时域离散解。

问题二的思路 这是一个单目标优化问题，数学本质是函数极值问题。首先需要求出平均输出功率关于待优化参数的函数（这个函数可以是数值的而非解析的），这一函数可以根据问题一得到的广义坐标的时域离散解再根据物理定律做数值积分算出。特别地，对于简谐振动情况，即情况一，平均功率可以根据简谐振动的振幅算出。得到功率关于待优化参数变化的函数图像后，我们就可以根据函数的性质选择适当求解函数极值问题的数值算法来求解了。两种情况的区别在于，情况一是单参数优化问题，情况二是二参数优化问题，即分别对应一元函数极值问题和二元函数极值问题。我们都有很成熟的算法来应对它们。

问题三的思路 这是一个四自由度耦合受迫阻尼振动的求解。振子和弹簧各有一个垂荡自由度和纵摇自由度。与问题一的求解思路一致，先选取一套合适的广义坐标，写出拉格朗日量，然后代入拉格朗日方程中化简得到关于四个广义坐标的二阶微分方程组。这里只考虑线性阻尼，但是由于垂荡自由度和纵摇自由度之间的耦合可能不是线性的，因此得到的可能是非线性微分方程。我们仍然使用四阶-五阶 Runge-Kutta 算法求出广义坐标的时域离散解。

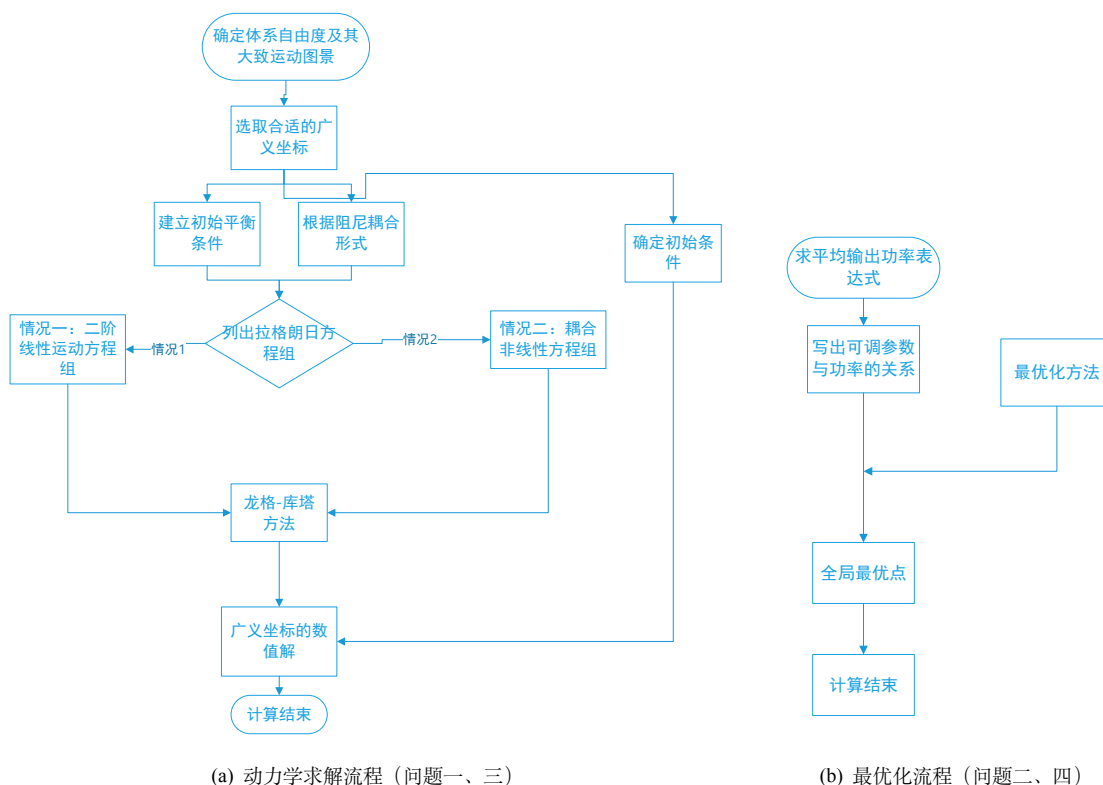


图 1 建模思路示意图

问题四的思路 这是一个单目标二变量优化问题，本质上是要求解功率关于两个阻尼系数的函数的极值，而这个函数关系可以通过问题三的解做数值积分得到。之后的二元函数极值问题的求解过程与问题二一致。

二、模型准备

2.1 模型假设

假设 1. 系统在平衡位置附近作幅度较小的振动，(广义) 恢复力与振幅的关系是线性的。

在这种情况下，广义恢复力由胡克定律描述。而且只有在微振动近似条件下，才能将系统的运动完备地分解为垂荡和纵摇两部分分量——事实上，一个在二维铅锤面运动的刚体应当拥有 3 个独立自由度，我们的系统由两部分刚体以及非完整约束构成，本应有 6 个独立自由度，但是我们在微振动近似下忽略了系统质心在水平方向的微小漂移运动。

假设 2. 只考虑浮子和振子的质量，忽略其他物体的质量。

假设 3. 忽略各种摩擦，不考虑除阻尼器之外的所有能量耗散途径。

假设 4. 海水对系统的作用形式只有波浪激励力（矩）、附加惯性力（矩）、兴波阻尼力（矩）和静水恢复力（矩），不考虑其他形式的流体作用。

假设 5. 浮子空腔壁的厚度远小于其几何尺度，且质量均匀分布。

假设5用于计算浮子绕质心轴的作定轴转动的转动惯量（标量），在该条件下，浮子的质量均匀分布于一个二维曲面上。

假设 6. 摇荡过程中，海面水位线始终在浮子的圆柱侧面上，也即，圆锥面不会露出水面、浮子圆柱上底始终不会浸入水面。

在比较具体的几何参数和数值求解结果之前，这个假设是没有依据的，只是一个直观的猜测。我们会在求解结果讨论部分验证这个假设，如果这个假设成立，那么我们的求解过程会大大简化。

2.2 符号约定及名词定义

为了数学上表述方便，我们按照表1约定物理量对应的符号。

根据理论力学 [5] 的观点，系统的状态可由广义坐标描述。选取合适的广义坐标可以使得物理过程的求解和物理图像更加直观。广义坐标通过正交变换与显明坐标联系。我们在广义坐标张成的空间中，可以作如下定义。

定义 1 (广义质量). 衡量物体在广义坐标空间中的惯性大小的广延量（张量）。

定义 2 (广义响应模量). 广义应力关于广义应变的线性响应系数。

定义 3 (广义阻尼系数). 广义阻尼关于广义速度的线性响应系数。

如此定义可以使得具有相同物理本质的物理动力学过程具有相同的数学形式。

表1中约定的是符号的普遍形式。在具体的描述中，一个物理量由描述其物理意义的符号以及上标和下标组成。下标表示该物理量描述的对象，上标表示该物理量是在哪类广义坐标空间中定义出来的，上标和下标可能的值也列举在表1中。在不会引起混淆的前提下，有时我们略去上标不写。

2.3 理论背景

我们会用到一些物理定律，这里不作证明地把它列出。

定律 1 (有耗散开放系统的拉格朗日方程). 假设一个物理系统符合完整系统的要求，即所有广义坐标都互相独立，则存在有耗散开放系统的拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \frac{\partial G}{\partial \dot{q}} + Q_{\text{ex}} \quad (1)$$

表 1 符号约定

符号	说明	量纲
q	广义坐标	$[q]$
m	广义质量	$[m]$
k	广义响应模量	$[m]s^{-2}$
b	广义阻尼系数	$[m]s^{-1}$
Q	广义力	$[m][q]s^{-2}$
V	广义势	$[m][q]^2s^{-2}$
G	耗散势（贲势）	$[m][q]^2s^{-2}$
\cdot_{os}	下标表示该物理量描述的对象是振子（oscillator）	-
\cdot_{fl}	下标表示该物理量描述的对象是浮子（floater）	-
\cdot_{PTO}	下标表示该物理量描述的对象是 PTO 阻尼器	-
\cdot_{sp}	下标表示该物理量描述的对象是弹簧（spring）	-
$\cdot^{(l)}$	上标表示该物理量是由轴向直线位移作广义坐标来定义的	-
$\cdot^{(z)}$	上标表示该物理量是由竖直方向直线位移作广义坐标来定义的	-
$\cdot^{(\theta)}$	上标表示该物理量是由角向直线位移作广义坐标来定义的	-
P	耗散/输出功率	$J \cdot s^{-1}$
n	直线阻尼器的阻尼关于相对速度的幂指数	1
$B_{PTO}^{(l)}$	直线阻尼器的阻尼关于相对速度的幂次的系数	略

其中 $L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = T - V$ 是系统的拉格朗日量， $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_s)$ 为系统的广义坐标， s 为系统的独立自由度数， T 为系统动能， V 为保守势， G 为耗散势，这是一种非保守的广义势。 \mathbf{Q}_{ex} 是广义外力。拉格朗日方程描述系统随时间的演化的动力学过程。可以证明 [5]，它与牛顿动力学方程等价。

定律 2 (胡克定律/线性响应理论). 在微振动近似条件下，广义应力正比于广义应变，即

$$Q = -k(q - q_0) \quad (2)$$

其中 k 为广义响应模量， q_0 为平衡位置的广义坐标， $q - q_0$ 表示广义应变。

三、 问题一：二自由度耦合受迫阻尼振动

正如我们前文所分析的思路，我们先找到完备描述系统运动的广义坐标，根据物理规律列出拉格朗日量，代入拉格朗日方程求解得到二阶微分方程，并通过四阶-五阶

Runge-Kutta 算法求出广义坐标的时域离散解。

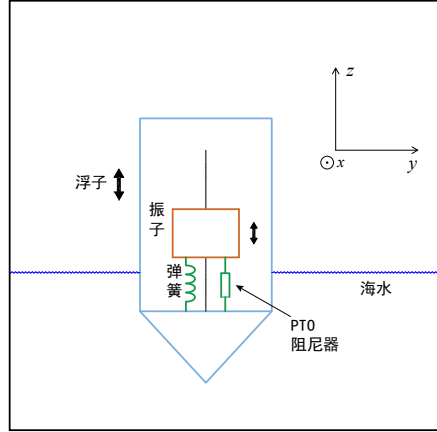


图2 垂荡运动示意图

在这一部分，我们只考虑浮子和振子的垂荡运动，如图2所示。

在静水的情况下，系统重力与浮力达到平衡。在垂荡运动中，记振子相对于平衡位置的位移为 q_{os} ，浮子相对于平衡位置的位移为 q_{fl} ，这里由于广义坐标的都是描述直线位移的，我们暂时都略去上标 $\cdot^{(l)}$ 不写。系统的广义坐标可以简约地写为一个矢量

$$\mathbf{q} = (q_{fl} \quad q_{os})^T \quad (3)$$

容易写出，系统的总动能为

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \begin{bmatrix} m_{fl} + m_{add} & 0 \\ 0 & m_{os} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \quad (4)$$

其中 m_{add} 为附加惯性质量。系统的总势能为

$$V = V_{gr} + V_{re} + V_{sp} \quad (5)$$

$$V_{gr} = m_{fl} g q_{fl} + m_{os} g q_{os} \quad (6)$$

$$V_{re} = -(m_{fl} + m_{os}) g q_{fl} + \frac{1}{2} \rho g S q_{fl}^2 \quad (7)$$

$$V_{sp} = \frac{1}{2} k_{sp} (q_{os} - q_{fl} - \frac{m_{os} g}{k_{sp}})^2 \quad (8)$$

其中, S 为海面对浮子的截面面积。有几何关系

$$q_{sp} = q_{os} - q_{fl} \quad (9)$$

系统的拉格朗日量可以表示为广义坐标和广义速度的函数

$$L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = T - V \quad (10)$$

系统的广义力由波浪激励力提供

$$\mathbf{Q}_{ex} = \begin{pmatrix} f \cos(\omega t) & 0 \end{pmatrix}^T \quad (11)$$

对于兴波阻尼力 (wave-making damping force), 我们定义其耗散势为

$$G_{wm} = \frac{1}{2} b_{wm} \dot{q}_{fl}^2 \quad (12)$$

考虑到静水恢复力为 Q_{re} 为 V_{re} 势能的负梯度, 系统的平衡位置可以由以下方程建立

$$Q_{re} = (m_{fl} + m_{os})g - \rho g S q_{fl} \quad (13)$$

PTO 阻尼器的耗散势与 PTO 阻尼系数的具体形式有关。下面我们分别针对两种情况进行讨论。

3.1 线性耦合模型

情况一, PTO 阻尼系数为常数。

PTO 阻尼耗散势为

$$G_{PTO} = \frac{1}{2} b_{PTO} (\dot{q}_{os} - \dot{q}_{fl})^2 \quad (14)$$

我们将方程 (10)(11)(12)(14) 代入拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial G_{wm}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} + \frac{\partial G_{PTO}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} + \mathbf{Q}_{ex} \quad (15)$$

