

# 近代物理 实验报告合集

中山大学物理学院 2020 级物理系  
罗俊平

# 写在前面的话

时光荏苒，转眼间我也修完了本科的九门实验课程。有汗水、有辛酸，有实验进展不佳的焦急，也有灵光一现的欢喜。总体而言，对自己九门课的成绩还算满意，未进入一甲之列的也仅有近代物理实验这一门，即使如此也仅是因为课堂小测之故。每学期洋洋洒洒的数百页实验报告，逐渐都化为了我在实验道路上前进的内力。

学院的实验课一直以来总是饱受批评，实验内容过多过繁，报告占用过多时间，对实验课的控诉一届又一届地流传下来。我也曾是这其中的一员，然而今天却想打抱不平一回。来到香港科技大学进行研究时，我惊奇地发现，学院的实验课已经把自己培养成了一位多面手。

在不长的九门实验课里，自己已经在老师的带领下入门了工程制图、Labview 编程、COMSOL 有限元建模、PCB 电路设计、简单的机电控制，乃至对真空系统和低温系统也有所涉猎，几乎所有凝聚态物理实验中需要用到的技能，都安安静静地躺在自己的工具箱里任君取用。而争议最大的开放物理实验，则更是直接奠定了自己到目前为止的研究兴趣和品味。我相信我接受的正是这片大陆最优秀的实验教育。

谨以本篇感谢李潮锐老师、唐强老师、刘新智老师、魏敦钊老师和文锦辉老师在近代物理实验课上的悉心指导。也借此感谢唐健老师、沈韩老师和黄臻成老师在开放物理实验中的指导。带着这些宝贵的经验和回忆，我已踏上新的征程。

罗俊平  
癸卯年七月二十六日

## 目录

1 核磁共振稳态吸收 .....	4
2 微波电子自旋 .....	27
3 光泵磁共振.....	42
4 热释光剂量测量 .....	57
5 微弱信号测量 .....	71
6 真空放电与等离子体诊断 .....	94
7 晶体光学性质 .....	128
8 塞曼效应.....	163

# 《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2020 级

实验人姓名（学号）：罗俊平（19319086）

合作人姓名（学号）：肖智洋（19301080）

2022 年 10 月 26 日、11 月 2 日 下午

## 核磁共振的稳态吸收

### 一、实验目的

1. 了解核磁共振的基本原理；
2. 利用核磁共振方法测量样品的磁旋比  $\gamma$ 、核朗德因子  $g_N$  和原子核磁矩  $\mu_l$ ；
3. 了解利用核磁共振精确测量磁场强度的方法。

### 二、实验原理

核自旋量子数  $I$  为整数或半整数，具有不为零的角动量  $P$ ，和磁矩  $\mu_l$ ，他们的关系为

$$\mu_l = g_N \frac{e}{2m_p} P_l \quad (1)$$

式中  $g_N$  为核朗德因子，是一个因核而异的常数； $m_p$  为原子核质子的质量。引入核磁子  $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}$ ，定义磁旋比  $\gamma$  为原子核磁矩与角动量的比值

$$\gamma = \frac{\mu_l}{P_l} = \frac{g_N \mu_N}{\hbar} \quad (2)$$

根据量子物理原理，在外磁场  $B$  中原子核角动量所对应的原子总磁矩  $\mu_l$  与磁场  $B$  的相互作用能量为

$$E = -\mu_l \cdot B = -\gamma m_l \mu_N B = g_N m_l \mu_N B \quad (3)$$

式中磁量子数  $m_l = I, I-1, \dots, -I$ ，这意味着具有量子数  $I$  的超精细结构中的各能级将进一步分裂为  $(2I+1)$  个塞曼能级，若在垂直于产生塞曼分裂的外磁场  $B$  的方向施加一频率为  $V$  的交变电磁场，当  $v$  和  $B$  之间满足

$$\hbar v = \Delta E = g_N \mu_N B \quad (4)$$

则原子中电子吸收能量从塞曼分裂的低能级跃迁到高能级，即核磁共振跃迁。由于核磁矩比电子磁矩小约三个数量级，从而共振跃迁所吸收或发射的量子能量处于比光频小得多的射频辐射量子的能量范围，目前在实验室仍难以实现微波频段的核磁共振测量。

在热平衡时，粒子布居数服从玻尔兹曼统计规律，处于能级  $E_2$  与  $E_1$  的粒子数  $N_2$  与  $N_1$  之比为

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left[-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right] = \exp\left[-\frac{\Delta E}{kT}\right] \quad (5)$$

常温下  $E_2 - E_1 \ll kT$ , 对于两个相邻塞曼能级, 近似有

$$\frac{N_2}{N_1} = 1 - \frac{\Delta E}{kT} = 1 - \frac{g_N \mu_l B}{kT} \quad (6)$$

上式中,  $k$  为玻尔兹曼常数,  $T$  为绝对温度。显然, 式 (6) 数值接近于 1, 尽管能级间粒子数差  $\Delta N = N_1 - N_2$  很小, 从而使得核磁共振信号很微弱, 但是它却提供了观测核磁共振的可能性。磁场  $B$  越强, 温度  $T$  越低, 则布居数差越大, 信号越强。

磁共振吸收将使高低能级上粒子数趋于相等而离开平衡状态, 由于相互作用, 处于高能态的粒子经过一段时间之后将返回低能态, 使能级上粒子分布又恢复到原来的平衡态, 这个过程称为弛豫过程, 它所经历的时间称为弛豫时间。由于弛豫过程, 受激离开平衡态的粒子通过能量交换回到平衡态, 为下一次的核磁共振吸收做好准备, 从而周期性共振激发使得我们可以观测到稳定的核磁共振吸收信号。

吸收过程与核自旋系统的弛豫过程有关。自旋-晶格弛豫使核能级谱线具有一定宽度。自旋-自旋弛豫致使满足共振条件的外磁场  $B$  并非单一值, 两者的作用使满足共振条件(4)的外磁场  $B$  具有一定的展宽。

### 三、实验仪器

本实验装置如图 1 所示。它由电磁铁及其电流电源、扫场线圈及其电源、边限振荡器、探头 (包括样品)、(数字) 频率计数器、特斯拉计 (或高斯计) 和双通道示波器 (或 计算机数据采集系统) 等组成。

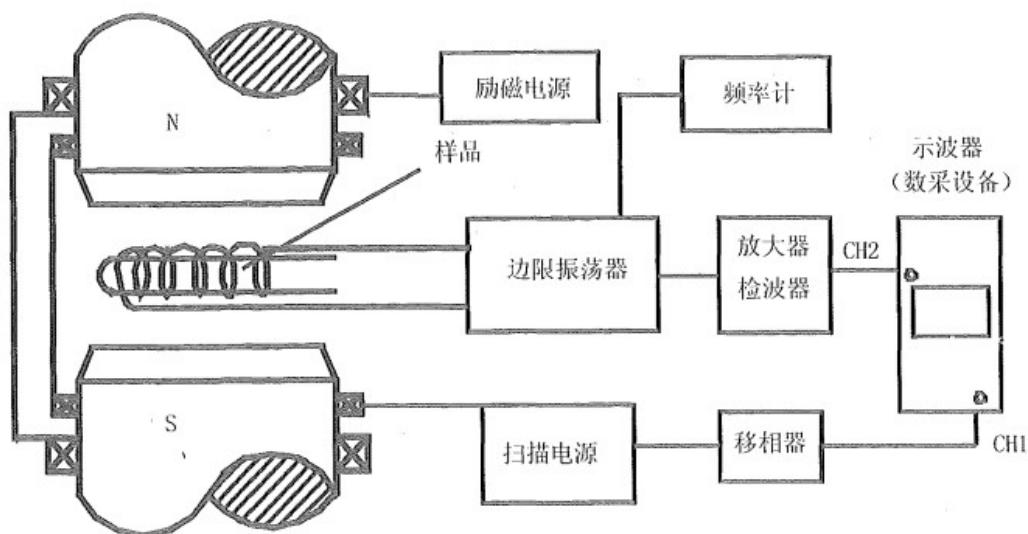


图 1 核磁共振吸收实验装置框图

**1. 稳恒磁场:** 调节稳流电源改变通过电磁铁线圈的励磁电流即改变外磁场  $B$  的强度, 磁极中心区可视为均匀磁场。

**2. 扫描磁场 (扫场):** 产生一较弱的调制磁场 (通常为 50 Hz ) 叠加在主磁场上, 使作用于样品的外磁场周期性变化, 即磁场扫描。每当总磁场扫过磁共振点时, 样品发生共振吸收, 在示波器上可观测到一个吸收峰。由于采用 50 Hz 的交变信号扫描, 通过共振区所用的时间并不比弛豫时间长很多, 所以共振信号会有尾波。

**3.NMR 探头:** 它包括边限振荡器、高频放大器、检波和低频放大器等, 样品放置在

边限振荡器的振荡线圈内，线圈轴线与外磁场方向正交。当边限振荡器起振后，振荡线圈内产生等幅振荡的射频场作用于样品。发生共振时，样品吸收射频场能量使得回路的 Q 值下降，导致振荡变弱振幅减小，即射频振荡受到共振吸收的调制。被调制的射频信号，经检波和滤波后便得到 NMR 吸收信号。射频信号通过高频放大，由频率计测量其频率。从上分析可知，NMR 探头系统兼有射频发射和共振信号吸收双重功能。

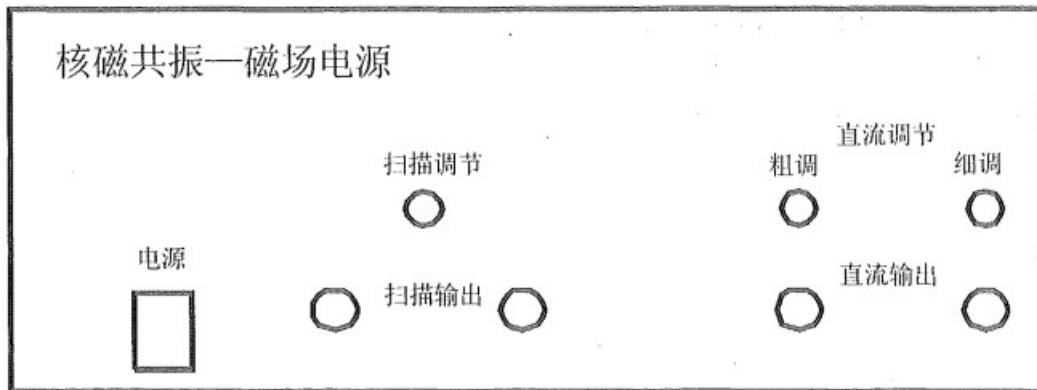


图 2 核磁共振磁场电源前面板示意图

“直流输出”提供稳恒磁场所需的励磁电流，通过“直流调节”旋钮改变磁场强度。“粗调”用于搜索 NMR 信号，“细调”使共振信号处于选定的观测点。“扫场输出”为 50 Hz 的正弦波驱动扫场线选圈，其幅度由“扫场调节”旋钮改变。

选定射频场频率  $v$ ，通过改变外磁场  $B$  使满足式(4)获得磁共振信号，称为扫场法；设定的外磁场  $B$ ，通过改变射频场频率  $V$  获得磁共振信号，则为扫频法。本实验建议采用扫场法，且采用正弦波扫场进行实验观测。通常采用双通道示波器（或计算机）：一个通道观测扫场信号；另一个通道观测磁共振信号。

主磁场与扫场叠加使作用于样品的总外磁场产生周期性变化，通常采用固定扫场强度的方法。若改变稳恒磁场，使总磁场峰位到达共振点，扫场每周期产生一次共振吸收信号，且处于正弦波扫场的波谷处。当共振点处于波峰与波谷之间时，磁场每周期将由量程扫过满足式(4)的共振点，从而可观测到两个 NMR 吸收信号（每周期）。进一步微调稳恒磁场，可观测到吸收信号的相对位移，吸收峰的间距相应地发生变化。当吸收峰等间距时，核磁共振发生在正弦波扫场过零点。此时，稳恒磁场即为共振磁场。在磁共振实验教学中，常采用吸收峰等间距方法观测。

#### 四、实验步骤

振荡器输出经检波和低放后的信号接示波器 CH2，扫场信号的分压经相移器后输入示波器 CH1 并起同步触发作用。启动实验装置和仪器，设备进入工作状态即可进行以下的实验测量。

##### (一) 观测 ${}^1\text{H}$ 核的旋磁比、朗德因子 $g\text{N}$ 和磁矩

(1) 将装有  ${}^1\text{H}$  核样品的玻璃管插入振荡线圈中并放置在电磁铁的中心位置，使振荡线圈轴线与稳恒磁场方向相互垂直。

(2) 调节适当的扫场强度，缓慢调节稳恒磁场的励磁电流，搜索 NMR 信号。

(3) 改变射频场强度，观察记录吸收信号幅度的变化；改变扫场强度，观察记录吸收信号幅度的变化；改变样品在磁场中位置，观察记录磁场均勻度对吸收信号波形的影响。找出最佳的实验观测条件，并采用吸收峰等间距方法观测共振吸收信号。

(4) 由数字频率计测量射频场频率  $V$ ，用高斯计测量样品所在处的稳恒磁场强度

(5) 由所测得数据，求出  ${}^1\text{H}$  核的旋磁比、朗德因子  $g\text{N} \mu_1$  磁矩。

(6) 测量多组  $(V, B)$  采用简单的平均方法或直线拟合方法，分析实验测量值及其误差，

并分析误差原因。

### (二) 采用比较法测量<sup>19</sup>F 核的旋磁比

若无法精确测量稳恒磁场时, 可利用某已知原子核旋磁比样品, 通过比较法测定未知原子核的旋磁比  $\gamma$

- (1) 测量已知旋磁比核的共振频率  $V_H$ ;
- (2) 不改变磁场强度, 更换待测样品 (<sup>19</sup>F 核), 采用扫频法测量共振频率  $V_F$ ;
- (3) 由上实验数据可求得<sup>19</sup>F核的旋磁  $\gamma$

## 五、实验数据讨论与分析

**Table 1: 实验仪器列表**

序号	仪器名称	数量	用途
1	数字频率计 GFC-8131H	1	测量信号频率
2	数字示波器 TBS2134	1	观测核磁共振波形
3	连续核磁共振实验仪 FD-CNMR-B	1	实验主体装置
4	精密型数字高斯计 华鸣 CH-1800	1	测量磁场

### (1)、磁场强度-励磁电压标定

**Table 2: 磁场强度的标定关系**

励磁电压(V)	磁感应强度 B/mT
0	493.2
0.5	493.9
1.0	494.5
1.5	494.9
2.0	495.4
2.5	496.4
3.5	497.4
4.5	498.6
5.0	499.3

我们利用精密数字高斯计对磁场和励磁电压的标定关系进行了测量, 由数据拟合可知, 在励磁电压为 0.00 到 5.00V 之间时, 中心磁场强度与励磁电压的线性关系很好。第一次测量得到拟合曲线为  $B(mT)=1.2(V)+493.2$ , 拟合优度  $r=0.9963$ ; 而当励磁电压为 0 时, 高斯计度数不为 0(即拟合曲线的截距项, 约为 493.2mT), 这是由于外部磁场分为亥姆霍兹线圈产生的磁场(目的为通过改变磁铁上两个线圈上电压来小范围改变磁场)和约 0.47 T 永磁体产生的磁场。

实验装置中不仅通过亥姆霍兹线圈产生稳恒磁场的原因我们推测为若磁场全部由亥姆霍兹线圈产生, 这要求励磁电流达到为原来的 400 倍, 因此亥姆霍兹线圈仅用于小范围的改变磁场大小。

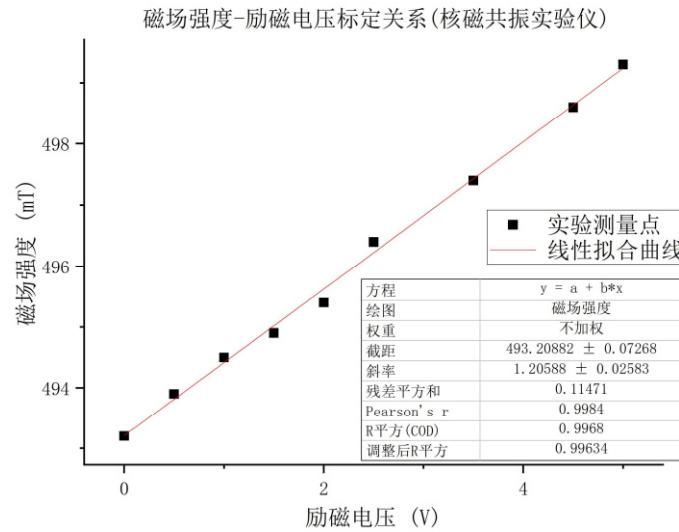
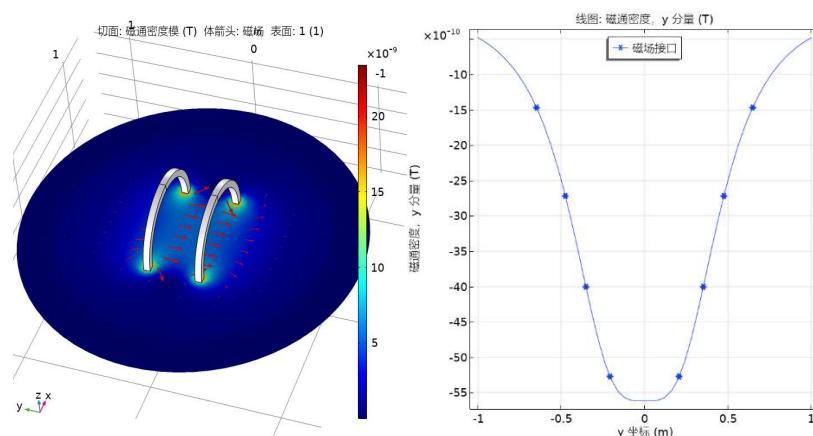


图 3 磁场强度励磁电压的标定关系  
而不同实验桌的永磁体磁场强度不同，这也导致了不同实验仪的产生核磁共振的频率范围不同，本实验桌在励磁电压为 0 时的共振频率如下图所示：



实验中我们测量磁场大小的依据是，在探头位置附近，保证磁感线垂直于高斯计探头，此时略微移动高斯计位置使高斯计示数最大，这种做法的合理性我们通过磁场的空间分布计算结果予以说明。实验中的亥姆霍兹线圈提供可调稳定的外磁场，其空间磁场分布可通过有限元分析方法计算得到，如下图所示：



(a) 亥姆霍兹线圈的空间磁场分布 (b) 亥姆霍兹线圈的空间磁场计算结果

图 5 亥姆霍兹线圈的仿真结果

由仿真结果可见亥姆霍兹线圈中央的磁场可近似设为匀强磁场，且高斯计位读数最大的位置为磁场中心位置(由图 5(b))，此时测得的数值为中央磁场磁场强度。

## (2)、扫频法测量样品的磁旋比

我们通过示波器观察如图 6 所示的核磁共振信号，然而希望测得样品的磁旋比，必须使核磁共振信号交替出现。我们可以通过扫频法和扫场法两种方法实现这一测量。扫场法即把射频场  $B$  的频率  $\omega$  固定，而让磁场  $B$  连续变化，测得共振峰出现时对应的磁场大小。扫频法即把磁场  $B$  固定，使射频场  $B$  的频率  $\omega$  连续变化，当  $\omega = \omega_0 = \gamma B_0$  时出现共振峰。这两种方法是完全等效的，显示的都是共振吸收信号  $v$  与频率差  $(\omega - \omega_0)$  之间的关系曲线。

在电子自旋共振实验中<sup>[8]</sup>，我们使用了扫场法进行实验，在本次实验中，我们使用扫频法测量样品的磁旋比。我们选择硫酸铜(低浓度,4 号样品)和氯化铁两种样品测量氢核的旋磁比。

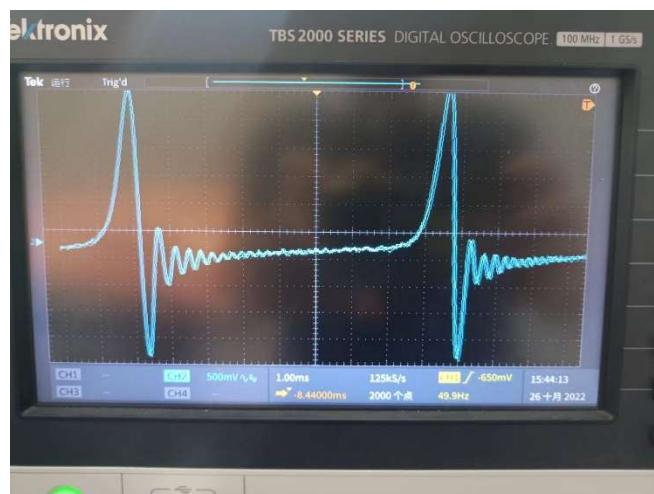


图 6 核磁共振信号



图 7 实验中所选用的样品(编号 1-6)  
(从左往右依次为高浓度、中高浓度、中低浓度、低浓度硫酸铜、水和氯化铁溶液)

**Table 3: 频率-磁场关系(样品: 硫酸铜 浓度: 中低)**

频率(MHz)	磁场(mT)
20.4009	493.2
20.4284	493.9
20.4526	494.5
20.478	494.9
20.5044	495.4
20.5299	496.4
20.5837	497.4
20.6343	498.6
20.6604	499.3

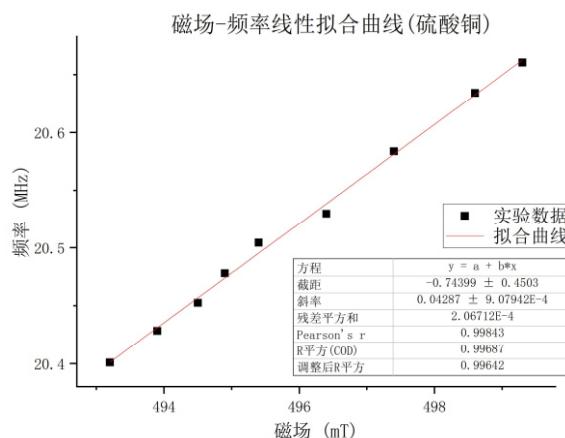


图 8 硫酸铜磁场和频率的线性拟合关系

**Table 4: 频率-磁场关系(样品: 氯化铁)**

频率(MHz)	磁场(mT)
20.4099	493.2
20.4606	494.5
20.5162	495.4
20.594	497.4
20.6417	498.6
20.6746	499.3

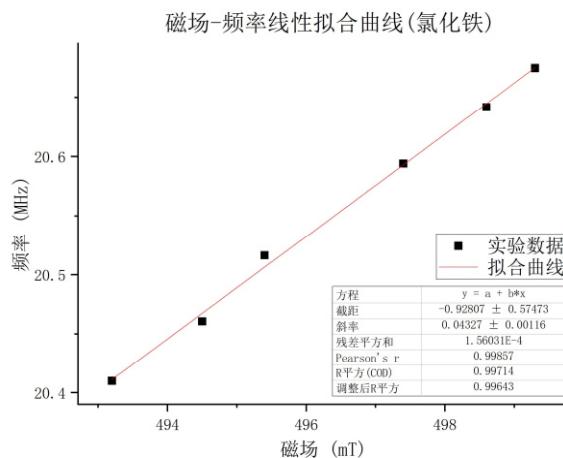


图 9 氯化铁磁场和频率的线性拟合关系

由于吸收峰间距相等时，说明该磁场下的共振频率为 $\omega$ ，在本次实验中我们选择的信号定位方法为利用参考信号的峰值定位，当一个周期内共振峰的两个峰位分别与参考信号的峰/谷位对齐时，我们认为该频率为这一磁场下的共振频率。

对于硫酸铜溶液(低浓度)，我们得到的发生核磁共振的频率-磁场关系如图8所示，其线性拟合关系为 $v(MHz) = 0.0428B(mT) - 0.743$ ，线性拟合优度为0.9964，由于实验中我们通过励磁电压-磁场的标定关系换算为磁场值，因此线性拟合优度距离1的差距可以认为大部分来自于励磁电压-磁场关系的标定偏差。

对于氯化铁溶液，我们得到的发生核磁共振的频率-磁场关系如图9所示，其线性拟合关系为 $v(MHz) = 0.0433B(mT) - 0.928$ ，线性拟合优度为0.9964，其与硫酸铜溶液得到的实验结果差距不大。

据此计算可以得到，对于硫酸铜溶液而言：

$$\gamma = \frac{2\pi v}{B} = 269 \pm 5 Mrad/T$$

$$g_N = \gamma \frac{\hbar}{\mu_N} = 5.6 \pm 0.1$$

$$\mu_I = g_N I \mu_N = (1.41 \pm 0.03) \times 10^{-26} J/T$$

而对于氯化铁溶液而言：

$$\gamma = \frac{2\pi v}{B} = 272 \pm 7 Mrad/T$$

$$g_N = \gamma \frac{\hbar}{\mu_N} = 5.7 \pm 0.1$$

$$\mu_I = g_N I \mu_N = (1.43 \pm 0.04) \times 10^{-26} J/T$$

通过查阅资料可得，氢核旋磁比、朗德因子、核自旋磁矩的标准值分别为 $267.52 Mrad/T$ 、 $5.585$ 和 $1.339 \times 10^{-26} J/T$ ，则硫酸铜溶液测量的相对误差为：

$$\eta_\gamma = 0.55\%$$

$$\eta_{\gamma g_N} = 0.27\%$$

$$\eta_{\gamma \mu_I} = 5.28\%$$

氯化铁溶液测量的相对误差为：

$$\eta_\gamma = 1.67\%$$

$$\eta_{\gamma g_N} = 2.05\%$$

$$\eta_{\gamma \mu_I} = 6.77\%$$

可见我们的测量结果较标准值而言较为准确，而在统计误差范围以内，氯化铁溶液和硫酸铜溶液测得的氢核旋磁比、朗德因子、核自旋磁矩无显著差异，可以认为不同的溶液环境不会显著地影响氢核旋磁比的测量。

而对于取平均值和线性拟合两种数据处理方法，我们对其进行以下估算：

$$\frac{s_b}{s'_b} = \sqrt{\frac{\frac{12\sigma^2}{n(n^2-1)}}{\frac{16\sigma^2}{n^3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n^2-1}}$$

从平均法统计误差 $s_b$ 和线性拟合法统计误差 $s'_b$ 的比值公式<sup>[9]</sup>可以看出，最小二乘法与平均法的标准差比值随数据数目增大而减小。样本数越多，使用最小二乘法进行线性拟合得到的统计误差相较平均法而言则更为精确，而当 n=2 时（即仅有两个数据点的极限情况），两者统计误差完全相同，即使用线性拟合方法进行数据处理在仅有两组数据的最坏情况下统计精度也不低于平均法。该证明过程也说明了氯化铁溶液测量结果的相对误差较大可能是由于样本数少导致。

### (3)、基于核磁共振的硫酸铜溶液浓度测量

在生产生活及科学的研究中，存在着快速、准确检测液体浓度的实际需求，因此基于微量液体实现准确且低成本的液体浓度测量系统有着广阔的应用前景。而传统测量方法测量溶液浓度时存在结果较慢、过程繁琐等问题。利用密度天平的液体浓度测量系统较为通用，然而其对于微量液体的测量效果不佳；利用电导率测量液体浓度的系统<sup>[10]</sup>则难以得到非电解质溶液的浓度测量结果；利用旋光仪的液体浓度测量系统具有操作简单，测量精度高的优点，但仪器成本较高的同时也需要较为复杂的校准过程；<sup>[11]</sup>压差式测量法通过测定待测液体高度差产生的压力差测量液体浓度，但测量精度不能完全满足实际需求<sup>[12]</sup>。因此围绕液体开发一套低成本、通用性良好、具有准确快速的测量效果的透明液体浓度测量系统具有重要的应用研究价值。

在核磁共振实验中，如果扫场速度很快，也就是通过共振点的时间比弛豫时间小得多，这时共振吸收信号的形状会发生很大的变化。在通过共振点之后，会出现衰减振荡，这个衰减的振荡称为“尾波”，核磁共振(nuclear magnetic resonance)成像原理，是依据所释放的能量在物质内部不同结构环境中不同的衰减，可得知构成这一物体原子核的位置和种类，据此可以绘制成物体内部的结构图像。因此基于核磁共振的这一特性，我们利用硫酸铜溶液的核磁共振弛豫时间测量硫酸铜溶液的液体浓度。

**Table 5: 浓度-尾波关系(样品：硫酸铜)**

硫酸铜溶液浓度	弛豫时间(ms)	统计误差	拟合优度
低	0.196	21.8%	0.99976
中低	0.214	7.75%	0.99933
中	0.457	2.39%	0.99987
中高	0.373	8.59%	0.99943
高	0.221	11.12%	0.99985

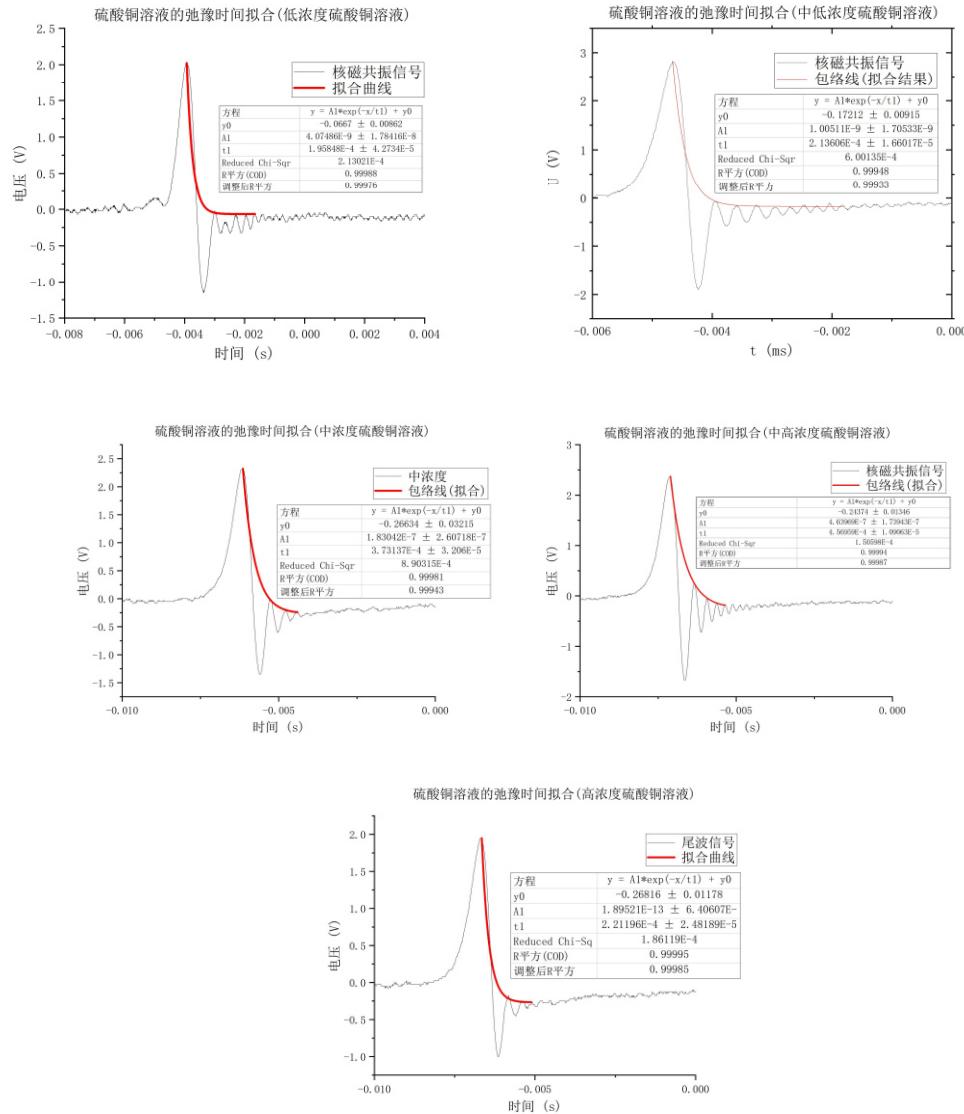


图 10 不同浓度的硫酸铜溶液尾波信号(浓度从低到高)

$$\omega_0 - \omega = \frac{1}{T_2(1 - \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2^{1/2})} \quad (7)$$

对于测量信号的弛豫时间，另一种方法是通过快速傅里叶分析的方法将时域信号转换为频域信号。由于实际的核磁共振吸收不是只发生在单一频率上，而是发生在一定的频率范围内，其谱线有一定的宽度。通常把吸收曲线半高度的宽度所对应的频率间隔称为共振线宽。由于弛豫过程造成的线宽称为本征线宽。外磁场  $B$  不均匀也会使吸收谱线加宽。吸收曲线半宽度为式(7)，线宽主要由  $T_2$  值决定，所以横向弛豫时间是线宽的主要参数。

我们选取一组尾波信号进行快速傅里叶分析，我们求得其半高宽为 1125Hz，对应的弛豫时间为 0.178ms，其求得的结果与利用拟合得到的  $T_2 = 0.19 \pm 0.04$  ms 大致相符。

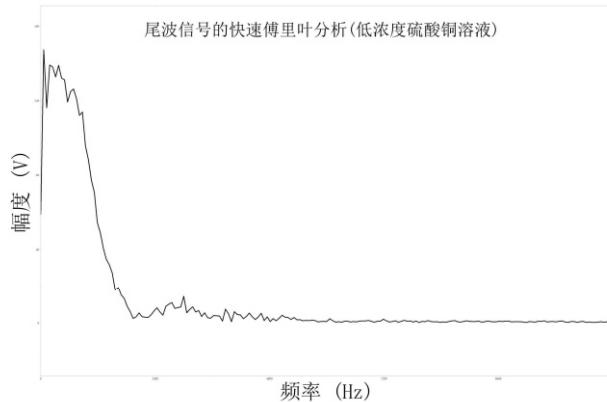


图 11 低浓度的硫酸铜溶液频域信号

理论分析而言，低浓度硫酸铜溶液弛豫时间较短，而高浓度硫酸铜溶液弛豫时间较长。这是由于纯水的共振尾波属于长弛豫现象，共振激发时，激发态仍有大量之前受激粒子尚未回到基态，因此具有更长的弛豫时间。而在硫酸铜中存在大量电离的氢离子，这些氢离子发生的共振尾波属于短弛豫现象，实验中观察到的核磁共振尾波信号是水和硫酸铜溶液中的氢核共同作用的结果。在高浓度的硫酸铜溶液中，未电离的水分子比例较低，因此共振尾波的频率较高，共振尾波衰减较快、得到的弛豫时间较短；在浓度较低的硫酸铜溶液中，未电离的水分子比例较高，因此共振尾波的频率较低，共振尾波衰减较慢、得到的弛豫时间较长。

