

负折射率介质性质探索

李周^{1)†}

1) (中山大学物理学院, 广州 510000)

摘要

苏联科学家 Veselago 在 1964 曾畅想过一种具有负介电常数与负磁导率的材料^[1], 电磁波在其中的传播具有负折射等新奇性质。本文将从理论的角度对负折射率物质的性质略作探讨, 权当是对 Veselago 工作的一种回顾。

关键词: 麦克斯韦方程组, 负折射率, 左手材料

PACS: 4270Y, 33.15.Vb, 98.52.Cf, 78.47.dc

† 通讯作者. E-mail: lizh366@mail2.sysu.edu.cn

第一作者. E-mail: lizh366@mail2.sysu.edu.cn

1 引言

苏联科学家 Veselago 在 1964 提出了一种具有负介电常数与负磁导率的材料^[1], 电磁波在其中的传播具有负折射等新奇性质。通过构建一系列周期性微结构, 这种材料于世纪之交被真正制造出来, 被称之为“超材料”, 这种材料可以用于电磁场的灵活调控, 甚至实现隐身, 现已成为光学领域一大研究热点。

2 负折射率理论

2.1 色散介质的能量密度

由介质中的麦克斯韦方程组:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4)$$

高频交变场中, 本构关系发生变化, t 时刻的 \mathbf{D} 和 \mathbf{H} 分别由此前所有时刻的 \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 决定:

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\omega)\mathbf{E} \quad (5)$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \int_0^\infty f(\tau) \mathbf{E}(t - \tau) d\tau \quad (6)$$

其中 $f(\tau)$ 为一依赖于介质的时间函数。

由能流公式：

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (7)$$

得到能量密度：

$$-\nabla \cdot \mathbf{S} = \frac{\partial U}{\partial t} = \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (8)$$

对(8)式做时间平均，得到外源用于补偿耗散单位时间输入物质单位体积的能量。将(8)式中的实场用复数表示，则(8)式右边第一项在时间平均后变为：

$$\mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}^*}{\partial t} + \mathbf{E}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (9)$$

我们研究围绕平均频率 ω_0 的狭窄频率区间内的单色分量集合代表的场：

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(t) e^{-i\omega_0 t}, \mathbf{H} = \mathbf{H}_0(t) e^{-i\omega_0 t} \quad (10)$$

其中 $E_0(t)$ 为时间的慢变函数。设 $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \hat{f} \mathbf{E}$ ，则有：

$$\hat{f} \mathbf{E} = f(\omega) \mathbf{E}, f(\omega) = -i\omega \varepsilon(\omega)$$

将 $E_0(t)$ 做傅里叶展开为 $E_{0\alpha} e^{-i\alpha t}$ 分量的叠加，且由慢变，有：

$$\hat{f} \mathbf{E}_{0\alpha} e^{-i(\omega_0 + \alpha)t} = f(\alpha + \omega_0) \mathbf{E}_{0\alpha} e^{-i(\omega_0 + \alpha)t} \approx [f(\omega) + \alpha \frac{df(\omega_0)}{d\omega_0}] \mathbf{E}_{0\alpha} e^{-i(\omega_0 + \alpha)t}$$

对傅里叶分量求和得到：

$$\hat{f} \mathbf{E}_0 e^{-i\omega_0 t} = f(\omega_0) \mathbf{E}_0 e^{-i\omega_0 t} + i \frac{df(\omega_0)}{d\omega_0} \frac{\partial \mathbf{E}_0}{\partial t} e^{-i\omega_0 t}$$

去掉下标0则有：

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = -i\omega \varepsilon(\omega) \mathbf{E} + \frac{d(\omega \varepsilon)}{d\omega} \frac{\partial \mathbf{E}_0}{\partial t} e^{-i\omega t} \quad (11)$$

带入(9)式得到：

$$\frac{d(\omega \varepsilon)}{d\omega} \left(\mathbf{E}_0 \cdot \frac{\partial \mathbf{D}^*}{\partial t} + \mathbf{E}_0^* \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = \frac{d(\omega \varepsilon)}{d\omega} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*)$$