得

$$\begin{pmatrix} m_{fl} + m_{add} & 0 \\ 0 & m_{os} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_{fl} \\ \ddot{q}_{os} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{PTO} + b_{wm} & -b_{PTO} \\ -b_{PTO} & b_{PTO} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_{fl} \\ \dot{q}_{os} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{sp} + \rho g S & -k_{sp} \\ -k_{sp} & k_{sp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{fl} \\ q_{os} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

此即系统的运动方程，有两个独立的广义坐标描述。这是一个二阶线性非齐次微分方程组。

3.2 非线性耦合模型

情况二，PTO 阻尼系数为

$$b_{\text{PTO}} = B_{\text{PTO}}(\dot{q}_{\text{sp}})^n \quad (17)$$

其中 B_{PTO} , n 为常数。

这种形式的阻尼系数是有非平庸的物理意义的——当 n 取到某一特定值时，阻尼系数具有标度不变性，这一特定值与阻尼的具体非唯象机制有关。所谓标度不变性，即当我们按某一比例改变系统的几何尺度时， \dot{q}_{PTO} 按等比例改变，如果 b_{PTO} 按该比例的 n 次幂改变，(17) 仍然成立，这说明 (17) 在各个尺度下都是成立的，这个特定的 n 值就称为该系统的重整化不动点。这一不变性的存在，使得科学家可以通过小尺度的力学实验来验证大尺度（通常尺度达到难以直接实验）的力学特性。当然，这是题外话，我们本题不要求解这个重整化不动点。

言归正传，情况二的 PTO 阻尼耗散势为

$$G_{\text{PTO}} = \frac{1}{2} B_{\text{PTO}} (\dot{q}_{\text{sp}})^n (\dot{q}_{\text{os}} - \dot{q}_{\text{fl}})^2 \quad (18)$$

我们将方程 (10)(11)(12)(18) 代入拉格朗日方程 (43) 得系统的动力学方程

$$\begin{pmatrix} m_{\text{fl}} + m_{\text{add}} & 0 \\ 0 & m_{\text{os}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_{\text{fl}} \\ \ddot{q}_{\text{os}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{\text{PTO}}(\dot{q}_{\text{PTO}})^n + b_{\text{wm}} & -B_{\text{PTO}}(\dot{q}_{\text{PTO}})^n \\ -B_{\text{PTO}}(\dot{q}_{\text{PTO}})^n & B_{\text{PTO}}(\dot{q}_{\text{PTO}})^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_{\text{fl}} \\ \dot{q}_{\text{os}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{\text{sp}} + \rho g S & -k_{\text{sp}} \\ -k_{\text{sp}} & k_{\text{sp}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{\text{fl}} \\ q_{\text{os}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

3.3 数值求解

我们使用四阶-五阶 Runge-Kutta 算法求解以上两种情况的微分方程组，这一过程我们直接在 MATLAB 中调用 `ode45` 来实现¹。这一部分的具体计算代码见附录1.1和附录1.2。

考虑初始时刻浮子和振子平衡于静水中，我们求解了前 40 个波浪周期内时间间隔为 0.2 s 的垂荡位移和垂荡速度，并将数据按给定格式写在附件 `result1-1.xlsx` 和附件 `result1-2.xlsx` 中，并将几个特定时刻的解列在表2中。我们将振子和浮子的垂荡位

¹ `ode45` 用 4 阶 Runge-Kutta 算法提供候选解，5 阶 Runge-Kutta 算法控制误差，是一种自适应步长（变步长）的常微分方程数值解法，其整体截断误差为 $(x)^5$ 。解决的是 Nonstiff（非刚性）常微分方程。

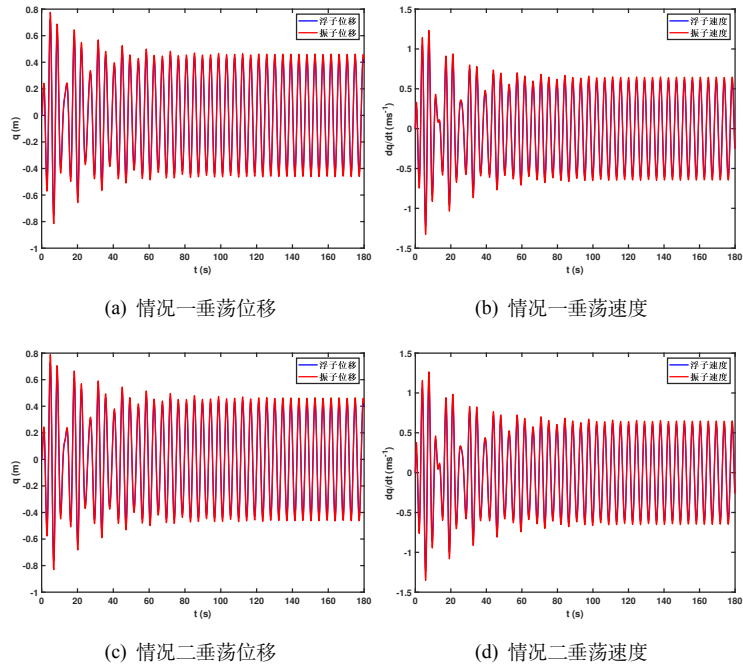


图 3 垂荡运动时域离散解
振子的垂荡运动曲线与浮子的垂荡运动曲线几乎重合，这说明系统的整体振动幅度远远大于系统内部的相对振动。

表 2 垂荡位移和速度在几个特定时刻的解

阻尼类型	时间 (s)	浮子		振子	
		位移 (m)	速度 (m/s)	位移 (m)	速度 (m/s)
线性阻尼	10	-0.191	-0.641	-0.212	-0.694
	20	-0.591	-0.240	-0.634	-0.272
	40	0.285	0.313	0.297	0.333
	60	-0.314	-0.479	-0.331	-0.516
	100	-0.084	-0.604	-0.084	-0.643
非线性阻尼	10	-0.206	-0.653	-0.235	-0.698
	20	-0.611	-0.254	-0.661	-0.276
	40	0.269	0.296	0.280	0.314
	60	-0.327	-0.491	-0.349	-0.524
	100	-0.088	-0.610	-0.094	-0.650

移和垂荡速度的时域离散解显示在图3中。从图中我们注意到，浮子的运动和振子的运动几乎重合，它们之间相对运动的振幅远远小于整体振动的幅度。我们还注意到，情况一的定态振动与简谐振动波形类似，这是因为情况一的运动方程是二阶线性微分方程组。情况二的振动波形显然不符合简谐振动的形式了。

我们在这里验证假设 6。对静水平衡位置，容易从数值上证明平衡位置在圆锥之上，由此可推得平衡位置 H ：

$$H = \frac{V - V_{cone}}{\pi r^2} = \frac{\frac{m_{fl} + m_{os}}{\rho} - \frac{1}{3}\pi r^2 h}{\pi r^2} \approx 2m \quad (20)$$

只有当 $q_{fl} < 2m$ 或 $q_{fl} > -1m$ 时，假设 6 成立。

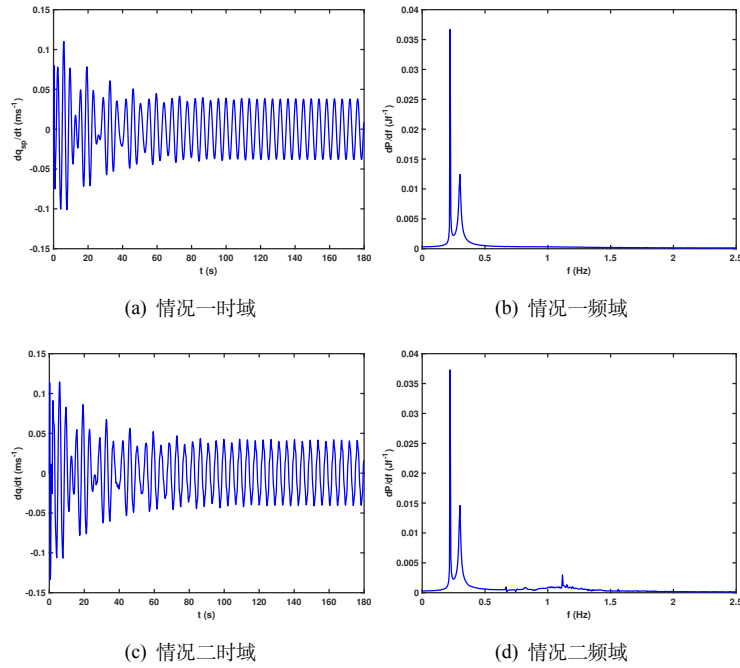


图 4 浮子与振子的相对速度

可看到暂态时浮子振动最剧烈，但也满足条件，所以接下来计算功率函数时，为方便，我们也认为假设成立。

由于振子浮子之间的相对运动幅度很小，我们将两者的垂荡运动作差直接观察这种相对运动。如图4所示，我们作出相对速度的时域图和频域图。我们发现，相对速度大概比图3所示的整体速度小一个数量级。而且，在频域图中可以看到，频率分布的主峰在波浪激励力频率上，此外还有次峰。稍后我们将会分析，它们正是暂态过程在固有频率上的振动分量。

相图是分析周期/准周期振动的重要手段。图5展示了情况一和情况二的相图与李萨如图。相图描述广义坐标与广义速度之间的关系，李萨如图描述两个广义坐标之间的关系。相图轨迹给出我们的结果是，系统从相图零能出发，在波浪激励力的驱动下，经过

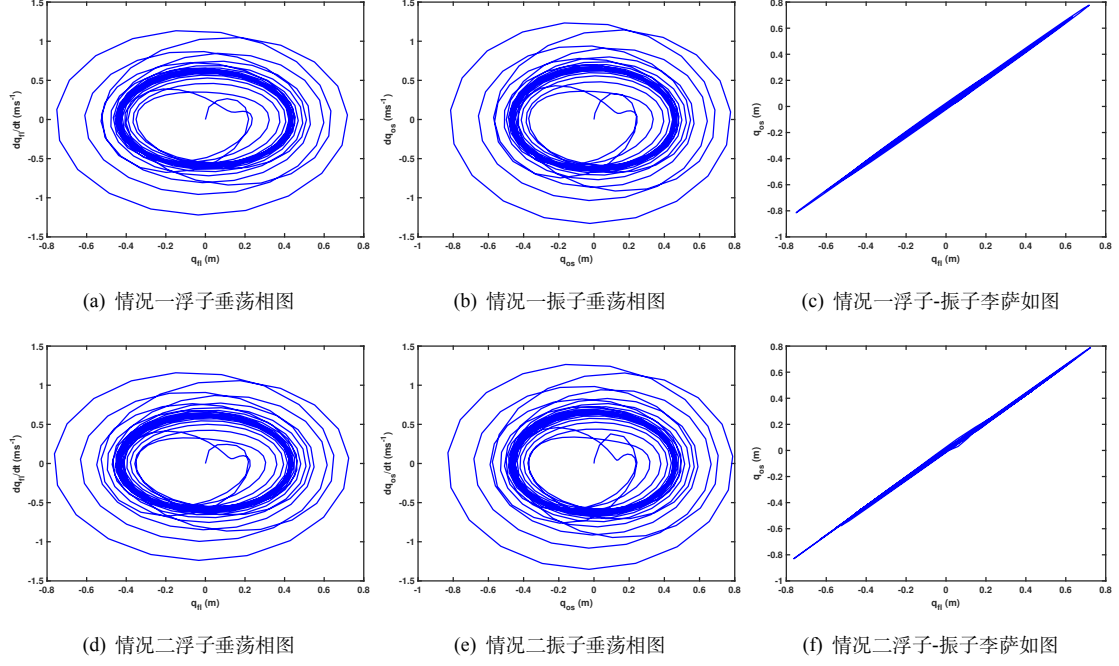


图 5 振子、浮子的相图与李萨如图

暂态的高能激发，最终回落到稳定的定态极限环上。而从李萨如图中我们可以看出，两个广义坐标之间的振动几乎没有相位差。

前面多次提到暂态和稳态两个概念，为简单起见，我们以线性耦合模型得到的方程 (19) 分析浮子、振子的运动模式。

浮子受到正弦激励力，所以它的运动模式在足够长时间后趋于正弦振动，振子在弹簧和阻尼器的作用下也会随浮子有相同运动模式；但由于初始位置选取的不同，短时间内浮子、振子的运动状态比较复杂，但只要时间足够长，这些影响会被激励力抵消。据此，我们提出了暂态、稳态两概念，前者描述运动开始时短时间的运动状态，稳态则描述系统受迫时间足够长的轨迹比较稳定的运动。我们从不同相图可以看到，相轨比较集中的区域对应于稳态。