然而在实际测量中，我们得到的实验结果似乎发现硫酸铜溶液浓度与弛豫时间无显著相关关系，我们推测原因如下：

1. 由于我们仅选取了 5-6 个峰值位置进行拟合，而拟合方程里有 3 个待定参数，因此基于迭代法的非线性拟合很容易发生过拟合的情况，此时拟合结果与初始值高度相关，由我们的统计误差结果也可以发现弛豫时间的拟合统计误差可达 20% 以上。

2. 然而 20% 的统计误差也无法完全解释弛豫时间与硫酸铜溶液浓度出现正相关的关系，我们在拟合过程中发现，弛豫时间的拟合结果受第二个峰值位置影响很大，而我们在实验过程中探头是否位于磁场中心位置对曲线形状有显著影响，因此实验中测试不同溶液时探头是否摆放在同一位置对实验结果有较大影响。

即在核磁共振的硫酸铜溶液浓度测量的实验中，对实验结果影响最大的是外磁场的不均匀性。

3. 在拟合过程中，实际上曲线存在一定的本底影响，在数据处理时应该消除这部分本底影响后进行拟合。

#### (4)、长弛豫过程的观测

在核磁共振实验中,满足共振条件后,激发瞬时完成。当系统偏离共振吸收,处于激发态粒子随之逐渐回到基态。其中激发态寿命(纵向弛豫时间  $T_1$ )决定了粒子回到基态所需时间。共振尾波是核磁共振横向弛豫的宏观表现,共振尾波的时间长度则由  $T_2$  决定。<sup>[5]</sup>

我们上面的实验中分析的情况为当每个调制磁场周期出现 2 次等间隔共振信号且当下一次激发前粒子已全部回到基态的短弛豫情况,而考虑核磁共振的横向弛豫后,若横向弛豫时间  $T_2$  大于共振激发周期,在下一次激发前粒子没有全部回到基态,此时对应长弛豫信号,我们对此进行分析。

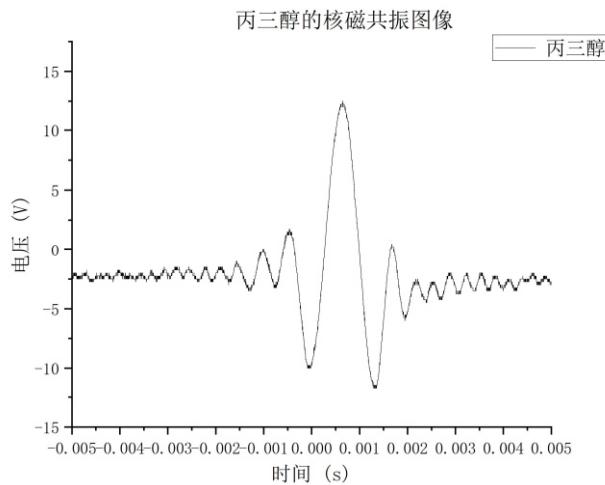


图 12 丙三醇溶液的核磁共振图像(长弛豫)

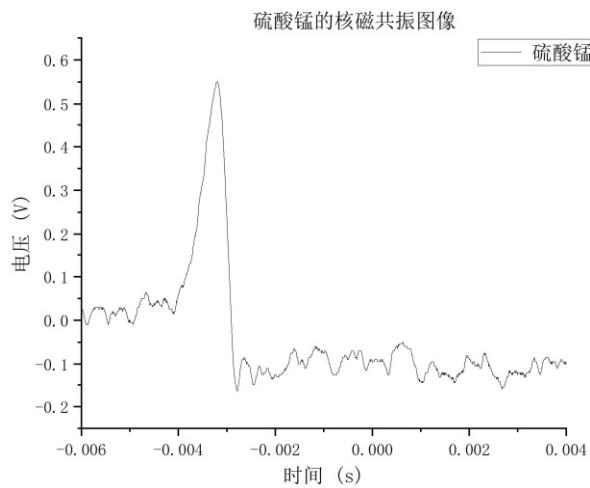


图 13 硫酸锰溶液的核磁共振图像

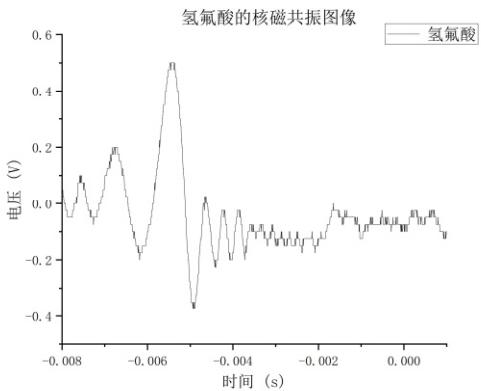


图 14 氢氟酸溶液的核磁共振图像(长弛豫)

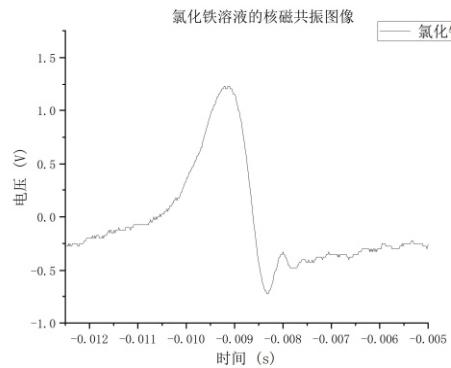


图 15 氯化铁溶液的核磁共振图像

我们发现对于硫酸铜溶液、氯化铁溶液和硫酸锰溶液而言，其尾波信号属于短弛豫线性，而氢氟酸溶液和甘油溶液则属于长弛豫线性，即这两种溶液发生 2 次等间隔共振激发时，两侧信号是关于共振磁场对称，在下一次激发前粒子没有全部回到基态，此时“共振尾波”信号幅值的衰减不能完全反映系统的弛豫现象。

因此基于不同溶液的弛豫现象不同(包括但不限于弛豫时间)，在医学上我们可以通过核磁共振成像实现人体内部组织结构的观测(如观察人体组织内部水和脂肪等物质组成比例和分布的差异)。

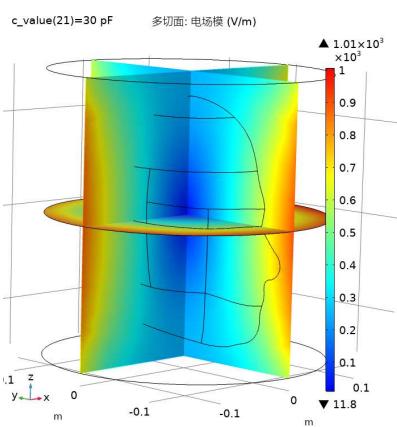


图 16 核磁共振扫描人体头部结构的磁场仿真

### (5)、李萨如图形的观测

以上的分析均观察到的是等间隔的共振吸收信号，我们使用示波器的x-y模式，可以在示波器上观察到两个形状对称的信号波形，它对应于调制磁场一个周期内发生的两次核磁共振。调节磁场扫描电源上的扫场幅度及相位旋钮，可以使共振信号波形处于中间位置并使两峰完全重合，这时共振频率和磁场满足条件  $\omega_0 = \gamma \cdot B_0$ ，这种方法也可以测得氢核的旋磁比。

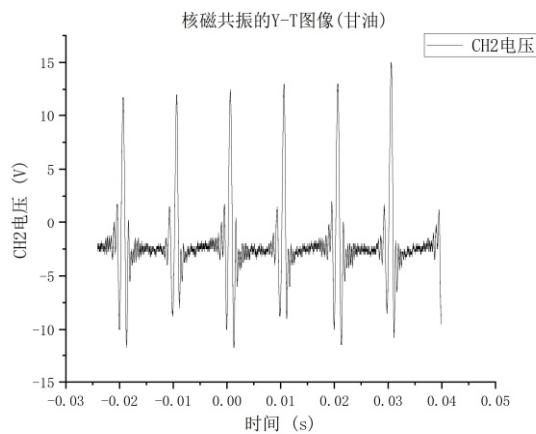


图 17 核磁共振的 Y-T 图像

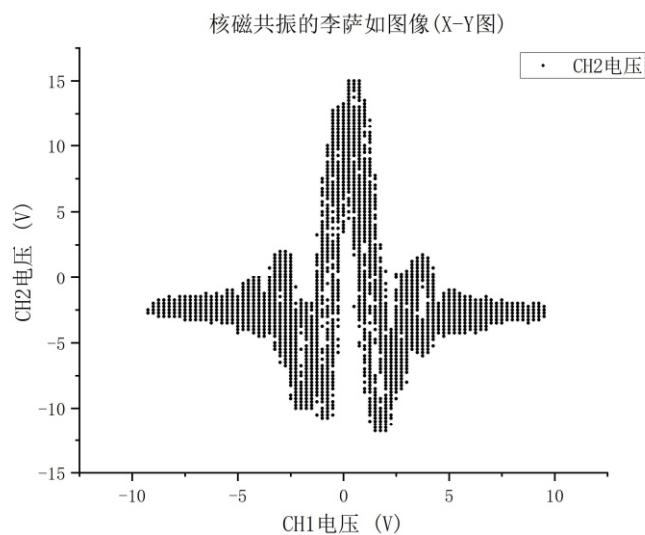


图 18 核磁共振的 X-Y 图像(李萨如图)

基于李萨如图法我们测量得到的旋磁比为：

$$\gamma = \frac{2\pi\nu}{B} = 260.2 \text{ Mrad/T}$$

测量相对误差为

$$\eta_\gamma = 2.73\%$$

其较扫场法而言偏大，推测是由于在李萨如图法中我们无法很好地判断两峰重合的位置，而在扫场法中我们通过参考信号定位的方法测得了准确的频率。

## (6)、微分信号处理

由于本次实验中我们并没有使用锁相放大器，无法实现如文献<sup>[8]</sup> 所述的核磁共振吸收频域观测的微分测量技术，但是我们可以通过时域信号的傅里叶分析结果得到核磁共振吸收的频域信号。尾波振荡过程物理图像类似于阻尼摆的阻尼振动（图 19），因此通过频域信号也可以得到核磁共振吸收的微分测量结果(图 21)，这一方法与科研中常采用的方法一致，尽管这与电子自选共振实验中我们遇到的问题一致——这种数据处理方法并非对系统的频域信号的直接测量。

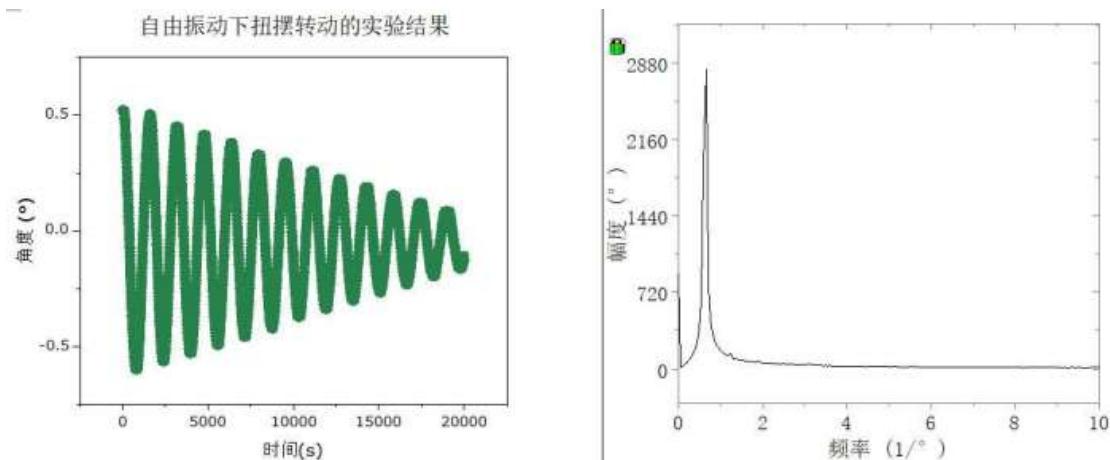


图 19 波尔摆的实验结果(基础物理实验 B4,罗俊平)

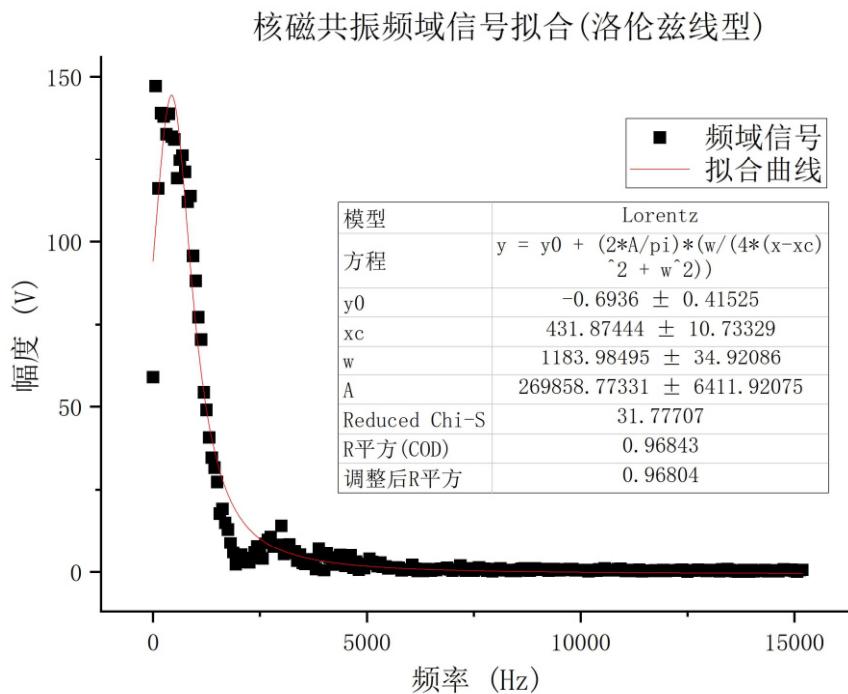


图 20 核磁共振吸收频域信号拟合结果

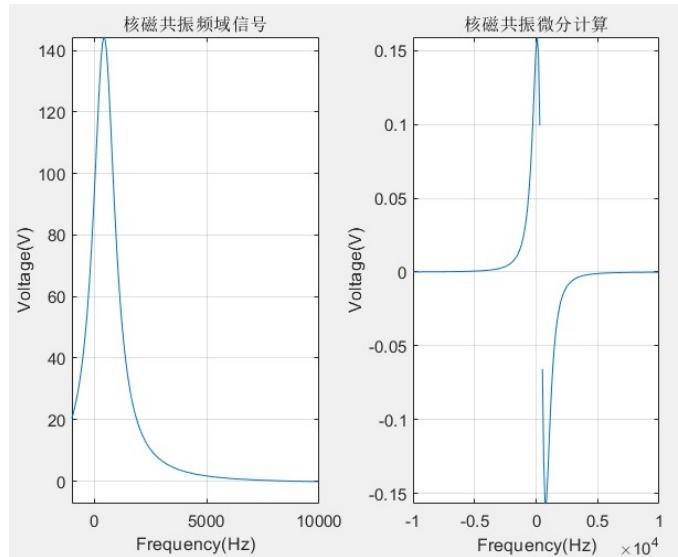


图 21 核磁共振吸收微分计算结果

### (7)、调制磁场幅值对实验观测的影响

下面我们分析不同的实验参数对实验结果的影响(包括**磁场幅值**、**磁场均匀性**和**扫场信号**)。首先我们分析调制磁场幅值对实验观测的影响。

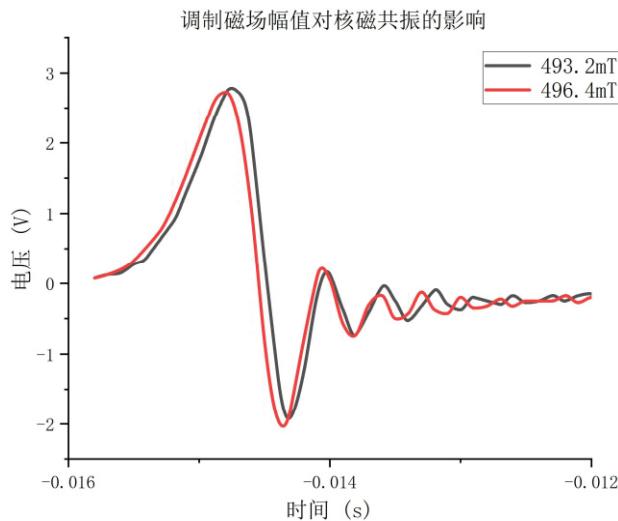


图 22 调制磁场幅值对核磁共振的影响

(注:由于本组实验时设置采样率过低, 本组曲线绘制时使用了插值法使其平滑)

我们可以发现, 增大调制磁场幅值后, 其曲线与增大前基本一致, 然而其尾波振荡频率略高于增大幅值前, 这是由于增大磁场幅值后, 相同时间内磁场幅值增大的速度更快, 因此尾波振荡频率也更高。[5]

### (8)、磁场均匀性对实验观测的影响

在第一节中, 我们给出了亥姆霍兹线圈的空间磁场分布计算结果(位于线圈中央处磁场近似均匀); 在第三节中, 我们已经定性地分析了磁场均匀性对核磁共振信号的影响, 磁场越均匀, 尾波越大, 在实验中调节磁场线圈使尾波达到最大, 而下面我们分析这一现象的产生原因。

外磁场不均匀性会加速系统退相干，进而缩短核磁共振横向弛豫时间，反映到弛豫时间上即出现当样品位于亥姆霍兹线圈中心区域(磁场均匀)时，我们才可以获得最长的尾波信号。

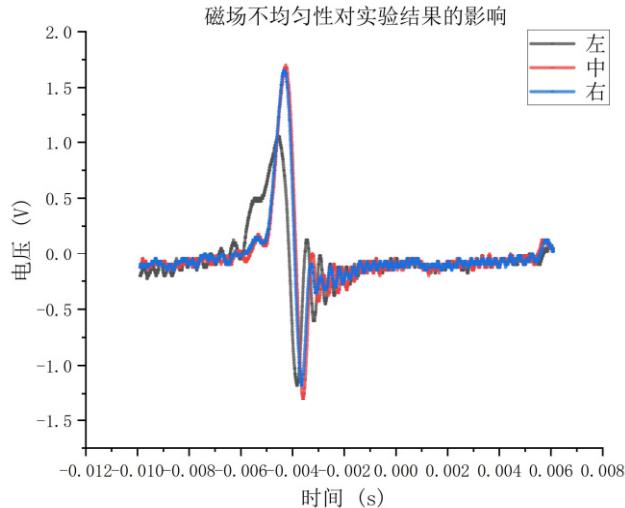


图 23 磁场不均匀性对实验结果的影响  
略微移动探头位置，我们可以发现位于均匀磁场处的信号状态最好，体现在以下几点：

1. 位于磁场中央时共振信号强度最高。
2. 位于磁场中央时共振信号形状更佳，不显著出现不规则畸变。
3. 位于磁场中央时核磁共振弛豫时间最长，尾波数最多。

因此实验中我们需要反复调节探头使核磁共振尾波数最多以达到最佳测量效果。

## (9)、扫场信号对实验观测的影响

由于我们的测量信号是射频线圈回路感生电动势和核磁共振吸收叠加的结果<sup>[7]</sup>，我们测量得到的信号是电磁感应信号叠加核磁共振信号，当扫场电压过大时，电磁感应信号较大，此时测得的核磁共振信号出现明显失真。因此在不改变布线的条件下，测量时使用的扫场信号在能够观察到得到较好的核磁共振信号的前提下越小，扫场信号越小，测得的示波器信号越接近真实的核磁共振信号。

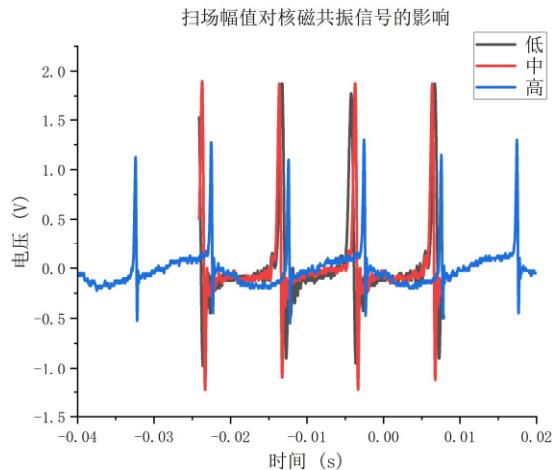


图 24 扫场信号幅值对实验结果的影响

## 六、实验结论

在本次实验中，我们使用两种不同溶液测量了氢核的氢核旋磁比、朗德因子、核自旋磁矩，在不同溶液中测得的数值在统计误差范围内大致相同，与标准值的相对偏差在 2% 以内，可以认为在测得磁场准确的前提下我们的测量结果较为准确。而使用李萨如图法也可以测得氢核的旋磁比，测量误差略大于参考信号定位法。

我们利用核磁共振实验测量硫酸铜溶液的浓度，基于时域信号和频域信号得到的弛豫时间在统计误差范围内一致，然而测量结果则与理论有所偏差，推测实验中弛豫时间最大影响因素为磁场的不均匀性。通过时域信号也可以得到核磁共振吸收的微分测量结果。

我们分析了调制磁场幅值、磁场均匀性和扫场信号对实验结果的影响。其中磁场幅值对共振曲线的影响为磁场幅值影响尾波振荡频率，幅值越高振荡频率越大。基于亥姆霍兹线圈的空间磁场分布计算结果和实验现象观测，我们发现磁场均匀性对弛豫时间的测量有极为显著的影响，因此使用核磁共振方法测量液体浓度需保持前后空间磁场一致。而扫场信号过大则会使核磁共振信号失真。

## 七、实验误差讨论与分析

### (1)、一个周期内出现大小相间的信号

如我们在第五部分第九节所述，我们测量得到的信号是电磁感应信号叠加核磁共振信号，在实验中我们没有通过合理布线减少射频线圈的电磁感应对实验结果的影响，而当探头在外磁场中前半周与后半周回路中磁通量变化情况不一致时，

就会出现如图25所示,在一个周期内核磁共振信号出现高幅值振荡和低幅值振荡交替出现的情况,信号呈现不对称性。此时可以参考文献[6]给出的方法,通过仔细转动样品杆尽可能地减小射频线圈中感生电动势对共振吸收信号的影响。

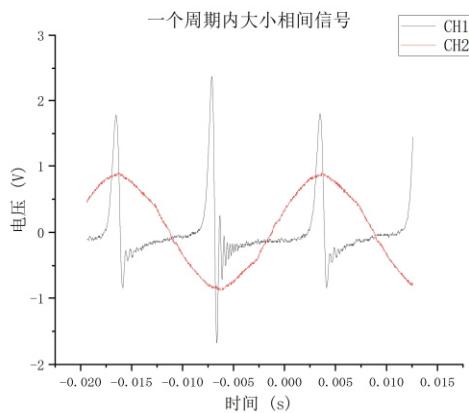


图 25 一个周期内大小相间信号

## (2)、磁场的不均匀性对实验的影响

外磁场不均匀性会加速系统退相干,进而缩短核磁共振横向弛豫时间,同时也会导致核磁共振信号出现不对称的情况,因此在实验中我们必须通过如第五部分第八节所述的方法,通过移动样品杆位置使尾波数最多寻找磁场的中央区域。

然而对于第五部分第三节的液体浓度测量实验而言,对于浓度测量而言,弛豫时间的误差变得更加不可接受,因此我们最好选择固定样品杆位置以同一背景误差从而获得更为准确的弛豫时间测量结果。

## (3)、扫场信号对实验的影响

基于与本部分第一节相同的原理,扫场信号通过射频线圈的电磁感应会对测量信号造成串扰,因此扫场信号越大,核磁共振信号失真越严重,这一过程也会影响弛豫时间的测量,因此在不改变布线方式的前提下,测量时使用的扫场信号在能够观察到得到较好的核磁共振信号时,扫场信号越小,测得的示波器信号越接近真实的核磁共振信号。

## (4)、调制磁场幅值对实验的影响

改变调制磁场幅值并不改变本实验中的核心物理过程,因此我们可以通过扫场法准确测得氢核的旋磁比。

## (5)、磁场测量对实验的影响

由于本次实验中计算中使用的是磁场的绝对值而非磁场的斜率,因此磁场测量的误差将直接地反映到旋磁比的测量结果上,由于我们在电子自旋共振、塞曼

效应实验中多次使用了高斯计做磁场标定，因此我们测得的磁场结果较为准确，计算出的旋磁比与标准值的相对偏差均在2%以内，而地磁场较小对实验结果不产生显著影响。

### (6)、实验数据处理对实验结果的影响

在本次实验中，我们在多个地方使用了拟合方法，拟合优度较高，统计误差较小，然而在弛豫时间测量的数据处理中，我们拟合所用的峰值点数目较小，且没有去除信号本底的影响。然而统计误差对实验结果产生的影响上限约为测量值的20%，磁场的不均匀性(即样品的摆放)位置更为显著地影响实验结果。

### (7)、F核的测量

在本次实验中，我们没有成功获得F核的测量信号，根据说明书所述，氟核的共振频率是氢核的共振频率除以42.577乘以40.055，即19.19MHz左右，然而由于实验仪器灵敏度不够，无法区分出H和F的信号，且样品体系中同时存在H核和F核，因此在实验中得到氟的共振吸收信号十分困难。

(实验或许可以考虑更换重水样品以测得 $^3\text{H}$ 的旋磁比)

## 八、思考与讨论

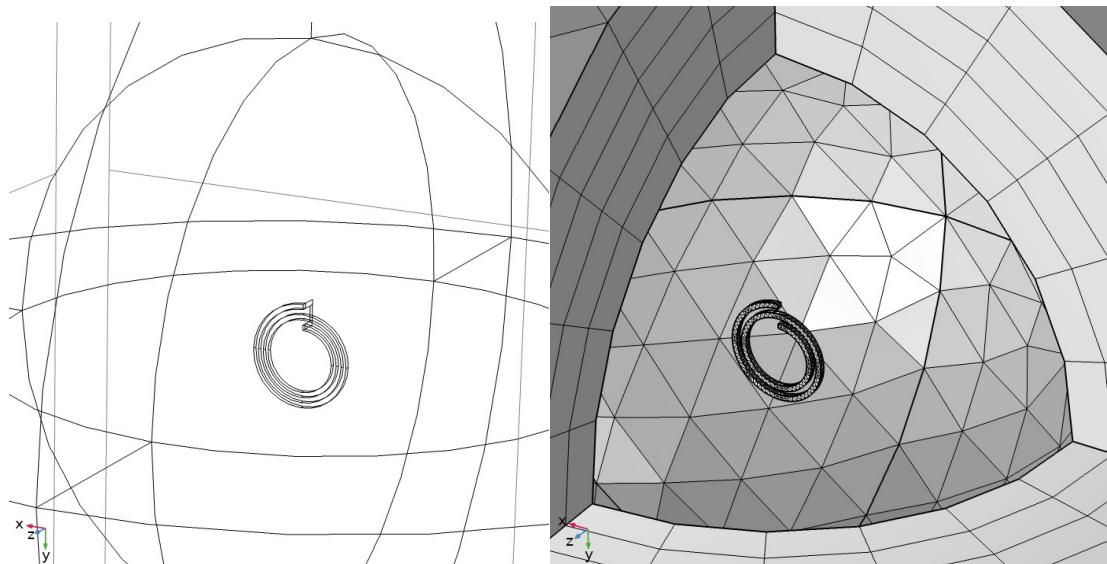
### 1. 观测 NMR 共振时需要提供哪几种磁场？它们起什么作用

实验中有主磁场和扫场两种磁场，分别为约 0.47 T 永磁体产生的磁场和亥姆霍兹线圈产生的磁场(目的为通过改变磁铁上两个线圈上电压来小范围改变磁场，以实现更高精度地调节磁场)。

实验装置中不仅通过亥姆霍兹线圈产生稳恒磁场的原因除提高磁场调节精度外，我们推测另一个原因为若磁场全部由亥姆霍兹线圈产生，这要求励磁电流达到为原来的 400 倍，因此亥姆霍兹线圈仅用于小范围的改变磁场大小。

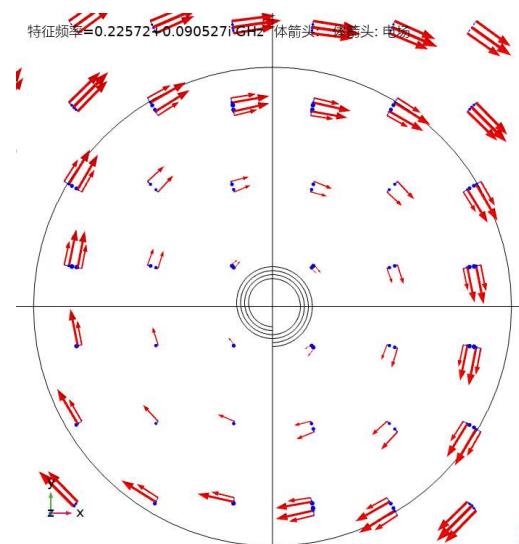
因为实验中产生共振激发的电磁波是线偏振电磁波，因此射频线圈广义上也会产生磁场，关于亥姆霍兹线圈的磁场分布我们在前面已经给出计算结果，下面我们给出射频磁场的空间电磁波分布。

通过数值计算我们发现，射频线圈轴线上的电磁场确实为线偏振电磁波，符合产生共振激发的调节。

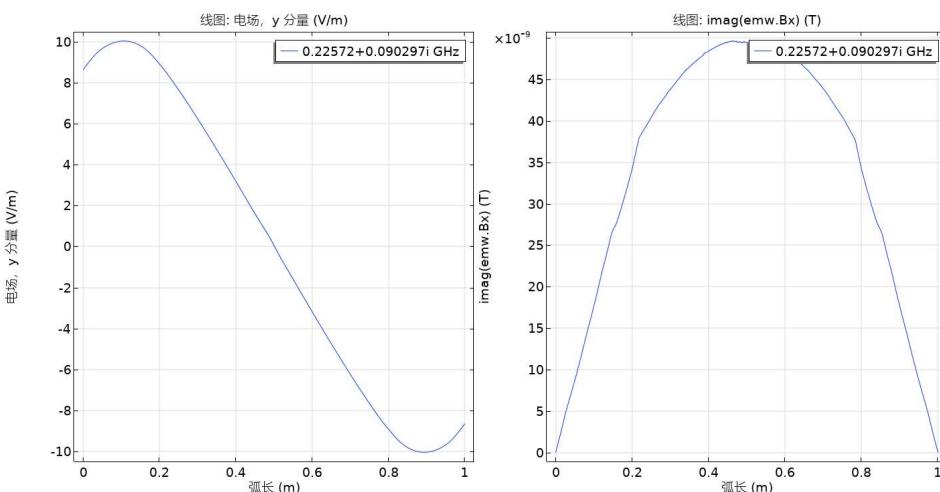


(a)几何模型

(b)网格划分



(c)射频线圈空间电磁场分布(红色箭头电场, 蓝色箭头磁场)



(d)轴线上电场 y 分量

(e) 轴线上磁场 x 分量

## 2. 扫场法与扫频法各有什么特点？本实验哪些观测过程使用扫频法？

扫场法即把射频场  $B$  的频率  $\omega$  固定，而让磁场  $B$  连续变化，测得共振峰出现时对应的磁场大小。扫频法即把磁场  $B$  固定，使射频场  $B$  的频率  $\omega$  连续变化，当  $\omega = \omega_0 = \gamma B_0$  时出现共振峰。这两种方法是完全等效的，显示的都是共振吸收信号  $v$  与频率差  $(\omega - \omega_0)$  之间的关系曲线。

在电子自旋共振实验和光泵磁共振实验中<sup>[8]</sup>，我们使用了扫场法进行实验，在本次实验中，我们使用扫频法测量样品的磁旋比，即在共振频率附近对频率进行连续调节以测得共振频率。

## 参考文献

- [1] 吴思诚, 王祖铨主编.近代物理实验(第二版).北京:北京大学出版社, 1999
- [2] 郑裕芳, 李仲荣主编.近代物理实验.广州:中山大学出版社, 1988
- [3] 邬鸿彦, 朱明刚主编.近代物理实验. 北京:科学出版社, 1999
- [4] 林木欣主编.近代物理实验教程.北京:科学出版社, 1999
- [5] 李潮锐.连续波核磁共振实验问题探究[J].物理实验,2019,39(08):31-36+44.DOI:10.19655/j.cnki.1005-4642.2019.08.006.
- [6] 李潮锐.连续波核磁共振吸收的频域测量[J].物理实验,2017,37(10):26-29.
- [7] 李潮锐.扫场对核磁共振测量的影响[J].物理实验,2015,35(01):1-4.
- [8] 李潮锐.微波电子自旋共振的微分测量[J].物理实验,2017,37(3):21-24
- [9] 单明, 聂燕萍.线性拟合中的逐差法和最小二乘法的比较 [J].大学物理实验,2005(02):68-70.
- [10] 陈丽梅,程敏熙,肖晓芳,黄佐华.盐溶液电导率与浓度和温度的关系测量[J].实验室研究与探索,2010,29(05):39-42.
- [11] 章博. 基于旋光效应的糖浓度检测[D].黑龙江大学,2007.
- [12] 王辉,周丽霞,周伟,陈志艳,朱宜昌.声光衍射法测量不同浓度 NaCl 溶液的密度[J].当代化工,2018,47(11):2477-2480.