磁场能量也具有相似的形式。由此可以得到单位体积介质中电磁场能量表达式：

$$\bar{w} = \frac{1}{2} \left[\frac{d(\omega\varepsilon)}{d\omega} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) + \frac{d(\omega\mu)}{d\omega} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^*) \right] = \left[\frac{d(\omega\varepsilon)}{d\omega} \bar{\mathbf{E}}^2 + \frac{d(\omega\mu)}{d\omega} \bar{\mathbf{H}}^2 \right]$$

对于一般非色散线性均匀介质则有：

$$w = \varepsilon \mathbf{E}^2 + \mu \mathbf{H}^2 \quad (12)$$

2.2 负折射率介质的中的电磁波

介电常数 ε 与磁导率 μ 均为负数的材料称为“双负材料”，具有负折射率。

由时谐波的麦克斯韦方程组可以看出：

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \varepsilon \mathbf{H} \quad (13)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \mu \mathbf{E} \quad (14)$$

与一般介质不同，负折射率介质中， $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{k}$ 构成左手系而不是右手系，所以负折射率介质又称“左手介质”。波矢 \mathbf{k} 与能流密度矢量 \mathbf{S} 方向相反，即左手介质中相速度与群速度方向相反。

此外，若要保证左手介质中电磁场能量密度为正值，则负折射率介质一定为色散介质。且有：

$$\frac{d(\varepsilon\omega)}{d\omega} > 0, \frac{d(\mu\omega)}{d\omega} > 0 \quad (15)$$

2.3 负折射现象

由电磁场的边界条件与能量守恒定律，电磁波在界面发生折射时，折射波与入射波波矢的切向分量必须连续，两者能流矢量的法线分量必须相同。

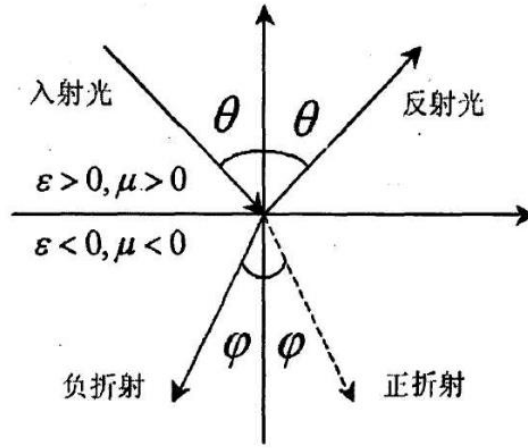


图1 光在右手介质与左手介质界面的折射与反射

Fig.1. Refraction and reflection of light at the interface between right-handed medium and left-handed medium.

而左手介质中，能流方向与波矢方向相反，故要满足上述条件，折射光需要与入射光位于法线同侧。从而由Snell公式：

$$n_\theta \sin \theta = n_\varphi \sin \varphi \quad (16)$$

可以得出左手材料的折射率 $n_\varphi < 0$ 。

2.4 逆多普勒效应

考虑左手介质中的纵向多普勒效应，若信号源发出光信号频率为 f_0 ，则接收到的信号有：

$$f = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} f_0 \approx (1 + \frac{v}{c}) f_0 = (1 + \frac{vn}{c_0}) f_0 \quad (17)$$

其中当光源向接收器移动时 v 取正值。在左手介质中， $n < 0$ ，造成光源与接收器相向而行时，接收到的频率降低，反之接收到的频率增高，与一般右手介质中的多普勒效应相反。