四、 问题二：单目标优化问题

在这一部分我们的思路是，首先得出定态平均功率的计算表达式，然后利用该功率函数构造传统优化问题中的成本函数/损失函数，利用粒子群算法、重整化方法、带状优化方法来求解优化问题。

4.1 定态平均功率的计算

系统的运动可以看作暂态振动与定态振动的叠加。暂态与运动的初态有关，分量随时间衰减。因此在考虑工业上的功率输出优化问题时，为了使讨论更具普适性、稳定性，我们需要考虑动力学演化足够长时间后的定态运动。

情况一 对于受迫阻尼简谐振动（情况一的定态），可以证明其一个周期内的平均输出功率为

$$\overline{P_{\text{PTO}}} = \frac{1}{2} b_{\text{PTO}} \left(|\dot{q}_{\text{sp}}|_{\max} \right)^2 \quad (21)$$

其中 b_{PTO} 为阻尼系数， $|\dot{q}_{\text{sp}}|_{\max}$ 为相对速度的定态振幅。定态振幅有两种计算方法，一种是计算广义坐标的时域振动解向定态波函数投影（傅里叶变换）的分量；另一种是直接计算若干个周期内的广义速度的绝对值的最大值，即

$$|\dot{q}_{\text{sp}}|_{\max} = \max \{ |\dot{q}_{\text{sp}}| \} \quad (22)$$

经验证，后者比前者的稳定性更好，效率也不太低，因此我们采用 (21)(22) 式作为平均输出功率的函数。并且，为了避免初态对测量的干扰，我们使用问题一所解得的最后十个周期作为广义速度的绝对值的最大值搜索范围，得

$$\overline{P_{\text{PTO}}} = \frac{1}{2} b_{\text{PTO}} \left(\max_{\text{last10T}} \{ |\dot{q}_{\text{sp}}| \} \right)^2 \quad (23)$$

情况二 对于受迫非线性阻尼振动（情况二的定态），我们计算最后十个周期内的阻尼力总耗散功与十个周期长度的比值，即

$$\overline{P_{\text{PTO}}} = \sum_{\text{last10T}} P_{\text{PTO}}(t_i) \Delta t_i / \sum_{\text{last10T}} \Delta t_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\text{last10T}} P_{\text{PTO}}(t_i) \quad (24)$$

其中 n_i 为最后十个周期内的数值点个数。而每一个瞬时的耗散功率为

$$P_{\text{PTO}} = -Q_{\text{PTO}} \cdot \dot{q}_{\text{PTO}} \quad (25)$$

$$Q_{\text{PTO}} = -b_{\text{PTO}}(\dot{q}) \cdot \dot{q} \quad (26)$$

$$b_{\text{PTO}} = -B_{\text{PTO}} |\dot{q}|^n \quad (27)$$

最终求得

$$\overline{P_{\text{PTO}}} = \frac{1}{n_i} \sum_{\text{last10T}} B_{\text{PTO}} |\dot{q}|^{n+2} \quad (28)$$

4.2 功率-阻尼响应关系

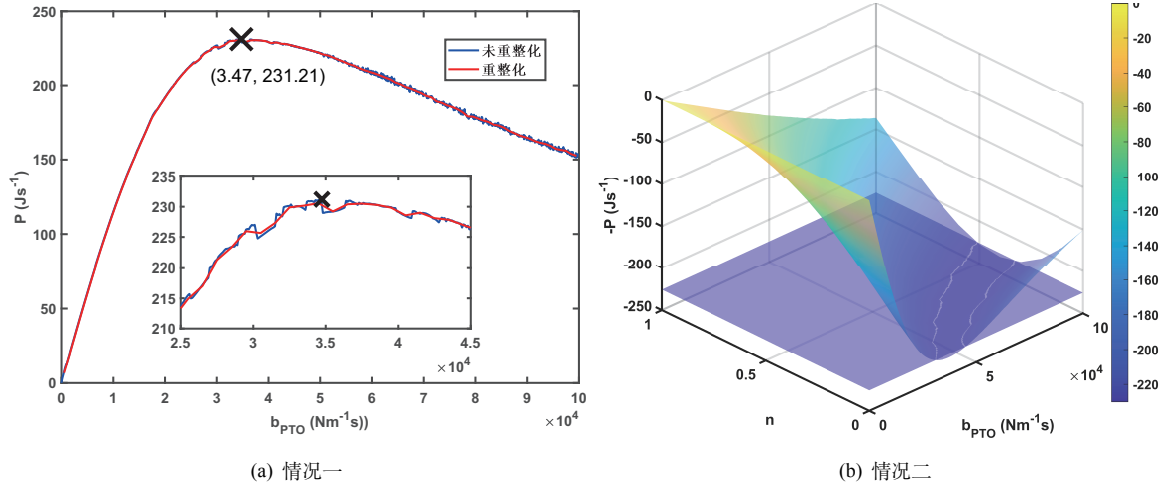


图 6 功率-阻尼响应关系

现在，不论是情况一还是情况二，我们都得到了功率关于阻尼参数的函数

$$P_{\text{PTO}} = P_{\text{PTO}}(\mathbf{b}_{\text{PTO}}) \quad (29)$$

其中 \mathbf{b}_{PTO} 为可调参数空间中的向量。我们作出 $P_{\text{PTO}}(\mathbf{b}_{\text{PTO}})$ 的函数图像，如图6所示。情况一的参数空间是一维的，得到的是功率-阻尼响应曲线（图6(a)中的蓝色曲线）；情况二的参数空间是二维的，我们得到的是功率-阻尼参数响应曲面（图6(b)中的彩色曲线，不包括紫色的截面），注意情况二的z轴为 $-P_{\text{PTO}}$ 而非 P_{PTO} ，我们在功率前面添加负号来构造优化问题的成本函数。

从 $P_{\text{PTO}}(\mathbf{b}_{\text{PTO}})$ 的函数图像中，我们大致可以看出待优化函数的性质是比较良好的，函数比较光滑，没有明显的局部最优点。下面我们进行具体的优化求解。

4.3 单参数优化模型

我们采用了两种算法来求解情况一的单参数优化问题。粒子群算法尝试找到全局最优点，而我们原创的重整化方法则通过分箱平均操作尝试对功率-阻尼曲线进行平滑化，以提高优化结果的鲁棒性。

4.3.1 粒子群算法

我们采用粒子群算法 [6] 对功率函数尝试全局最优化。粒子群算法基于群鸟觅食模型提出，初始时刻每只鸟位置随机，飞翔方向随机，随着时间推移，每只鸟通过自身寻觅食物的经验和鸟群内信息的共享，逐渐趋向食物前进。每只鸟能通过自身经验判断所

在位置附近寻找到的食物有多大价值，称为适应值；每只鸟能记住自己找到的最好位置，称为局部最优；还能记住所有鸟找到的最好位置，称为全局最优，整个鸟群总是朝着全局最优移动。

记待优化函数（目标函数）在一个 D 维的目标搜索空间中，鸟数目为 m ，则第 i 只鸟的位置表示为 $X_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^D), i = (1, 2, \dots, m)$ ，将 X_i 代入目标函数计算出其适应值。每只鸟经历过的最好位置记为 $P_i = (p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^D)$ ，整个鸟群经历过的最好位置记为 $P_g = (p_g^1, p_g^2, \dots, p_g^D)$ ，第 i 只鸟速度记为 $V_i = (v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^D)$ 。

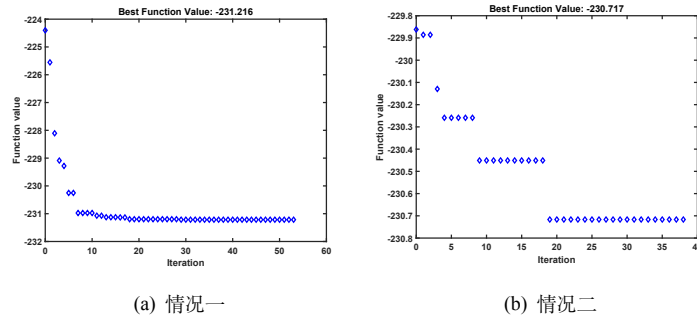


图 7 迭代收敛过程

粒子群算法的实质是采用下列公式对粒子位置不断更新，每一次迭代得到的较优函数值，我们话在展示迭代收敛性的迭代过程图7中。

$$v_i^d = \omega v_i^d + c_1 r_1 (p_i^d - x_i^d) + c_2 r_2 (p_g^d - x_i^d) \quad (30)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, m$ ； $d = 1, 2, \dots, D$ ； ω 是非负数，称为惯性因子；加速常数 c_1 和 c_2 是非负常数； r_1 和 r_2 是 $[0, 1]$ 范围变化的随机数； a 称为约束因子，目的是控制速度的权重。

需要注意的是，粒子群算法实质是寻找目标函数的全局最小值，而题目要求寻找功率函数的最大值，所以定义目标函数值为功率函数值的负数。

粒子群优化算法的优化结果如表3所示，图6所标记的坐标点就是粒子群算法得出的最优点。

表 3 单参数优化结果

优化方法	粒子群算法	重整化方法
最大输出功率 ($\text{J} \cdot \text{s}^{-1}$)	231.21	229.89
最优阻尼系数 ($\times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$)	3.47	3.50
阻尼系数容差 * ($\times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$)	0.98	1.11

* 阻尼系数容差定义为：输出功率为 95% 最大功率以上时，容许的阻尼系数相对最优值的偏差，该容差越大，鲁棒性越好。

4.3.2 重整化方法（分箱）

在实际工业制造中，不可能严格控制阻尼系数为最优阻尼系数，总会因为生产条件的不同产生些许差异。我们希望找到的最优阻尼系数不仅能使输出功率最大化，也要能够容许实际的阻尼系数在最优点附近浮动时，输出功率不会较最大功率降低太多。

考虑到工业中常见的分档调节式阻尼器，我们在数值上，类似于直方图的 rebin 方法，将可调参数定义域划分为多个等距区间（箱），横、纵轴分别取区间横、纵坐标的平均值，通过此方法尽可能去掉功率函数部分区域的毛刺，进行曲线的平滑化，如图6。在此基础上我们寻找最优阻尼系数区间，数据列于表格3中。

比较表3中的两种方法，我们发现它们的优化结果并没有太大差别。这是显然是因为图6所示的功率-阻尼曲线的良好性质决定的，一方面它比较光滑，另一方面它在极值点处比较平缓。

4.4 多参数优化模型

表 4 多参数优化结果

优化方法	粒子群算法	带状优化方法
最大输出功率 ($\text{J} \cdot \text{s}^{-1}$)	231.21	229.86
最优比例系数	95820	70950
最优幂指数	0.3918	0.2585

粒子群算法同样能适用于多参数优化，我们将优化结果展示在表4中。

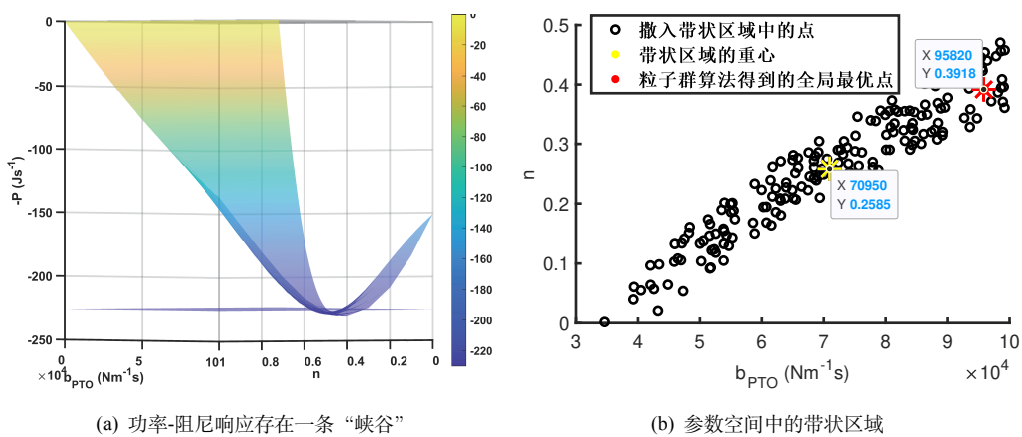


图 8 带状优化法

但是我们又注意到，其实从图6(b) 中并不能直观看出全局最优点的存在，而是似乎存在一条最优“峡谷”，事实上，当我们我们用一个成本函数容差为 1% 的截面去截功率响应曲面（如图8），会发现成本函数小于该截面点构成一个带状区域（如图6）所示。