## 致谢

感谢李潮锐老师在电子自旋共振、光泵磁共振和本次实验中的耐心细致的指导，从李老师的关于三次实验的教学论文中我也学到了实验背后深刻的物理过程和细致详实的实验现象分析方法。半个学期以来分析李老师的论文内容不知不觉已经成为了自己在课后学习中一件富有乐趣且受益良多的事情。以此向李老师和实验搭档肖智洋同学再次表示感谢。

**附录 1**

介绍：Matlab 求微分

```
syms x;
y0=-0.6936;
xc=431.87444;
w=1183.98495;
A=269858.77;
f1=y0+(2*A/pi)*(w/(4*(x-xc)^2+w^2));
df1 = diff(f1,x);

subplot(1,2,1);
ezplot(f1,[-1000 10000]),grid on;
title('稳态吸收');
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('Voltage(V)');

subplot(1,2,2);
ezplot(df1,[-10000 10000]),grid on;
title('一阶导数');
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('Voltage(V)');
```

# 《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2020 级

实验人姓名（学号）：罗俊平（19319086）

合作人姓名（学号）：肖智洋（19301080）

2022 年 9 月 7、14 日 下午

## 电子自旋共振

### 一、实验目的

1. 了解电子自旋共振现象及物理原理；
2. 学习用微波频段检测电子自旋共振的技术方法；
3. 测量DPPH中电子的朗德因子g和共振线宽。

### 二、实验原理

电子自旋共振(Electron Spin Resonance, 简称 ESR)研究电子自旋磁矩与磁场相互作用。根据量子力学原理电子自旋磁矩在外磁场中使原子能级消除简并，即分裂为若干塞曼能级，故 ESR 是研究光子在这些塞曼能级之间的直接跃迁。这种共振跃迁现象只能发生在原子的固有磁矩不为零的顺磁性材料中，从而也称为电子顺磁共振(Electron Paramagnetic Resonance,简称 EPR)。Zavoisky(1945)、Cummerow 和 Halliday(1946)分别在不同实验室都观测到固体中未成对电子自旋在强稳恒磁场作用下的电磁辐射共振吸收现象。由于电子自旋共振检测技术具有很高的灵敏度和分辨率，且在测量过程中不破坏样品结构的优点，目前它在物理、化学、生物和医学等各方面都获得了广泛的应用。

电子自旋的概念是泡利于 1925 年初正式提出，认为电子具有  $S = 1/2$  自量子数，并具相应的自旋磁矩。原子的磁性来源于磁矩原子磁矩，原子的总磁矩由原子中原子核的磁矩以及各个电子的轨道磁矩和自旋磁矩所决定。由于原子核磁矩比电子磁矩约小三个数量级，通常可以略去不计。根据量子理论，对于轨道量子数  $L$  和自旋量子数  $S$  的电子，由于其轨道角动量和自旋角动量相互作用(即  $L-S$  耦合)，电子总角动量  $P$  的量子数  $J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|$ ，其朗德因子为

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (1)$$

对于纯自旋运动( $L=0, J=S$ )电子，只有自旋磁矩则  $g_J=2$ ; 对纯轨道运动( $S=0, J=L$ )电子，只有轨道磁矩则  $g_J=1$ 。若轨道磁矩和自旋磁矩两者均有贡献，则  $g_J$  的取值在 1 与 2 之间。测量原子的朗德因子  $g_J$ ，可判断电子能态，从而有助于了解原子结构。

在外磁场  $B$  中，原子的电子总角动量所对应的原子总磁矩  $\mu_J$  与磁场  $B$  的相互作用能量为  $E = -\mu_J \cdot B = -m_J \hbar B = g_J m_J \mu_B B$ 。其中玻尔磁子  $\mu_B = e\hbar/2m_e$ ；量子数  $m_J = J, J-1, \dots, -J$ ，这意味着具有量子数  $J$  精细结构中的各能级在外磁场  $B$  中将进一步分裂为  $(2J+1)$  个塞曼能级，两相邻能级之间的

能量差  $\Delta E = g_J \mu_J B$ 。若在垂直于产生塞曼分裂的外磁场  $B$  的方向施加一频率为  $\nu$  的交变电磁场, 当  $\nu$  和  $B$  之间满足  $\hbar\nu = g_J \mu_J B$  则原子中电子吸收能量  $\hbar\nu$  从塞曼分裂的低能级跃迁到高能级, 即磁共振跃迁。由于自旋-晶格和自旋-自旋的相互作用两者都使满足共振条件的外磁场  $B$  具有一定的展宽。共振吸收峰形及参数体现了相互作用的物理实质, 典型的峰形有洛伦兹 (Lorentz) 和高斯 (Gauss) 型。峰宽有两种表示方法, 对吸收谱线采用其半高宽度 (FWHM) 来表示, 而对微分曲线 (或色散曲线) 则采用其峰-峰距 (即吸收曲线两侧斜率最大值之间的距离) 来表示。

考虑到外磁场  $\bar{B}$  和弛豫用均使磁化强度  $\bar{M}$  发生变化, 且认为两者互为独立, 可将它们的作用简单地叠加, 可得

$$\frac{d\bar{M}}{dt} = \gamma \bar{M} \times \bar{B} - \frac{M_x i + M_y j}{T_2} - \frac{(M_z - M_0) k}{T_1} \quad (2)$$

这就是著名的布洛赫 (F.Bloch) 方程。按三个坐标分量表示, 得到布洛赫方程组

$$\begin{aligned} \frac{dM_z}{dt} &= \gamma(B_x M_y - B_y M_x) - \frac{M_z - M_0}{T_1} \\ \frac{dM_x}{dt} &= \gamma(B_y M_z - B_z M_y) - \frac{M_x}{T_2} \\ \frac{dM_y}{dt} &= \gamma(B_z M_x - B_x M_z) - \frac{M_y}{T_2} \end{aligned} \quad (3)$$

方程稳态解为

$$\begin{aligned} \chi' &= \frac{\gamma B_1 T_2 (\gamma B_z - \omega_0)}{1 + (\gamma B_z - \omega_0)^2 T_2^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \\ \chi'' &= \frac{\gamma B_1 T_1}{1 + (\gamma B_z - \omega_0)^2 T_2^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \end{aligned} \quad (4)$$

$\chi'$  和  $\chi''$  分别表示磁化率的实部和虚部, 即分别代表系统对外磁场的色散和吸收。其中,  $\omega = \gamma B$  为  $\bar{M}$  绕  $\bar{B}$  进动的角频率,  $\omega_0$  即为共振磁场对应的进动角频率;  $B_1$  为辐射场强度。由上式, 可求得共振吸收信号的峰值和半高宽等物理参数。

本实验样品是一种含有自由基的有机物 DPPH (di-phehcryl picryl hydrazel), 化学名称为二苯基苦酸基联氨, 其分子式  $(C_6H_5)_2N-NC_6H_2(NO_2)_3$ 。分子结构中间氮原子 N 少一个共价键而存在一个未成对的“自由电子”, 构成稳定的有机自由基, 实验观测的就是这类电子的磁共振信号。微波电子自旋磁共振实验是由微波传输部件把 X 波段体效应二极管信号源的微波功率馈给谐振腔内的样品, 且样品处于由稳恒磁场和 50 Hz 交变扫场组成合外磁场中。使用微波晶体检波二极管检测微波信号变化, 由示波器观测或计算机数据采集分析。

### 三、实验仪器

**Table 1: 实验仪器列表**

序号	仪器名称	数量	基本参数
1	微波段电子自旋共振实验仪 FD-ESD-C	1	励磁电压调节精度: 0.01V 高斯计磁场测量精度: 1Gs
2	精密型数字高斯计 华鸣 CH-800	1	磁场测量精度: 0.1mT
3	TBS-1202B-EDU 型示波器	1	/

本实验装置如图1所示。由微波传输部件把 X 波段体效应二极管信号源的微波功率反馈给谐振腔内的样品，样品处于恒定磁场中，磁铁由 50Hz 交流电对磁场提供扫描，当满足共振条件时输出共振信号，信号由示波器直接检测。

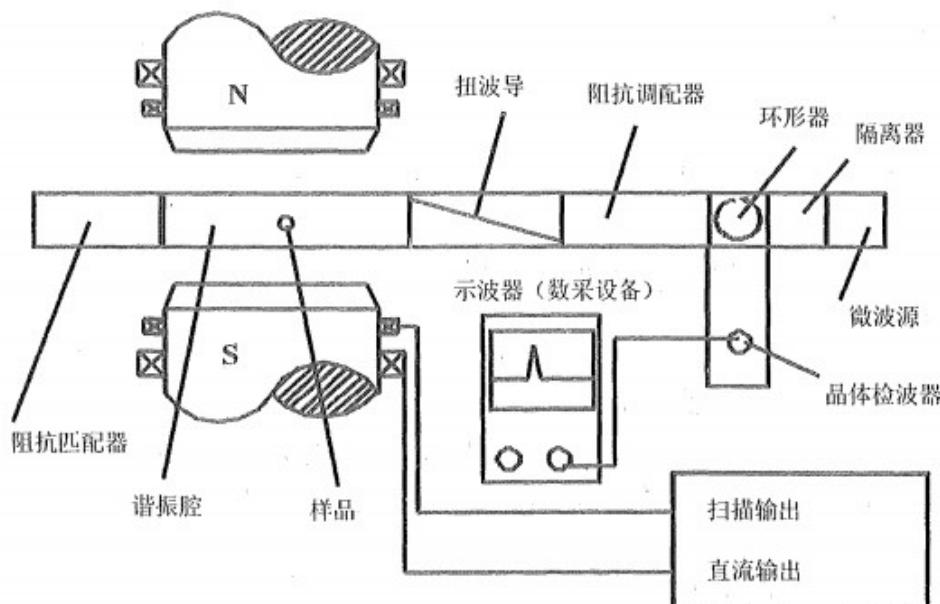


图 1：微波电子自旋磁共振实验装置图

各个微波部件的原理、性能及使用方法：

- (1) **谐振腔**: 谐振腔由矩形波导组成，包括谐振腔耦合膜片和可变短路调节器。
- (2) **微波源**: 微波源由体效应管、变容二极管、谐振腔、调谐杆组成，微波源供电电压为 9V，其发射频率为 9.37GHz。
- (3) **隔离器**: 具有单向传输功能。1 输入，2 输出(基本无衰减)；2 输入，1 输出(有极大的衰减)。
- (4) **环形器**: 环形器具有定向传输功能。1 输入，2 输出无衰减，3 输出衰减  $>30\text{db}$ ；2 输入，3 输出无衰减，1 输出衰减  $>30\text{db}$ ；3 输入，1 输出无衰减，2 输出衰减  $>30\text{db}$ 。
- (5) **晶体检波器**: 用于检测微波信号，由前置的三个螺钉调配器、晶体管座和末

端的短路活塞三部分组成。其核心部分是跨接于矩形波导宽壁中心线上的点接触微波二极管。测量时要反复调节波导终端的短路活塞的位置以及输入前端三个螺钉的穿伸度，使检波电流达到最大值，以获得较高的测量灵敏度。

(6) **扭波导**: 改变波导中电磁波的偏振方向。主要作用的便于机械安装。

(7) **短路活塞**: 短路活塞是接在传输系统终端的单臂微波元件，它接在终端对入射微波功率几乎全部反射而不吸收，从而在传输系统中形成纯驻波。

(8) **阻抗调配器**: 阻抗调配器的双轨臂波导元件，调节 E 面 H 面的短路活塞可以改变波导元件参数。它的主要作用是改变微波系统的负载状态，它可以将系统调节至匹配状态、容性负载、感性负载等不同状态。

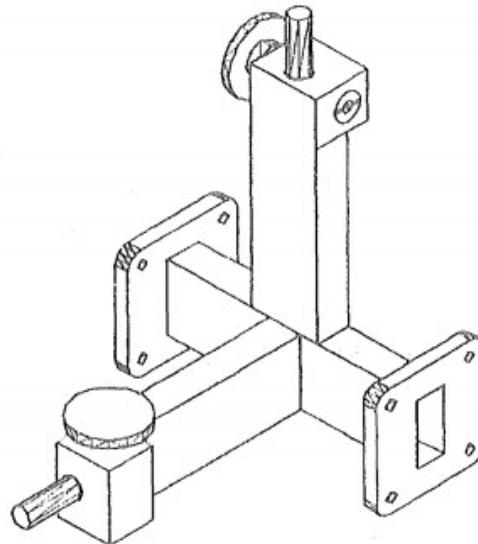
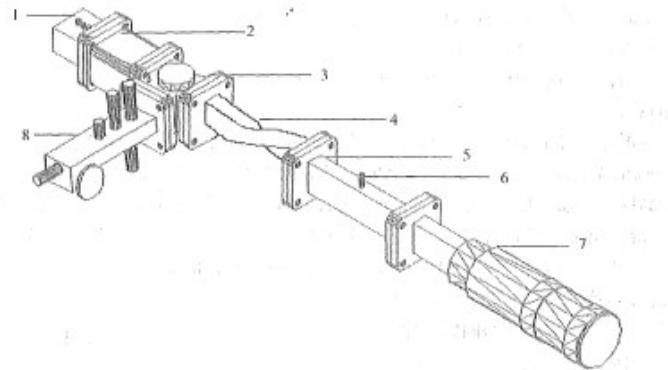


图 2: 阻抗匹配器外观图

仪器前面板各部分功能如下：

- (1) **直流输出**: 提供 0-600mA 的稳恒磁场的励磁电流，通过“直流调节”电位器改变输出电流的大小。
- (2) **扫描输出**: 可输出 0-50mA 的交流扫场电流，强度由“扫描调节”电位器改变。
- (3) **扫频开关**: 用于改变扫描信号的频率。
- (4) **IN 与 OUT**: 信号放大器的输入和输出端，放大倍数为 10 倍。“IN”为放大器的输入端，“OUT”为放大器的输出端。
- (5) **X-out**: “X 轴幅度”调节正弦波的幅度；“X 轴相位”调节正弦波的相位。
- (6) **微波源的输入端**: 仪器后面板上的五芯航空头。



1—微波源 2—隔离器 3—环型器 4—粗波导  
5—直波导 6—样品 7—短路活塞8—检波器

图 3：微波系统装配图

## 四、实验步骤

### (1)、调试

- 按装置图确认实验系统连接正确，了解和熟悉实验装置各部件的使用和调节。
- 将 DPPH 样品插在直波上的小孔中，调节样品处于磁场的中心位置。
- 开启微波实验装置和示波器（或计算机数据采集系统）电源（或计算机数据采集系统）。检波输出和扫场分压信号分别接示波器（或数据采集）的通道 1 和通道 2，置扫场分压信号与 AC 档。
- 置检波输出通道于 DC 档，调节检波器中的旋钮，使信号输出最大。
- 调节短路活塞，使直流信号输出最小。
- 置检波输出通道于 AC 档，调节适当的扫场强度，缓慢地改变电磁铁的励磁电流，搜索 ESR 信号。当磁场满足共振条件时可观察到共振信号。
- 小范围的调节短路活塞与检波器，进一步确认样品在磁场的中心位置（样品在磁场中心处为最佳状态，该步骤可通过调节如下图所示支架的高度和左右位置实现），使信号幅度幅值最大和形状对称（最佳状态）。

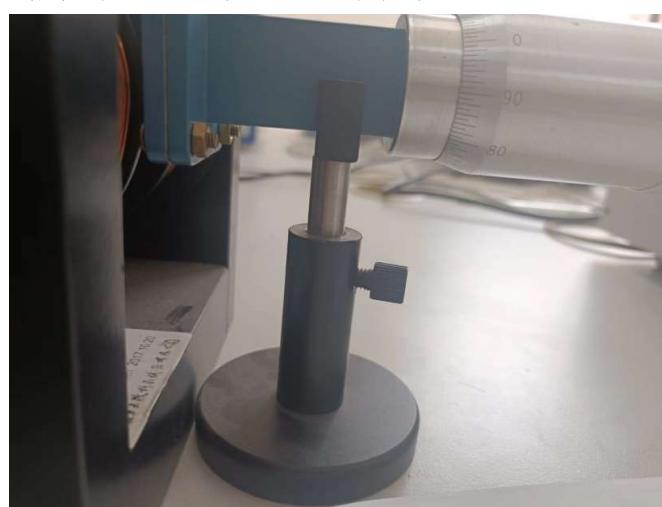


图4：短路活塞支架实物图

**(2) 测量微波频率和波导波长**

1. 调节频率计的调谐机构产生谐振，对应于检波器输出最小时谐振机构读数即为微波频率。
2. 将终端短路活塞调至离起点最近的第一次最大输出信号处，记录短路面位置读数。
3. 移动短路活塞，直至下一次最大输出信号出现，记录短路面位置读数。

**(3) 测量朗德因子**

1. 插入样品，微调 ESR 实验仪励磁电路和终端负载短路活塞使获得尽可能对称信号。
2. 取出样品，利用数字高斯计测量样品所在磁场强度。

**(4) 观测电子自旋共振吸收峰半高宽并计算弛豫时间**

1. 将示波器调为 x-y 模式，其中 CH1 设为 x 轴，CH2 设为 y 轴。
2. 通过调节终端负载、双 T 调配器、相移器等，使李萨如图形尽可能对称重合。
3. 计算电子自旋共振吸收峰半高宽和弛豫时间。

**五、实验数据与实验结果分析****(1) 驻波特性测量与分析****Table 2: 驻波特性测量**

编号	第一共振点 $L_1/\text{mm}$	第二共振点 $L_2/\text{mm}$	微波频率 / GHz
1	7.64	30.96	9.383
2	7.46	31.24	9.383
3	7.69	31.28	9.382

注：本桌仪器(2号实验桌)无法测得第三共振点，其短路活塞最大移动距离为47.82mm，往后活塞移动出现滑丝现象，我们推测第三共振点在54mm左右位置处。

根据实验实际情况，我们给出波导波长计算公式：

$$\lambda_g = 2(L_2 - L_1)$$

根据该计算公式，我们得到统计结果如下：

波导波长平均值： $\bar{N} = 46.99\text{mm}$

波导波长A类不确定度及自由度：不确定度  $S_A = 0.237\text{mm}$  自由度  $V_A = 3.651$

波导波长B类不确定度及自由度：不确定度  $S_B = 0.016\text{mm}$  自由度  $V_B = 2$

波导波长合成标准不确定度及自由度：不确定度  $S = 0.238\text{mm}$  自由度  $V = 3.685$

波导波长最终测量结果为： $\lambda_g = (47.0 \pm 0.8)\text{mm}$ ，略高于仪器出厂值45.113mm

微波频率直接测量结果为:  $f = (9.383 \pm 0.008)GHz$ , 略高于仪器出厂值9.360GHz  
 由于 $\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}}$ ,  $\lambda_c = 2a$ 称为截止波长, 波导管长宽(来自说明书) $a = 22.86mm$ ,  
 $b = 10.16mm$ ,  $\lambda = \frac{c}{f}$ 为电磁波在自由空间的波长, 求得该微波频率对应波导波长为  
 $\lambda_g = 44.80mm$ .

由于该推导过程缺乏直观性, 我们利用Comsol软件建立谐振腔模型并给出谐振腔内的电场和磁场分布情况的数值计算结果。

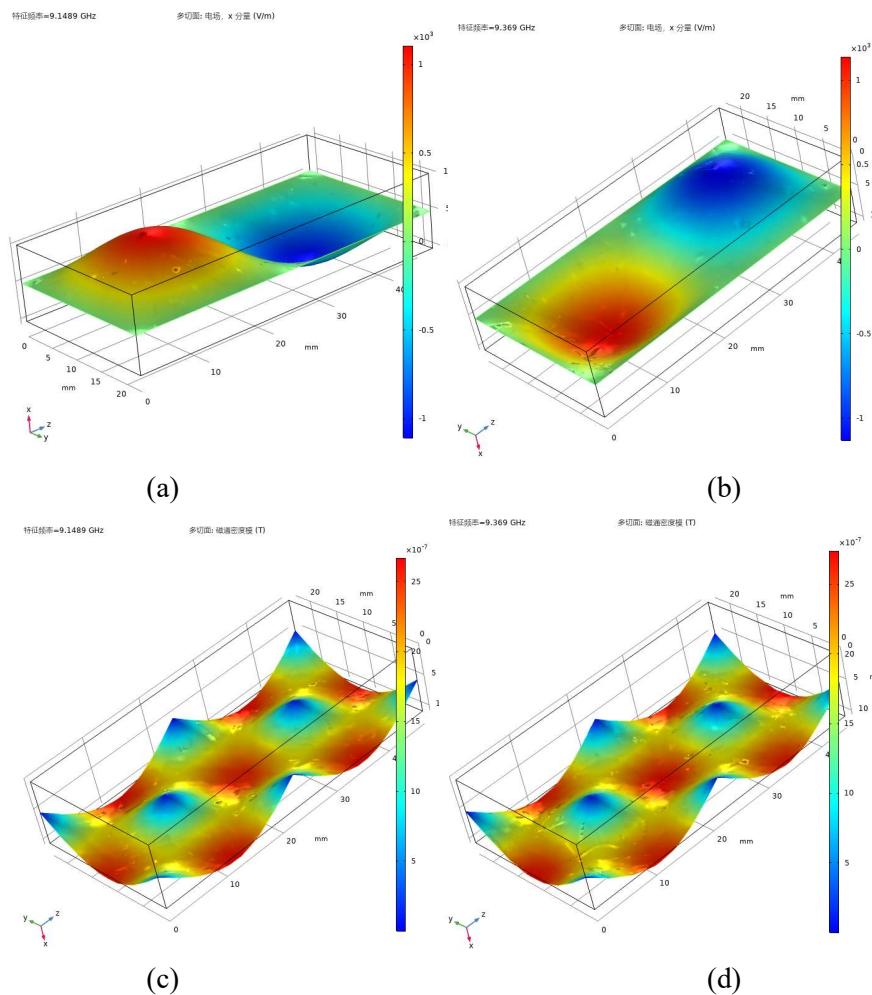


图5: 谐振腔内电磁场分布

- (a)  $\lambda_g = 47.0mm$ 谐振腔电场分布 (b)  $\lambda_g = 44.8mm$ 谐振腔电场分布
- (c)  $\lambda_g = 47.0mm$ 谐振腔磁场分布 (d)  $\lambda_g = 44.8mm$ 谐振腔磁场分布

由于电磁波通过扭波导进入谐振腔内, 我们对扭波导进行建模求得其电磁场分布和特征频率为9.3GHz, 与 $\lambda_g = 44.8mm$ 对应的特征频率9.369GHz以及说明书给定的9.360GHz极为接近, 而通过数值计算得到波段管正向传播系数与微波频率的关系也显示频率为9.36GHz左右时波导管正向传播系数最大。计算结果表明基于特征频率测量结果计算得到的波导波长更为准确。

推测利用调整短路活塞法计算波导波长的误差主要来源于短路活塞最大移动距离为47.82mm，往后活塞移动出现滑丝现象。滑丝现象导致螺旋测微器出厂校准失效，因此后续读数出现偏差；其次由于无法测得第三共振点，因此通过两个共振点测量波导长度的偶然误差大大增加。

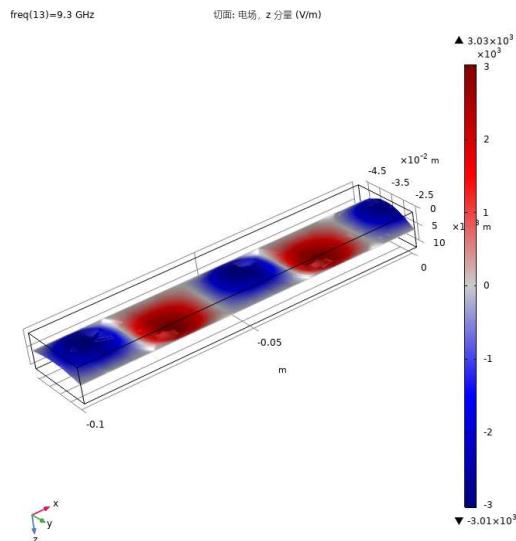


图6：波导管内电场分布

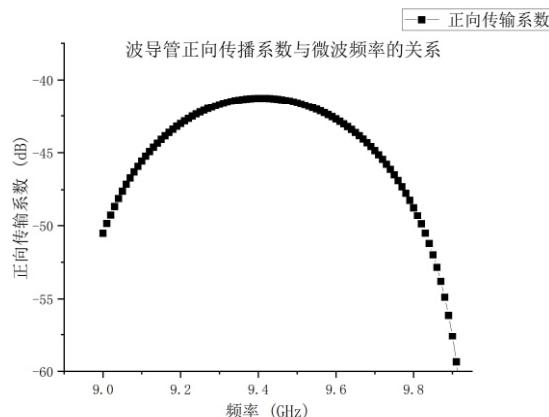


图7：波导管正向传播系数与微波频率的关系

## (2)、磁场强度-电压关系定标

**Table 3: 磁场强度-电压关系(微波段电子自旋共振实验仪高斯计)**

励磁电压(V)	磁场强度(Gs)
0.16	2964
1.00	2983
2.00	3008
3.00	3032
4.00	3057
5.00	3080
6.00	3108
7.00	3134
7.87	3156

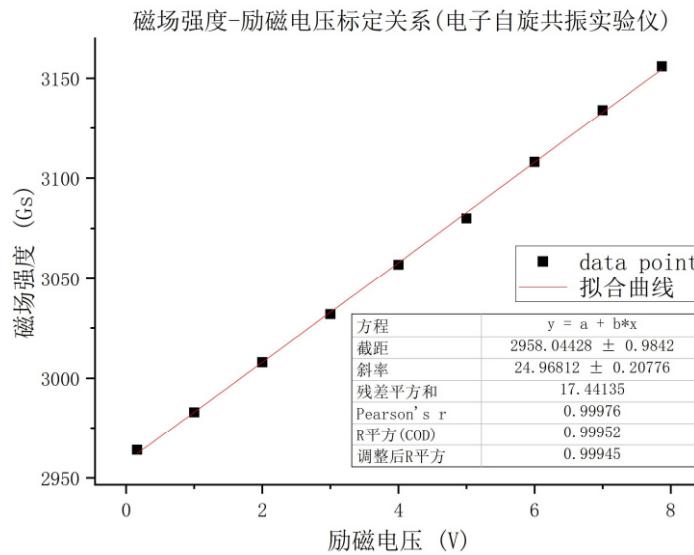


图8：磁场强度-励磁电压标定关系(实验仪附带高斯计)

**Table 4: 磁场强度-电压关系(华鸣 CH-800 精密型数字高斯计)**

励磁电压(V)	磁场强度(mT)
0.16	324.2
1.00	326.4
2.00	328.6
3.00	331.6
4.00	334.6
5.00	337.6
6.00	340.9
7.00	343.8
7.87	346.3

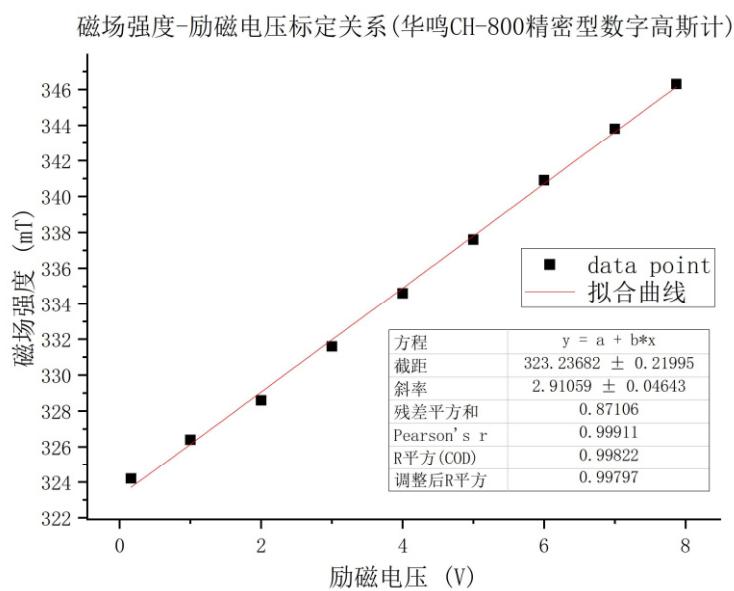


图9：磁场强度-励磁电压标定关系(华鸣CH-800精密型数字高斯计)

我们分别使用实验仪附带高斯计和华鸣CH-800精密型数字高斯计进行磁场强度-励磁电压线性关系标定实验，实验结果表明实验仪附带高斯计线性关系更好，拟合优度为0.99945；而华鸣CH-800精密型数字高斯计磁场强度-励磁电压也有较好的线性关系，拟合优度为0.99797。

尽管实验仪附带高斯计有更好的拟合优度，然而实验过程观察到实验仪附带高斯计在经过校准前精确度无法达到预设的1Gs(即0.1mT)，因此我们使用华鸣CH-800精密型数字高斯计的磁场-励磁电压关系进行后续实验。

### (3)、朗德 g 因子测量

**Table 5:** 朗德 g 因子测量(测试条件:短路活塞 x=7.705mm)

编号	电源电压/V	磁场/mT	朗德 g 因子
1	4.98	337.7	1.9832
2	5.10	338.0	1.9811
3	5.12	338.1	1.9808
4	5.15	338.2	1.9802
5	5.16	338.2	1.9801
6	5.13	338.1	1.9806
7	4.96	337.6	1.9835
8	4.94	337.6	1.9839

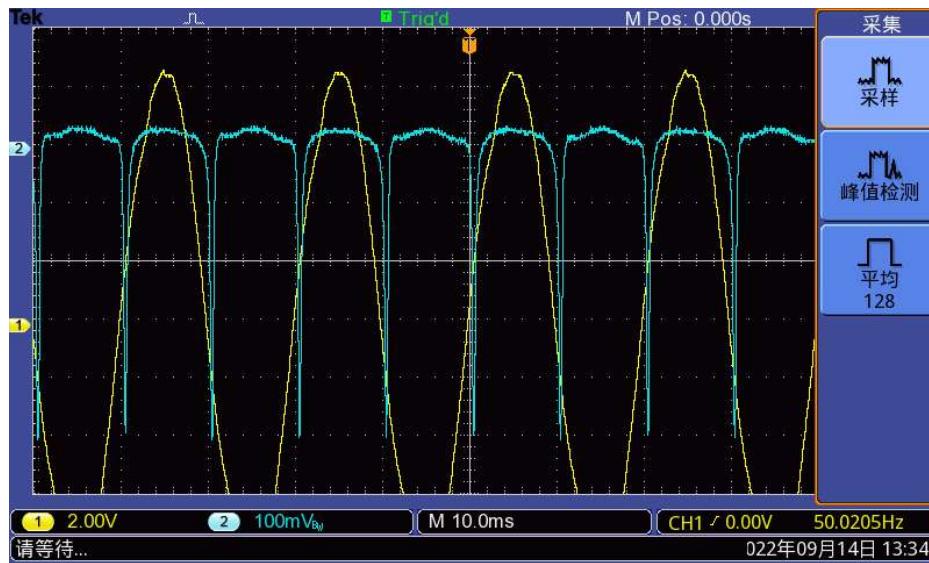


图10：电子自旋共振曲线(示波器原始图像)

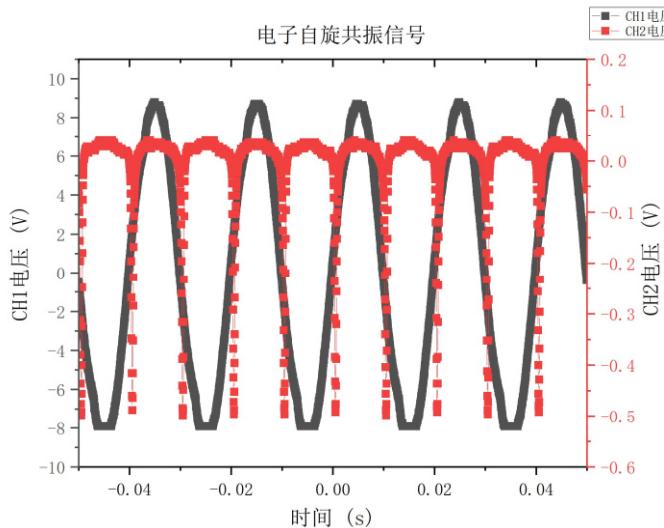


图11：电子自旋共振曲线(示波器)

计算朗德g因子的公式为：

$$g = \frac{fh}{B_0\mu_0}$$

根据该计算公式，我们得到统计结果如下：

朗德g因子平均值： $\bar{N} = 1.98172$

朗德g因子A类不确定度及自由度：不确定度  $S_A = 0.0005$  自由度  $V_A = 7$

朗德g因子B类不确定度及自由度：不确定度  $S_B = 0.0003$  自由度  $V_B = 1.00$

朗德g因子合成标准不确定度及自由度：不确定度  $S = 0.006mm$  自由度  $V = 6.56$

朗德g因子最终测量结果为： $g = 1.982 \pm 0.002$ ，略低于DPPH样品的g因子理论值2.0036。

由于微调 ESR 实验仪励磁电路和终端负载短路活塞使获得尽可能对称信号该步实验操作有一定主观性，因此我们两位实验操作者均独立测试了若干个数据点，实验结果表明对波形不同的判断标准对励磁电压的影响约0.2V，然而这对我们实验结果而言没有显著影响。

我们认为对实验结果影响最大的因素是进行磁场强度-励磁电压标定时高斯计探头放置位置及取向的影响，我们会在第四部分对此进行详细分析。

#### (4)、自旋弛豫时间测量

将示波器调为 x-y 模式，其中 CH1 设为 x 轴，CH2 设为 y 轴，并通过调节终端负载、双 T 调配器、相移器等，使李萨如图形尽可能对称重合。将数据导出并使用高斯线型和洛伦兹线型分别拟合，我们得到的实验图像和结果如下：(测试条件:示波器采样平均128次)

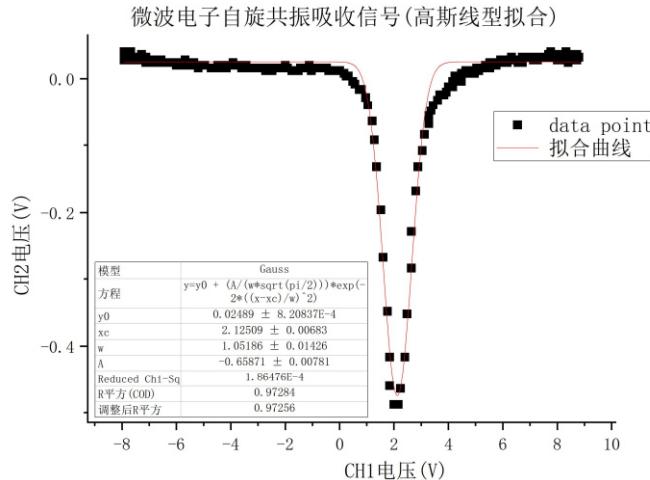


图12：微波电子自旋共振吸收信号(高斯线型)

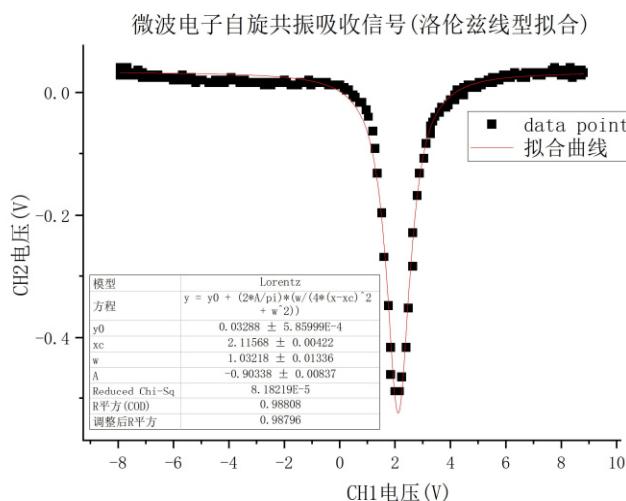


图13：微波电子自旋共振吸收信号(洛伦兹线型)