2.4 逆光压效应

考虑一束光在左手介质中入射到一个全反射平面，由于光的能量一定是由光源发出的，所以入射光指的是其群速度方向指向反射平面。

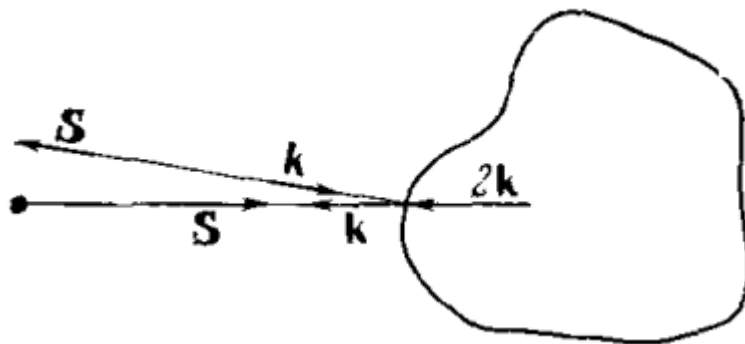


图2 逆光压效应示意图

Fig. 2. Reversed Light Pressure.

由于左手介质中波矢与能流反向，所以当这束光入射到物体上时，相当于从物体中发射出一系列动量为 $\hbar k$ 的光子，由动量守恒，最终物体获得与群速度反向的动量，看上去像被光吸引一样。

在上述奇特性质之外，左手介质还具有反Brewster角，逆切连科夫辐射等奇特性质，左手介质中的Casmir效应也有所不同^[5]。

3 真实负折射率材料

1996 年 J. Pendry 提出，利用众多细长金属丝的周期性排列可以等效实现负介电常数^[6]；在 1999 年 Pendry 提出利用开口谐振环能够等效实现负磁导率^[7]。2000 年 D. R. Smith 等按照 Pendry 的构想在实验上制成了负折射率材料^[8]。当下基于周期性微结构的超材料在开发隐身材料等方面得到了广泛的应用。



图3 Smith等制成的负折射率材料.

Fig. 3. Smith et al made of negative refractive index material.

4 结 论

本文最初的目标是讨论隐身材料的电动力学性质，但在调研的过程中了解到目前较为先进的隐身材料都是基于超材料进行设计的，脑海中也残留着利用超材料实现零折射率以及负折射率的印象，故转为讨论超材料最初的源头——负折射率材料，最终从对于负折射的起源和左手介质的性质进行了初步的探讨。

感谢中山大学物理学院李志兵教授的指导。

参考文献

- [1] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. Sov Phys Usp,1968,10: 509-514.
- [2] 李晓平. 光波段负折射研究[D].中国科学院研究生院（长春光学精密机械与物理研究所）,2013.
- [3] 马中团. 负折射率物质理论及数值模拟研究[D].中国科学技术大学,2006.
- [4] 黄志洵.从负折射超材料到光学隐身衣[J].中国传媒大学学报(自然科学版),2014,21(02):8-17.DOI:10.16196/j.cnki.issn.1673-4793.2014.02.003.
- [5] 曾然,许静平,羊亚平,刘树田.负折射率材料对Casimir效应的影响[J].物理学报,2007(11):6446-6450.
- [6] Pendry J B, et al. Extremely low frequency plasmons in metallic meso structures [J]. Phys RevLett, 1996, 76: 4773 — 4776
- [7] Pendry J B, et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena [J]. IEEE TransMTT, 1999, 47: 2075 — 2084.
- [8] Smith D R, et al. Composite medium simultaneously negative permeability and permittivity [J]. Phys Rev Lett, 2000, 84(18) : 4184 — 4187
- [9] 朗道. 连续介质电动力学[M].第4版.北京: 高等教育出版社, 2020.4

Exploration of properties of negative refractive index media

Li Zhou¹⁾ [†]

1) (School of Physics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510000, China)

Abstract

Veselago, a Soviet scientist, in 1964 imagined a material with negative permittivity and negative permeability [1], in which the propagation of electromagnetic waves has novel properties such as negative refraction. In this paper, the properties of substances of negative refractive index are briefly discussed from a theoretical point of view as a review of Veselago's work.

Keywords: Maxwell Equation, Negative Refractive Rate, Left Hand Material.