从工业生产的角度而言，这个带状区域内的参数点都可以得到很高的输出功率，而且带状区域中部的点的鲁棒性显然要比带状区域边缘的鲁棒性高。由此我们构建一套方法：在参数空间中随机撒点，将位于该带状区域中（即功率不低于 99% 最大功率）的所有参数点的坐标求平均，以得到带状区域的几何重心，以此作为最优解（其结果在图8中与粒子群算法的结果比较），我们称之为带状优化法。

五、 问题三：四自由度耦合受迫阻尼振动

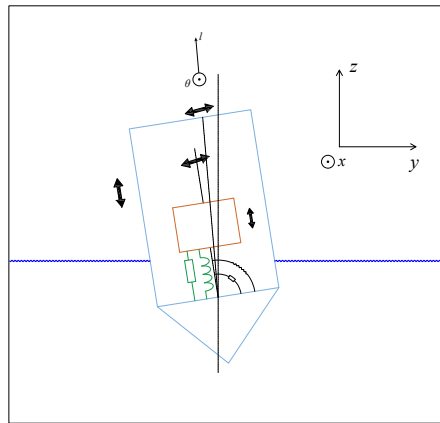


图 9 垂荡、纵摇运动示意图

问题三同时考虑振子的垂荡自由度、振子的纵摇自由度、浮子的垂荡自由度、浮子的纵摇自由度，一个有四个独立的自由度，如图9。我们定义一套广义坐标

$$\mathbf{q} = \left(q_{\text{fl}}^{(Z)} \quad q_{\text{fl}}^{(\theta)} \quad q_{\text{os}}^{(l)} \quad q_{\text{os}}^{(\theta)} \right)^T \quad (31)$$

其中 $q_{\text{fl}}^{(Z)}$ 表示浮子（floaters）相对于平衡位置的竖直方向垂荡的位移， $q_{\text{fl}}^{(\theta)}$ 表示浮子纵摇方向的角位移， $q_{\text{os}}^{(l)}$ 表示振子（oscillator）质心距离中轴底部铰接点的距离（注意这里并没有把位移定义为广义坐标，这没有关系，只是为了物理描述上的方便）， $q_{\text{os}}^{(\theta)}$ 表示振子纵摇方向的角位移。

再次说明，这里能够把系统的运动分解为垂荡和纵摇两种自由度，是考虑了微振动近似的结果，因为完整的二维运动的刚体二体系统是有六个自由度而非四个。但是，在接下来关于自由度耦合的计算中，我们没有考虑线性耦合近似，而是仍然保留了非线性耦合的形式，这是因为：在实际的工业生产中，把运动自由度分解垂荡和纵摇两种自由度所需的微振动近似条件与考虑线性耦合近似所需的微振动近似条件可能并不一致，毕竟前者还与二体的质量配比、质心位置、质量分布等有密切的关系。在实际的实践中，很可能出现的情况是，系统符合运动分解为垂荡和纵摇两种自由度的近似条件，而不符

合线性耦合近似条件。为了最一般性的考虑，我们并没有对耦合进行线性近似。而且，我们所用的拉格朗日方程求解动力学问题的办法，可以在不做近似的情况下依然进行比较轻松的求解。

我们还需注意的一点是，这里的非线性耦合出现的原因不同于问题一的第二种情况。问题三、四即使只考虑线性阻尼，依然会出现非线性耦合，其本质原因是，重力势能对这两类几何关系的依赖是非线性的。

5.1 非线性耦合模型

基于我们广义坐标的选取和初始平衡条件的建立，与问题一类似，我们罗列以下计算公式：广义坐标矢量：

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_{\text{fl}}^{(Z)} & q_{\text{fl}}^{(\theta)} & q_{\text{os}}^{(L)} & q_{\text{os}}^{\theta} \end{pmatrix}^T \quad (32)$$

备注：广义坐标中 $q_{\text{os}}^{(L)}$ 在初始时刻不为零。

几何关系：

$$q_{\text{os}}^{(L)} \cos(q_{\text{os}}^{(\theta)}) - l_0 \cos(q_{\text{fl}}^{(\theta)}) + q_{\text{fl}}^{(Z)} = q_{\text{os}}^{(Z)} \quad (33)$$

$$-q_{\text{os}}^{(L)} \sin(q_{\text{os}}^{(\theta)}) + l_0 \sin(q_{\text{fl}}^{(\theta)}) = q_{\text{os}}^{(Y)} \quad (34)$$

备注：如图浮子质心位置与转轴连接处为 l_0

系统的总动能：

$$T = \frac{1}{2}(m_{\text{fl}}^{(Z)} + m_{\text{add}}^{(Z)})\dot{\mathbf{q}}_{\text{fl}}^{(Z)2} + \frac{1}{2}(m_{\text{fl}}^{(\theta)} + m_{\text{add}}^{(\theta)})\dot{\mathbf{q}}_{\text{fl}}^{(\theta)2} \quad (35)$$

其中 m_{add} 为附加惯性质量, m_{add} 为附加惯性角动量。

系统的总势能为

$$V = V_{\text{gr}} + V_{\text{re}} + V_{\text{sp}} \quad (36)$$

$$V_{\text{gr}} = m_{\text{fl}}^{(Z)} g q_{\text{fl}}^{(Z)} + m_{\text{os}} g^{(L)} q_{\text{os}}^{(L)} \quad (37)$$

$$V_{\text{re}} = -(m_{\text{fl}}^{(Z)} + m_{\text{os}}^{(L)}) g q_{\text{fl}}^{(Z)} + \frac{1}{2} \rho g S q_{\text{fl}}^{(Z)2} / \cos(q_{\text{fl}}^{(\theta)}) \quad (38)$$

$$V_{\text{sp}} = \frac{1}{2} k_{\text{sp}}^{(\theta)} (q_{\text{os}}^{(\theta)} - q_{\text{fl}}^{(\theta)})^2 + \frac{1}{2} k_{\text{sp}}^L (q_{\text{os}}^{(L)} - l_{\text{sp}})^2 \quad (39)$$

备注：平衡条件

$$k_{\text{sp}}^L (q_{\text{os}}^{(L)} - l_{\text{sp}}) = m_{\text{os}}^{(Z)} g \quad (40)$$

耗散势能对拉格朗日方程的修正：

$$G_{\text{PTO}} = \frac{1}{2}b_{\text{PTO}}^{(\theta)}(\dot{q}_{\text{os}}^{(\theta)} - \dot{q}_{\text{fl}}^{(\theta)})^2 + \frac{1}{2}b_{\text{PTO}}^{(L)}(\dot{q}_{\text{os}}^L)^2 \quad (41)$$

$$G_{\text{wm}} = \frac{1}{2}b_{\text{wm}}^{(L)}(\dot{q}_{\text{fl}}^{(Z)})^2 + \frac{1}{2}b_{\text{wm}}^{(\theta)}(\dot{q}_{\text{fl}}^{(\theta)})^2 \quad (42)$$

最终修正以后的拉格朗日方程为：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial G_{\text{wm}}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} + \frac{\partial G_{\text{PTO}}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} + \mathbf{Q}_{\text{ex}} + \mathbf{Q}_{\text{re}}^{(\theta)} \quad (43)$$

备注： $\mathbf{Q}_{\text{re}}^{(\theta)}$ 这一项我们定义为静水恢复力矩所对应的主动力，由题目条件恢复力矩与相对转角成正比可知：

$$Q_{\text{re}}^{(\theta)} = -k_{\text{re}}^{(\theta)} q_{\text{fl}}^{(\theta)} \quad (44)$$

$$\mathbf{Q}_{\text{ex}} = \begin{pmatrix} Q_{\text{ex}}^{(L)} & Q_{\text{ex}}^{(\theta)} & 0 & 0 \end{pmatrix}^T * \cos(\omega * t) \quad (45)$$

备注： $Q_{\text{ex}}^{(L)}$ 和 $Q_{\text{ex}}^{(\theta)}$ 为激励力（激励力矩）振幅强度

5.2 数值求解

表 5 振荡运动在几个特定时刻的解

时间 (s)	浮子				振子			
	垂荡位移 (m)	垂荡速度 (m/s)	纵摇角位移	纵摇角速度 (s ⁻¹)	垂荡位移 (m)	垂荡速度 (m/s)	纵摇角位移	纵摇角速度 (s ⁻¹)
10	-0.5138	0.9822	0.0425	-0.2104	-0.0685	0.0665	0.0443	-0.2166
20	-0.6893	-0.2500	0.0926	-0.0088	-0.0648	-0.0461	0.0961	-0.0102
40	0.3702	0.7495	-0.1028	-0.0908	0.0245	0.0904	-0.1061	-0.0932
60	-0.3133	-0.7143	0.0406	0.1067	-0.0200	-0.0752	0.0421	0.1094
100	-0.0491	-0.9406	0.0283	0.1459	0.0074	-0.0885	0.0294	0.1510

我们得到了一个四元二阶非线性微分方程，这仍然是可以用四阶-五阶 Runge-Kutta 算法求解的。考虑初始时刻浮子和振子平衡于静水中，我们求解了前 40 个波浪周期内时间间隔为 0.2 s 的垂荡位移和垂荡速度，并将数据按给定格式写在附件 `result3.xlsx` 中，并将几个特定时刻的解列在表 5 中。