实验结果表明，洛伦兹线型对李萨如图像的拟合效果更好，拟合优度为0.98796，而高斯线型则为0.97256，在后续我们使用洛伦兹线型的拟合结果作为半高宽和弛豫时间的测试结果。

根据拟合结果可得，洛伦兹线型对应半高全宽为：

$$\Delta U = (1.03 \pm 0.01)V$$

则半高宽对应的磁感应强度范围为：

$$\Delta B = 2K\Delta U = 6.08mT$$

(K为标定曲线斜率)

根据磁共振理论，电子的自旋弛豫时间主要影响共振峰的半高宽。自旋弛豫时间T与共振峰半高宽 $\Delta B$ 之间的关系为：<sup>[5]</sup>

$$T = \frac{2\hbar}{g\mu_B \Delta B} = 16.84ns$$

该结果与文献<sup>[6]</sup>测量结果T=18ns十分接近。

实际谱线的宽度是自旋—晶格弛豫过程与自旋—自旋弛豫过程两者共同作用的结果。在一般情况下，总的自旋弛豫时间T（也称表观弛豫时间）与两种弛豫时间T1和T2

之间有如下的关系<sup>[6]</sup>:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_2}$$

对于DPPH样品而言，T1的值远大于T2，即弛豫时间由自旋—自旋弛豫过程决定。

求得微波电子自旋共振吸收信号后，我们也可以通过matlab对拟合得到的洛伦兹线型求微分(详细代码见附录1)后得到微波电子的自选共振色散关系。

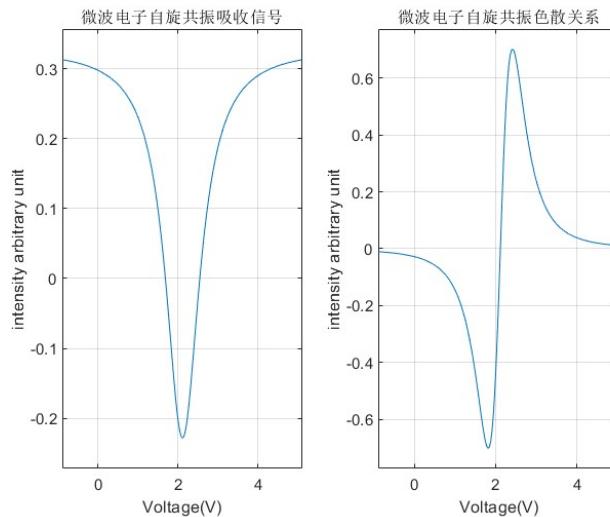


图14: 微波电子自旋共振色散关系

对于微分曲线，我们求得其色散曲线峰-峰距为：

$$\Delta U = 0.57V$$

其约等于先前求得的半高全宽的一半，可以认为我们的测量结果有自洽性。

由布洛赫方程组求得方程稳态解，其中磁化率的实部表示系统对外磁场的色散关系，对应微波电子自旋共振色散关系；其中磁化率的虚部表示系统对外磁场的吸收关系，对应微波电子自旋共振吸收信号，两者相位相差90°。

其中微波电子自旋共振色散关系也可以通过实验直接测得，即样品需位于驻波的波节处进行测量(两者相位相差90°)，这需要借助图15的仪器进行操作，在本次实验中我们暂时没有付诸实践。



图15: 样品滑轨

本实验中的另一个改进为可以将检波器接电流表，记录磁场强度和电流表示数得到自选电子共振吸收信号，然而由于该方法测得的是吸收信号的绝对值，该信号为微弱信号，易被淹没在噪声中，因此本次实验中也没有采用该方法进行实验。

## 六、实验误差讨论与分析

1.本实验中最大的误差来源为磁场强度的测量过程，实验中发现，测量磁场强度时探头的位置(是否与样品位置重合存在主观判断因素)，测量时探头的取向(是否垂直于磁场方向)对测量结果均有较大影响。

另外未经校准的高斯计对实验结果也有较大影响，实验仪附带高斯计虽然校准曲线线性程度较好，但是由于校准偏差其求得的g因子为2.12左右，与实际值有较大偏离。

2.共振曲线的主观选取对实验结果没有显著影响，如前文所述。

3.实验过程中移相器存在一定问题，在调整相位使李萨如图重合为单峰的操作中，会相位不稳定的问题，因此导致李萨如图难以调整至单峰状态。

4.短路活塞的螺旋测微部分存在滑丝现象，在未校准前估计存在至多为1mm左右的误差。

5.如图4所示的短路活塞放置的高度和扭波导的取向均会对实验产生较大影响，较为理想的方式是使用五维调节支架进行调节，然而在本次实验中我们主观地将其调整至我们认为合适的状态。

## 七、思考与讨论

1. 在射频段电子自旋共振实验中，为什么必须消除地磁场的影响？如何消除？

由于在射频段的电子自旋共振吸收时的中心磁场强度较弱，地磁场的影响不能忽略，因此必须消除地磁场的影响。实验中可以通过改变射频场频率并进行线性拟合外推消除地磁场对实验结果的影响。

2. 在微波段电子自旋共振实验中，也需要消除地磁场的影响吗？为什么？

在微波段电子自旋共振实验中，不必消除地磁场的影响，这是因为微波段的电子自旋共振吸收时的中心磁场强度较强，约为300mT，而地磁场为0.5mT左右，实验结果表明，不同实验者主观选点带来的实验偏差约为0.6mT左右，这一影响大于地磁场产生的影响，而其对应的g因子测量结果偏差则约为0.002，因此地磁场对实验结果的影响可以忽略。

### 3. 扫场信号在电子自旋共振观测中起什么作用？

实验时，将一个频率为50Hz的正弦波交变电压(扫场电压)通到一侧的磁铁线圈上，即可在磁铁中产生正弦波交变磁场(扫场).该正弦波电压信号同时输入示波器的通道1，其作用之一为扫场信号作为示波器的触发信号。而更为重要的作用是其提供了恒定的外磁场使样品产生能级劈裂，这是电子自旋共振的前提条件。

#### 参考文献

- [1] 吴思诚, 王祖铨主编. 近代物理实验(第二版). 北京: 北京大学出版社, 1999
- [2] 郑裕芳, 李仲荣主编. 近代物理实验. 广州: 中山大学出版社, 1988
- [3] 邹鸿彦, 朱明刚主编. 近代物理实验. 北京: 科学出版社, 1999
- [4] 李潮锐.计算机在物理实验教学中的测量应用[J].实验技术与管理,2006(02):56-58.
- [5] 吴思诚, 王祖铨. 近代物理实验[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2005: 371-379
- [6] 刘少华,刘闰,赵黎明,张勇.电子自旋共振实验中自旋弛豫时间的测定[J].西南师范大学学报(自然科学版),2015,40(11):156-160.

#### 附录 1

介绍: Matlab 求微分

```

syms x;
y0=0.3288;
xc=2.11568;
w=1.03218;
A=-0.90338;
f1=y0+(2*A/pi)*(w/(4*(x-xc)^2+w^2));
df1 = diff(f1,x);

subplot(1,2,1);

ezplot(f1),grid on;
title('微波电子自旋共振吸收信号');
xlabel('Voltage(V)');
ylabel('intensity arbitrary unit');

subplot(1,2,2);

ezplot(df1),grid on;
title('微波电子自旋共振色散关系');
xlabel('Voltage(V)');
ylabel('intensity arbitrary unit');

```

# 《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2020 级

实验人姓名（学号）：罗俊平（19319086）

合作人姓名（学号）：肖智洋（19301080）

2022 年 9 月 21、28 日 下午

## 光泵磁共振

### 一、实验目的

1. 掌握以光抽运为基础的光检测磁共振方法；
2. 加深对原子超精细结构的理解，测定铷原子超精细结构塞曼子能级的朗德 gF 因子。

### 二、实验原理

#### (一) 铷 (Rb) 原子基态和最低激发态能级

铷是碱金属原子，在外壳层只有一个电子。其价电子处于第 5 壳层，即主量子数  $n = 5$ ；主量子数为  $n$  的电子，其轨道量子数  $L = 0, 1, 2 \dots, n-1, n$ ，基态的  $L = 0$ ，最低激发态的  $L = 1$ ；电子具有自旋，电子自旋量子数  $S = 1/2$ 。由于电子自旋角动量与轨道角动量相互作用  $L = 0, S = 1/2$ ，故  $J = 1/2$ ，标记为  $5^2 S_{1/2}$ ；其最低激发态， $L = 1, S = 1/2$ ，故  $J = 1/2$  和  $J = 3/2$ ，分别标记为  $5^2 P_{1/2}$  和  $5^2 P_{3/2}$  双重态。它们是电子自旋角动量与轨道角动量耦合而产生的精细结构。 $5^2 P'_{1/2} \rightarrow 5^2 S_{1/2}$  跃迁产生波长为 794.8 nm 的 D<sub>1</sub> 谱线， $5^2 P_{3/2} \rightarrow 5^2 S_{1/2}$  跃迁产生波长为 780.0 nm 的 D<sub>2</sub> 谱线。这两条谱线是铷原子主线系的第一条双线，也是铷灯光谱中最强谱线。

原子价电子在上述  $L - S$  耦合中，总角动量  $P_J$  与原子的电子总磁矩  $\mu_J$  的关系为

$$\mu_J = -g_J \frac{e}{2m} P_J \quad (1)$$

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (2)$$

考虑到核磁矩远比电子磁矩小（即  $\mu_N \ll \mu_B, \mu_B$  为玻尔磁子）， $\mu_F$  实际上为  $\mu_J$  在  $P_F$  方向上的投影，从而得到

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (3)$$

其中， $g_F$  为对应于  $\mu_F$  与  $P_F$  的朗德因子。

在外磁场中，原子总角动量所对应的原子总磁矩  $\mu_F$  与磁场  $B$  的相互作用能量为

$$E = -\mu_F \cdot B = g_F m_F \mu_B B \quad (4)$$

式中， $\mu_B$  为玻尔磁子，磁量子数  $m_F = F, F-1, \dots, -F$ 。这意味着具有量

子数  $F$  的超精细结构中的各能级在外磁场  $B$  中将进一步分裂为  $(2F + 1)$  个塞曼子能级，相邻能级间距相等。

## (二) 光抽运产生偏极化

在热平衡状态下，各能级的粒子数遵从玻耳兹曼分布，能级  $E_1$  和  $E_2$  上粒子数之比

$$N_2/N_1 = e^{-\Delta E/kT} \quad (5)$$

式中  $\Delta E = E_2 - E_1$  为两个能级间的能量差， $N_1$  和  $N_2$  分别为能级  $E_1$  和  $E_2$  的原子数，为玻耳兹曼常数。由于超精细塞曼子能级间的能量差很小，可以近似地认为这些子能级上的粒子数相等。

光抽运是建立在光跃迁过程角动量守恒的基础上，通过带偏振光激发原子，使原子能级的粒子布居数发生改变。由于光波中磁场对电子的作用远小于电场对电子的作用，故光对原子的激发，可以看成是光波的电场部分起作用。设偏振光的传播方向与外磁场  $B$  同方向，左旋圆偏振  $\sigma^+$  光的角动量为  $+\hbar$ ；右旋圆偏振  $\sigma^-$  光的角动量为  $-\hbar$ ；线偏振  $\pi$  光可看成是两个旋转方向相反的圆偏振光的叠加，其角动量为零。

偏振光激发时，光跃迁遵守选择定则

$$\Delta L = \pm 1, \Delta F = 0, \pm 1, \Delta m_F = \pm 1 \quad (6)$$

当入射  $D_1\sigma^+$  光作用于  $^{87}\text{Rb}$  时，在  $5^2 S_{1/2} \rightarrow 5^2 P_{1/2}$  的激发跃迁中，由于  $\sigma^+$  光子的角动量为  $+$  只能产生  $\Delta m_f = +1$  的光跃迁。基态  $m_F = +2$  子能级上粒子若吸收光子必将跃迁至  $m_F = +3$  的能态，由于  $5^2 P_{1/2}$  各子能级最高为  $m_F = +2$ ，因此基态中  $m_F = +2$  子能级的粒子受  $D_1\sigma^+$  光激发产生跃迁几率为零。 $D_1\sigma^+$  光只能将基态中除  $m_F = +2$  以外各子能级的原子激发到  $5^2 P_{1/2}$  的相应子能级上。

跃迁到  $5^2 P_{1/2}$  上的原子通过自发辐射及无辐射跃迁两种过程，以相等的几率回到基态  $5^2 S_{1/2}$  各个子能级。如图 2-6-2 (b) 所示。这样，经过多次受激  $\rightarrow$  返回，基态  $m_F = +2$  子能级上的粒子数只增不减，即基态其他能级上的粒子被抽运到基态子  $m_F = +2$  能级上，从而达到粒子布居数偏极化的目的。

同理，若入射光  $D_1\sigma^-$  作用于  $^{87}\text{Rb}$  时，则大量粒子将被抽运到  $m_F = -2$  子能级上。若入射  $D_1\pi$  光作用，由于角动量为零不符合  $\Delta m_F = \pm 1$  选择定则，不能产生受激非平衡分布，从而不能产生光抽运效应。

对于  $^{85}\text{Rb}$ ，若入射  $D_1\sigma^+$  光作用，粒子将被抽运到  $m_F = +3$  子能级上；入射  $D_1\sigma^-$  光时，粒子将被抽运到  $m_F = -3$  子能级上；同理，入射  $D_1\pi$  光不能产生光抽运效应。

## (三) 驰豫过程

光抽运使原子系统能级分布偏极化而处于非平衡状态，但驰豫过程令系统趋向于平衡分布状态，促使系统趋于平衡的机制可以是原子之间或原子与周围其它物质的相互作用及能量交换。在实验过程中要保持铷原子布居数有较大的偏极化程度，有效办法是尽量减少铷原子之间以及钠原子与容器壁的碰撞几率。通常，在铷样品泡内充入氮或氢等惰性气体作为缓冲物质，其密度比样品泡中钕蒸气的原子密度约大 6 个数量级，从而有效减少铷原子与容器壁的碰撞机会。由于缓冲气体的磁性很弱，它们与铷原子碰撞时对钕原子状态的扰动极小，从而能保持钕原子分布的高度偏极化。当然，缓冲气体不可能完全抑制驰豫过程，所以光抽

运不可能把基态上的原子全部抽运到特定的子能级上。

#### (四) 磁共振与光检测

光抽运使铷原子能级粒子数分布偏极化达到饱和之后，钴蒸气不再吸收入射的圆偏振光，从而使透过铷样品泡的光强增大。若在垂直产生塞曼分裂的外磁场  $B$  的方向施加一频率为  $\nu$  的射频磁场，当  $\nu$  和  $B$  之间满足磁共振条件

$$\hbar\nu = g_F\mu_F B \quad (7)$$

时，便发生塞曼子能级之间的共振跃迁现象，即称为磁共振。跃迁遵守选择定则

$$\Delta F = 0, \Delta m_F = \pm 1 \quad (8)$$

若入射光  $D_1\sigma^+$  作用于  $^{87}\text{Rb}$ ，由于满足式 7 的射频场使占居  $m_F = +2$  能级的粒子跃迁至  $m_F = +1$  能级，相继又跃迁至  $m_F = 0, -1, -2$  等各子能级上。因此，发生磁共振时，处于  $m_F = +2$  子能级的粒子数小于饱和状态的原子数，即，磁共振使原子分布的退偏极化。与此同时， $D_1\sigma^+$  光的作用又将基态中非  $m_F = +2$  的原子抽运到  $m_F = +2$  的子能级上。磁共振跃迁和光抽运相互竞争与制约将使原子系统达到一个新的动态平衡。

$D_1\sigma^-$  光作用于  $^{87}\text{Rb}$  时，动态平衡存在于  $m_F = -2$  与  $m_F = -1, 0, 1, 2$  子能级之间； $D_1\sigma^+$  光作用于  $^{85}\text{Rb}$ ，是  $m_F = +3$  与非  $m_F = +3$  能级粒子数分布的竞争； $D_1\sigma^-$  于  $^{85}\text{Rb}$ ，则是  $m_F = -3$  与非  $m_F = -3$  的动态平衡。

为了达到满足式 (2-6-8) 的磁共振吸收，通常采用固定外磁场  $B$  改变射频场频率  $\nu$  或固定射频场频率  $\nu$  改变外磁场  $B$  两种实验观测技术，前者称为扫频法，后者为扫场法。

上述分析可知，在偏极化状态下样品对入射光的吸收甚少，特别是当处于饱和状态时，透过铷样品泡的圆偏振光达到恒定；一旦发生磁共振跃迁，样品对圆偏振光的吸收随之增大，透过样品泡的光强减弱。只要测量通过钴样品泡透射圆偏振光强的变化即可达到检测磁共振吸收信号的目的。由此可见，投射到样品的圆偏振光既起抽运作用又可通过透射光强变化检测磁共振信号，即一束光起到了抽运和检测两重作用。

由于天然铷样品含有  $^{85}\text{Rb}$  和  $^{87}\text{Rb}$ ，从上分析可知，它们都能被  $D_1\sigma^+$  或  $D_1\sigma^-$  光抽运而产生磁共振吸收，实验上可以根据它们对应的朗德因子  $g_F$  不同加以区分。

### 三、实验仪器



图 1：光泵磁共振实验装置方框图

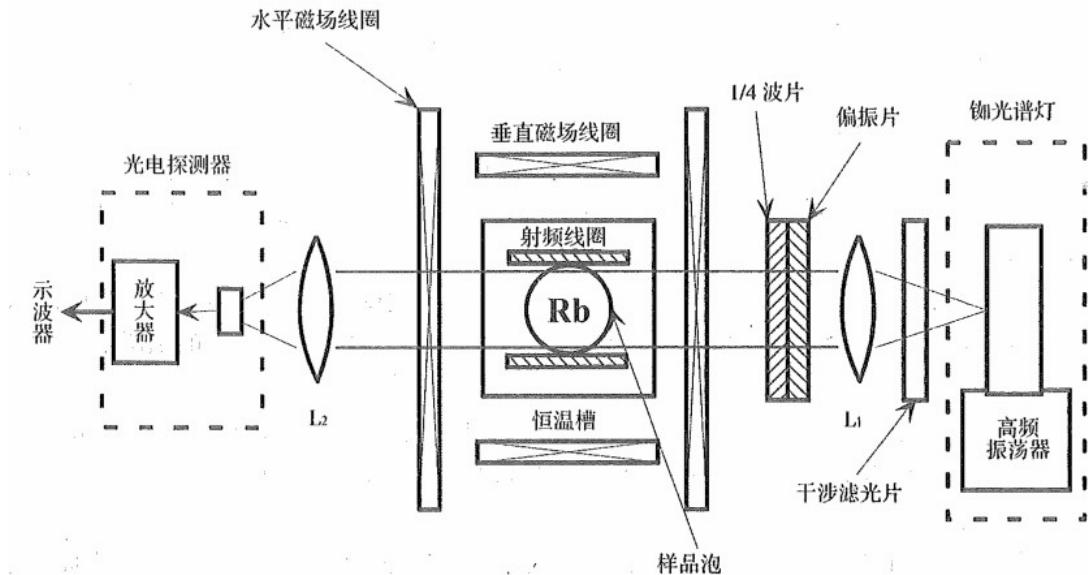


图 2：实验装置主体单元示意图

光泵磁共振实验装置由主体单元和辅助设备构成，如图 1。主体结构如图 2 所示，各元件用途说明如下：

**(1) 抽运光源。** 主要由高频振荡器 (频率约为 55-65MHz)、控温装置 (80-90°C) 和铷原子光谱灯组成。铷灯泡在高频电磁场的激励下进行无极放电而发光，产生较强的 D1 和 D2 光谱线，干涉滤光片很好地滤去了不利于光抽运的 D2 谱线，D1 光谱线则由凸透镜 L1(焦距为 77mm) 变为平行光束。偏振片使平行光束转为线偏振光，再经 1/4 波片获得的 D1+ 光投射至铷样品泡。

**(2) 样品和磁场。** 天然成分铷原子密度约大 6 个数量级的缓冲气体充在直径为 52mm 的玻璃泡内。在样品泡的两侧对称放置一对射频线圈，为铷原子磁共振跃迁提供射频场。铷样品泡和射频线圈均置于圆柱形恒温槽 (吸收池) 内，槽内温度为 40-55°C 连续可调。吸收池放置在两对亥姆霍兹线圈的中心：一对竖直线圈产生的磁场用于抵消地磁场垂直分量；另一对水平线圈有两套绕线组——外线圈产生直流磁场，内线圈则产生可叠加在直流磁场上的调制 (方波或三角波) 扫场。各组亥姆霍兹线圈在样品泡处所产生的磁场由下式求得：

该式中， $N$  为线圈每边匝数， $I$  为流经线圈的励磁电流强度 (A)， $r$  为线圈的有效半径 (m)。

其中产生塞曼分裂的是水平方向的总磁场，包括直流磁场、扫场和地磁场水平分量。

**(3) 光信号检测。** 透过样品泡的光束经焦距为 77mm 凸透镜 L 会聚到光电探测器上，经转化为电信号放大用于实验观测。

**(4) 辅助设备。** 辅助设备包括辅助源、射频信号发生器、数字频率计和 (双通道) 示波器 (或计算机数据采集系统)。辅助源为主体单元提供产生水平磁场和垂直磁场的励磁电流，产生方波和三角波扫场的信号源，以及提供控制和监测系统。辅助源操作面板附有测量水平线圈和竖直线圈励磁电流的数字电流表。除射频线圈外，所有励磁线圈都有各自的极性换向开关和电流调节旋钮。池温开关用

于吸收池加热控制,当池温和灯温指示灯亮时,说明吸收池和灯泡已到工作温度。方波/三角波选择开关以及扫场幅度旋钮为实验操作者提供灵活的信号观测手段。另外,还设置“外接扫描输入”,可利用示波器的锯齿波输出经电阻分压及电流放大后作为扫场信号源,以代替辅助源内置的方波和三角波信号源。射频信号发生器的功率输出经辅助电源与主体单元的射频线圈连接,并通过数字频率计测量其频率。示波器(或计算机数据采集系统)用于实验观测(或数据采集),通常采用双通道方法:一个通道观测扫场信号;另一个通道观测光抽运和磁共振信号。

#### 四、实验步骤

##### (1)实验系统调节

I 主体单元放置远离电磁场干扰。借助指南针使导轨安放于地磁场水平分量方向上,调节光源、透镜、铷样品泡和光电检测器件使各元件共轴。

II 确认实验系统各部分连接正确,接通 DH807A 电源开关,置“池温”按钮于“ON”位置。开示波器电源,或启动计算机数据采集系统。

III 预热约 20 分钟。灯温指示灯亮,铷光谱灯点燃并发出紫红色光;池温指示灯亮,吸收池进入正常工作状态。

IV 调节凸透镜 L 位置使出射平行光束作用于铷样品泡上;调节凸透镜 L 将平行光束会聚到光电检测器使检测光强最大。

V 调节偏振片和  $1/4$  波片与光轴的夹角,结合下一步“光抽运信号观测”使光抽运信号最大,并旋紧锁定环。

以上调节确保实验装置达到最佳状态,在随后的磁共振信号观测中尽可能避免碰触主体单元各个元件,以期获得准确的实验数据。

##### (2)光抽运信号观测

刚加磁场的一瞬间,铷原子基态各塞曼子能级上的粒子数接近热平衡分布,可认为各子能级上的粒子数近似相等,对  $^{87}Rb$  来说约有  $7/8$  的粒子可吸收  $D_{1\sigma^+}$  光,因此这一瞬间对光的吸收最强。随着粒子逐渐被抽运到  $m_F = +2$  子能级上,能吸收  $D_{1\sigma^+}$  光的粒子数减少而对光的吸收减少,透过铷样品泡的光强逐渐增强。当抽运到  $m_F = +2$  子能级上的粒子数达到饱和时,透过铷样品泡的光强大而不再变化。直到磁场过零(指水平方向的总磁场过零)并反向时,塞曼子能级跟随着发生简并随即再分裂。当能级简并时,塞曼子能级消失而使铷原子失去了偏极化。但当磁场反向重新分裂后各子能级上的粒子数近乎相等,此时对(相当于) $D_{1\sigma^-}$  光的吸收达到最大(粒子被抽运到  $m_F = +2$  的子能级上)。上述过程周而复始,从而可在示波器上观测到周期性光抽运信号。

实验中用于观测光抽运信号的方波或三角波磁场较弱,地磁场足以产生较大的影响。通过采用不同波形扫场,分别观测水平线圈磁场和竖直线圈磁场以及改变它们的励磁电流大小和方向对光抽运信号的影响。当竖直线圈产生的磁场完全

抵消地磁场垂直分量时，光抽运信号达到最大值。保持这一状态的竖直线圈励磁电流大小和方向，以便更好地进行磁共振信号观测。

### (3) 磁共振信号观测

在磁场正向零点反向的过程中，塞曼子能级表现为分裂 → 简并 → 再分裂，而粒子布居数经历了极化 → 退极化 → 再极化的变化。同理，可观测的磁共振吸收信号源于粒子布居数极化与退极化的物理变化。与纯光抽运过程不同，磁共振过程的退极化是通过射频跃迁来实现，这是区分两种物理现象的实验判据对于选定的射频场频率，改变外磁场B可以获得 $^{87}Rb$  和 $^{85}Rb$  的磁共振信号；对于设定的外磁场 B，改变射频场频率v可以获得 $^{87}Rb$  和 $^{85}Rb$  的磁共振信号。为便于实验操作，建议采用前一种方法（即扫场法），且选用三角波扫场进行实验观测。确认合成磁场垂直分量为零（光抽运信号达到最大，调节适量的射频场幅度，选择适当射频场频率（500-1000kHz）和信号功率输出，详细观测 $^{87}Rb$  和 $^{85}Rb$  磁共振信号随水平磁场强度和方向的变化。在磁共振点附近选定水平磁场强度，观察记录 $^{87}Rb$  和 $^{85}Rb$  磁共振信号随三角波扫场强度和方向的变化情况。分析以上所观测到现象的物理过程，理解磁共振信号处于三角波扫场的波谷、波峰及腰部的实验条件，从而选择便于观测的实验测量参考点，进行朗德因子 $g_F$  分析。

### (4) 测量朗德因子 $g_F$

通过测量磁共振对应的射频场频率v和外磁场B，即可确定 $g_F$  值。事实上，在实验中外磁场 B 包括了水平亥姆霍兹线圈产生的磁场  $B_P$ ，扫场  $B_S$  以及地磁场水平分量  $B_{\parallel}$ ，即磁场  $B_P$  可通过测量水平亥姆霍兹线圈励磁电流 I。通常，在实验测量中采用固定的扫场  $B_S$ ，而地磁场水平分量  $B_{\parallel}$  可认为是恒定值，从而  $(B_S + B_{\parallel})$  为常数。在扫场法中，对于每预设频率 v 的射频场，通过测量磁共振对应的正向和反向水平磁场的平均值，即可求得朗德因子 $g_F$ 。显然，在  $|B_P| > |B_S + B_{\parallel}|$  情形，上述方法确实简单可行。但是当  $|B_P| < |B_S + B_{\parallel}|$  时可能出现对作用于样品总磁场方向判断错误而得出不正确的实验结果。平均法只是一种纯数学方法，它缺乏实验数据分析的物理依据，这是导致出现不合理实验结果的根本原因。

当偏振光的传播方向与外磁场 B 同向，实验使用的左旋圆偏振光  $D_{1\sigma+}$  起  $\sigma+$  作用，它将 $^{87}Rb$  和 $^{85}Rb$  粒子分别抽运到  $m_F = +3$  和  $m_F = +2$  能级；当偏振光的传播方向与外磁场 B 逆向，实验用偏振光  $D_{1\sigma-}$  起  $\sigma-$  作用而将 $^{87}Rb$  和 $^{85}Rb$  粒子分别抽运到  $m_F = -3$  和  $m_F = -2$  能级。显然这是两种不同的物理过程，合理的数据分析必须基于相同物理过程的实验测量。可得

$$hv = g_F \mu_F B_P + g_F \mu_F (B_S + B_{\parallel})$$

在实验过程中地磁水平分量  $B_{\parallel}$  和扫场大小与方向保持恒定，若在实验测量中吸收峰定位方法保持一致，式中第二项必为常数。因此，同一磁共振信号对应的一组  $(v, B_P)$  为线性关系。通过线性拟合，可以获得 $^{87}Rb$  和 $^{85}Rb$  分析在  $\sigma+$  和  $\sigma-$  作用时的实验结果。

### (5) 地球磁场的测量

地磁场垂直分量  $B_{d\perp}$  的测量。用方波或三角波扫场，让垂直线圈磁场与地磁场垂直分量方向相反，调节垂直线圈磁场大小使光抽运信号或共振信号幅度最大，此时的垂直线圈磁场  $B_\perp$  即等于  $B_{d\perp}$ 。垂直线圈磁场  $B_\perp$  的大小同样可以算出。

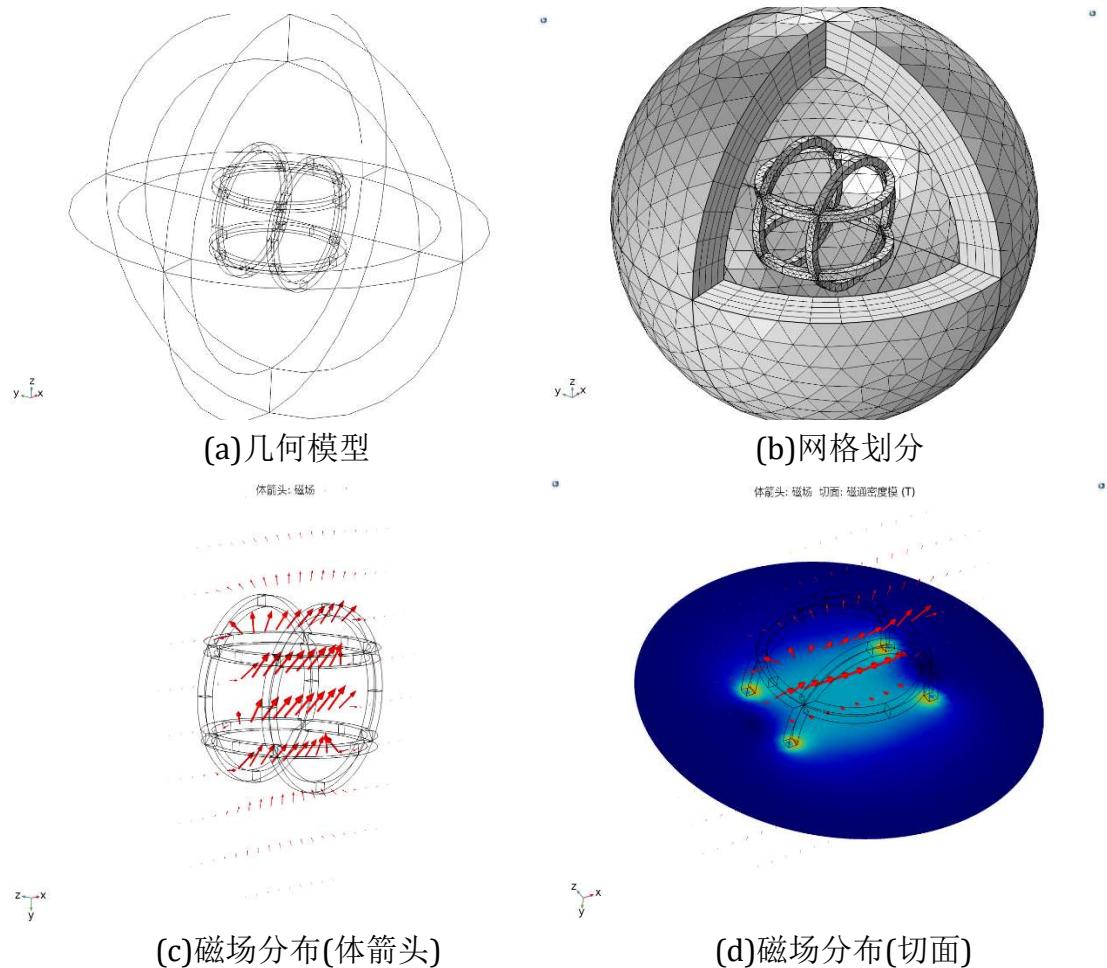
## 五、实验数据讨论与分析

**Table 1: 实验仪器列表**

序号	仪器名称	数量	基本参数
1	AFG-2225 函数信号发生器	1	/
2	DH807A 型光磁共振实验装置	1	/
3	DS4022 示波器	1	/

### (1) 亥姆霍兹线圈的磁场分布

亥姆霍兹线圈（Helmholtz coil）是一种制造小范围区域均匀磁场的器件，下面我们通过简单的仿真模拟考察其磁场分布情况。



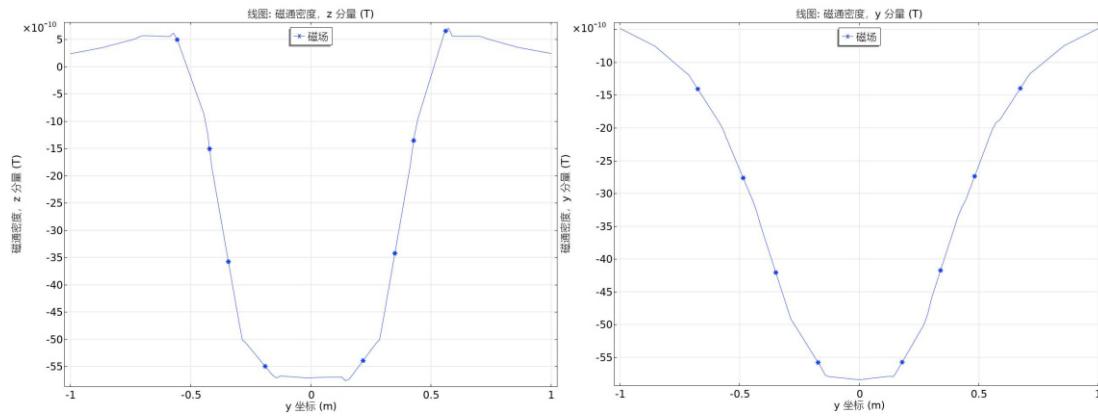


图 3：亥姆霍兹线圈的仿真模型

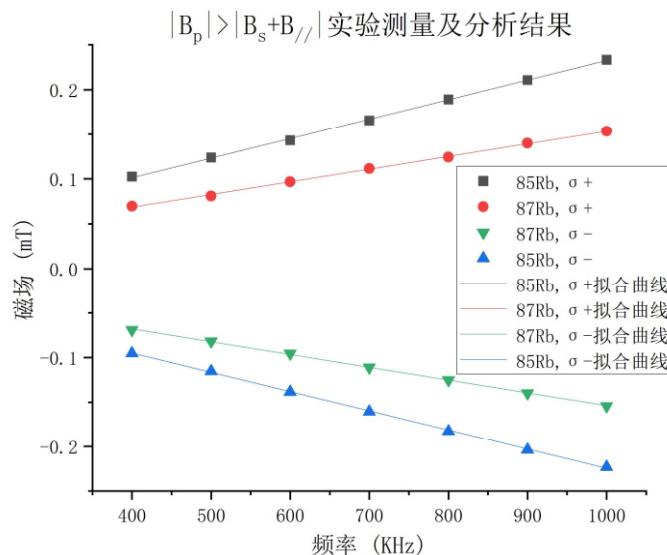
可见亥姆霍兹线圈中心位置的磁场近似匀强分布，可以用于小范围抵消地磁场的影响。

## (2)、 $|B_p| > |B_s + B_{\parallel}|$ 时的观测分析

Table 2: 光泵磁共振实验数据( $|B_p| > |B_s + B_{\parallel}|$  时的观测分析)

频率 (KHz)	电流(A) 正向	电流(A) 正向	电流(A) 负向	电流(A) 负向
400	0.218	0.148	-0.147	-0.202
500	0.263	0.172	-0.174	-0.245
600	0.304	0.206	-0.203	-0.294
700	0.352	0.237	-0.236	-0.341
800	0.402	0.264	-0.266	-0.388
900	0.448	0.297	-0.297	-0.433
1000	0.496	0.326	-0.328	-0.474

调整射频场频率  $\nu$ ，分别测量共振吸收的正向和反向  $B_p$ ，实验中采用半高等间隔双峰定位法对共振信号进行观测，使用最小二乘法拟合实验数据，结果如图4和表3所示。

图 4： $|B_p| > |B_s + B_{\parallel}|$  实验测量及分析结果

**Table 3: 光泵磁共振实验拟合结果( |  $B_P$  | > |  $B_S + B_{\parallel}$  | 时的观测分析)**

共振信号	斜率值(g)	斜率标准误差	截距值(mT)	拟合优度
$^{85}\text{Rb}, \sigma+$	3.27E-01	3.68E-03	0.01375	0.99924
$^{87}\text{Rb}, \sigma+$	5.05E-01	7.14E-03	0.01186	0.99880
$^{85}\text{Rb}, \sigma-$	3.31E-01	3.31E-03	-0.0085	0.99940
$^{87}\text{Rb}, \sigma-$	4.99E-01	5.13E-03	-0.01075	0.99937

实验所得 $^{85}\text{Rb}$ 和 $^{87}\text{Rb}$ 的gF平均值分别为 **$0.329 \pm 0.004$** 和 **$0.502 \pm 0.007$** , 线性拟合的拟合优度均高于**0.998**, 和文献<sup>[2]</sup>测量结果接近。

### (3)、不同观测方法的比较

光磁共振实验有较多可选的观测方法, 其中使用说明书上采用的为反向抵消地磁法<sup>[5]</sup>, 这一方法又分为恒定水平磁场换向和恒定射频场频率换向两种操作方式, 其中前者当  $| B_P | > | B_S + B_{\parallel} |$  时(对应为扫场的峰点), 测量公式为:

$$g_F = \frac{h(\nu_1 + \nu_2)}{2\mu_B B_0}$$

而  $| B_P | < | B_S + B_{\parallel} |$  时(对应为扫场的谷点), 测量公式为:

$$g_F = \frac{h(\nu_1 - \nu_2)}{2\mu_B B_0}$$

后者的测量公式分别为:

$$g_F = \frac{2h\nu}{\mu_B(B_{01} + B_{02})}$$

和:

$$g_F = \frac{2h\nu}{\mu_B(B_{01} - B_{02})}$$

因此使用该方法测量有两种不同的表达式, 在实验中需要用其他方法辅助判断两种不同的情况, 因此测量较为不便。

而希望简单统一的分析  $| B_P | > | B_S + B_{\parallel} |$  和  $| B_P | < | B_S + B_{\parallel} |$  的实验结果, 可以使用拟合的方式进行实验, 而共振信号观测也有两种不同的定位方法, 分别为半高等间隔双峰定位和光抽运信号定位, 我们分别使用这两种方法进行观测并对比两者的实验结果。

**Table 4: 光泵磁共振实验数据(不同观测方法的比较)**

频率 (KHz)	间隔双峰 电流(A)正向	光抽运定位 电流(A)正向	间隔双峰 电流(A)负向	光抽运定位 电流(A)负向
400	0.07998	0.06963	-0.06916	-0.04752
500	0.0941	0.08092	-0.08187	-0.0654
600	0.10868	0.09692	-0.09551	-0.07669
700	0.12374	0.11151	-0.11104	-0.09175
800	0.13691	0.12421	-0.12515	-0.10868
900	0.15103	0.13974	-0.13974	-0.12327
1000	0.16844	0.15338	-0.15432	-0.13785

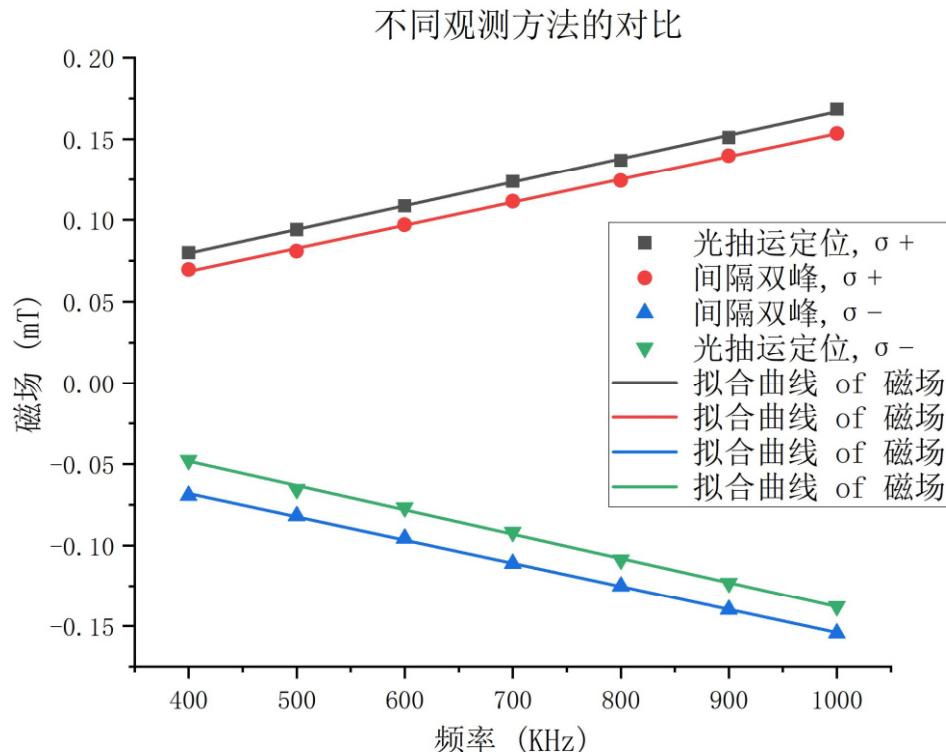


图 5：不同观测方法比较

Table 5: 光泵磁共振实验拟合结果(不同观测方法的比较)

共振信号	斜率值(g)	斜率标准误差	截距值(mT)	拟合优度
$^{87}\text{Rb}, \sigma^+, \text{光抽运}$	4.91E-01	6.55E-03	0.02141	0.99893
$^{87}\text{Rb}, \sigma^+, \text{半高}$	5.05E-01	7.14E-03	0.01186	0.99880
$^{87}\text{Rb}, \sigma^-, \text{半高}$	4.99E-01	5.13E-03	-0.01075	0.99937
$^{87}\text{Rb}, \sigma^-, \text{光抽运}$	4.78E-01	8.44E-03	-0.01166	0.99813

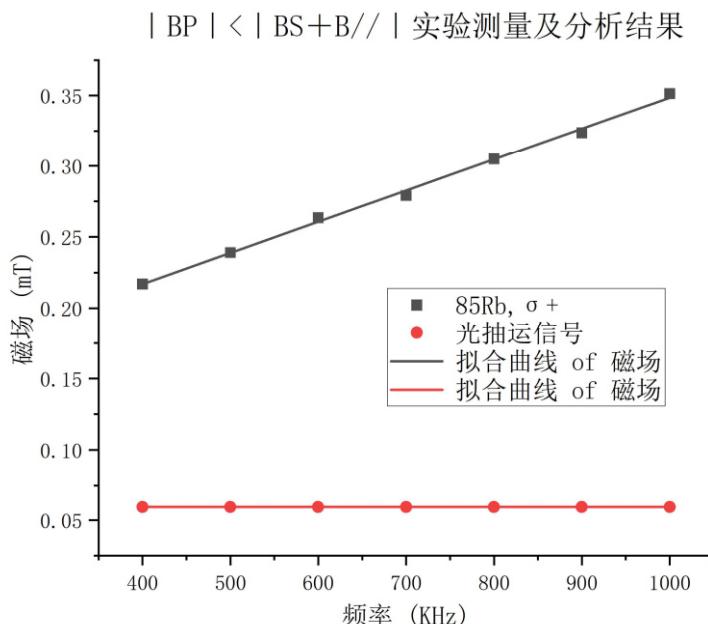
理论上而言朗德因子只与磁场强度与共振频率之比有关，不同的观测方法得到的朗德g因子应一致，而在本次实验中我们两种定位方法得到的朗德因子相差约4%，这是由于我们未能熟练掌握光抽运信号定位法导致的，可见使用光抽运信号定位法得到的拟合优度也较低。截距差异意味着发生光磁共振吸收处( $\mathbf{BS} + \mathbf{B}_{\parallel}$ )的作用量不同。

#### (4)、 $|\mathbf{BP}| < |\mathbf{BS} + \mathbf{B}_{\parallel}|$ 时的观测分析

如前文所论述的，若使用反向抵消地磁法进行测量，当 $|\mathbf{BP}| < |\mathbf{BS} + \mathbf{B}_{\parallel}|$  时计算公式应发生变化，而简单统一地分析 $|\mathbf{BP}| > |\mathbf{BS} + \mathbf{B}_{\parallel}|$  和 $|\mathbf{BP}| < |\mathbf{BS} + \mathbf{B}_{\parallel}|$  情形的目的，我们对此进行实验验证。

**Table 4: 光泵磁共振实验数据(不同观测方法的比较)**

频率 (KHz)	$^{85}\text{Rb}, \sigma+$ 电流(A)正向	光抽运信号
400	0.20479	0.05928
500	0.23021	0.05928
600	0.25045	0.05928
700	0.26976	0.05928
800	0.29141	0.05928
900	0.30836	0.05928
1000	0.33802	0.05928

图 6:  $|B_p| < |B_s + B_{//}|$  实验测量及分析结果**Table 6: 光泵磁共振实验拟合结果( | BP | < | BS+B<sub>//</sub> | )**

共振信号	斜率值(g)	斜率标准误差	截距值(mT)	拟合优度
$^{85}\text{Rb}, \sigma+$	3.35E-01	8.54E-03	0.12902	0.99564

由于截距差异意味着发生光磁共振吸收处( $BS+B_{//}$ )的作用量不同,因此 $|BP| < |BS+B_{//}|$ 时拟合截距值约比 $|BP| > |BS+B_{//}|$ 时绝对值高0.1mT, 相对值约为后者截距的10倍, 斜率为零的是光抽运信号, 它与射频场频率无关。本次实验测得的结果为**0.335 ± 0.008**, 实验结果与标准值极为接近, 可以认为实验结果准确。这说明了线性拟合方法适应于 $|B_p| > |B_s + B_{//}|$ 和 $|B_p| < |B_s + B_{//}|$ 的无须预先判断水平磁场 BP 实验条件。

## (5)、光磁共振信号的弛豫过程

当入射  $\sigma +$  光作用于 $^{85}\text{Rb}$ 时，基态原子跃迁至激发态，到达磁共振吸收峰位置， $\sigma +$  光处于最大变化率，此时磁共振跃迁和光抽运激发同时进行。而后磁共振完成，系统以光抽运过程占主导。激发过程使原子系统能级分布偏极化而处于非平衡状态，弛豫过程则令系统趋向于平衡分布状态。

而弛豫过程中，抽运光强度和亚稳态电子数关系为：

$$I = A(n_0 - n_s)$$

又激发态和亚稳态离子数满足：

$$\frac{dn_s}{dt} = k(n_0 - n_s)$$

由此可得抽运光强度随时间的变化关系为：

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

因此对于光磁共振信号的弛豫函数，我们可以使用该形式对测量结果进行拟合，拟合结果如图7和表7所示。

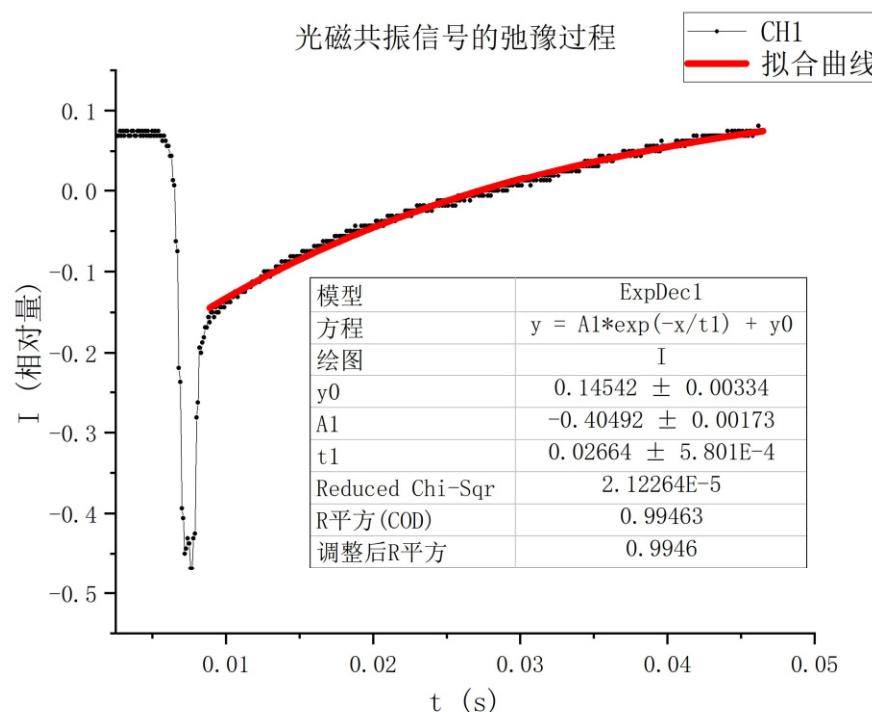


图 7：光磁共振信号的弛豫过程

Table 7: 光泵磁共振实验的弛豫过程

拟合参数	拟合值	统计误差
y0	0.145	0.003
A1	-0.405	0.002
t1	0.0266	0.0006
拟合优度	0.9946	/

拟合结果表明，负指数形式可以较好地描述光磁共振信号的弛豫过程，其拟合优度为 0.9946，拟合得到弛豫时间  $\tau = 0.0266 \pm 0.0006(s)$ ，与文献<sup>[4]</sup>中  $^{85}\text{Rb}$  的弛豫时间接近。然而在实验中我们使用通过信号处理的方法分离出  $^{85}\text{Rb}$  和  $^{87}\text{Rb}$  的光磁共振信号，因此难以计算出两者的跃迁几率比值。

## (6)、地磁场的测量

抽运信号的寻找过程中，当垂直线圈磁场为 0.53A 时，光磁共振信号最强，因此测量得到垂直磁场为：

$$B_{\perp} = \frac{1.43\pi NI}{r} \times 10^{-7}\text{T} = 155.7\text{mGs}$$

而广州地磁场水平分量为 380mGs，竖直分量为 240mGs，总场强约为 450mGs，这说明我们使用的亥姆霍兹线圈没有准确地与重力轴平行，因此测得的磁偏角不准，而总场强则有一定的准确性。

## 六、实验结论

本次实验中我们利用 Comsol 对亥姆霍兹线圈的磁场分布进行建模；分别对  $|BP| > |BS+B||$  和  $|BP| < |BS+B||$  两种情况下发生光磁共振的磁场和射频场频率进行测量，并利用线性拟合法处理实验数据，较反向抵消地磁场法而言其有更小的统计误差，其能够简单统一地分析这两种实验情况，实验中得到的线性拟合优度均大于 0.998，测量得到的朗德 g 因子与标准值相对偏差在 2% 以内；对比了光抽运信号定位和半高等间隔双峰法对实验测量的影响，实验结果表明朗德因子的数值与共振信号的定位方法没有关系，扫场磁场截距差异反映了发生光磁共振吸收处的作用量不同。

本次实验对光磁共振过程的弛豫过程进行观测，实验结果表明指数形式可以较好地描述光磁共振信号的弛豫过程，拟合优度达 0.99 以上。本次实验同时也对地磁场进行测量，测量得到垂直磁场分量为 155.7mGs，测得的磁偏角不准，而总场强则有一定的准确性。

## 七、实验误差讨论与分析

1. 实验中由于实验装置安放位置等原因，实验中示波器上会显示外界耦合进入的光信号和电磁信号，对测量造成了一定干扰。因此在实验中准确判断单峰并不容易，单峰位置受外界干扰而不稳定，因此需要使用半高等间隔双峰定位和光抽运信号定位进行观测。

2. 由于实验中实验仪对电流测量并不十分精确，因此可能对实验结果产生一定的影响。

3. 频率误差和仪器未充分预热等因素均会对实验产生影响，但并非主要误差来源。

## 八、思考与讨论

### 1. 实验过程中如何区分光抽运与磁共振信号?如何区分<sup>85</sup>Rb和<sup>87</sup>Rb磁共振信号?

光抽运信号与射频场无关,关掉射频输出时光抽运信号不发生变化,而关掉射频输出时磁共振信号消失,可以用该方法进行区分。<sup>85</sup>Rb和<sup>87</sup>Rb磁共振信号对应的磁场强度略有差别,实际实验中可以通过外加磁场强度的大小进行大致区分两者信号。实际操作中并不需要严格区分两者,可以采用记录全部数据并在实验结束后进行后处理的方式区分。

### 2. 为什么实验测量中同一物理过程采用扫场不变且相同的磁共振信号定位方法可以满足( $v, B_p$ )的线性关系?

当 $hv = g_F\mu_F B_p + g_F\mu_F (B_s + B_{\parallel})$ 该式中地磁场和扫场信号均不变时,  $v$ 和 $B_p$ 满足线性关系。

### 3. 采用不同的磁共振信号定位方法影响朗德因子 $g_F$ 的实验结果吗?

不影响,已在前文第三节详细讨论。

### 4. 如何理解曲线拟合方法在 $|B_p| < |B_s + B_{\parallel}|$ 情形的合理性? 曲线拟合所求得的截距的物理意义是什么?

本实验中求朗德因子有两种方法,一种是反向抵消地磁法,一种是线性拟合法,其中反向抵消地磁法数据过程较为简单,但统计误差较大,更为重要的是在 $B_s + B_{\parallel}$ 相对大小不同时,该统计方法有不同的数学表达形式,因而实验步骤较为繁琐。

线性拟合法充分利用了各个数据进行统计,统计误差较小,且基于 $hv = g_F\mu_F B_p + g_F\mu_F (B_s + B_{\parallel})$ 进行线性拟合时,该表达式与 $B_s + B_{\parallel}$ 相对大小无关,因此可以达到简单统一地分析  $|B_p| > |B_s + B_{\parallel}|$  和  $|B_p| < |B_s + B_{\parallel}|$  情形的目的。扫场磁场截距差异反映了发生光磁共振吸收处的作用量不同。

由于反向抵消地磁法的统计计算方式类似于逐差法,其与线性拟合法的统计误差比较可见文献<sup>[6]</sup>。

### 5. 若磁场垂直分量不为零,实验结果如何?

实验结果表明,其会使共振信号减弱,因此需要外加亥姆霍兹线圈以抵消地磁场的影响。

### 6. 如何测量实验所在处的地磁场?请拟定实验步骤和结果分析方法。

已在前文第六节详细讨论。

## 参考文献

1. 郑裕芳, 李仲荣主编.近代物理实验.广州:中山大学出版社, 1988
2. 李潮锐.光磁共振实验的数据拟合方法[J].物理实验,2004(07):37-39.

3. 李潮锐.计算机在物理实验教学中的测量应用[J].实验技术与管理,2006(02):56-58.
4. 李潮锐,刘小伟.光磁共振研究Rb同位素光抽运响应[J].中山大学学报(自然科学版),2008(01):29-32.
5. 黄水平,张飞雁.光磁共振实验测量g\_F值方法的改进与拓展[J].物理实验,2004(01):35-37.
6. 单明,聂燕萍.线性拟合中的逐差法和最小二乘法的比较[J].大学物理实验,2005(02):68-70.
7. 吴奕初,胡占成,刘海林,李美亚.光磁共振实验测量地磁场方法的探究[J].物理实验,2016,36(04):1-6+11.

# 《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2020 级

实验人姓名（学号）：罗俊平（19319086）

合作人姓名（学号）：肖智洋（19301080）

2022 年 11 月 9 日 下午、2023 年 3 月 13 日 晚上

## 热释光辐射剂量测量

### 一、实验目的

1. 了解热释光测量仪的工作原理，并掌握热释光测量仪的正确使用方法。
2. 测量分析氟化锂 ( $\text{LiF} : \text{Mg, Cu, P}$ ) 剂量计元件的发光曲线，了解发光曲线的意义。
3. 了解  $\text{LiF} : \text{Mg, Cu, P}$  热释光剂量计的温度稳定性。
4. 测量  $\text{LiF} : \text{Mg, Cu, P}$  热释光剂量计元件的剂量响应曲线。
5. 测量未知剂量的热释光曲线，确定其照射剂量。

### 二、实验原理

热释光剂量计是利用热致发光原理记录累积辐射剂量的一种器件。热释光剂量计将接收照射的这种剂量计加热，并用光电倍增管测量热释光输出，即可读出辐射剂量值。优点是即使搁置很长时间后，其读数衰减很少，同时组织等效好，灵敏度高，线性范围宽，能量响应好，使用方便，并可对各种射线及粒子进行测量。热释光剂量计在放射防护中的用途是非常广泛的，如事故处理，倒源剂量监测、输出量的测试、个人剂量监测、环境累积齐日量监测等。热释光剂量计在布放时应注意几点：代表性、位置（高度、距建筑物距离）、污染等。剂量计的选择应满足环境谱，足够的灵敏度，方向性等要求。不同性质的热释光磷光体有各自的特点，使用时应首先了解和明确监测口的，其次是正确选择热释光磷光体，对热释光磷光体应掌握其的线性、灵敏度、能量响应、方向性、发光峰位置、退火条件、自衰退和自增长等。

#### （1）热释发光

物质受到电离辐射等作用后，将辐射能量储存于陷阱中。当加热时，陷阱中的能量便以光的形式释放出来，这种现象称为热释发光。

磷光体的发光机制可以用固体的能带理论解释。假设磷光体内只存在一种陷阱，并且忽略电子的多次俘获，则热释光的强度  $I$  为：

$$I = nS \exp\left(-\frac{\epsilon}{kT}\right) \quad (1)$$

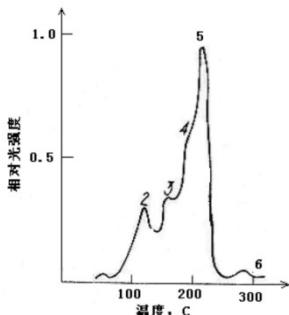


图 1:  $\text{LiF} (\text{TLD}-100)$  的发光曲线

## (2) 发光强度曲线

热释光的强度与加热温度（或加热时间）的关系曲线叫做发光曲线，晶体受热时，电子首先由较浅的陷阱中释放出来，当这些陷阱中储存的电子全部释放完时，光强度减小，形成第一个峰。随着加热温度的增高，较深的陷阱中的电子被释放，又形成了图中的其它的峰。发光曲线的形状与材料性质、加热速度、热处理工艺和射线种类等有关。对于辐射剂量测量的热释光磷光体，要求发光曲线尽量简单，并且主峰温度要适中。发光曲线下的面积叫做发光总额。同一种磷光体，若接受的照射量一定，则发光总额是一个常数。因此，原则上可以用任何一个峰的积分强度确定剂量。但是低温峰一般不稳定，有严重的衰退现象，必须在预热阶段予以消除。很高温度下的峰是红外辐射的贡献，不适宜用作剂量测量。对 LiF 元件通常测量的是 210°C 下的第五个峰。另外，剂量也可以与峰的高度相联系。所以测量发光强度一般有两种方法：峰高法与光和法

### a. 峰高法

测量发光曲线中峰的高度。这一方法具有测速快、衰退影响小、本底荧光和热辐射本底干扰小等优点。它的主要缺点是，因为峰的高度是加热速度的函数，所以加热速度和加热过程的重复性对测量带来的影响比较大。

### b. 光和法

测量发光曲线下的面积，亦称面积法。这一方法受升温速度和加热过程重复性的影响小，可以采用较高的升温速度，并可采用测量发光曲线中一部分面积的方法（窗户测量法）消除低温峰及噪声本底的影响。它的主要缺点是受“假荧光”热释光本底及残余剂量干扰较大。所以在测量中必须选择合适的“测量”阶段和“退火”阶段的温度。合理地选择各阶段持续时间，以保证磷光体各个部分的温度达到平衡，以利于充分释放储存的辐射能量。

## (3) 热释光探测器的剂量学特性

a. 灵敏度：指单位照射量的热释光响应。与元件热释光材料性质和含量、激活剂种类、射线能量和入射方向、热处理条件等有关。一般原子序数较高的元件，灵敏度较高。

b. 照射量响应：在照射量  $10^{-3}$  伦— $10^3$  伦范围内，许多磷光体对辐射的响应是线性的。

c. 能量响应：即热释光灵敏度与辐照能量的依赖关系。它与元件材料的原子序数、颗粒度、射线种类有关。一般原子序数高的元件比原子序数低的元件能量响应差，因此使用时需要外加过滤器进行能量补偿。

d. 衰退：热释光会自行减弱。衰退的快慢与磷光体种类、环境温度、光照等因素有关。

e. 光效应：指磷光体的热释光在可见光、紫外光的作用下可产生衰退和假剂量两种效应。它的强弱与磷光体的种类、辐照历史等有关。

f. 重复性：热释光元件可以重复使用，但发光曲线形状、灵敏度等在测量加热过程或长期存放中会发生改变，因此在重复使用时，一般需进行退火即再生，退火条件必须认真选择，并定期进行刻度。

g. 分散性：指同一批探测器在相同退火、照射和测量条件下，热释光灵敏度的相对偏差。它与探测器灵敏度的分散性和重复性有关，还包括了测量系统的涨落和操作的不重复性。因此，使用前应进行探测器分散性的筛选，分组作出修正系数。在测量过程中还应尽量保证测量系统的稳定性和操作技术的重复性。

h. 本底：通常将未经人为辐照的元件的测量值统称为本底（或“假荧光”）。它包括元件表面与空气中水气或有机杂质接触产生的化学热释光和摩擦产生的摩擦热释光。它与材料的种类和使用条件有关，因此，必须注意保持元件和加热盘的清洁。在低剂量测量时更要设法予以减少或扣除。

I. 方向性：探测器灵敏度与辐射入射方向的依赖关系。它与射线的能量和探测器的形状有关。

## (4) 发光强度曲线

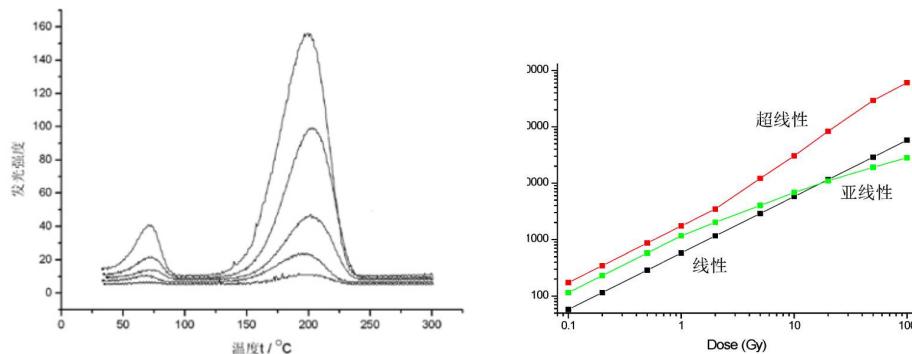
图 2 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:C 辐照不同剂量的发光曲线

图 3 3 种不同类型的剂量相应曲线

将热释光元件照射不同剂量，分别测量其发光曲线，图 2 表示了 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:C 辐照不同剂量的发光曲线。作出热释光剂量峰的峰高或峰面积随剂量的变化关系曲线，称为热释光剂量响应曲线。对于不同热释光元件，剂量响应曲线分为线性、亚线性、超线性 3 种类型，如图 3 所示。理想的热释光元件的剂量响应曲线是线性的，由此可以计算热释光元件所受到的辐照剂量。

## 三、实验仪器

热释光测量仪的基本工作原理是：经辐照后的待测元件由仪器内的电热片或热气等加热，待测元件加热后所发出的光，通过光路系统滤光、反射、聚焦后，通过光倍增值管转换成电信号。输出显示可用率表指示出发光峰的高度（峰高法）或以数字显示出电荷积分值（光和法），最后再换算出待测元件所接收到的照射量。

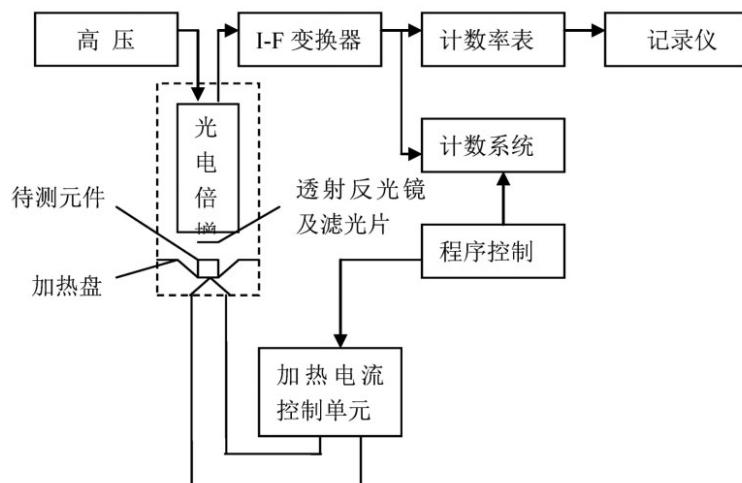


图 4: 热释光实验仪框图

采用此装置进行 LiF:Mg,Cu,P 进行热释光剂量测量，可以在计算机对升温程序进行设置。两次测量过程之间的间隔不能过短，测量前确保加热盘温度低于 60° C。具体程序如下：

☆ 为保证剂量片性能的稳定性，其加热温度不超过 300° C

## (1) 剂量测量程序。

- 预热阶段 ( $T = 140^{\circ} \text{ C}$ , 速率 =  $5^{\circ} \text{ C/s}$ , 保持 10s)
- 测量阶段 ( $T = 260^{\circ} \text{ C}$ , 速率 =  $5^{\circ} \text{ C/s}$ , 保持 20s)
- 退火阶段 ( $T = 280^{\circ} \text{ C}$ , 速率 =  $5^{\circ} \text{ C/s}$ , 保持 60s)

其中预热阶段可以清除剂量元件中浅陷阱中不稳定信号，提高测量结果的精度。退火阶段可以清空元件中的热释光残留信号

### (2) 线性加热程序。

- a. 预热阶段 ( $T = 0^\circ \text{ C}$ , 速率 =  $5^\circ \text{ C/s}$ , 保持 0s)
- b. 测量阶段 ( $T = 280^\circ \text{ C}$ , 速率 =  $5^\circ \text{ C/s}$ , 保持 0s)
- c. 退火阶段 ( $T = 280^\circ \text{ C}$ , 速率 =  $5^\circ \text{ C/s}$ , 保持 60s)

## 四、实验步骤

### 第一周实验

1. 领取剂量片20片，注意：对剂量片进行辐照前均需退火处理；

2. 测量 PMT 的坪曲线，确定仪器的工作电压

辐照一固定剂量（例如 2 分钟），在不同高压的情况下（500,550, ··· ,950V）测量热释光曲线，作出热释光强度随高压的变化曲线。

3. 测定剂量片的稳定性

- (1) 保持选定高压不变，辐照一固定剂量，测量发光曲线，分别测量两片的灵敏度；
- (2) 在相同条件下，测量剂量片反面灵敏度（辐照时也需反面）。
- (3) 辐照一固定剂量，取出片后分别等待不同时间（0min, 5min, 10min），观察发光曲线的变化。

4. 测定升温速率对发光曲线的影响

辐照一固定剂量，取出片后分别以不同的升温速率（2,3,4 o5 C/s），观察发光曲线的变化。

### 第二周实验

1. 领回第1次实验上交的剂量片，它们已经被辐照了某一待测剂量；

2. 测量待测样品的发光量；

3. 测量剂量响应曲线：分别辐照不同时间，测量其发光量，作出剂量响应曲线（要求：至少5个点，其中最大剂量的发光量约为待测剂量片发光量的2倍），直线拟合计算剂量片的灵敏度；

4. 计算出待测剂量，试进行误差讨论

## 五、实验数据讨论与分析

**Table 1: 实验仪器列表**

序号	仪器名称	数量	基本参数
1	热释光测量仪 SL08	1	
2	氟化锂剂量计	1	
3	辐照器 FJ417	1	137Cs 源，照射率 0.546mSv/min 2020 年 1 月标定
4	未知剂量辐照器	2	

## (1)、本底测试

在未放入剂量片的情况下对热释光剂量仪做本底测试，实验结果表明热释光剂量仪的本底噪声为均匀分布，在后续数据处理过程中(峰高法或面积法)，应使用扣除均匀本底后的结果进行分析。