这里的振动模式与问题一相当类似，仅仅只是多了两个自由度。观察图 10 中的时域解，我们发现振子和浮子的相对运动幅度远远小于整体运动，大部分波浪能都没有被利用。

有趣的是，图 10(b) 的相对纵摇速度频域图显示，除了外力激励力引起的主峰之外，还有只是七个次峰，它们代表了暂态过程在系统的固有频率上的振动分量。这里的非平

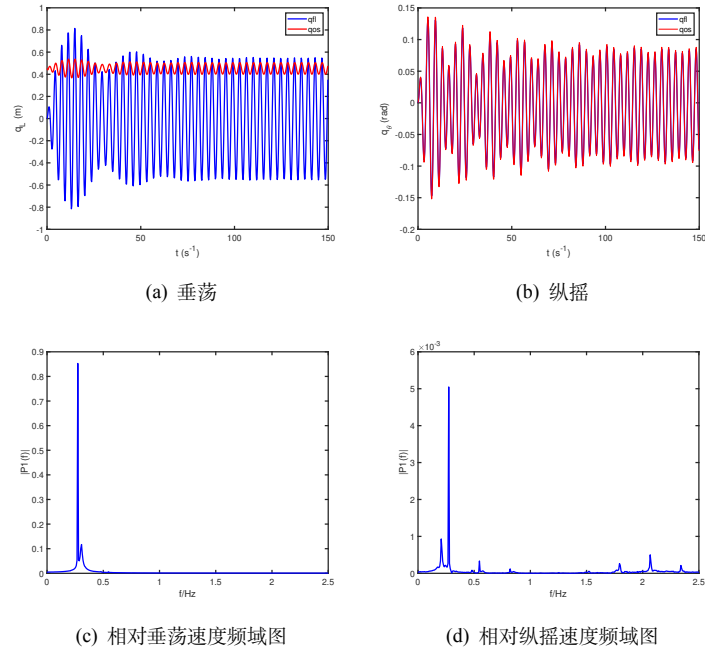


图 10 垂荡、纵摇运动时域离散解
注意图中的振子垂荡广义坐标选取的是弹簧长度，因此平衡位置不在原点。

庸之处在于，我们只有四个独立的自由度，却表现出了 7 种固有频率的响应，这是只有非线性振动才会出现的现象 [5]，这佐证了我们不对耦合作线性近似的必要性！

六、 问题四：单目标双参数优化问题

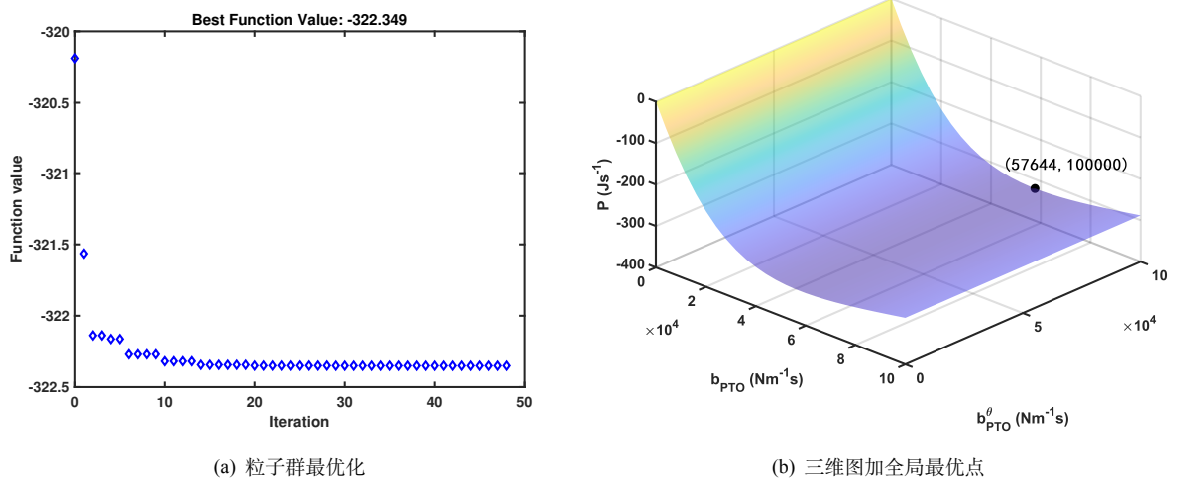


图 11 两种优化结果

定态平均功率的计算：

表 6 粒子群优化结果

最大输出功率 ($\text{J} \cdot \text{s}^{-1}$)	322.349
最优直线阻尼系数	57644
最优旋转阻尼系数	100000

方法与问题二情况二相同，我们计算最后十个周期内的阻尼力总耗散功与十个周期长度的比值，即

$$\overline{P_{\text{PTO}}} = \sum_{\text{last10T}} P_{\text{PTO}}(t_i) \Delta t_i / \sum_{\text{last10T}} \Delta t_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\text{last10T}} P_{\text{PTO}}(t_i) \quad (46)$$

与问题二同理，使用粒子群算法算得全局最优点，并算得二维功率函数图用以验证，虽然方程组极其复杂，但发现功率函数普遍性质良好。

问题四和问题二都是二自由度优化问题，相比较于问题二的非线性耦合的优化问题，问题四中需要优化的参数是线性的，没有和其他变量耦合，可是由于其方程的复杂性和参数范围之广依然导致了强大的计算强度和难度。

七、模型的评价与推广

7.1 模型的创新之处

使用拉格朗日方程求解动力学问题 有效的避免了使用牛顿第二定律，对于多个研究对象繁琐的受力分析；巧妙的回避了系统内相互作用力的重复计算；使用受力分析的另一个难点在于，处理由于惯性参考系的旋转带来的科里奥利力，转动惯性力等问题。

对振动的解析方式多元 描述浮子、振子的运动时引用了暂态、稳态的概念，分析了系统在足够长时间后状态趋于稳定的原因，从而在功率计算时采取了比较巧妙的办法；此外，采用相图和李萨如图描述系统的状态，并作频谱分析验证了模型的暂态和稳态。

优化过程考虑了实际情况 我们的模型找到了最优参数的一个带状的空间，在这个空间中我们认为都是一系列较好的优化结果，现实中加工精度的问题会引起阻尼系数的浮动，在我们模型推荐的最优阻尼范围内生产和投入使用的波浪能装置具有较好的鲁棒性。

问题四没有做小角近似，可扩展性强 最后，我们的模型没有做小角近似，使用了 Mathematica 解析计算功能，在我们能力范围内，最大程度上提供了一个精确的解析结果，由此带来的好处在于可以处理有更大范围的转动。

7.2 模型的推广思路

重整化不动点 我们在建模和分析思考的过程中发现了当阻尼系数调整到某个特殊值时，具体方法在前文有介绍，体系的自由度可以完全解耦合，这意味着阻尼系数具有标度不变性，这一特定值与阻尼的具体非唯象机制有关。这一不变性的存在，使得科学家可以通过小尺度的力学实验来验证大尺度（通常尺度达到难以直接实验）的力学特性。当然，这是题外话，我们本题不要求解这个重整化不动点。

参考文献

- [1] ORG Z. Quantifying the global wave power resource[Z].
- [2] 谢惠媚, 孟凡泰, 徐潜龙, 等. 不同形状的多自由度内置 PTO 式波浪能转换装置的性能分析[J]. 可再生能源, 2022(040-007).
- [3] 王树春, 车仁炜, 胡长胜, 等. 浮筒式海浪发电机理研究[J]. 太阳能学报, 2007.
- [4] 陈启卷, 顾兴远, 耿大洲, 等. 漂浮摆式波浪能发电装置的频时域仿真分析[J]. 可再生能源, 2022(040-003).
- [5] Л.Д. 朗道, E.M. 栗弗席兹. 理论物理学教程. 第一卷, 力学[M]. 理论物理学教程. 第一卷, 力学, 2007.
- [6] 卓金武. MATLAB 在数学建模中的应用[M]. MATLAB 在数学建模中的应用, 2011.

附录 A 问题一的计算代码

1.1 情况一：四阶-五阶 Runge-Kutta 算法求解线性微分方程组

```
q0=[0 0 0 0];
delta_t=0.2;
tspan=0:delta_t:179.8;
[t,y]=ode45(@dqfun,tspan,q0);

% 两自由度的位移时域图
figure;
plot(t,y(:,1),'b');
hold on;
plot(t,y(:,3),'r');
xlabel('t (s)');
ylabel('q (m)');
legend('浮子位移','振子位移');

% 两自由度的速度时域图
figure;
plot(t,y(:,2),'b');
hold on;
plot(t,y(:,4),'r');
xlabel('t (s)');
ylabel('dq/dt (ms^{-1})');
legend('浮子速度','振子速度');

% 浮子的相图
figure;
plot(y(:,1),y(:,2),'b');
xlabel('q_{f1} (m)');
ylabel('dq_{f1}/dt (ms^{-1})');

% 振子的相图
figure;
```

```

plot(y(:,3),y(:,4),'b');
xlabel('q_{os} (m)');
ylabel('dq_{os} (ms^{-1})');

% 浮子和振子位移相图
figure;
plot(y(:,1),y(:,3),'b');
xlabel('q_{fl} (m)');
ylabel('q_{os} (m)');

% 相对速度的时域图
figure;
plot(t,(y(:,2)-y(:,4)))
xlabel('t s');
ylabel('dq_{sp}/dt (ms^{-1})');

% 相对速度频谱图
% 计算傅里叶变换
Y=fft(y(:,2)-y(:,4));
% 计算双边谱 P2. 然后计算基于 P2 的单面谱 P1 和偶值信号长度 L
L=length(y(:,2));
P2=abs(Y/L);
P1=P2(1:L/2+1);
P1(2:end-1)=2*P1(2:end-1);
% 定义频率域 f 并绘制单面振幅谱 P1
f = 1/delta_t*(0:L/2)/L;
figure;
plot(f,P1)
xlabel('f (Hz)');
ylabel('dP/df (Jf^{-1})');

function dq=dqfun(t,q)

% 参数设置

```



```

m_vib=2433;m_flo=4866;m_add=1335.535;k_sp=80000;g=9.8;k_PT0=10000;
ro=1025;S=pi;k_wave=656.3616;f=6250;w=1.4005;

dq=zeros(4,1);
dq(1)=q(2);
dq(3)=q(4);
dq(2)=(-ro*S*g*q(1)-k_sp*(q(1)-q(3))+k_PT0*(q(4))-(k_wave+k_PT0)*q(2)+f*
↪ cos(w*t))/(m_flo+m_add);
dq(4)=(k_sp*(q(1)-q(3))+k_PT0*q(2)-k_PT0*q(4))/m_vib;
end

```

1.2 情况二：四阶-五阶 Runge-Kutta 算法求解非线性微分方程组

```

q0=[0 0 0 0];
delta_t=0.2;
tspan=0:delta_t:179.8;
[t,y]=ode45(@dqfun,tspan,q0);

% 两自由度的位移时域图
figure;
plot(t,y(:,1),'b');
hold on;
plot(t,y(:,3),'r');
xlabel('t (s)');
ylabel('q (m)');
legend('浮子位移','振子位移');

% 两自由度的速度时域图
figure;
plot(t,y(:,2),'b');
hold on;
plot(t,y(:,4),'r');
xlabel('t (s)');

```

```

ylabel('dq/dt (ms-1)');
legend('浮子速度','振子速度');

% 浮子的相图
figure;
plot(y(:,1),y(:,2),'b');
xlabel('q_{f1} (m)');
ylabel('dq_{f1}/dt (ms-1)');

% 振子的相图
figure;
plot(y(:,3),y(:,4),'b');
xlabel('q_{os} (m)');
ylabel('dq_{os}/dt (ms-1)');

% 浮子和振子位移相图
figure;
plot(y(:,1),y(:,3),'b');
xlabel('q_{f1} (m)');
ylabel('q_{os} (m)');

% 相对速度的时域图
figure;
plot(t,(y(:,2)-y(:,4)),'b')
xlabel('t (s)');
ylabel('dq/dt (ms-1)');

% 相对速度频谱图
% 计算傅里叶变换
Y=fft(y(:,2)-y(:,4));
% 计算双边谱 P2. 然后计算基于 P2 的单面谱 P1 和偶值信号长度 L
L=length(y(:,2));
P2=abs(Y/L);
P1=P2(1:L/2+1);

```

```

P1(2:end-1)=2*P1(2:end-1);
% 定义频率域 f 并绘制单面振幅谱 P1
f = 1/delta_t*(0:L/2)/L;
figure;
plot(f,P1)
xlabel('f (Hz)');
ylabel('dP/df (Jf^{-1})');

function dq=dqfun(t,q)

% 参数设置
m_vib=2433;m_flo=4866;m_add=1335.535;k_sp=80000;g=9.8;k_PT0=10000;n=0.5;
ro=1025;S=pi;k_wave=656.3616;f=6250;w=1.4005;

dq=zeros(4,1);
dq(1)=q(2);
dq(3)=q(4);
dq(2)=(-(k_PT0*(abs(q(4)-q(2)))^n+k_wave)*q(2)+k_PT0*(abs(q(4)-q(2)))^n*
↪ q(4)-(k_sp+ro*g*S)*q(1)+k_sp*q(3)+f*cos(w*t))/(m_flo+m_add);
dq(4)=(k_PT0*(abs(q(4)-q(2)))^n*q(2)-k_PT0*(abs(q(4)-q(2)))^n*q(4)+k_sp*
↪ q(1)-k_sp*q(3))/m_vib;
end

```

附录 B 问题二的计算代码

2.1 情况一：计算平均输出功率

```

function P=Power_ques1_situ1(k_PT0)
% 参数设置
m_vib=2433;m_flo=4866;m_add=1165.992;k_sp=80000;g=9.8;
ro=1025;S=pi;k_wave=167.8395;f=4890;w=2.2143;

```

```

q0=[0 0 0 0];
delta_t=0.2;
tspan=0:delta_t:10800;
P=zeros(1,length(k_PT0));
for i=1:length(k_PT0)
    dq=@(t,q)[q(2);(-ro*S*g*q(1)-k_sp*(q(1)-q(3))+k_PT0(i)*(q(4))-(
↪ k_wave+k_PT0(i))*q(2)+f*cos(w*t))/(m_flo+m_add);
        q(4);(k_sp*(q(1)-q(3))+k_PT0(i)*q(2)-k_PT0(i)*q(4))/m_vib];
    [t,y]=ode45(dq,tspan,q0);

    ref=y(end-500:end,2)-y(end-500:end,4);
    amp=max(abs(ref));
    P(i)=-0.5*k_PT0(i)*amp^2;
end
end

```

2.2 情况一：粒子群算法最优化

```

% 优化问题 2 情况 1
a=1;
% 设置非默认求解器选项
options = optimoptions('particleswarm','MaxIterations',200,'Display',
↪ 'iter',...
    'PlotFcn','pswplotbestf');

% 求解
[solution,objectiveValue] = particleswarm(@Power_ques1_situ1,a,zeros(a,1
↪ ),...
    repmat(100000,a,1),options);

% 清除变量
clearvars options