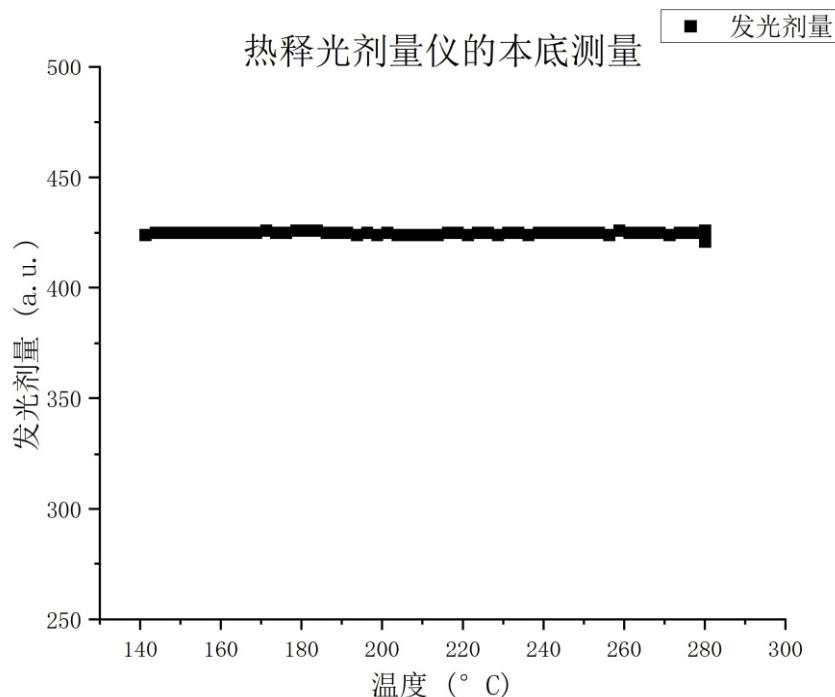


图 5: 热释光剂量仪的本底测量

## (2)、PMT 坪曲线的测量

Table 2: 热释光强度随高压的变化曲线

工作电压 V	峰高(a.u.)	峰温(° C)	光合面积(a.u.)
500	4	258.8	33.52
600	9	258.8	189.46
700	44	266.1	1024.6
800	59	266.4	1550.54
900	125	259.3	3390.30

热释光剂量仪的核心元件之一为光电倍增管，其重要工作参数为工作电压，然而提高光电倍增管的工作电压一方面会让我们能够探测更微小的信号，但是也会放大噪声导致我们可探测的动态范围变小。因此在正式实验前有必要探究同一辐照剂量下热释光剂量强度随工作电压的变化关系（即PMT坪曲线）。这里我们选择 $5^{\circ}\text{C/s}$ 的升温速率，剂量片在已知剂量辐照器FJ417下辐照1分钟，这里选择

已知剂量辐照器的好处在于其辐照时可以通过限位器确保剂量片位于同一位置，可以更准确的保证辐照剂量恒定，然而其剂量率较低因此本底噪声对其测量影响较大。

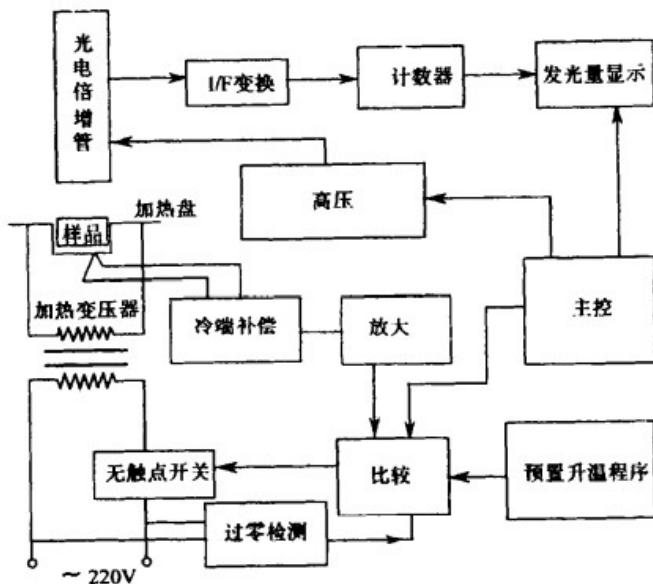


图 6: 热释光剂量仪的工作原理<sup>[1]</sup>

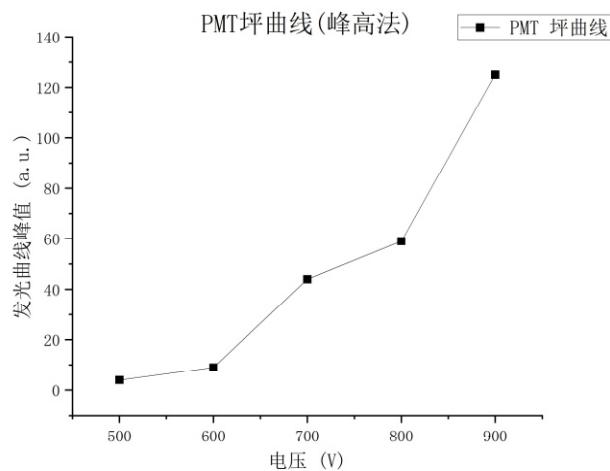


图 7: PMT 坪曲线

改变工作电压也会改变热释光测量中的峰位，峰位随工作电压的变化关系如图 8 所示。由于改变工作电压会导致光电倍增管的灵敏度发生变换，因此峰的位置也会发生轻微偏移。综上所述，增大光电倍增管的工作电压可以使信号探测更灵敏，然而同时也会放大热噪声等因素对实验的干扰，因此我们选择 800V 作为后续实验的工作点进行测试。

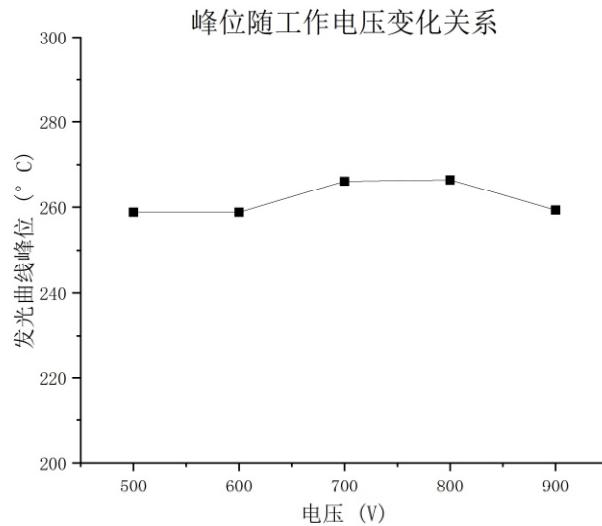


图 8: 峰位随工作电压变化关系

### (3)、峰高法和面积法的结果对比

我们在 PMT 坪曲线的测量中分别使用峰高法和面积法两种方法进行数据处理，两者归一化后的坪曲线如图 9 所示。我们发现，两者给出的定性规律几乎完全已知，然而面积法实际上在处理过程中受本底影响更大，由于我们使用已知低剂量辐照器 FJ417 进行辐照，辐照剂量更准确但本底噪声对测量结果影响大，因此后续实验中我们使用峰高法进行实验数据处理。

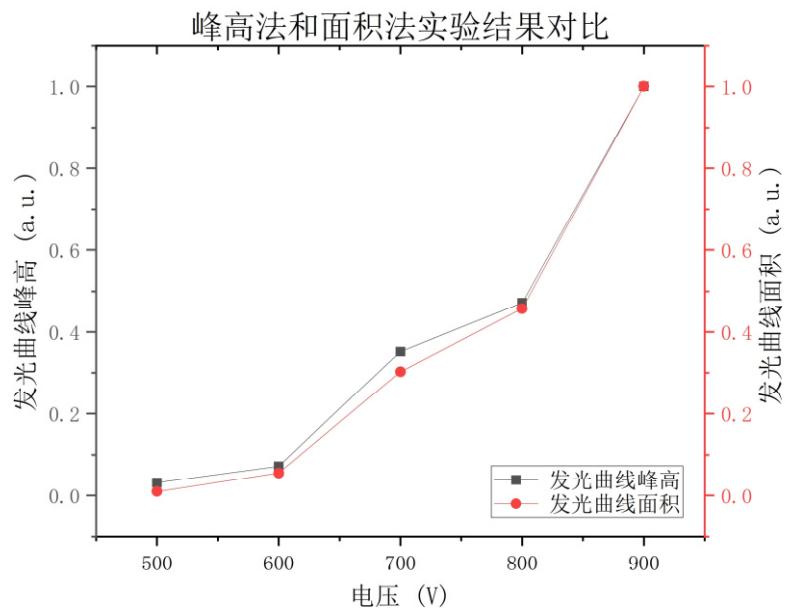


图 9: 峰高法与面积法结果对比

#### (4)、热释光强度随升温速率的变化曲线

Table 3: 热释光强度随升温速率的变化曲线(归一化)

升温速率 <sup>°</sup> C/s	峰高(a.u.)	面积(a.u.)	峰温(° C)
2	0.2317	0.2231	240.5
3	0.5975	0.6271	246.8
4	0.7561	0.7618	253.6
5	1	1	258.1

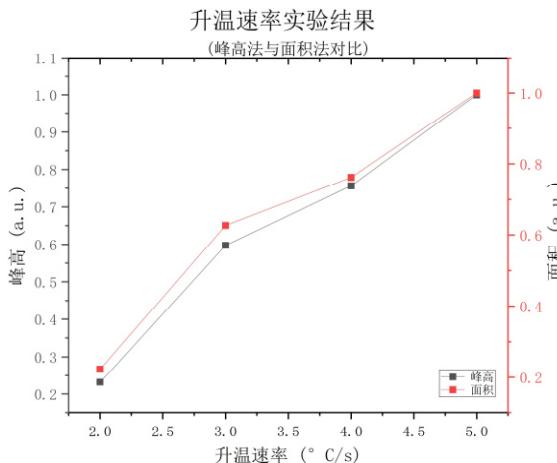


图 10: 热释光强度随升温速率的变化曲线

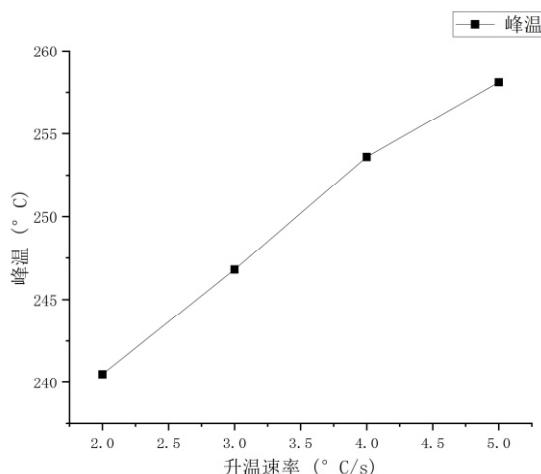


图 11: 热释光峰温随升温速率的变化曲线

根据文献<sup>[2]</sup>, “升温过程中, 陷阱俘获的电子将跃迁到导带并与复合中心俘获的空穴相结合, 因此以面积法处理实验数据时, 热释光的相对剂量响应并不随升温速率改变而改变。然而使用峰高法处理实验数据时, 由于升温速率对其发光曲线影响较大, 相对剂量响应将随升温速率的改变而作较大的变化。”然而我们在实验中得到的结果显示, 使用峰高法和面积法进行数据处理得到的升温速率-相对剂量相应关系基本一致, 这一点与已知结论不太相符, 有待进一步探究。

根据文献<sup>[2]</sup>的结论，升温速率的增加将使峰温增加，当热释光材料呈亚线性时，升温速率的增加将使峰高剂量响应的亚线性增加。这两点我们均在实验中成功观测到。其中热释光峰温随升温速率的变化曲线线性拟合优度为 0.990，呈现明显亚线性。基于此，我们选择 **5° C/s** 的升温速率作为我们后续实验的参数。

### (5)、测量剂量片的稳定性(选做)

**Table 4: 剂量片稳定性**

剂量片编号-实验编号	峰高(a.u.)	峰温(° C)
1-1	43	266.1
1-2	45	262.1
1-3	37	258.0
2-1	27	256.3
2-2	23	268.8
2-3	26	263.8

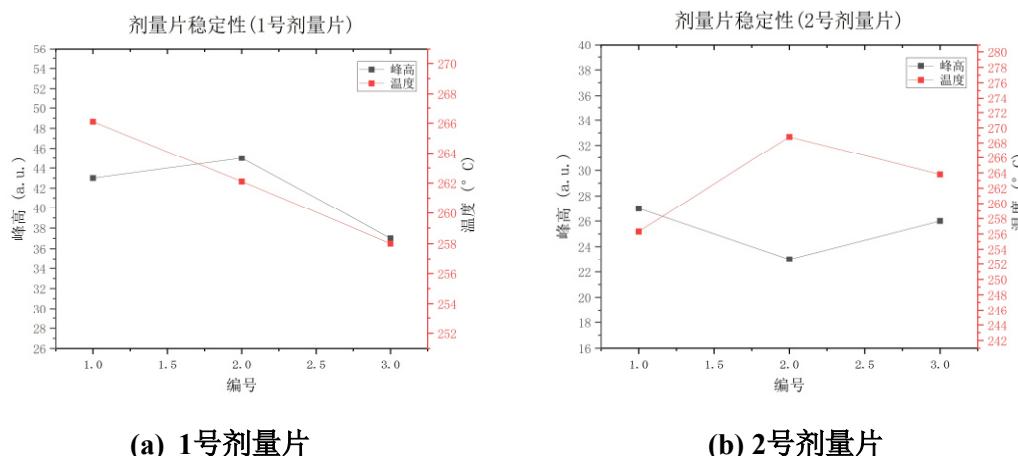


图 12: 剂量片稳定性测试

我们分别对两片剂量片进行稳定性测试，对峰高和峰温而言，测试结果平均极差和平均标准差分别为(6.00, 10.30° C), (2.55, 4.22° C)。因此对于峰高测试而言，重复测量相对偏差在10%以内，而峰温重复测量结果重复性则相对较差，推测是由于光电倍增管工作电压设置较高，产生较大的热噪声干扰导致的。

### (6)、标定未知源的剂量率

**Table 5: 标定未知源的剂量率**

辐照时间(s)	辐射源	峰高(a.u.)
60	室内 $^{137}\text{Cs}$ 源, (剂量率 0.546mSv/min 2020 年 1 月标定)	34
60	未知源 1(靠窗)	7926
60	未知源 2(靠内)	4858

通过已知源在剂量片辐照时间一定的情况下，可以通过峰高比值标定未知源的剂量率，实验测得未知源1(靠窗)的剂量率为127.28mSv/min，未知源2(靠内)的剂量率为78.01mSv/min.我们认为这一实验结果并不准确，这是由于剂量片接受未知源辐照时，剂量片位置的微小变化将会导致实验结果出现较大偏差，我们将在第9节分析这一现象。

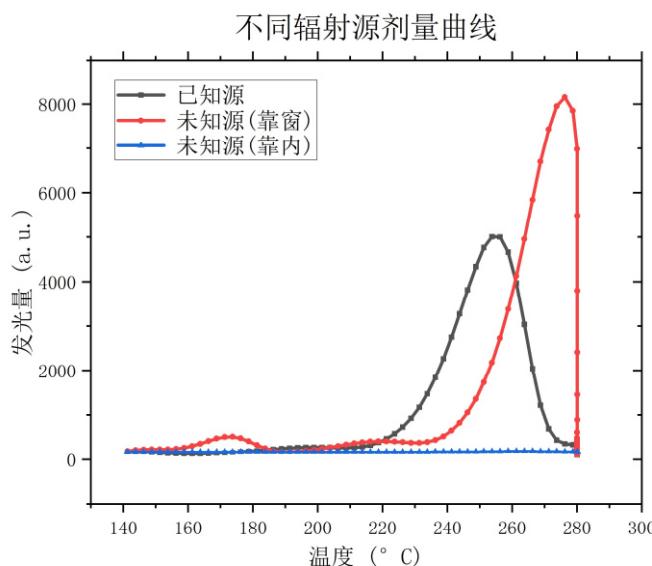


图 13: 不同辐射源的剂量响应曲线

### (7)、选片与测量未知辐射剂量

与讲义上的操作略有区别，为了更准确地选出灵敏度相近的三片剂量片，我们对每一片待测剂量片均进行剂量响应曲线测试，而不仅仅只使用一次辐照的峰高表征剂量片灵敏度。最终我们选择编号为1、2、3的三片剂量片用于测量未知辐射剂量实验。

**Table 6: 不同剂量片的热释光的灵敏度**

剂量片编号	斜率 a.u./s	截距	拟合优度
1	0.4180	2.2703	0.9976
2	0.4694	0.5405	0.9797
3	0.5167	-2.3333	0.9914
4	0.5833	-1.3333	0.9997

**Table 7: 测量未知辐射剂量实验**

剂量片编号	峰高(a.u.)	峰温(° C)
a	1105	263.8
B	1071	261.3
c	1136	263.8

尽管我们第二次实验与第一次实验已经相隔120余天，我们选出的剂量片灵敏度仍然保持良好的一致性，峰高的组内相对偏差在5%以内，峰温的相对偏差在1%以内，可以认为我们的方法选出的剂量片具有较高的灵敏度一致性。

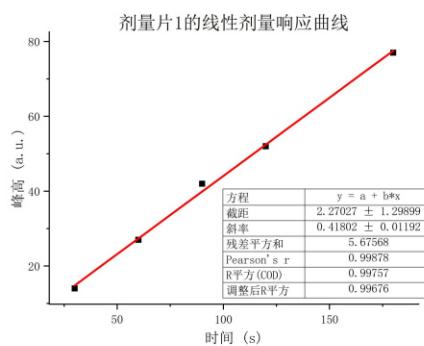
为了保证实验的可重复性，我们选择具有限位器的已知剂量率的辐射源进行辐照定标实验，以避免剂量片放置位置对实验结果的干扰，然而由于已知剂量率的辐射源剂量率较低，较难满足最大剂量的发光量约为待测剂量片发光量的2倍的要求，然而由于未知辐射剂量未到达剂量片的亚线性响应区域，因此依然可以通过合理外推得到未知辐射剂量。

使用单片再生剂量的灵敏度修正法<sup>[7]</sup>，并借助已标定剂量率的辐射源，我们得到三片剂量片接受的未知辐射剂量平均为21.49mSv，其远高于环境的平均年辐射剂量，我们推测剂量片事先经过<sup>90</sup>Sr-Y源辐照15-30秒处理。

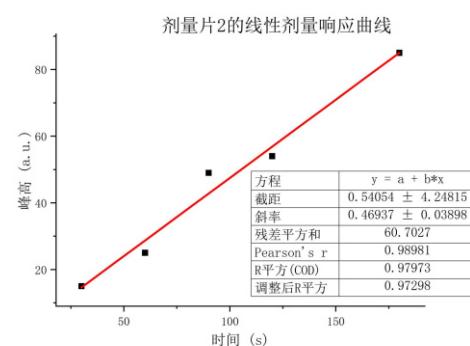
## (8)、测量剂量响应曲线

Table 8: 剂量响应曲线的测量

编号及时间(s)	峰高
1-30	14
1-60	27
1-90	42
1-120	52
1-180	77
2-30	15
2-60	25
2-90	49
2-120	54
2-180	85



(a) 1号剂量片



(b) 2号剂量片

图 14: 剂量片剂量响应曲线

我们发现，实验中两片剂量片的剂量响应曲线均呈现良好的线性关系，在低剂量辐照下并没有进入亚线性区域，线性拟合优度分别为0.9976和0.9797，因此可以通过标定后的剂量片准确地检测辐射剂量。

## 六、实验误差讨论与分析

### (9)、剂量片放置位置对实验的影响

**Table 8: 剂量片放置位置对实验的影响**

放置方法	峰高(a.u.)	峰温(° C)
中央	6388	258.8
靠外	2286	256.3
边缘	107	271.3

我们发现，对于<sup>90</sup>Sr-Y 源而言，改变剂量片的放置位置，由于辐照器各位置辐照强度不相等，放置位置的微小变化将会导致辐射剂量产生极大的变化，从而极大地影响实验的可重复性。因此我们选择能够较好控制剂量片位置的室内辐射源进行实验，然而由于室内辐射源的辐射剂量较小，因此本底噪声对本次实验的影响较大。

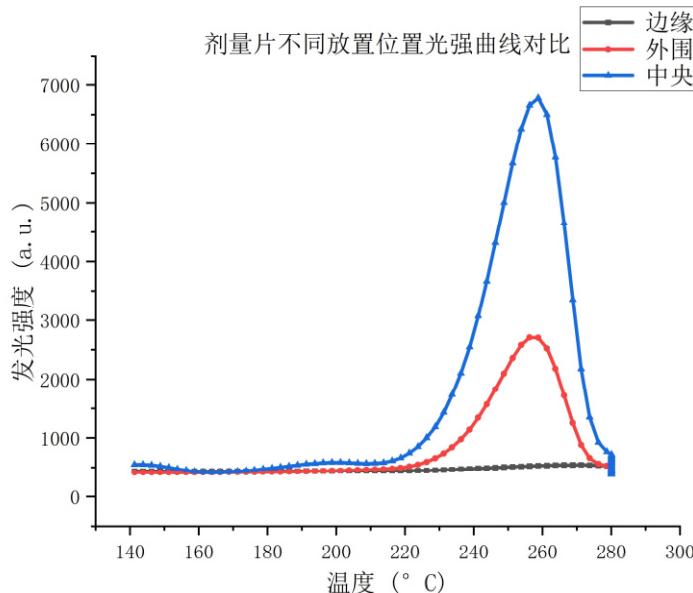


图 15: 剂量片不同放置位置光强曲线

### (10)、其余误差来源

本次实验中较大的定量误差来源为人为选取本底值并进行扣除，由于实验中本底值较低，因此在辐射剂量较高时对实验几乎无可观测影响，而辐射剂量较低

时可能会影响剂量响应曲线的标定结果。

本次实验中工作参数的选取也会较为明显地影响实验结果，虽然我们已经通过预实验确定好了较佳的工作参数，然而由于预实验探究时参数设置步长较长，实际上可以通过更精密的实验设计找到更优参数。

另一个影响因素是人为计时可能带来均匀分布的实验误差，由于无法精准地控制辐照时间，每次取出和放入时可能会有1秒以上的操作时间，对于30秒的辐照时间而言这是极为可观的(本次实验中实验可重复性探究显示其相对偏差在5%以内，仅辐照时间差异一项即可造成5%的相对偏差)。可以通过延长辐照时间尽可能减少这一问题产生的影响。

剂量片灵敏度的也可能与自制样品的稳定性、测量退火条件有关。实验中未完全退火也可能导致实验结果出现偏差，我们对剂量片进行二次退火时并未发现有残余剂量。然而本次实验中剂量响应曲线具有微小的截距，拟合截距可能来自于未完全退火导致的残余剂量，也可能来自剂量片材料不稳定的影响。

## 七、实验结论

本次实验基于光电倍增管的工作原理，通过PMT 坪曲线的测量确定实验中合适的工作电压为800V，高工作电压可以提高光电倍增管的灵敏度，然而也会放大噪声导致我们可探测的动态范围变小。通过热释光强度随升温速率关系实验发现升温速率的增加将使峰高剂量响应的亚线性增加，进而确定实验中合适的升温速率为 $5^{\circ}\text{C/s}$ 。实验采用峰高法和面积法两种方法处理数据，并未发现显著差异。通过剂量片的稳定性测量实验，发现实验具有较高的可重复性，同一实验条件下产生的较小实验偏差可能由于辐照时间和剂量片放置位置的微小差异导致。

本次实验通过标定剂量片剂量响应曲线，发现其线性性质十分良好，拟合优度均在0.978以上，低辐射剂量下剂量响应曲线未呈现亚线性。已标定的剂量片可以准确地检测辐射剂量，实验中成功选出3片灵敏度相近的剂量片并进行未知辐射剂量和未知辐射源的剂量率检测，得到了一致性较好的实验结果，实验测得未知源1(靠窗)的剂量率为 $127.28\text{mSv/min}$ ，未知源2(靠内)的剂量率为 $78.01\text{mSv/min}$ 。三片剂量片接受的未知辐射剂量平均为 $21.49\text{mSv}$ ，相对偏差在5%以内。

## 八、思考与讨论

本次实验中还有一些可探究现象，剂量片辐射剂量也可能因为放置时间而产生衰减，然而由于我们实验操作较快，在辐照后马上进行退火和测试，因此并未发现放置时间对实验结果有显著性影响。剂量片正反面的放置也可能导致实验结果出现偏差，在本次实验中我们只使用剂量片的同一面进行辐照和检测以规避其可能产生的影响。

本次实验中未完全利用峰温的信息(即主峰和次峰的位置)，峰温可以探究如文献所述非线性因子反比于峰温的平方<sup>[4]</sup>等理论预言。本次实验中也未对次峰进行较为详细地探究，这是由于低辐照剂量下，光电倍增管的灵敏度不足以完全探测次峰，而进一步提高工作电压则会引入更多热噪声导致实验结果可靠性下降，且初步试验结果显示峰位也与光电倍增管工作电压设置有关。

热释光剂量检测实验已经广泛用于辐射剂量监测、环境监测和考古学等领域。在本次实验中未知辐射剂量和未知辐射源的剂量率两项实验使我们初步体验了热释光剂量检测的应用方法，帮助我们更好地了解了热释光剂量学的基本原理和实现方法。

## 参考文献

- [1]唐强,刘小伟,张纯祥.热释光剂量仪测控系统[J].核技术,2000(01):17-21.
- [2]刘小伟,罗达玲,张纯祥.热释光剂量响应与升温速率的相关性[J].中山大学学报(自然科学版),1993(02):83-85.
- [3]唐强,张纯祥.热释光和光释光发光谱的测量[J].发光学报,2006(03):308-312.
- [4]罗达玲,张纯祥.热释光剂量响应的非线性[J].中国核科技报告,1995(S2):80.
- [5]罗达玲,杨健明,余君岳.热释光剂量响应的统计学描述[J].核技术,1996(07):421-426.
- [6]唐强,张纯祥,罗达玲等.热释光发光谱的三维测量系统[J].中山大学学报(自然科学版),2000(05):32-35.
- [7]卢嘉安,李健能,刘小伟等.热释光单片再生剂量法应用于物理实验的探索[J].物理实验,2008,No.212(04):41-43.
- [8]罗达玲,黄乃明,张纯祥.LiF热释光剂量计的剂量响应的研究[J].核技术,1992(01):51-58.

# 《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2020 级

实验人姓名（学号）：罗俊平（19319086）

合作人姓名（学号）：肖智洋（19301080）

2023 年 3 月 22、24 日 晚上

## 微弱信号检测

### 一、实验目的

- 1 了解数字锁相放大器的基本原理及操作，和同时测量基波和谐波成分的功能。
- 2 掌握利用相关性提取强噪声背景中微弱信号的原理。
- 3 直观观察方波的高频成分，验证方波的傅里叶展开式。
- 4 掌握采用基于锁相放大技术与四线法测量微小阻抗的原理。
- 5 了解 LabVIEW 上位机与锁相放大器之间的通信。
- 6 测量变容二极管内 PN 结电容与反偏电压的关系。
- 7 理解电子器件噪声的产生机制和测量原理。
- 8 学会分析噪声的统计分布。

### 二、实验原理

强噪声背景检测弱信号实验是本平台最基本的实验。在许多物理实验测试中，测量环境有很大的噪声，待测信号被淹没在强噪声中，给测量工作带来困难。本实验使用  $\mu$  V 级别的正弦波信号，淹没在幅值可调的白噪声中，模拟客观测量环境，噪声幅值可达到目标信号的一千倍甚至一万倍。

本实验原理图如图 1 所示：

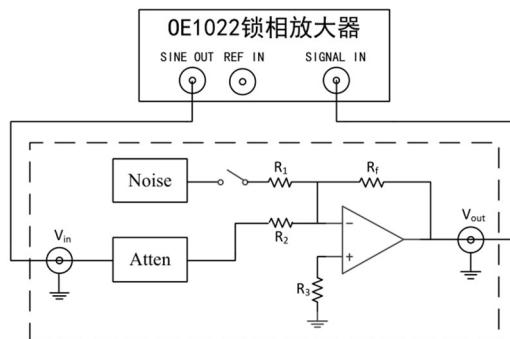


图 1 强噪声背景检测弱信号实验原理图

方波是一种非正弦形式的信号，理想方波只有高电平和低电平两种状态，且占空比为 50%。对理想方波进行傅里叶展开可得到无数奇次谐波项，设方波的峰峰值为  $E$ ，角频率为  $\omega$ ，可以写出方波的傅里叶展开式：

$$f(t) = \frac{2E}{n\pi} \left[ \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \cdots + \frac{1}{n} \sin(n\omega t) + \cdots \right]$$

上式中任意一项均是一个完备的正弦波信号，根据该正弦波信号与方波的频率倍

数关系不同, 可称其为  $n$  次谐波:

$$f_n(t) = \frac{2E}{n\pi} \sin(n\omega t)$$

注: 实际测量值为正弦信号的均方根平均值, 它与峰峰值的转换关系是:

$$V_{rms} = V_p/\sqrt{2} = V_{pp}/2\sqrt{2}$$

$$\text{基波的测量值 (均方根平均值) 为: } V = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = \frac{2E}{\sqrt{2}n\pi} = \frac{2 \times 500}{\sqrt{2} \times 1 \times \pi} = 225.113 \text{ V}$$

对于目标谐波而言, 高次谐波就相当于“噪声”的存在, 故谐波测量本质上也是一种从噪声中提取目标信号的过程, 同时学生通过本实验可以更加直观的了解方波的高频成分, 实验原理图如图 2 所示。

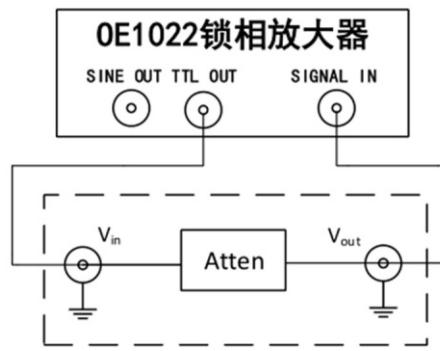


图 2 微弱信号多谐波测量实验原理图

本实验采用四线法测量方法, 可有效提高阻抗测量精度。下面简单介绍四线法的原理。当被测元件的阻抗很小时, 测试引线上的电阻将会对测量引入较大的误差。四线法的思路是在被测元件上形成两个独立的回路, 分别用于测试被测元件两端的电压及电流。测量电压的回路称为检测线  $S$ , 而测量电流的回路称为激励线  $F$ 。由上图可以看出,  $S$  线是接在一个仪表运放两端, 因此具有极高的输入阻抗, 故流经  $S$  线的电流近似为零, 所以  $S$  线上的压降也为零, 换而言之, 仪表运放可以准确地测量被测元件两端的压降。另外  $F$  线串联在电路中, 因此整个激励线组成的回路上电流值相等, 可通过一个标准电阻及仪表运算放大器的组合计算出该回路上的电流, 最后通过上述数据即可计算出被测元件的准确阻抗。本实验原理图如图 3 所示:

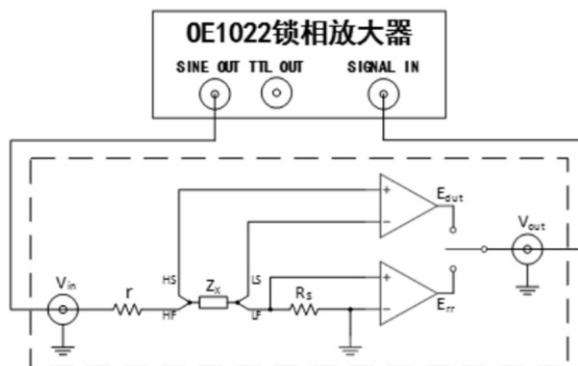


图 3 微小阻抗测量实验原理图

在图 3 中,  $r$  为信号源内阻,  $Z_X$  为被测元件(Device Under Testing, DUT),  $R_s$  为标准电阻,  $E_{rr}$  为标准电阻上的电压,  $E_{dut}$  为被测元件上的电压, 则阻抗具体计算过程如下: 根据运放的虚短虚断原理可以得到以下简化的测量图:

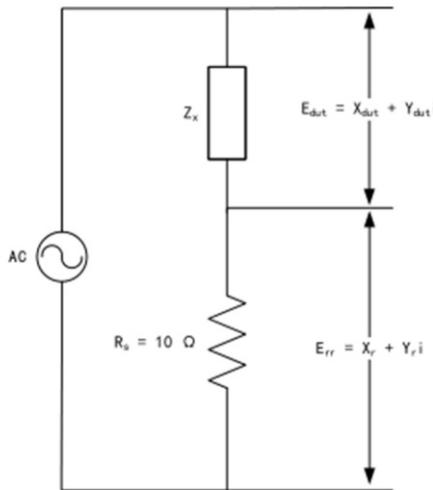


图 4 微小阻抗实验简化测量图

根据流过  $Z_X$  和  $R_s$  的电流相等以及测量得到的  $E_{dut}$  和  $E_{rr}$  有如下公式:

$$I_x = I_s \rightarrow \frac{E_{dut}}{Z_X} = \frac{E_{rr}}{R_s} \rightarrow \frac{X_{dut} + Y_{dut}i}{Z_X} = \frac{X_s + Y_s i}{R_s}$$

通过向量的计算, 可得到:

$$Z_x = \frac{R_s(X_{dut} + Y_{dut}i)}{X_s + Y_s i} = \frac{R_s(X_{dut}X_s + Y_{dut}Y_s)}{X_s^2 + Y_s^2} + \frac{R_s(Y_{dut}X_s - X_{dut}Y_s)}{X_s^2 + Y_s^2}i = \text{Real}_x + \text{Image}_x i$$

实部  $\text{Real}_x$  为实际待测阻抗的电阻大小, 虚部  $\text{Image}_x$  为待测阻抗的容性大小。理想的纯电阻:

$$\begin{aligned}\text{Real}_x &= R \\ \text{Image}_x &= 0\end{aligned}$$

理想的纯电容:

$$\text{Real}_x = 0$$

$$\text{Image}_x = \frac{1}{\omega C}, \omega = 2\pi f, f \text{ 是测量频率}$$

本实验的原理框图如图 5 所示。其中变压器的作用是将交流信号加载到变容二极管的两端, 同时起到了隔离的作用。但是本实验系统中可以不是用变压器而直接将 SINE OUT 输出的交流信号加载到变容二极管上, 因为锁相放大器的 SINE OUT 接口和 SIGNAL IN 接口是共地的。但是在很多情况下, 采用隔离变压器的方法可以避免不共地问题带来的测量误差。