```

2.3 情况一：重整化方法

```
% 问 2 情况 1
% 这里是做了粒子群算法才能运行的代码：
%k_PTO 分 bin
k_PTO=0:100:99900;
%P=Power_ques1_situ1(k_PTO);
PP=reshape(P,[10,100]);
m=mean(PP);
i=1:100;
k_PTO=(i-1)*1000+500;
%plot(k_PTO,m)

k_PTO=0:100:99900;
plot(k_PTO,-P,'b')
hold on
PP=reshape(P,[10,100]);
m=mean(PP);
i=1:100;
k_PTO=(i-1)*1000+500;
plot(k_PTO,-m,'r')

% 这里是做了粒子群算法才能运行的代码：
plot(solution,-objectiveValue,'og');

xlabel('b_{PTO} (Nm^{-1}s))');
ylabel('P (Js^{-1})');
legend('未重整化','重整化');
axes('Position',[0.3,0.25,0.5,0.35]);
k_PTO=0:100:99900;
plot(k_PTO,-P)
hold on
PP=reshape(P,[10,100]);
m=mean(PP);
i=1:100;
```

```

k_PT0=(i-1)*1000+500;
plot(k_PT0,-m)

% 这里是做了粒子群算法才能运行的代码:
plot(solution,-objectiveValue,'og');

xlim([25000 45000])

```

2.4 情况二：计算平均输出功率

```

function P=Power_ques1_situ2(X)
    % 参数设置
    m_vib=2433;m_flo=4866;m_add=1165.992;k_sp=80000;g=9.8;
    ro=1025;S=pi;k_wave=167.8395;f=4890;w=2.2143;

    q0=[0 0 0 0];
    delta_t=0.2;
    tspan=0:delta_t:10800;
    dq=@(t,q)[q(2);(-(X(1)*(abs(q(4)-q(2)))^X(2)+k_wave)*q(2)+X(1)*(abs(
↪ q(4)-q(2)))^X(2)*q(4)-(k_sp+ro*g*S)*q(1)+k_sp*q(3)+f*cos(w*t))/(
↪ m_flo+m_add);
        q(4);(X(1)*(abs(q(4)-q(2)))^X(2)*q(2)-X(1)*(abs(q(4)-q(2)))^X(2)
↪ *q(4)+k_sp*q(1)-k_sp*q(3))/m_vib];
    [t,y]=ode45(dq,tspan,q0);

    ref=y(end-500:end,2)-y(end-500:end,4);
    P=-mean(abs(ref).^(X(2)+2)*X(1));
end

```

2.5 情况二：粒子群算法最优化

```
% 优化问 2 情况 2
% 设置非默认求解器选项
options3 = optimoptions('particleswarm','MaxIterations',200,'Display',
    ↪ 'iter',...
    'PlotFcn','pswplotbestf');
a=2;
lb=[0 0];
ub=[100000 1];
[solution,objectiveValue] = particleswarm(@Power_ques1_situ2,a,...
    lb,ub,options3);
```

2.6 情况二：带状优化方法

```
% 容差
tor=5;
% 粒子群找全局最优后才能运行此程序
f_min=objectiveValue+tor;

k_PT0=0:1000:100000;
n=0:0.1:1;
[K,N]=meshgrid(k_PT0,n);
P=zeros(size(K));
for i=1:size(K,1)
    for j=1:size(K,2)
        P(i,j)=Power_ques1_situ2([K(i,j) N(i,j)]);
    end
end

% 画二维局部最优带
figure;
E_k=0;E_n=0;point=0;
```

```

for i=1:size(K,1)
    for j=1:size(K,2)
        if P(i,j) < f_min
            E_k=E_k+K(i,j);
            E_n=E_n+N(i,j);
            point=point+1;
            h1=scatter(K(i,j),N(i,j),'ok');
            hold on;
        end
    end
end
h2=scatter(E_k/point,E_n/point,'ob');
xlabel('b_{PT0} (Nm^{-1}s)')
ylabel('n')
h3=scatter(solution(1),solution(2),'or')
legend([h1(1),h2(1),h3(1)],'局部最优','局部最优的平均','全局最优')

% 画 P 函数图
figure;
surf(K,N,P);
xlabel('b_{PT0} (Nm^{-1}s)')
ylabel('n')
zlabel('-P (Js^{-1})')
hold on;

ff=zeros(size(K));
ff=ff+f_min;
surf(K,N,ff)
alpha(.5);
shading interp

```


附录 C 问题三的计算代码

```
qfZ=0;
qf0=0;
qoL=0.201958+0.25;
qo0=0;
IqfZ=0;
Iqf0=0;
IqoL=0;
Iqo0=0;

delta_t=0.2;
tspan=0:delta_t:149.8;
[t,y]=ode45(@dqfun,tspan,[qfZ,IqfZ,qf0,Iqf0,qoL,IqoL,qo0,Iqo0]);

% 两自由度的位移时域图
figure;
plot(t,y(:,1),'b');
hold on;
plot(t,y(:,5),'r');
xlabel('t (s^{-1})');
ylabel('q_L (m)');
legend('qfl','qos')

% 两自由度的角位移时域图
figure;
plot(t,y(:,3),'b');
hold on;
plot(t,y(:,7),'--r');
xlabel('t (s^{-1})');
ylabel('q_\theta (rad)');
```

```

legend('qfl','qos')

% 浮子 L 向的相图
figure;
plot(y(:,1),y(:,2),'b');
xlabel('q_L (m)');
ylabel('dq_L/dt (m/s)');

% 浮子 O 向的相图
figure;
plot(y(:,3),y(:,4),'b');
xlabel('q_\theta (rad)');
ylabel('dq_\theta/dt (rad/s)');

% 振子 L 向的相图
figure;
plot(y(:,5),y(:,6),'b');
xlabel('q_L (m)');
ylabel('dq_L/dt (m/s)');

% 振子 O 向的相图
figure;
plot(y(:,7),y(:,8),'b');
xlabel('q_\theta (rad)');
ylabel('dq_\theta/dt (rad/s)');

% 浮子和振子位移相图
figure;
plot(y(:,1),y(:,5),'b');
xlabel('q_fl (m)');
ylabel('q_os (m)');

% 浮子和振子角度相图
figure;

```

```

plot(y(:,3),y(:,7),'b');
xlabel('q_f1 (rad)');
ylabel('q_os (rad)');

% 相对速度的时域图
figure;
plot(t,(y(:,2)-y(:,6)),'b')
xlabel('t (s)');
ylabel('Δv (m/s)');

% 相对速度频谱图
% 计算傅里叶变换
Y=fft(y(:,2)-y(:,6));
% 计算双边谱 P2。然后计算基于 P2 的单面谱 P1 和偶值信号长度 L
L=length(y(:,2));
P2=abs(Y/L);
P1=P2(1:L/2+1);
P1(2:end-1)=2*P1(2:end-1);
% 定义频率域 f 并绘制单面振幅谱 P1
f = 1/delta_t*(0:L/2)/L;
figure;
plot(f,P1,'b')
xlabel('f/Hz');
ylabel('|P1(f)|');

% 相对角速度的时域图
figure;
plot(t,(y(:,4)-y(:,8)),'b')
xlabel('t (s)');
ylabel('Δ\theta (m/s)');

% 相对角速度频谱图
% 计算傅里叶变换
Y=fft(y(:,4)-y(:,8));

```

```

% 计算双边谱 P2。然后计算基于 P2 的单面谱 P1 和偶值信号长度 L
L=length(y(:,2));
P2=abs(Y/L);
P1=P2(1:L/2+1);
P1(2:end-1)=2*P1(2:end-1);
% 定义频率域 f 并绘制单面振幅谱 P1
f = 1/delta_t*(0:L/2)/L;
figure;
plot(f,P1,'b')
xlabel('f/Hz');
ylabel('|P1(f)|');

function dq=dqfun(t,q)

% 参数设置

%{
mfZ = 4866;
moL = 2433;
mf0 = 8608;
mo0 = 258.15;

lsp = 0.5;
lo = 1.217;

madd0 = 7001.914;
maddZ = 1028.876;
kspL = 80000;
ksp0 = 250000;
g = 9.8;
bptoL = 10000;
bpto0 = 1000;
rho = 1025;
S = 3.1415;

```

```

bwmL = 683.4558;
bwm0 = 654.3383;
QexL = 3640;
Qex0 = 1690;
%}

kre0 = 8890.7;
%kre0 = 0;

w3 = 1.7152;
w4 = 1.9806;

madd03 = 7001.914;
madd04 = 7142.493;
maddZ3 = 1028.876;
maddZ4 = 1091.099;

bwmL3 = 683.4558;
bwmL4 = 528.5018;
bwm03 = 654.3383;
bwm04 = 1655.909;

QexL3 = 3640;
QexL4 = 1760;
Qex03 = 1690;
Qex04 = 2140;

%%%%%%%%%%%%
bptoL = 10000;
bpto0 = 1000;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
madd0=madd03;
maddZ=maddZ3;
bwmL=bwmL3;
bwm0=bwm03;
QexL=QexL3;
Qex0=Qex03;
w=w3;
Cwt=cos(w*t);
%Cwt=0;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
dq=zeros(8,1);

qfZ=q(1);
IqfZ=q(2);
qf0=q(3);
Iqf0=q(4);
qoL=q(5);
IqoL=q(6);
qo0=q(7);
Iqo0=q(8);

dqfZ=IqfZ;
dqoL=IqoL;
dqf0=Iqf0;
dqo0=Iqo0;

dIqfZ=(3640*Cwt*(1.20474e10+1.15072e11*qoL^2-...
3.71943e9*qoL*cos(qf0-qo0)-...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.26328e9*sin(qf0-qo0)^2-...
2.13308e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...

```

```

2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((1.20474e10+1.15072e11*qoL^2-...
3.71943e9*qoL*cos(qf0-qo0)-...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.26328e9*sin(qf0-qo0)^2-...
2.13308e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2)*(-683.456*IqfZ-...
5921.92*Iqf0^2*cos(qf0)+2433*Iqo0^2*qoL*cos(qo0)-...
31557.3*qfZ*sec(qf0)+...
4866*Iqo0*IqoL*sin(qo0)))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...

```

```

9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((1690*Cwt-...
8890.7*qf0)*(-1.85972e9*sin(qf0)-...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.52812e9*qoL*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qo0)))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((60000.-...
1*bptoL*IqoL-80000.*qoL+2433.*Iqo0^2*qoL-...
2960.96*Iqf0^2*cos(qf0-qo0)-...
23843.4*cos(qo0))*(-1.20474e10*cos(qo0)-...
1.15072e11*qoL^2*cos(qo0)+...
3.71943e9*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)+...
2.26328e9*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...

```



```

1.85972e9*qoL*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)))/(1.0033e14+9.58307e14*qoL^2-...
3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((-1.85972e9*sin(qf0)-...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.15072e11*qoL*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0))*(1*bpto0*Iqf0-...
1*bpto0*Iqo0+250000.*qf0-250000.*qo0-...
4866*Iqo0*IqoL*qoL+2960.96*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
2960.96*Iqf0^2*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
2433*(1.217*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)+...
1.217*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...

```

```

1*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
9.8*qoL*sin(qo0))))/(1.0033e14+9.58307e14*qoL^2-...
3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((-1.85972e9*sin(qf0)-...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.52812e9*qoL*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qo0))*(-654.338*Iqf0-...
1*bpto0*Iqf0+1*bpto0*Iqo0-250000.*qf0+250000.*qo0-...
2960.96*Iqf0*IqfZ*cos(qf0)-...
2960.96*Iqo0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*Iqo0^2*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*sin(...
qf0)*(9.8-1*Iqf0*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
1*Iqf0*IqoL*sin(qo0))-...
2960.96*Iqf0*cos(...
qf0)*(-1*IqfZ-1*IqoL*cos(qo0)+1*Iqo0*qoL*sin(qo0))-...

```

```

15778.6*qfZ^2*sec(qf0)*tan(qf0)))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2);

```

```

dIqf0=(3640*Cwt*(-1.85972e9*sin(qf0)-...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.52812e9*qoL*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qo0)))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((-683.456*IqfZ-5921.92*Iqf0^2*cos(qf0)+...
2433*Iqo0^2*qoL*cos(qo0)-31557.3*qfZ*sec(qf0)+...
4866*Iqo0*IqoL*sin(qo0))*(-1.85972e9*sin(qf0)-...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.52812e9*qoL*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qo0)))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...

```

```

1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((1690*Cwt-...
8890.7*qf0)*(5.23056e9+4.92968e10*qoL^2-...
1.52812e9*cos(qo0)^2-14402116737*qoL^2*cos(qo0)^2-...
14402116737*qoL^2*sin(qo0)^2))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((60000.-...