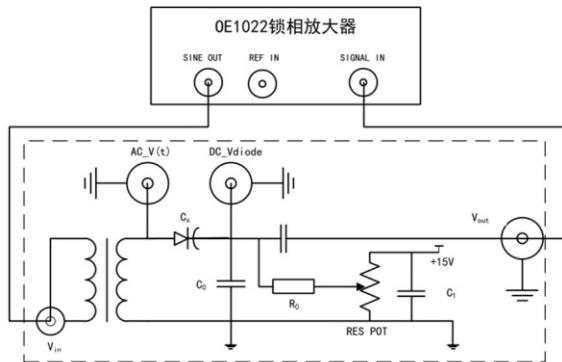


图 5 变容二极管结电容测量实验原理图

半导体 PN 结交界处存在势垒区，因此结两端的电压变化会引起积累在此区域的电荷数量的改变，从而表现出电容效应。PN 结电容根据产生的原因不同可分为势垒电容和扩散电容。

当 PN 结外加电压变化时，空间电荷区的宽度将随之变化，即耗尽层的电荷量随着外加电压的变化而增多或减少。耗尽层宽度变化所等效的电容就叫做势垒电容，它具有非线性，与结面积、耗尽层宽度、半导体的介电常数及外加电压有关。变容二极管就是根据普通二极管内部的 PN 结电容随着外加电压的变化而变化的原理而设计出来的一种特殊二极管。

除了上面所说的势垒电容，还有一个就是扩散电容。扩散电容是在正向偏置电压下所表现出来的一种微分电容效应。在反向偏置的时候，可以忽略扩散电容的作用，因为它是少数载流子引起的，在正向偏置的时候会起很大的作用。但是，势垒电容就不同了，它在正向偏置与反向偏置下都起作用，因为它是多数载流子引起的。

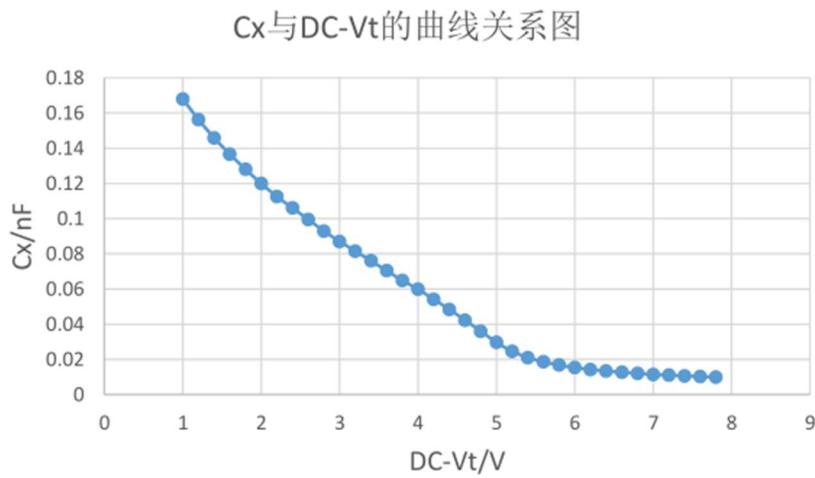
二极管 PN 结分析的简化模型有两种，分别是突变结和线性缓变结模型，实验箱中所用的是变容二极管等效分析模型是突变结模型。

二极管 PN 结电容  $C_x$  计算公式为：

$$C_x = \left| \frac{dQ}{dV} \right| = A \sqrt{\left[ \frac{\epsilon_0 \epsilon N_B}{2(V_D - V)} \right]} \propto \sqrt{\left| \frac{1}{V_D - V} \right|}$$

其中，上式中  $e$ 、 $\epsilon$  和  $\epsilon_0$  是常数， $N_B$  为 PN 结轻掺杂一边的杂质浓度， $V_D$  为接触电势差，与 PN 结两边的掺杂浓度以及材料性质有关， $A$  为 PN 结势垒电容等效为平行板电容器后的正对面积。在 PN 结确定的情况下，以上参数均不会发生变化。所以从式中可以得出  $C_x$  和  $\sqrt{\left| \frac{1}{V_D - V} \right|}$  成反比关系。

在变容二极管两端加入反偏直流电压  $DC - V_t$ ，变容二极管电容  $C_x$  值随电压  $DC - V_t$  变化而变化，变化关系如下图 6 所示：

图 6 变容二极管  $C_x$  与  $DC-Vt$  的曲线关系图

实验电路图由于锁相放大器输入阻抗远大于待测阻抗，测量端可以视为断路状态。另外  $R_0$  的阻抗为  $2M\Omega$ ，可视为断路状态。根据交流电路结构可以简化为如下交流等效结构：

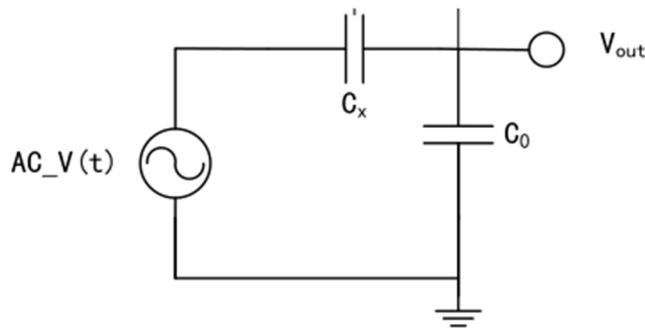


图 7 变容二极管结电容测量实验原理图简图

根据实验原理简图可推出待测电容  $C_x$  表达式：

$$C_x = \frac{V_{out}}{(V_{Sine} - V_{out})} \times 6.8nF$$

其中  $V_{Sine}$  是 SINE OUT 设置的值， $V_{out}$  是 OE1022 测得值幅值 R， $C_0$  是标准电容，此处采用  $6.8nF$ 。

### 电阻热噪声的理论知识

载流子微观热运动的随机涨落在宏观上的体现可以认为是电阻热噪声的根源，它存在于一切电子系统中，且不因有无电流流过器件而改变。即使没有连接到任何信号源或电源，器件仍对外表现出噪声电压的起伏。贝尔实验室的 J. B. Johnson 最早于 1928 年发现热噪声，后 Nyquist 证明了热噪声的功率谱密度函数，因此热噪声又被称为约翰逊噪声，奈奎斯特噪声。

电阻热噪声的大小可以用以下理论来计算。例如，在温度为  $T$  时，一个电阻  $R$  产生的实际开路噪声电压由下式计算得出：

$$V = \sqrt{(4KTRB)}(V)$$

其中  $K$  为玻尔兹曼常数 ( $k = 1.38 \times 10^{-23} J/K$ );  $T$  是电阻的绝对温度, 单位是开尔文 (热力学温度与摄氏度的转换关系为:  $K = {}^\circ C + 273.16$ ;  $R$  是电阻的阻值, 单位是  $\Omega$ ;  $B$  是带宽, 单位是  $Hz$  )。

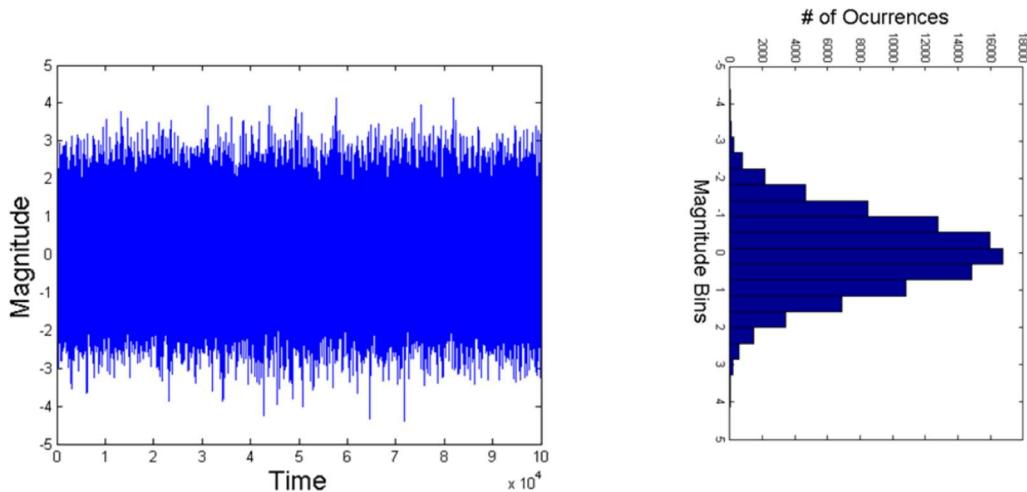


图 8 热噪声的时域波形图及统计分布图

奈奎斯特利用热力学推理以数学方式描述了热噪声的统计特性, 其统计物理模型来自涨落耗散定理, 并证明了热噪声功率谱函数为:

$$S_t(f) = 4KTR(V^2/Hz)$$

由上式可知, 热噪声功率谱密度函数与频率无关, 当阻值和温度一定, 该功率谱密度为一条直线, 这充分体现了热噪声的白噪声性质。

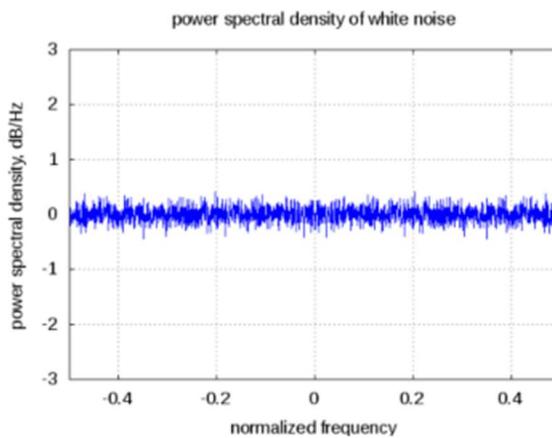


图 9 热噪声的噪声功率谱密度图

### 锁相放大器的测量原理

选择锁相放大器单端连接模式, 直接接入电阻, 此连接模式下电阻相当于两端接地。若电阻元件是理想的, 没有噪声的, 则锁相放大器测得的应该是其本底噪声的值。实际情况下

锁相放大器的测量值  $V_{SN}$  是电阻热噪声  $V_{TN}$  和锁相放大器本底噪声  $V_{BN}$  的叠加值。根据噪声叠加原理，三者之间的关系如下式：

$$V_{SN}^2 = V_{TN}^2 + V_{BN}^2$$

消除锁相放大器本底噪声影响的方法是在仪器的输入接口短接  $50\Omega$  电阻。因为仪器接口处采用的 BNC 连接头的等效阻抗是  $50\Omega$ ，在保证阻抗匹配的情况下可测量锁相放大器的本底噪声。实际分析电阻热噪声结果时可以通过噪声叠加公式去除本底噪声的成分。在锁相放大器测量时，电阻热噪声理论计算公式中的带宽  $B$  对应等效噪声带宽 ENBW。

ENBW 的值由锁相放大器中低通滤波器的时间常数和陡降来确定，对应关系可见表 3-5。本实验中，时间常数  $\tau$  设置为 1 s，陡降 slope 为 24 dB/oct 时，则 ENBW 为  $5/64$  Hz。

表 1 等效噪声带宽 (ENBW) 与陡降和时间常数的对应关系表

Slope	ENBW	Wait Time
6db/oct	1/(4 T)	5 T
12db/oct	1/(8 T)	7 T
18db/oct	3/(32 T)	9 T
24db/oct	5/(64 T)	10 T

### 三、实验仪器

#### 1. 强噪声背景下检测微弱信号实验

本实验测量装置由 OE1022 型锁相放大器和配套的教学实验仪组成，另外需要使用示波器观察波形。实验箱自带  $100\text{mVrms}$  的白噪声发生器，实验箱内部电路利用双极性晶体管散粒噪声的功率特性来产生白噪声。使用通过拨码器选择可以得到  $100\text{mVrms}$ 、 $10\text{mVrms}$ 、 $1\text{mVrms}$  的白噪声信号，分别对应  $0\text{dB}$ （1 倍）、 $20\text{dB}$ （10 倍）、 $40\text{dB}$ （100 倍）的衰减。由锁相放大器 OE1022 的 SINE OUT 以及外部的  $80\text{dB}(10000$  倍) 信号衰减器，可以得到  $100\text{nVrms}$  到  $5\text{Vrms}$  的正弦信号。通过运放把两路信号相加得到不同信噪比的信号，然后由锁相放大器对此信号进行提取测量。

#### 2. 微弱信号多谐波测量实验

本实验测量装置由 OE1022 型锁相放大器和配套的教学实验仪组成，另外需要使用示波器观察波形。锁相放大器后面板 TTL OUT 端口的输出阻抗大小为  $250\Omega$ ，输出电压为  $5\text{V}$ 。配合实验电路中设计的  $80\text{dB}$  的电阻衰减模块，可以得到衰减为  $500\mu\text{V}$  的方波信号。通过 OE1022 可以测出此方波信号基波以及各次谐波信号的幅值。

#### 3. 微小阻抗测量实验

由于阻抗测量中涉及运算量较大，按需求设计了 LabVIEW 程序。阻抗测量配套程序包括四大功能模块：通讯、阻抗测量、阻抗扫频测量和保存数据。

#### 4. 变容二极管结电容测量实验

本实验测量装置由 OE1022 型锁相放大器和配套的教学实验仪组成。实验采用信号源是 OE1022 的 SINEOUT 信号发生器，输出  $10.000\text{kHz}$  的交流信号用于激发变容二极管的电容效应，同时用 OE1022 作为测量仪器。

#### 5. 电阻热噪声测量实验

本实验测量直接使用 OE1022 数字锁相放大器和安装 BNC 连接头的电阻器。将电阻器短接到锁相放大器的 A/I 接口，此时锁相放大器测量电阻器短接后的噪声值。将上位机 PC 与锁相放大器相连，使用 OE1022 专用采集数据程序，采集当前锁相放大器测到的 X 值。

## 四、实验步骤

### 1. 强噪声背景下检测微弱信号实验

- (1) 使用 OE1022 产生频率 1kHz, 幅值为 100mVrms (0.282Vpp) 的正弦波信号。
- (2) 对锁相放大器 OE1022 进行以下设置:
  - (a) 进入 INPUTFILTERS 菜单, 设置 Source 为 A。
  - (b) 进入 GAIN TC 菜单, 设置 Sensitivity 为 500mV, Reserve 为 Normal, Time Constant 为  $30\mu s$ , Filter dB/oct 为 24dB。
  - (c) 进入 REF PHASE 菜单, 设置 Ref.source 为 Internal。
- (3) 使用 BNC-BNC 信号线连接 OE1022 的“SINE OUT”接口与实验仪的相应实验框图中的“VIN”接口。
- (4) 使用 BNC-BNC 信号线连接实验仪的相应实验框图中的“V<sub>out</sub>”接口与 OE1022 的“A/I”接口。
- (5) 读取 OE1022 测到的 R 值, 即为被噪声淹没的正弦信号有效值。
- (6) 改变 OE1022 产生正弦波有效值, 在不同信噪比下重复上述测量。
- (7) 将实验测得波形图、R 值记录在表 1 强噪声背景检测弱信号实验结果中作实验结果分析。

### 2. 微弱信号多谐波测量实验

- (1) 用 BNC-BNC 信号线连接 OE1022 后面板的“TTL OUT”接口与实验箱本实验框图中的“TTL IN”接口, 方波峰值为 5V, 经过 80dB (10000 倍) 的衰减, 输出 E 峰峰值为 500uV 的方波信号。
- (2) 用 BNC-BNC 信号线连接实验箱本实验框图中的“TTL OUT”接口与 OE1022 的“A/I”接口。
- (3) 按下前面板 REF PHASE 按键进入子菜单, 其中 Harmonic 二级子菜单中设置测量的谐波次数, 使用键盘输入可选择所需阶次。

同时测量输入方波的 3 次谐波和 5 次谐波的操作方法: 在 REF PHASE 子菜单中, 按下软键 4 选择谐波功能, 进入 Harmonic 二级子菜单, 按下软键 1, 在数字键盘上输入数字“3”, 并按下“ENTER”键以确认; 再按下软键 2, 在数字键盘上输入数字“5”, 此时测量出来的值即为输入信号的 3 次和 5 次谐波。选择 DISPLAY 子菜单, 在 Display&scale 选项中选择 Full, Type 选择 List, 即可查看测得的谐波 (谐波 1 对应 Xh1、Yh1、Rh1 和 θh1, 谐波 2 对应 Xh2、Yh2、Rh2 和 θh2)。

- (4) 记录测得实验结果, 多次改变 OE1022 中谐波奇次值, 重复上述实验。
- (5) 利用公式计算方波各高次谐波值, 并与实验测量结果对比。

### 3. 微小阻抗测量实验

- (1) 在 OE1022 的 REF PHASE 菜单下, Ref.source 选择 Internal, Ref.frequency 设置为 10.000kHz, Sine Output 设置为 0.100Vrms (0.282Vpp)。
- (2) 用四线法夹具夹持待测元件, 夹具按照接口, 即同一个表笔的两个接口分别接到左右两边 (HF、HS 接到同一个表笔上, LF、LS 接到同一个表笔上), 连接到实验仪上。
- (3) 用 BNC-BNC 信号线连接 OE1022 的“SINE OUT”接口与实验仪本实验框图中的“V<sub>in</sub>”接口。
- (4) 用 BNC-BNC 信号线连接实验仪本实验框图中的“V<sub>out</sub>”接口与 OE1022 的“A/I”接口。
- (5) 用 BNC-BNC 信号线连接实验仪本实验框图中的“DA<sub>in</sub>”接口与 OE1022 后面板的“AUXOUT1”接口。
- (6) 使用 USB 线连接 OE1022 (USB 接口在后面板) 与 PC 机, 并在 PC 机上打开阻抗测量的 LabVIEW 程序 LCR\_TOP.vi。
- (7) 软件测量: 点击 LCR\_TOP.vi 的程序中的“连接”按钮, 根据需要选择测量电阻或电容, 设置“测量频率”, 然后点击“开始测量”, 程序将自动读取 OE1022 测量值, 并自动计算。点击后等候三分钟左右, 前面板将显示测量值, 记录实验测量值。
- (8) 将实验值与元件标准值作对比, 计算误差。

#### 4. 变容二极管结电容测量实验

(1) 在 OE1022 的 REFPHASE 菜单下, Ref.source 选择 Internal, Ref.frequency 设置为 10.000kHz, SINE OUT 设置为 0.010Vrms (0.028Vpp)。

(2) 用 BNC-BNC 信号线连接 OE1022 的“SINE OUT”接口与实验仪本实验框图中的“ $V_{in}$ ”接口。

(3) 用 BNC-BNC 信号线连接实验仪本实验框图中的“ $V_{out}$ ”接口与 OE1022 的“A/I”接口。

(4) 此时, 可以用 OE1022 直接测量反偏直流电压点 DC- $V_t$  电位。操作方法为用 BNC-BNC 信号线连接 DC- $V_t$  接口与 OE1022 后面板的 AUXIN1 接口, 在 OE1022 的 DISPLAY 菜单下, Display&Scale 选择 Full, Type 设置为 List。此时可以从 OE1022 显示屏读取 AD1 的电压值, 即是反偏直流电压点 DC-Vdiode 电压, 然后调节电位器使得反偏直流电压点 DC-Vdiode 置零。

(5) 设置“SINE OUT”的输出电压为 10mV。

(6) 调节完第(5)步骤之后, 将 BNC-BNC 信号线恢复原位, 即将 BNC-BNC 信号线连接 DC- $V_t$  接口与 OE1022 后面板的 AUXIN1 接口, 将 BNC-BNC 信号线连接实验仪本实验框图中的“ $V_{out}$ ”接口与 OE1022 的“A/I”接口。小心缓慢调节电位器, 使得变容二极管的反偏直流电压 DC- $V_t$  从 1 至 7.9V 逐渐变化, 变化步长为 0.2V, 逐点记录 DC- $V_t$  和锁相放大器 R 值即  $V_{out}$ 。

(7) 记录  $V_{out}$  的测量值, 结束后利用公式  $C_x = \frac{V_{out}}{V_{sine} - V_{out}} \times 6.8nF$  计算二极管电容  $C_x$ , 并作  $C_x$  与 DC- $V_t$  的曲线关系图。

#### 5. 电阻热噪声测量实验

(1) 按下前面板 REF PHASE 按键进入子菜单, 在 Ref.source 中选择 Internal, 在 Ref.frequency 中输入 997Hz。

(2) 在 OE1022 前面板 SIGNAL IN 的“A/I”接口短接一个 50Ω 电阻, 此时测量本底噪声。

(3) 按下前面板 GAINTC 按键进入子菜单, 在 Sensitivity 中选择 50nV, Reserve 选择 Low, Time Constant 选择 1S, Filter dB/oct 选择 24。

(4) 按下前面板 DISPLAY 按键进入子菜单, 设置锁相放大器显示界面显示 Noise。按下软键 3, 切换 Trace 选项, 旋转旋钮显示 Noise 数值。

(5) 使用 LabVIEW 采集程序对锁相放大器的测量的 X 值进行采样, 采样间隔设为 100ms, 等待约 5 分钟后, 点击保存数据, 即可将测量 X 值保存至当前文件夹下自动创建的 excel 文件。

(6) 改变电阻器的值分别为 1kΩ, 10kΩ, 100kΩ, 重复上述操作, 记录实验值。

(7) 利用数学统计的理论知识进行数据处理, 分析热噪声理论值和实际测量值之间的关系。

### 五、实验结果与讨论

Table 1: 实验仪器列表

序号	仪器名称	数量	基本参数
1	锁相放大器 OE1022	1	/
2	锁相放大器教学实验箱	1	/
3	UTD2025C 示波器	1	带宽 25MHz 采样率 250MS/s

**(1) 强噪声背景下检测微弱信号实验****a. 实验结果****表 2 强噪声背景下检测微弱信号实验结果**

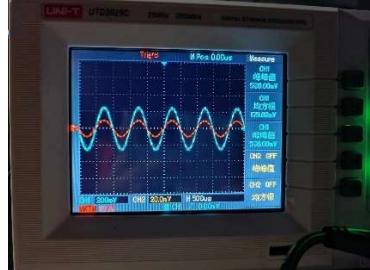
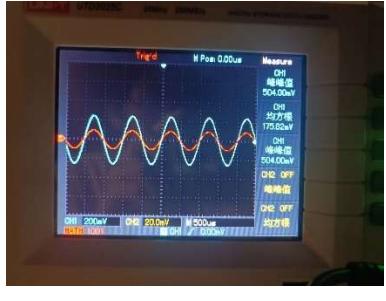
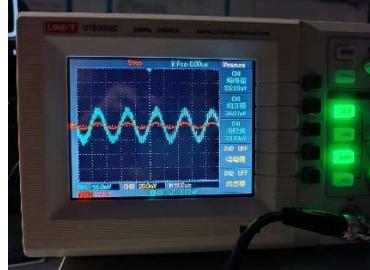
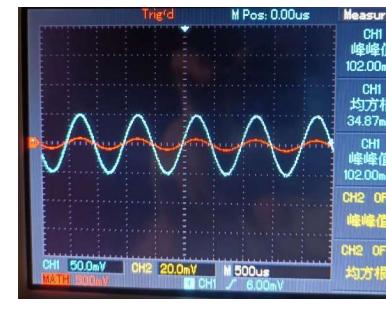
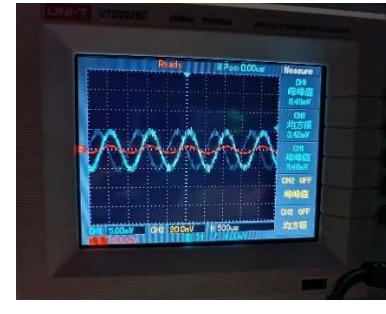
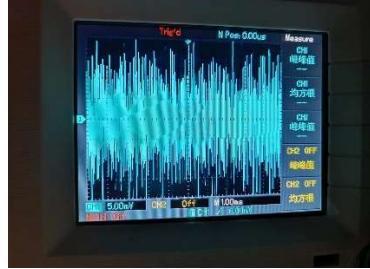
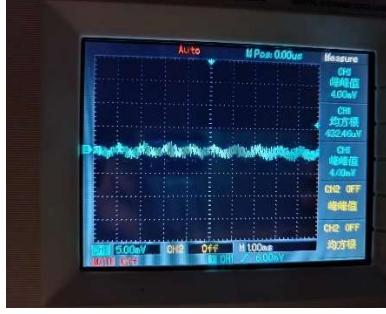
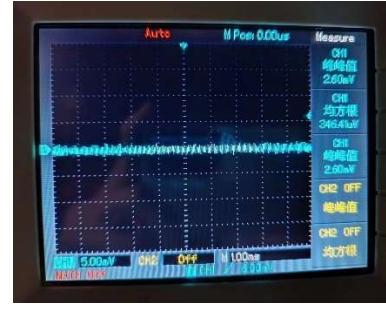
正弦波 $V_{in}$ 幅值/ $mV_{rms}$	噪声信号大 小/ $mV_{rms}$	理论有效值 / $mV_{rms}$	信噪比	锁相放大器测量 $R$ 值/ $mV_{rms}$	示波器上的测量值 / $mV_{rms}$
500	100	176.8	20dB	无噪声: 177.4 有噪声: 177.4	无噪声: 175.27 有噪声: 175.09
100	100	35.36	0dB	无噪声: 35.43 有噪声: 35.43	无噪声: 34.81 有噪声: 34.87
10	100	3.536	-20dB	无噪声: 3.475 有噪声: 3.473	无噪声: 3.41 有噪声: /
1	100	0.3536	-40dB	无噪声: 0.3470 有噪声: 0.3470	无噪声: 0.5292 有噪声: /
0.1 $mV_{rms}$ (Sine out 设置输出 $1V_{rms}$ , 经过 80dB 衰减 器)	100	35.36 $\mu V$	-60dB	无噪声: 35.942 $\mu V$ 有噪声: 32.436 $\mu V$	无噪声: 346.41 $\mu V$ 有噪声: /

注: / 表示未显示数值, 即测量失败

**表 3 锁相放大器的最小电压分辨率探究 (时间常量:10s)**

正弦波 $V_{in}$ 幅值 / $mV_{rms}$	噪声信号大小 / $mV_{rms}$	理论有效值 / $\mu V_{rms}$	信噪比	锁相放大器测量 $R$ 值 / $\mu V_{rms}$
0.01 $mV_{rms}$ (Sine out 设置 输出 $100mV_{rms}$ , 经 过 80dB 衰减 器)	100	3.536	-80dB	无噪声: 7.3 有噪声: /
0.001 $mV_{rms}$ (Sine out 设置 输出 $10mV_{rms}$ , 经过 80dB 衰减 器)	100	0.354	-100dB	无噪声: 1.3 有噪声: /
0.1 $\mu V_{rms}$ (Sine out 设置输出 $1mV_{rms}$ , 经过 80dB 衰减器)	100	0.035	-120dB	无噪声: 2.2703 有噪声: /

表 4 强噪声背景下检测微弱信号实验结果(示波器波形)

信噪比	波形	
20dB	有噪声: 	无噪声: 
0dB	有噪声: 	无噪声: 
-20dB	有噪声: 	无噪声: 
-40dB	有噪声: 	无噪声: 
-60dB	有噪声: 	无噪声: 

### b.结果讨论

我们先对无噪声情况下的测量结果进行讨论。UTD2025C型示波器的偏转系数为 $2\text{mV/div} \sim 10\text{V/div}$ , 因此其对于电压的最小分辨率约为 $2\text{mV}$ , 符合实验中观测到的在输入信号幅值大于 $1\text{mV}_{\text{rms}}$ 时, 无噪声时示波器可以较为准确显示输入信号的有效值, 而输入信号幅值小于 $1\text{mV}_{\text{rms}}$ 时, 示波器显示的有效值显著大于理论值, 测量结果不再具有可信性。

而对于OE1022型锁相放大器而言, 无噪声情况下其对于输入信号的电压分辨率比UTD2025C型示波器高两个数量级, 即其电压分辨率能够达到 $0.1\text{mV}_{\text{rms}}$ 。然而其优越性不仅于此, 使用锁相放大器可以准确检测淹没在有效值比自身高 $10^4$ 的白噪声中的微伏级交流信号。在有背景白噪声情况下, 示波器对于有效值比自身高 $10^1$ 的白噪声信号中的交流信号便失去了准确检测的能力, 这说明了示波器最多能够在于和自身幅值为同一数量级的白噪声中分辨出目标信号。

锁相放大器实现这一功能的原理是相敏检测技术(PSD), 即对两个信号之间的相位进行检波, 从而提取出同频或者倍频信号, 达到选频的目的, 并通过参考信号得到待测信号的幅值和相位信息, 同时用调制器将直流信号或低频信号的迁移到高频调制频率中, 避开 $1/f$ 噪声的影响, 从而从强噪声环境中提取得到微弱信号。

本次实验中对于锁相放大器的最小电压分辨率探究过程中, 对于信噪比 $-80\text{dB}$ 的信号, 锁相放大器的检测值量级是准确的; 而对于 $-100\text{dB}$ 的信号, 锁相放大器则难以正确的提取目标信号。这与文献<sup>[1]</sup>中提到的合理设置锁相放大器的参量可以在信噪比高 $100\text{dB}$ 的情况下检测出交流信号略有差异, 我们相信这是由于我们未非常仔细地设置锁相放大器的时间常数及陡降导致的。我们会在思考题中阐述锁相放大器各参数对应的物理意义。

### c.思考题与误差分析

1. 在不同信噪比情况下, 采用同样的时间常数及陡降, 观察输出被测信号的  $R$  值及  $\theta$  值, 发现什么规律?
2. 同一信噪比情况下, 调整滤波器时间常数及陡降, 观察输出信号的  $R$  值及  $\theta$  值, 发现什么规律?

根据文献<sup>[1]</sup>阐述的原理, 锁相放大器改变动态储备是通过调整模拟程控放大器模块的前置放大倍数。动态储备越大, 输出噪声越多, 因此如果外部输入噪声较小时, 可以通过提高动态储备降低误差。本次实验中动态储备设置为Normal.

对于陡降参数而言, 时间常量固定时, 陡降增加, 会导致衰减带变窄, 更多高频信号被滤除, 输出信号幅值变小, 输出信号波动变大, 需要增加时间常数; 而时间常量越大, 测

量带宽越小，测量受二倍频信号和噪声信号的干扰越小，测量结果越准确，然而时间常数过大则会导致锁相放大器难以捕捉信号随时间的变化，且会导致实验时间大幅增加，即通过牺牲测量速度换取测量准确性。

本实验中也有难以排除的干扰因素，即白噪声中也有与目标信号相同频率的成分，高噪声背景下将会对测量结果产生一定干扰。

## (2) 微弱信号多谐波测量实验

### a. 实验结果

表 5 微弱信号多谐波测量实验结果

谐波奇次项	理论计算值/ $\mu\text{V}_{\text{rms}}$	锁相放大器测量值/ $\mu\text{V}_{\text{rms}}$	相对误差
1	225.113	224.39	0.32%
3	75.038	74.60	0.58%
5	45.023	44.62	0.90%
7	32.159	31.82	1.05%
9	25.013	24.79	0.89%
11	20.465	20.34	0.61%
13	17.316	17.26	0.32%

### b. 结果讨论

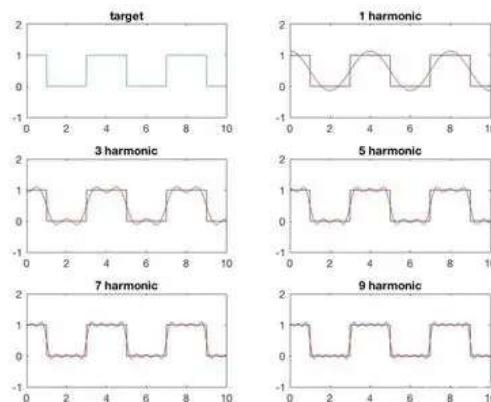


图 10 方波的傅里叶分解

微小信号的多谐波测量有多种科研应用，如测量分子对激光的高阶吸收成分[1]。而由傅里叶变换原理可知，方波由正弦波的奇次谐波构成，因此本次实验中我们通过测量输出方波信号的奇次谐波验证锁相放大器的微小信号的多谐波测量功能。

实验结果表明，锁相放大器测得的奇次谐波的实验值与理论值十分接近，相对误差的小于 1%，可认为锁相放大器能够进行微小信号的多谐波测量。这是由于对于目标谐波而言，高次谐波相当于“噪声”，谐波测量本质上也是从噪声中提取目标信号的过程。

### c.思考题与误差分析

1.  $500 \mu V$  的方波信号可以用实验室通用的示波器测试到吗?

不可以, UTD2025C 型示波器的偏转系数为  $2mV/div \sim 10V/div$ , 因此其对于电压的最小分辨率约为  $2mV$ 。

2. 怎样用实验的方法测量微小三角波, 锯齿波等周期信号?

可以通过多谐波测量法, 再通过傅里叶反变换将其变换回时域信号。

3. 本实验的多谐波测量实验能够适用任意周期信号吗?

谐波分析法本质是将时域信号转为频域信号进行分析, 对于能进行 Fourier 变换的非正弦周期信号都能进行频域分析, 因此多谐波测量不能适用于任意周期信号。

4. *TDLAS (tunable diode laser absorption spectroscopy)* 可调谐二极管激光吸收光谱仪是目前一种非常广泛应用的环境气体检测仪器, 可利用气体的旋转振动特性进行基于激光的痕量气体监测, 其光谱吸收的表达式  $I(v, t) = I_0(v)e^{-S(T)g(v, v_0)nL}$ , 进行相关的文献调研并思考采用本仪器的基波及谐波测量功能如何进行测量?