```

```

1*bptoL*IqoL-80000.*qoL+2433.*Iqo0^2*qoL-...
2960.96*Iqf0^2*cos(qf0-qo0)-...
23843.4*cos(qo0))*(1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)-...
6.3656e9*sin(qf0-qo0)-...
5.99942e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)-...
1.52812e9*qoL*cos(qo0)*sin(qo0)-...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)^2))/(1.0033e14+9.58307e14*qoL^2-...
3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((5.23056e9+5.99942e10*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.52812e9*cos(qo0)^2-...
1.75274e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2-...
1.75274e10*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0))*(1*bpto0*Iqf0-1*bpto0*Iqo0+250000.*qf0-...
250000.*qo0-4866*Iqo0*IqoL*qoL+...
2960.96*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...

```

```

2433*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
2960.96*Iqf0^2*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
2433*(1.217*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)+...
1.217*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
9.8*qoL*sin(qo0))))/(1.0033e14+9.58307e14*qoL^2-...
3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((5.23056e9+4.92968e10*qoL^2-...
1.52812e9*cos(qo0)^2-14402116737*qoL^2*cos(qo0)^2-...
14402116737*qoL^2*sin(qo0)^2)*(-654.338*Iqf0-...
1*bpto0*Iqf0+1*bpto0*Iqo0-250000.*qf0+250000.*qo0-...
2960.96*Iqf0*IqfZ*cos(qf0)-...
2960.96*Iqo0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*Iqo0^2*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*sin(...)

```

```

qf0)*(9.8-1*Iqf0*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
1*Iqf0*IqoL*sin(qo0))-...
2960.96*Iqf0*cos(...
qf0)*(-1*IqfZ-1*IqoL*cos(qo0)+1*Iqo0*qoL*sin(qo0))-...
15778.6*qfZ^2*sec(qf0)*tan(qf0)))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2);

```



```

dIqoL=(3640*Cwt*(-1.20474e10*cos(qo0)-...
1.15072e11*qoL^2*cos(qo0)+...
3.71943e9*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)+...
2.26328e9*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.85972e9*qoL*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)))/(1.0033e14+9.58307e14*qoL^2-...
3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((-683.456*IqfZ-5921.92*Iqf0^2*cos(qf0)+...
2433*Iqo0^2*qoL*cos(qo0)-31557.3*qfZ*sec(qf0)+...
4866*Iqo0*IqoL*sin(qo0))*(-1.20474e10*cos(qo0)-...
1.15072e11*qoL^2*cos(qo0)+...
3.71943e9*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)+...
2.26328e9*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...

```

```

1.85972e9*qoL*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)))/(1.0033e14+9.58307e14*qoL^2-...
3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((60000.-...
1*bptoL*IqoL-80000.*qoL+2433.*Iqo0^2*qoL-...
2960.96*Iqf0^2*cos(qf0-qo0)-...
23843.4*cos(qo0))*(4.1237e10+3.93879e11*qoL^2-...
1.27312e10*qoL*cos(qf0-qo0)-...
7.30129e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.26328e9*sin(qf0)^2-2.13308e10*qoL^2*sin(qf0)^2+...
3.71943e9*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
4.26616e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
1.15072e11*qoL^2*sin(qo0)^2))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...

```

```

1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((1690*Cwt-...
8890.7*qf0)*(1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)-...
6.3656e9*sin(qf0-qo0)-...
5.99942e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)-...
1.52812e9*qoL*cos(qo0)*sin(qo0)-...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)^2))/(1.0033e14+9.58307e14*qoL^2-...
3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...

```

```

qo0)^2)+((1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0)+...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0)-...
6.3656e9*sin(qf0-qo0)-...
7.30129e10*qoL*cos(qf0-qo0)*sin(qf0-qo0)-...
1.15072e11*qoL*cos(qo0)*sin(qo0)+...
2.13308e10*qoL*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0))*(1*bpto0*Iqf0-1*bpto0*Iqo0+250000.*qf0-...
250000.*qo0-4866*Iqo0*IqoL*qoL+...
2960.96*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
2960.96*Iqf0^2*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
2433*(1.217*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)+...
1.217*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
9.8*qoL*sin(qo0))))/(1.0033e14+9.58307e14*qoL^2-...
3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...

```

```

qo0)^2)+((1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)-...
6.3656e9*sin(qf0-qo0)-...
5.99942e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)-...
1.52812e9*qoL*cos(qo0)*sin(qo0)-...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)^2)*(-654.338*Iqf0-1*bpto0*Iqf0+1*bpto0*Iqo0-...
250000.*qf0+250000.*qo0-2960.96*Iqf0*IqfZ*cos(qf0)-...
2960.96*Iqo0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*Iqo0^2*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*sin(...
qf0)*(9.8-1*Iqf0*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
1*Iqf0*IqoL*sin(qo0))-...
2960.96*Iqf0*cos(...
qf0)*(-1*IqfZ-1*IqoL*cos(qo0)+1*Iqo0*qoL*sin(qo0))-...
15778.6*qfZ^2*sec(qf0)*tan(qf0)))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...

```

```
qo0)^2);
```

```
dIqo0=((1690*Cwt-8890.7*qf0)*(5.23056e9+...  
5.99942e10*qoL*cos(qf0-qo0)-1.52812e9*cos(qo0)^2-...  
1.75274e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2-...  
1.75274e10*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...  
1.75274e10*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...  
qo0)))/(1.0033e14+9.58307e14*qoL^2-...  
3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...  
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...  
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...  
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...  
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...  
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...  
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...  
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...  
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...  
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...  
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...  
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...  
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...  
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...  
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
```

```

5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((60000.-...
1*bptoL*IqoL-80000.*qoL+2433.*Iqo0^2*qoL-...
2960.96*Iqf0^2*cos(qf0-qo0)-...
23843.4*cos(qo0))*(1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0)+...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0)-...
6.3656e9*sin(qf0-qo0)-...
7.30129e10*qoL*cos(qf0-qo0)*sin(qf0-qo0)-...
1.15072e11*qoL*cos(qo0)*sin(qo0)+...
2.13308e10*qoL*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)))/(1.0033e14+9.58307e14*qoL^2-...
3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+(3640*Cwt*(-1.85972e9*sin(qf0)-...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.15072e11*qoL*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...

```

```

2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((-683.456*IqfZ-5921.92*Iqf0^2*cos(qf0)+...
2433*Iqo0^2*qoL*cos(qo0)-31557.3*qfZ*sec(qf0)+...
4866*Iqo0*IqoL*sin(qo0))*(-1.85972e9*sin(qf0)-...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.15072e11*qoL*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...

```



```

9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((3.93879e11-1.15072e11*cos(qo0)^2-...
2.13308e10*sin(qf0)^2+...
4.26616e10*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
7.30129e10*sin(qf0-qo0)^2)*(1*bpto0*Iqf0-...
1*bpto0*Iqo0+250000.*qf0-250000.*qo0-...
4866*Iqo0*IqoL*qoL+2960.96*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
2960.96*Iqf0^2*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
2433*(1.217*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)+...
1.217*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
9.8*qoL*sin(qo0))))/(1.0033e14+9.58307e14*qoL^2-...
3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...

```

```

5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((5.23056e9+5.99942e10*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.52812e9*cos(qo0)^2-...
1.75274e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2-...
1.75274e10*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0))*(-654.338*Iqf0-1*bpto0*Iqf0+1*bpto0*Iqo0-...
250000.*qf0+250000.*qo0-2960.96*Iqf0*IqfZ*cos(qf0)-...
2960.96*Iqo0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*Iqo0^2*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*sin(...
qf0)*(9.8-1*Iqf0*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
1*Iqf0*IqoL*sin(qo0))-...
2960.96*Iqf0*cos(...
qf0)*(-1*IqfZ-1*IqoL*cos(qo0)+1*Iqo0*qoL*sin(qo0))-...
15778.6*qfZ^2*sec(qf0)*tan(qf0)))/(1.0033e14+...
9.58307e14*qoL^2-3.0975e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.7764e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.93114e13*cos(qo0)^2-2.79971e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.88483e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.7764e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.79971e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2);

```

```
dq(1)=dqfZ;  
dq(2)=dIqfZ;  
dq(3)=dqf0;  
dq(4)=dIqf0;  
dq(5)=dqoL;  
dq(6)=dIqoL;  
dq(7)=dqo0;  
dq(8)=dIqo0;
```

```
end
```

附录 D 问题四的计算代码

4.1 粒子群算法最优化

```
% 优化问 4
% 设置非默认求解器选项
options3 = optimoptions('particleswarm','MaxIterations',200,'Display',
    ⇐ 'iter',...
    'PlotFcn','pswplotbestf');
a=2;
lb=[0 0];
ub=[100000 100000];
[solution,objectiveValue] = particleswarm(@Power_ques4,a,...
    lb,ub,options3);
```

4.2 网格搜索功率函数值

```
b_PT0=0:4000:100000;
b_PT00=0:4000:100000;
[B,B0]=meshgrid(b_PT0,b_PT00);
P=zeros(size(B));
for i=1:size(B,1)
    for j=1:size(B,2)
        P(i,j)=Power_ques4([B(i,j) B0(i,j)]);
    end
end
figure;
surf(B,B0,P)
hold on
alpha(.5);
shading interp
xlabel('b_{PT0} (Nm^{-1}s)')
ylabel('b_{PT0}^{\theta} (Nm^{-1}s)')
```

```
zlabel('P (Js-1)')
```

% 以下需要利用粒子群算法得到全局最优点后才能运行

```
scatter(solution(1),solution(2),objectiveValue,'.')
```

4.3 问题四计算功率函数值函数

```
function P=Power_ques4(X)
```

```
qfZ=0;
```

```
qf0=0;
```

```
qoL=0.201958+0.25;
```

```
qo0=0;
```

```
IqfZ=0;
```

```
Iqf0=0;
```

```
IqoL=0;
```

```
Iqo0=0;
```

```
delta_t=0.3;
```

```
tspan=0:delta_t:179.8;
```

```
[t,y]=ode45(@dqfun,tspan,[qfZ,IqfZ,qf0,Iqf0,qoL,IqoL,qo0,Iqo0,X(1),X(2)↪]);
```

```
refL=y(end-round(10*2*pi/1.9806):end,6);
```

```
ref0=y(end-round(10*2*pi/1.9806):end,8)-y(end-round(10*2*pi/1.9806):end,↪4);
```

```
P=-mean(abs(refL).^2)*X(1)+abs(ref0).^2*X(2));
```

```
end
```

```
function dq=dqfun(t,q)
```

```
% 参数设置
```

```
%{
```

```
mfZ = 4866;
```

```
moL = 2433;
```

```
mf0 = 8608;
```

```
mo0 = 258.15;
```

```
lsp = 0.5;
```

```
lo = 1.217;
```

```
madd0 = 7001.914;
```

```
maddZ = 1028.876;
```

```
kspL = 80000;
```

```
ksp0 = 250000;
```

```
g = 9.8;
```

```
bptoL = 10000;
```

```
bpto0 = 1000;
```

```
rho = 1025;
```

```
S = 3.1415;
```

```
bwmL = 683.4558;
```

```
bwm0 = 654.3383;
```

```
QexL = 3640;
```

```
Qex0 = 1690;
```

```
%}
```

```
kre0 = 8890.7;
```

```
%kre0 = 0;
```

```
w3 = 1.7152;
```

```
w4 = 1.9806;
```

```

madd03 = 7001.914;
madd04 = 7142.493;
maddZ3 = 1028.876;
maddZ4 = 1091.099;

```

```

bwmL3 = 683.4558;
bwmL4 = 528.5018;
bwm03 = 654.3383;
bwm04 = 1655.909;

```

```

QexL3 = 3640;
QexL4 = 1760;
Qex03 = 1690;
Qex04 = 2140;

```

```

%%%%%%%%%%
madd0=madd04;
maddZ=maddZ4;
bwmL=bwmL4;
bwm0=bwm04;
QexL=QexL4;
Qex0=Qex04;
w=w4;
Cwt=cos(w*t);
%Cwt=0;
%%%%%%%%%%
dq=zeros(10,1);

```

```

qfZ=q(1);
IqfZ=q(2);
qf0=q(3);
Iqf0=q(4);
qoL=q(5);

```

```

IqoL=q(6);
qo0=q(7);
Iqo0=q(8);

%%%%%%%%%%%%%%
bptoL = q(9);
bpto0 = q(10);

dqfZ=IqfZ;
dqoL=IqoL;
dqf0=Iqf0;
dqo0=Iqo0;

dIqfZ=(1760*Cwt*(1.21357e10+1.15904e11*qoL^2-...
3.71943e9*qoL*cos(qf0-qo0)-...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.26328e9*sin(qf0-qo0)^2-...
2.13308e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...

```



```

5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((1.21357e10+1.15904e11*qoL^2-...
3.71943e9*qoL*cos(qf0-qo0)-...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.26328e9*sin(qf0-qo0)^2-...
2.13308e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2)*(-528.502*IqfZ-...
5921.92*Iqf0^2*cos(qf0)+2433*Iqo0^2*qoL*cos(qo0)-...
31557.3*qfZ*sec(qf0)+...
4866*Iqo0*IqoL*sin(qo0)))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((2140*Cwt-...
8890.7*qf0)*(-1.85972e9*sin(qf0)-...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.52812e9*qoL*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qo0)))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...

```

```

9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((60000.-...
1*bptoL*IqoL-80000.*qoL+2433.*Iqo0^2*qoL-...
2960.96*Iqf0^2*cos(qf0-qo0)-...
23843.4*cos(qo0))*(-1.21357e10*cos(qo0)-...
1.15904e11*qoL^2*cos(qo0)+...
3.71943e9*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)+...
2.26328e9*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.85972e9*qoL*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)))/(1.0182e14+9.72449e14*qoL^2-...
3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...

```

```

9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((-1.85972e9*sin(qf0)-...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.15904e11*qoL*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0))*(1*bpto0*Iqf0-...
1*bpto0*Iqo0+250000.*qf0-250000.*qo0-...
4866*Iqo0*IqoL*qoL+2960.96*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
2960.96*Iqf0^2*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
2433*(1.217*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)+...
1.217*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
9.8*qoL*sin(qo0))))/(1.0182e14+9.72449e14*qoL^2-...
3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...

```

```

1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((-1.85972e9*sin(qf0)-...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.52812e9*qoL*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qo0))*(-1655.91*Iqf0-...
1*bpto0*Iqf0+1*bpto0*Iqo0-250000.*qf0+250000.*qo0-...
2960.96*Iqf0*IqfZ*cos(qf0)-...
2960.96*Iqo0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*Iqo0^2*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*sin(...
qf0)*(9.8-1*Iqf0*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
1*Iqf0*IqoL*sin(qo0))-...
2960.96*Iqf0*cos(...
qf0)*(-1*IqfZ-1*IqoL*cos(qo0)+1*Iqo0*qoL*sin(qo0))-...
15778.6*qfZ^2*sec(qf0)*tan(qf0)))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...

```

```

9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2);

```

```

dIqf0=(1760*Cwt*(-1.85972e9*sin(qf0)-...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.52812e9*qoL*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qo0)))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((-528.502*IqfZ-5921.92*Iqf0^2*cos(qf0)+...
2433*Iqo0^2*qoL*cos(qo0)-31557.3*qfZ*sec(qf0)+...
4866*Iqo0*IqoL*sin(qo0))*(-1.85972e9*sin(qf0)-...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...

```

```

1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.52812e9*qoL*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qo0)))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((2140*Cwt-...
8890.7*qf0)*(5.26964e9+4.96651e10*qoL^2-...
1.52812e9*cos(qo0)^2-14402116737*qoL^2*cos(qo0)^2-...
14402116737*qoL^2*sin(qo0)^2))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...

```

```

9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((60000.-...
1*bptoL*IqoL-80000.*qoL+2433.*Iqo0^2*qoL-...
2960.96*Iqf0^2*cos(qf0-qo0)-...
23843.4*cos(qo0))*(1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)-...
6.41316e9*sin(qf0-qo0)-...
6.04424e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)-...
1.52812e9*qoL*cos(qo0)*sin(qo0)-...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)^2))/(1.0182e14+9.72449e14*qoL^2-...
3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((5.26964e9+6.04424e10*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.52812e9*cos(qo0)^2-...
1.75274e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2-...
1.75274e10*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...

```

```

1.75274e10*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0))*(1*bpto0*Iqf0-1*bpto0*Iqo0+250000.*qf0-...
250000.*qo0-4866*Iqo0*IqoL*qoL+...
2960.96*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
2960.96*Iqf0^2*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
2433*(1.217*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)+...
1.217*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
9.8*qoL*sin(qo0))))/(1.0182e14+9.72449e14*qoL^2-...
3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((5.26964e9+4.96651e10*qoL^2-...
1.52812e9*cos(qo0)^2-14402116737*qoL^2*cos(qo0)^2-...
14402116737*qoL^2*sin(qo0)^2)*(-1655.91*Iqf0-...
1*bpto0*Iqf0+1*bpto0*Iqo0-250000.*qf0+250000.*qo0-...
2960.96*Iqf0*IqfZ*cos(qf0)-...

```



```

2960.96*Iqo0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*Iqo0^2*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*sin(...
qf0)*(9.8-1*Iqf0*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
1*Iqf0*IqoL*sin(qo0))-...
2960.96*Iqf0*cos(...
qf0)*(-1*IqfZ-1*IqoL*cos(qo0)+1*Iqo0*qoL*sin(qo0))-...
15778.6*qfZ^2*sec(qf0)*tan(qf0))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2);

```

```

dIqoL=(1760*Cwt*(-1.21357e10*cos(qo0)-...
1.15904e11*qoL^2*cos(qo0)+...
3.71943e9*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)+...
2.26328e9*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.85972e9*qoL*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)))/(1.0182e14+9.72449e14*qoL^2-...
3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((-528.502*IqfZ-5921.92*Iqf0^2*cos(qf0)+...
2433*Iqo0^2*qoL*cos(qo0)-31557.3*qfZ*sec(qf0)+...
4866*Iqo0*IqoL*sin(qo0))*(-1.21357e10*cos(qo0)-...
1.15904e11*qoL^2*cos(qo0)+...

```

```

3.71943e9*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)+...
2.26328e9*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL^2*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.85972e9*qoL*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)))/(1.0182e14+9.72449e14*qoL^2-...
3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((60000.-...
1*bptoL*IqoL-80000.*qoL+2433.*Iqo0^2*qoL-...
2960.96*Iqf0^2*cos(qf0-qo0)-...
23843.4*cos(qo0))*(4.18496e10+3.99691e11*qoL^2-...
1.28263e10*qoL*cos(qf0-qo0)-...
7.35584e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.26328e9*sin(qf0)^2-2.13308e10*qoL^2*sin(qf0)^2+...
3.71943e9*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
4.26616e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
1.15904e11*qoL^2*sin(qo0)^2))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...

```

```

2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((2140*Cwt-...
8890.7*qf0)*(1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)-...
6.41316e9*sin(qf0-qo0)-...
6.04424e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)-...
1.52812e9*qoL*cos(qo0)*sin(qo0)-...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)^2))/(1.0182e14+9.72449e14*qoL^2-...
3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...

```

```

9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0)+...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0)-...
6.41316e9*sin(qf0-qo0)-...
7.35584e10*qoL*cos(qf0-qo0)*sin(qf0-qo0)-...
1.15904e11*qoL*cos(qo0)*sin(qo0)+...
2.13308e10*qoL*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0))*(1*bpto0*Iqf0-1*bpto0*Iqo0+250000.*qf0-...
250000.*qo0-4866*Iqo0*IqoL*qoL+...
2960.96*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
2960.96*Iqf0^2*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
2433*(1.217*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)+...
1.217*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
9.8*qoL*sin(qo0))))/(1.0182e14+9.72449e14*qoL^2-...
3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...

```

```

9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0)+...
1.75274e10*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)-...
6.41316e9*sin(qf0-qo0)-...
6.04424e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)-...
1.52812e9*qoL*cos(qo0)*sin(qo0)-...
1.75274e10*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL^2*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)^2)*(-1655.91*Iqf0-1*bpto0*Iqf0+1*bpto0*Iqo0-...
250000.*qf0+250000.*qo0-2960.96*Iqf0*IqfZ*cos(qf0)-...
2960.96*Iqo0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*Iqo0^2*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*sin(...
qf0)*(9.8-1*Iqf0*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
1*Iqf0*IqoL*sin(qo0))-...
2960.96*Iqf0*cos(...
qf0)*(-1*IqfZ-1*IqoL*cos(qo0)+1*Iqo0*qoL*sin(qo0))-...
15778.6*qfZ^2*sec(qf0)*tan(qf0)))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...

```

```

9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2);

```

```

dIqo0=((2140*Cwt-8890.7*qf0)*(5.26964e9+...
6.04424e10*qoL*cos(qf0-qo0)-1.52812e9*cos(qo0)^2-...
1.75274e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2-...
1.75274e10*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)))/(1.0182e14+9.72449e14*qoL^2-...
3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...

```

```

1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2)+((60000.-...
1*bptoL*IqoL-80000.*qoL+2433.*Iqo0^2*qoL-...
2960.96*Iqf0^2*cos(qf0-qo0)-...
23843.4*cos(qo0))*(1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0)+...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0)-...
6.41316e9*sin(qf0-qo0)-...
7.35584e10*qoL*cos(qf0-qo0)*sin(qf0-qo0)-...
1.15904e11*qoL*cos(qo0)*sin(qo0)+...
2.13308e10*qoL*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)))/(1.0182e14+9.72449e14*qoL^2-...
3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+(1760*Cwt*(-1.85972e9*sin(qf0)-...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...

```



```

1.15904e11*qoL*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((-528.502*IqfZ-5921.92*Iqf0^2*cos(qf0)+...
2433*Iqo0^2*qoL*cos(qo0)-31557.3*qfZ*sec(qf0)+...
4866*Iqo0*IqoL*sin(qo0))*(-1.85972e9*sin(qf0)-...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)+...
1.85972e9*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
2.13308e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)+...
1.15904e11*qoL*sin(qo0)-...
2.13308e10*qoL*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...

```

```

1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((3.99691e11-1.15904e11*cos(qo0)^2-...
2.13308e10*sin(qf0)^2+...
4.26616e10*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
7.35584e10*sin(qf0-qo0)^2)*(1*bpto0*Iqf0-...
1*bpto0*Iqo0+250000.*qf0-250000.*qo0-...
4866*Iqo0*IqoL*qoL+2960.96*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
2960.96*Iqf0^2*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
2433*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
2433*(1.217*Iqf0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*Iqo0*qoL*cos(qo0)+...
1.217*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)+...
1*IqfZ*IqoL*sin(qo0)-...
9.8*qoL*sin(qo0))))/(1.0182e14+9.72449e14*qoL^2-...
3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...

```

```

1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(...
qo0)^2)+((5.26964e9+6.04424e10*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.52812e9*cos(qo0)^2-...
1.75274e10*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2-...
1.75274e10*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.75274e10*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0))*(-1655.91*Iqf0-1*bpto0*Iqf0+1*bpto0*Iqo0-...
250000.*qf0+250000.*qo0-2960.96*Iqf0*IqfZ*cos(qf0)-...
2960.96*Iqo0*IqoL*cos(qf0-qo0)+...
2960.96*Iqf0*Iqo0*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*Iqo0^2*qoL*sin(qf0-qo0)-...
2960.96*sin(...
qf0)*(9.8-1*Iqf0*Iqo0*qoL*cos(qo0)-...
1*Iqf0*IqoL*sin(qo0))-...
2960.96*Iqf0*cos(...
qf0)*(-1*IqfZ-1*IqoL*cos(qo0)+1*Iqo0*qoL*sin(qo0))-...
15778.6*qfZ^2*sec(qf0)*tan(qf0)))/(1.0182e14+...
9.72449e14*qoL^2-3.12064e13*qoL*cos(qf0-qo0)-...
1.78968e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2-...
2.95262e13*cos(qo0)^2-2.81995e14*qoL^2*cos(qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*cos(qf0-qo0)^2*cos(qo0)^2-...
5.50655e12*sin(qf0)^2-5.18979e13*qoL^2*sin(qf0)^2+...
1.10131e13*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qo0)*sin(qf0)*sin(qf0-qo0)-...
1.89891e13*sin(qf0-qo0)^2-...
1.78968e14*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2+...
9.04938e12*qoL*sin(qf0)*sin(qo0)+...
1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*sin(qf0)*sin(qo0)-...
9.04938e12*qoL*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(qo0)-...

```

```

1.03796e14*qoL^2*cos(qf0-qo0)*cos(qo0)*sin(qf0-qo0)*sin(...
qo0)-2.81995e14*qoL^2*sin(qo0)^2+...
5.18979e13*qoL^2*sin(qf0-qo0)^2*sin(qo0)^2);

```

```

dq(1)=dqfZ;
dq(2)=dIqfZ;
dq(3)=dqf0;
dq(4)=dIqf0;
dq(5)=dqoL;
dq(6)=dIqoL;
dq(7)=dqo0;
dq(8)=dIqo0;

```

end