痕量气体监测可以通过测量近红外或中红外的转动振动光谱实现(光谱可基于已知的实验或计算结果)。基波测量可以通过直接将激光束传输至样品后, 测量光谱吸收强度来实现。而对于谐波测量功能, 需要使用具有特定调制频率的信号源, 控制激光器的调制频率, 并采集响应的谐波信号进行分析, 从而实现谐波测量功能。

事实上与之原理相似的实验设备 AFM-IR<sup>[7]</sup>能够基于红外光热诱导原理突破了传统红外技术的衍射极限限制, 可以采集  $10nm$  级空间分辨率的材料红外光谱信息, 其核心原理正是通过锁相环检测特定激光频率照射下分子由于红外吸收发生振动跃迁而产生的针尖振动信号。

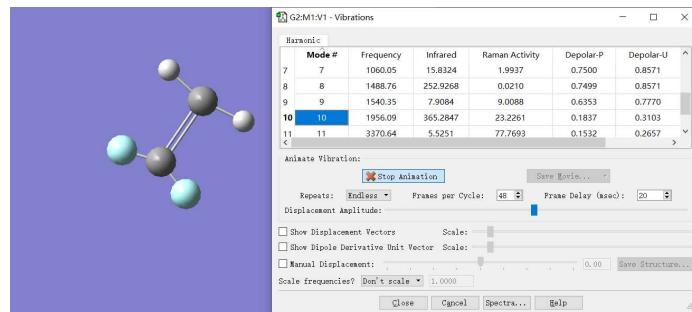


图 11 分子振动光谱的计算

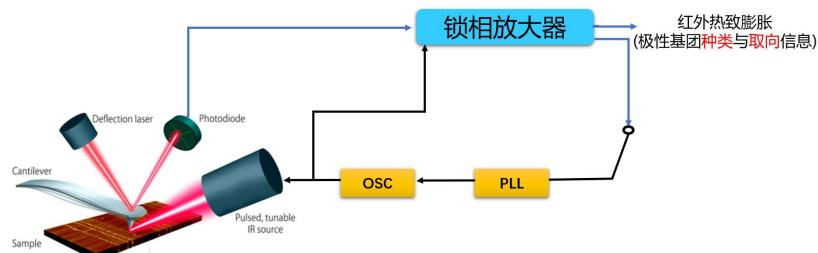


图 12 基于 AFM-IR 系统与锁相环获取分子种类信息的原理

### (3) 微小阻抗测量实验

#### a. 实验结果

表 6 (A) 微小阻抗测量实验 (测电阻)

自动测量频率/Hz	电阻标准阻抗值/ $\Omega$	实验测得阻抗值/ $m\Omega$	相对偏差
500	9.999	9.983	0.163%
1000	9.999	9.998	0.013%
2000	9.999	10.009	0.097%
5000	9.999	9.995	0.043%
10000	9.999	10.008	0.087%
20000	9.999	10.000	0.007%
30000	9.999	10.000	0.007%
500	9.999	9.983	0.163%
1000	9.999	9.998	0.013%
2000	9.999	10.009	0.097%

表 6 (B) 微小阻抗测量实验 (测电容)

自动测量频率/Hz	电容标准阻抗值/ $nF$	实验测得阻抗值/ $nF$	相对偏差
500	93.936	95.320	1.47%
1000	93.936	94.283	0.37%
2000	93.936	94.308	0.40%
5000	93.936	94.130	0.21%
10000	93.936	93.778	0.17%
20000	93.936	93.503	0.46%
30000	93.936	93.227	0.76%
50000	93.936	93.448	0.52%
80000	93.936	93.479	0.49%
100000	93.936	93.89	0.05%

#### b. 结果讨论

本次实验中，事实上没有为电阻和电容提供标准值的测量手段，电阻和电容生产时有1%~5%的公差(一般而言，视型号而定)，文献<sup>[2]</sup>以LCR测试仪TH2826测量结果作为标准值，而本次实验没有提供这一设备，因此我们将电阻测量的平均值作为标准值，相对偏差更接近是标准差的意义而非与真值的差距(称为方差更为合适)，即本实验验证的仅为图13中左下角的情况，对应为实验测量结果的一致性好，而无法验证测量值是否准确。本实验在无更精确的方法进行标定的前提下事实上无法说明测量偏差是来源于电阻生产时标称值与实际值的公差还是来源于测量仪器的偶然或系统误差。

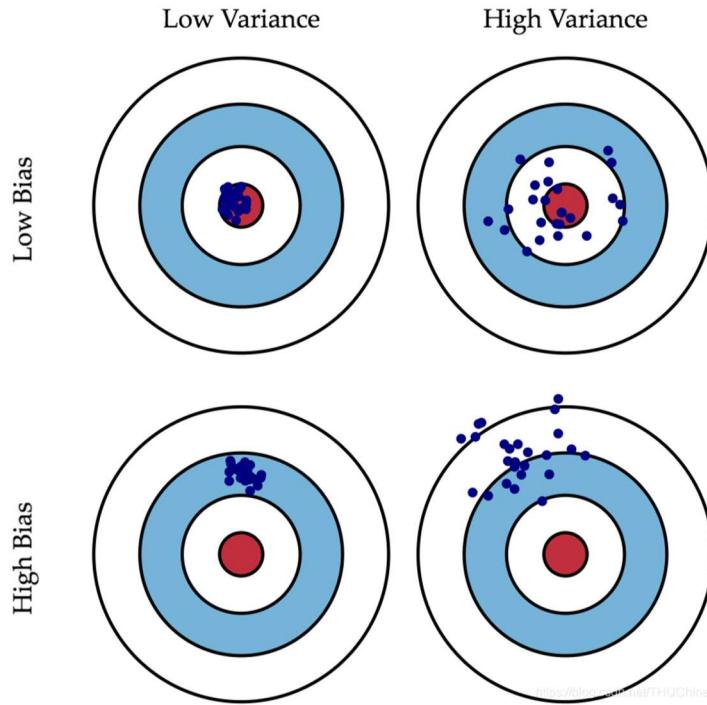


图 13 偏差和方差

实验结果表明，在频率 500~100000HZ 范围内，锁相放大器测量的阻抗值相对偏差都小于 1%，可见锁相放大器能够在此范围内较为一致地测量电阻与电容的阻抗值。

本实验使用了四线法测量阻抗，传统测量电阻的方法又称为二线法，其会引入电路内部阻抗的影响（包括但不限于导线电阻、接触电阻等，约  $1\sim 10\text{m}\Omega$ ）。四线法测阻抗原理为分离电流电极和电压电极，强制电流通过一对引线流过元件，而用另一对引线测量其压降，避免压降测量不准确，即避免测量结果同时包含了待测阻抗和电路内部阻抗的影响，从而尽可能地减少电路内部阻抗的干扰。

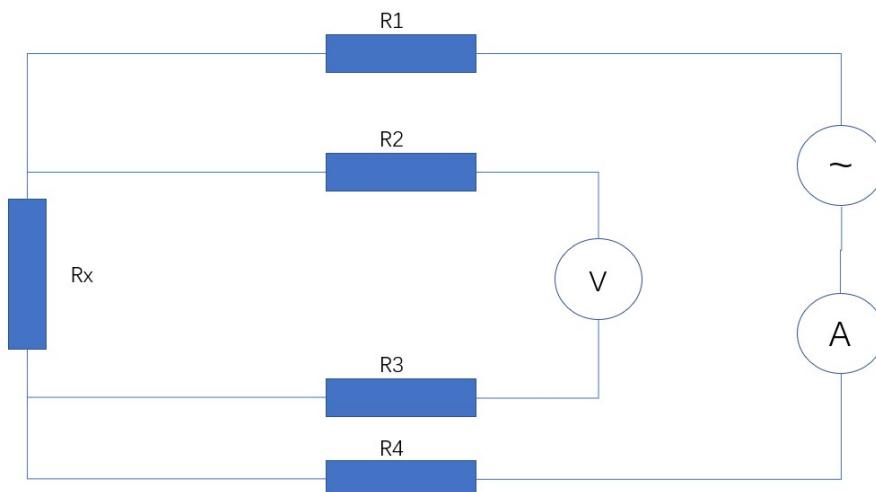


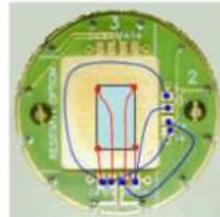
图 14 四线法测阻抗的原理

### 1. 思考在超导测量实验中如何应用微小阻抗测量的原理?

超导测量实验需要在低温环境下进行，需要综合物性测量系统提供低温环境，其微小阻抗测试的基本原理也为四线法，区别在于而测试样品需要通过预先做好电极再通过压焊或粘的方式连接在 PUCK 的测量通道上。



图 15 综合物性测量仪测电阻



Van der Pauw 法测电阻，  
同时占用 Ch1 & Ch2

图 16 四线法在直流电测量选件上的安装方法

### 2. 考虑采用本实验提供的锁相放大器，如何测量任意组合元件的阻抗？

测量方法与本实验中测电阻、电压和电感的测量方法类似，基于四线法布置电路，并将任意组合元件接入电路。因为任意组合元件的属性必为容性负载、感性负载和阻性负载中的一个，因此可以通过预实验确定负载的性质，再通过对对应的模式进行扫频测量阻抗。

#### (4) 变容二极管结电容测量实验

##### a. 实验结果

表 7 变容二极管结电容测量实验数据

反偏电压 / <i>V</i>	实验测得 R 值 / $\mu$ V	变容二极管 电容值 / nF	反偏电压 / <i>V</i>	实验测得 R 值 / $\mu$ V	变容二极管 电容值 / nF
1	374.79	0.26478	4.6	91.73	0.06295388
1.2	350.39	0.24692	4.8	77.01	0.05277321
1.4	327.92	0.23055	5.0	66.23	0.06295
1.6	308.10	0.21617	5.2	59.16	0.05277
1.8	290.49	0.20344	5.4	54.03	0.04534
2.0	271.96	0.19010	5.6	50.18	0.04047
2.2	257.66	0.17984	5.8	47.36	0.03694
2.4	242.18	0.16877	6.0	45.00	0.03429
2.6	228.43	0.15896	6.2	43.15	0.03236
2.8	213.85	0.14860	6.4	41.67	0.03074
3.0	200.50	0.13913	6.6	40.29	0.02947
3.2	187.52	0.12995	6.8	39.16	0.02845
3.4	174.87	0.12103	7.0	38.15	0.02751
3.6	162.23	0.11214	7.2	37.27	0.02673
3.8	148.94	0.10281	7.4	36.39	0.02604
4.0	135.29	0.09326	7.6	35.73	0.02544
4.2	121.19	0.08342	7.9	34.72	0.02484
4.4	105.47	0.07248			

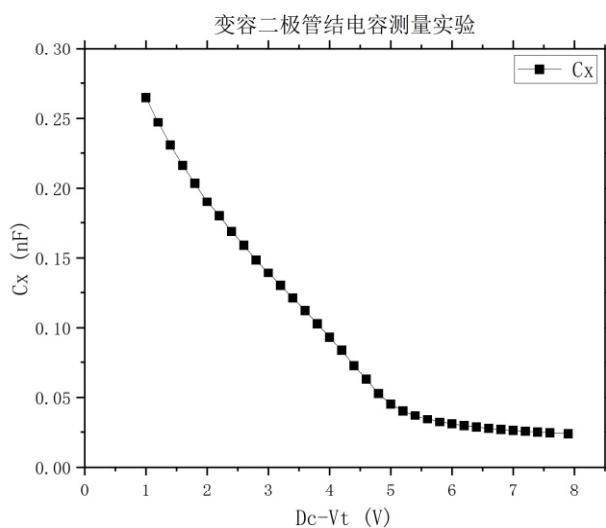


图 17 变容二极管结电容测量实验结果

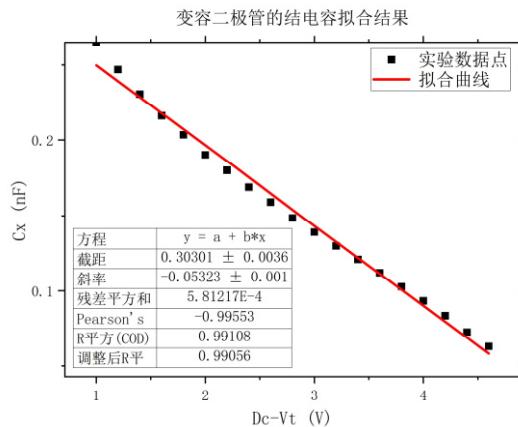


图 18 变容二极管结电容线性拟合结果

### b. 结果讨论

电容  $C_x$  的计算公式为:  $C_x = \frac{V_{out}}{V_{sine} - V_{out}} \times 6.8nF$ ,  $V_{sine} = 10mV$ ,  $C_x$  与反偏电压  $DC-V_t$  的关系曲线如图 17 所示,  $C_x$  随着反偏电压的增大而减小。在反偏电压为  $1V \sim 4.6V$  的区间内, 结电容接近线性下降, 线性拟合优度为 0.991(实际上更接近二次幂的速度下降)。在反偏电压大于  $4.6V$  时, 结电容下降趋势急剧变换, 反偏电压大于  $5.4V$  时, 随着电压下降, 结电容值趋于稳定, 变容系数为  $-1.66nF/V$ 。

此处变容二极管电容-电压关系模型选择  $C=C_0*(1+\alpha V)$ , 其中  $C_0$  为变容二极管的静态电容,  $\alpha$  为变容二极管的变容系数,  $B$  为反向偏压。而事实上结电容  $C$  与耗尽层的宽度  $d$  成反比, 对于平行板电容器而言  $C \propto 1/d$ , 又因为  $d$  与反向偏压  $V$  的  $n$  次方成正比 ( $n$  是与掺杂浓度有关的常数), 则  $C \propto 1/V^n$ 。我们在这里粗略地选择  $n=1$ , 模型也具有较好地解释性。

变容二极管可视为一个 PN 结, 当给其添加反向偏压, 耗尽层  $d$  变宽, 二极管的电容  $C$  下降, 因此可以通过反向偏压调节二极管电容值, 从而实现基于电压调控的可变电容器。而随着反偏电压下降不发生变化的部分则为寄生电容。然而这里仍存在一定疑点, 即实验测得寄生电容约为  $300pF$ , 其值显然偏大, 应还有我们未曾考虑到的其他因素影响。

### c. 思考题

1. 参考本方法, 思考三极管、场效应管的寄生电容或者电感如何测量。

可以与本实验内容一样, 通过检测三极管将 Lock-In 放大器的参考信号接入三极管的控制极 (Base) 和电源之间, 将被测三极管经过稳压后接入放大器的输入。由于结电容应只与反偏电压有关, 因此调整反偏电压, 不随反偏电压变化的部分则为寄生电容或电感。场效应管的寄生电容或电感可以通过类似的方法检测。

2. 某些传感器的阻抗在外界环境情况下会随环境快速响应, 例如测量发动机气缸的温度的变化。这种情况可以考虑用一个热敏电阻 (电阻值随着温度变化而变化) 作为传感器, 由于发动机气缸的温度变化很快, 因此传统的方法测量信噪比低; 思考及设计采用锁相放大技术进行测量的方案。

实验方案如下：

- 将热敏电阻连接到被测发动机气缸的表面。热敏电阻会随着气缸表面温度的变化产生相应的电阻变化。
- 施加一个小的交变电压到热敏电阻上，并将信号输入到锁相放大器中进行放大。锁相放大器能够提取电阻变化产生的微弱交流信号，并对其进行放大和滤波处理。
- 通过调节锁相放大器中的参考信号相位，可以将热敏电阻产生的信号与参考信号相位匹配，从而提高信噪比，并消除干扰信号。
- 获取输出信号，通过测量输出信号的幅值和相位差来计算热敏电阻的电阻值，从而得出热敏电阻上对应的温度值。

## (5) 电阻热噪声测量实验

### a. 实验结果

表 5 热噪声测量实验数据(时间常量:0.3s)

电阻/ $\Omega$	热噪声理论值 $nV/\sqrt{Hz}$	热噪声测量值 $nV/\sqrt{Hz}$	相对误差
50	1.702	12.41	629.14%
1k	7.613	16.02	52.48%
10k	24.075	27.83	13.50%
100k	76.131	86.82	14.04%

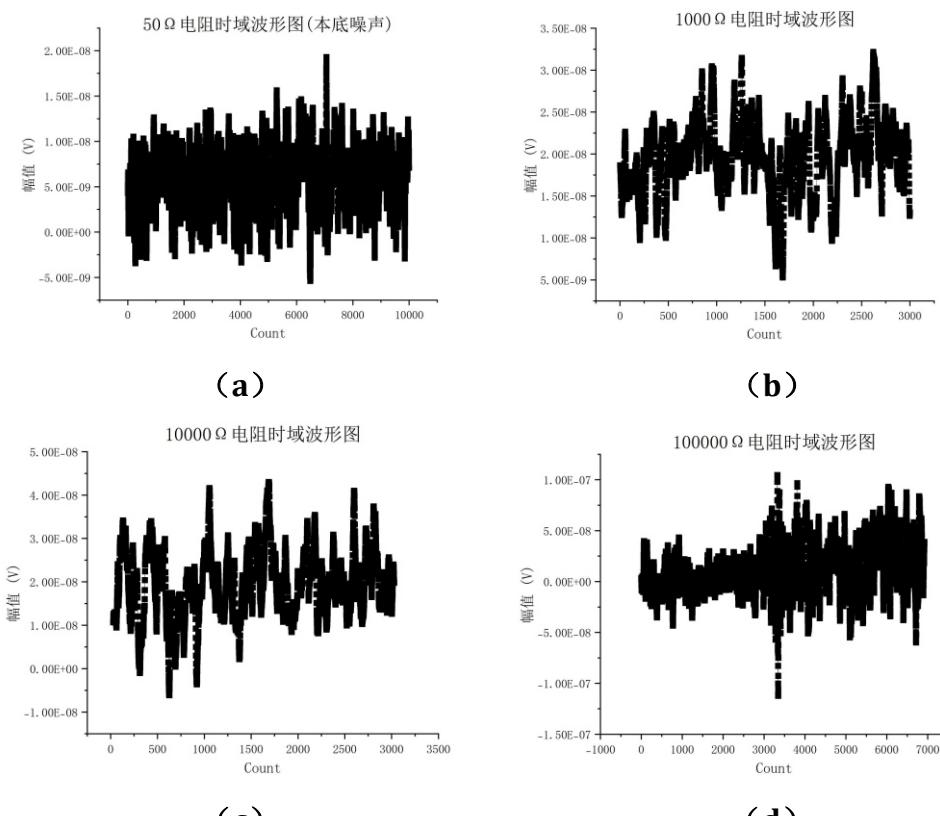


图 19 电阻时域波形图

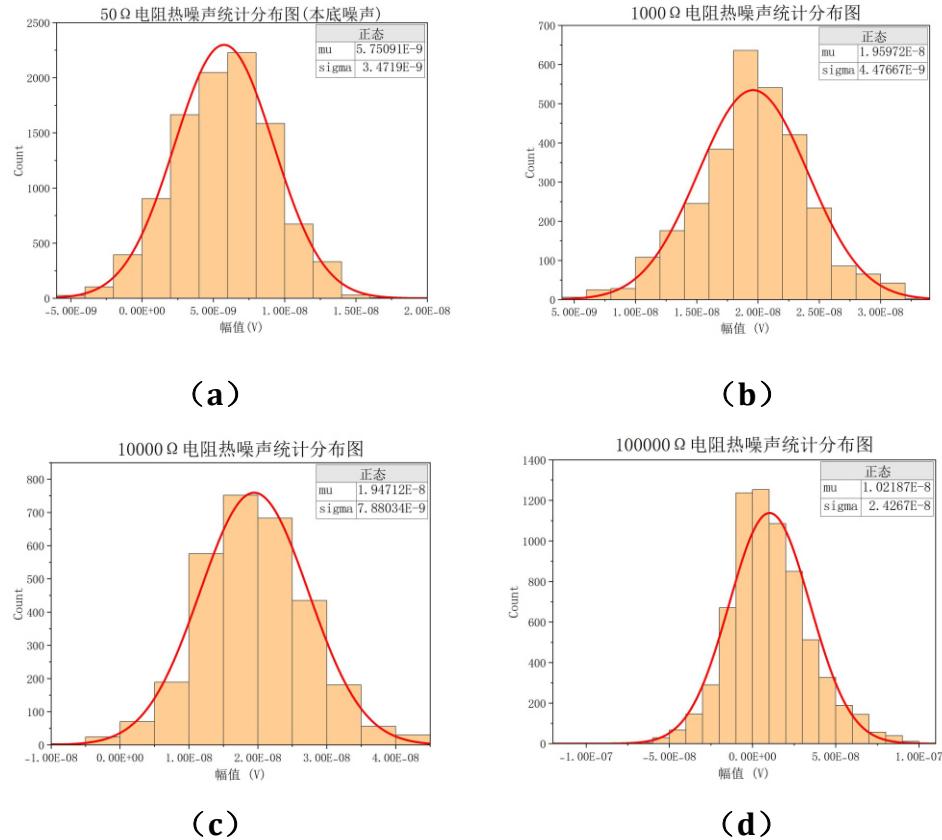


图 20 热噪声分布统计图

## b. 结果讨论

测量电阻热噪声的方法是在锁相放大器的输入接口短接一电阻。若电阻元件是理想的，没有噪声，则锁相放大器测得的应该是其本底噪声，实际情况下锁相放大器的测量值是电阻总噪声和锁相放大器本底噪声的叠加值。

消除本底噪声的方法是在仪器的输入接口短接  $50\Omega$  电阻。因为 BNC 连接头的等效阻抗  $50\Omega$ ，在保证阻抗匹配的情况下可测量锁相放大器的本底噪声，实际分析电阻热噪声结果时可以通过噪声叠加原理去除本底噪声的成分<sup>[4]</sup>。然而由于本次实验测量电阻较大，等效阻抗  $50\Omega$  产生的本底噪声导致热噪声产生的最大相对偏差也不超过 2%。

噪声的来源括热噪声、散弹噪声和  $1/f$  噪声。本次实验中主要测量的是热噪声，散弹噪声幅度较小可以忽略，而  $1/f$  噪声可通过提高测量频率使其远小于热噪声（实验中选择 997Hz），尽可能地减少其影响。

实验中通过绘制热噪声分布统计图并使用正态分布拟合（黑色曲线），发现噪声分布均较好地遵循正态分布，且电阻值越大，正态分布的标准差越大，对应热噪声也越大。

实验中本底噪声测量的相对偏差非常大，而对于  $10k\Omega$  和  $100k\Omega$  电阻测得的热噪声值则较为准确（文献<sup>[2]</sup>测量  $100k\Omega$  电阻热噪声参考相对偏差为 4.42%），推测是由于测量大电阻热噪声时其余干扰因素的相对影响较小，因此测量结果相对准确。

通过理论可知热噪声  $V = \sqrt{4KTRB}$ , 因此我们可以通过拟合 V-R 关系侧面验证我们的实验结果。拟合结果表明, V-R 关系较好地符合理论中  $V$  正比于  $\sqrt{R}$  的结论, 拟合优度为 0.9547, 侧面印证了理论的可靠性。

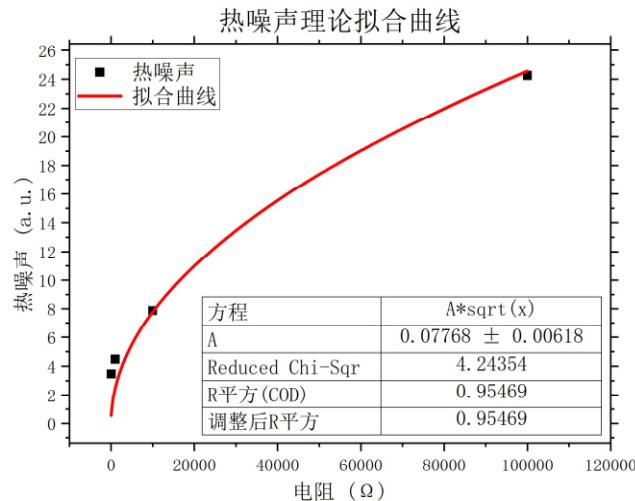


图 21 热噪声理论拟合曲线

### c.思考题

1. 查阅电路器件噪声的相关文献, 思考如何用锁相放大器测量  $1/f$  噪声?

实验方案如下:

- (1) 将待测信号接入到锁相放大器的输入端口。
- (2) 将锁相放大器的带宽设置得足够小, 以便在测量过程中只测量  $1/f$  噪声而不受高频噪声的干扰。
- (3) 测量信号的功率谱密度, 并记录下来。
- (4) 对记录的功率谱密度取对数, 然后绘制出功率谱密度与频率的对数-log 图。
- (5) 在图像上找到-1 斜率的线性区域, 该区域表示  $1/f$  噪声的分布。通过拟合直线来确定  $1/f$  噪声的参数。

本次实验中没有更改噪声频率进行测量, 也就无法像文献 2 一样测得噪声功率谱, 进而通过对数曲线线性拟合  $1/f$  噪声。

2. 将白噪声通过一个  $RC$  低通滤波电路, 考虑如何用锁相放大器测量白噪声经过滤波后的噪声波形。

- (1) 将白噪声通过  $RC$  低通滤波器进行滤波, 得到经过滤波的信号。然后将该信号输入到锁相放大器中的参考端口, 并将锁相放大器的输出连接到示波器上。
- (2) 在锁相放大器中设置合适的参考频率和滤波参数, 以便从噪声信号中提取出所需的信息。在测量过程中, 锁相放大器会将参考信号与输入信号相比较, 并输出一个与输入信号相干的交流电压信号, 该信号包含了输入信号特定频率成分的振幅和相位信息。

(3) 示波器可以显示锁相放大器输出信号的波形，即为经过滤波后的噪声波形。示波器和锁相放大器之间的连接方式参考文献<sup>5[5]</sup>，将 O U T P U T 输出端连接到示波器的输入端，锁相放大器输出噪声信号经过  $A_{total}$  放大和全波整流的正弦波至示波器。

## 六、实验结论

本次实验中我们进行了基于锁相放大器进行了强噪声背景下检测微弱信号实验、微弱信号多谐波测量实验、微小阻抗测量实验、变容二极管结电容测量实验和电阻热噪声测量实验五项实验内容。锁相放大器基于相敏检测技术(PSD)，同时用调制器将直流信号或低频信号的迁移到高频调制频率中，最大程度地减少噪声对检测目标信号产生的影响，从而从强噪声环境中提取得到微弱信号。实验一验证得到 OE1022 型锁相放大器电压分辨率比 UTD2025C 型示波器提升两个数量级，且可以在-80dB 的信噪比下检测目标信号。实验二利用方波验证示波器的微弱信号多谐波测量功能，测量相对偏差均在 1% 以内；实验三使用四线法测量微小阻抗，相对偏差也均在 1% 以内；实验四测量得到变容二极管的电容-电压曲线，对线性段进行拟合，拟合优度超过 0.99，而平台段则认为是寄生电容产生的影响。实验五测得不同阻抗下热噪声均接近高斯分布，通过拟合手段可以验证实验结果较好地符合理论中  $V \propto \sqrt{R}$  的结论，拟合优度为 0.958。

本次实验中学习了锁相放大器的基本工作原理与使用方法，并结合具体实验内容初步了解或实践了四线法测量微小阻抗、测量变容二极管、场效应管等寄生电阻的实验方法。希望日后有更多机会能将本次实验所学应用到其他工作中。

## 七、参考文献与资料

- [1] 王自鑫,陈泽宁,王健豪等.基于数字锁相放大技术的强噪声背景下检测微弱信号教学实验[J].物理实验,2016,36(03):1-4.
- [2] 王自鑫,陈泽宁,王健豪等.基于锁相放大器的微弱信号检测教学实验平台设计[J].实验技术与管理,2017,34(02):88-92+96.DOI:10.16791/j.cnki.sjg.2017.02.024.
- [3] 王自鑫.OE5001微弱信号检测教学实验箱(配套数字锁相放大器使用)[J].物理实验,2017,37(11):62.
- [4] 贾莲莲,贺子芸,曾迪昂等.基于数字锁相放大器测量电阻热噪声[J].物理实验,2018,38(12):1-5.DOI:10.19655/j.cnki.1005-4642.2018.12.001.
- [5] 陈泽宁,王自鑫,贺子芸等.数字锁相放大器中相敏检测技术的基本原理实验[J].物理实验,2018,38(01):22-28.DOI:10.19655/j.cnki.1005-4642.2018.01.005.
- [6] UTD2025C示波器相关参数 [https://www.chem17.com/Offer\\_sale/detail/9262826.html](https://www.chem17.com/Offer_sale/detail/9262826.html)
- [7] Dazzi A, Prater CB. AFM-IR: Technology and Applications in Nanoscale Infrared Spectroscopy and Chemical Imaging. Chem Rev. 2017 Apr 12;117(7):5146-5173. doi: 10.1021/acs.chemrev.6b00448. Epub 2016 Dec 13. PMID: 27958707.
- [8] 宋改青,董有尔.锁相放大器在电池内阻测量中的应用[J].物理测试,2006(02):57-59+62.DOI:10.13228/j.boyan.issn1001-0777.2006.02.019.

# 基于 COMSOL 仿真模拟的气体放电分析

---

## 摘要

等离子体作为固态、液态、气态外物质的第四种物态，由电子和正离子组成，并与一些重大的科学技术问题密切关联，具有重要的研究价值。本文测量空气放电的 V-I 特性曲线，基于伏安特性和放电照片将实验中观察到的气体放电现象划分为亚辉光放电、辉光放电和异常辉光放电三个阶段、并观察不同气压下的伏安特性曲线变化。基于拍摄放电照片法将放电区域划分为负辉区、法拉第暗区、正柱区等把各区域，并基于仿真结果的沿正柱区轴向长度方向的各物理量计算结果对八个区域的物理特性进行深入阐释。

本文使用 Langmuir 探针测量 I-V 特性曲线，并通过拍摄放电照片法观察反向饱和、过渡阶段和正向饱和的特性图像。实验结果表明，过渡区的  $\ln(I)-V$  曲线具有良好的线性关系，通过拟合曲线斜率计算得到电子温度、等离子体密度及德拜长度。

本文基于气体放电的流注理论解释了实验中观察到正柱区电子崩的形成机制，提出导致实验和仿真结果中正柱区的发光形状存在差异的原因是仿真模型采用了恒定的约化电子迁移率。并进一步使用两项玻尔兹曼方程改进理论模型以更准确地描述正柱区的实验现象。

**关键词:** 气体放电;辉光放电；能量分布函数 (EEDF) ; COMSOL

## 目录

<b>1 研究背景.....</b>	<b>3</b>
<b>2 实验原理与理论分析.....</b>	<b>3</b>
<b>3 实验方案与步骤.....</b>	<b>7</b>
3.1 实验装置.....	7
3.2 实验步骤(气体放电).....	7
3.3 实验步骤(等离子体诊断).....	8
<b>4 实验结果与分析.....</b>	<b>9</b>
4.1 空气放电的 V-I 特性曲线 .....	9
4.2 气体放电的图像分析.....	10
4.3 基于朗缪尔探针的等离子体诊断.....	12
<b>5 仿真模型的建立与结果.....</b>	<b>16</b>
5.1 仿真模型的建立.....	16
5.2 仿真结果展示.....	18
5.3 仿真结果讨论.....	21
5.4 等离子体放电的瞬时过程.....	23
<b>6 仿真模型与实验结果对比.....</b>	<b>27</b>
6.1 发光形状的对比(定性).....	27
6.2 电子密度关系与伏安特性曲线对比(定量).....	29
6.3 基于两项玻尔兹曼方程的理论改进.....	30
<b>7 思考与拓展.....</b>	<b>32</b>
<b>8 实验结论 .....</b>	<b>33</b>
<b>参考文献.....</b>	<b>34</b>
致谢.....	34

## 1 研究背景

气体放电是一种常见的自然现象，1673 年由威廉在旋转硫磺球上首次产生了电火花放电，1802 年彼得罗夫发现了电弧放电。在麦克斯韦方程组建立后，人们对放电现象的认识大大加深，并与 1929 年提出了等离子体的概念。<sup>[1]</sup>

伴随着电磁学在 19 世纪的高速发展，人们很早便建立起了对直流辉光放电现象的认识，法拉第在研究低气压放电时发现辉光放电现象和法拉第暗区，随后普吕克尔在研究辉光放电时发现了阴极射线，为电子的发现打下基础。本次实验中将基于气体放电的原理、物理图像，掌握并气体放电与等离子体诊断仪的使用方法，进而测量气体放电的 V-I 特性曲线并分析不同阶段放电形式、观察正常辉光放电的外形并解释现象并根据朗缪尔探针测量的 I-V 特性曲线计算电子温度、等离子体密度。

## 2 实验原理与理论分析

### (一) 气体放电的基本特点

气体放电的特性：

(1) 参与气体导电的载流子不仅有电子，还有正离子，而且其密度随外界情况和粒子的运动情况的变化而不断变化。

导电性来源：

①外界辐射导致气体分子电离；电极的光电效应；加热气体导致热运动加剧，发生电离碰撞；电极温度升高，产生热电子发射：被激载流子。

②导电的电子和正离子碰撞，使气体分子电离产生新的载流子；放电产生的光子，产生光电离：自激载流子。

(2) 气体放电的伏安特性曲线比较复杂：

近似自由电子模型：

$$\sigma = ne^2 \frac{\bar{\lambda}_e}{m_e \bar{C}_e} \quad (1)$$

气体的电导率  $\sigma$  是随着外界条件、所加电压、气体压强的变化而改变的数值。

### (3) 气体放电的能量转换有多个方式:

分析气体放电时,载流子从电场中获得的能量,不仅可以转化为热运动的能量,而且还可以转化为激发能、电离能、光能等等。

## (二) 气体放电实验

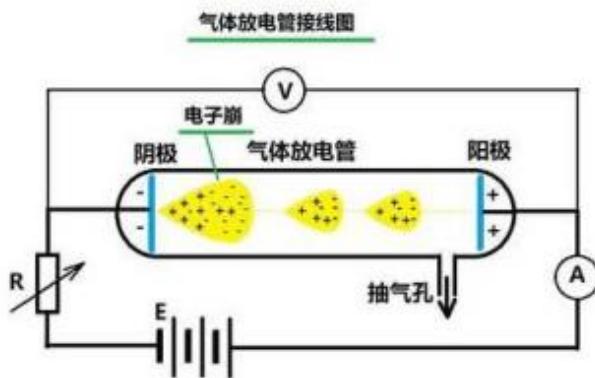


图 1 实验装置简图

真空管真空度一般为十分之几托。可以通过可变电阻调节放电管两端电压。

具体阶段:

- (a) 汤生放电: 随着放电电压增加, 放电过程的外界因素产生的电子与中性粒子碰撞产生新的电子叫自激电子, 从自激电子开始到发生破裂为止的阶段叫汤生放电; 此时, 光芒受外界影响大, 且光芒虚弱。
- (b) 辉光放电: 破裂后, 电流随着电压增大而减小, 并趋于稳定。此时, 放电管的阴极表面的部分或者整个区域出现了柔和的辉光, 放电进入辉光放电阶段。
- (c) 正常辉光放电: 电流随电压保持稳定不变, 同时放电管内气体出现了明暗相间的若干个区域。(应用稳压管)
- (d) 异常辉光放电: 电流随着电压的增加放电电压接近线性增加的阶段。应用于等离子体清洗、磁控溅射等领域。
- (e) 弧光放电: 当异常辉光放电到达最高时, 随着电流的增加, 其电压突然下降到几十伏特保持不变, 电流急剧增加到 100A 以上。(应用于电弧离子镀膜, 真空自耗炉等)

### (三) 正常辉光放电现象及解释

辉光放电与汤生放电的主要区别在于其特殊外形。

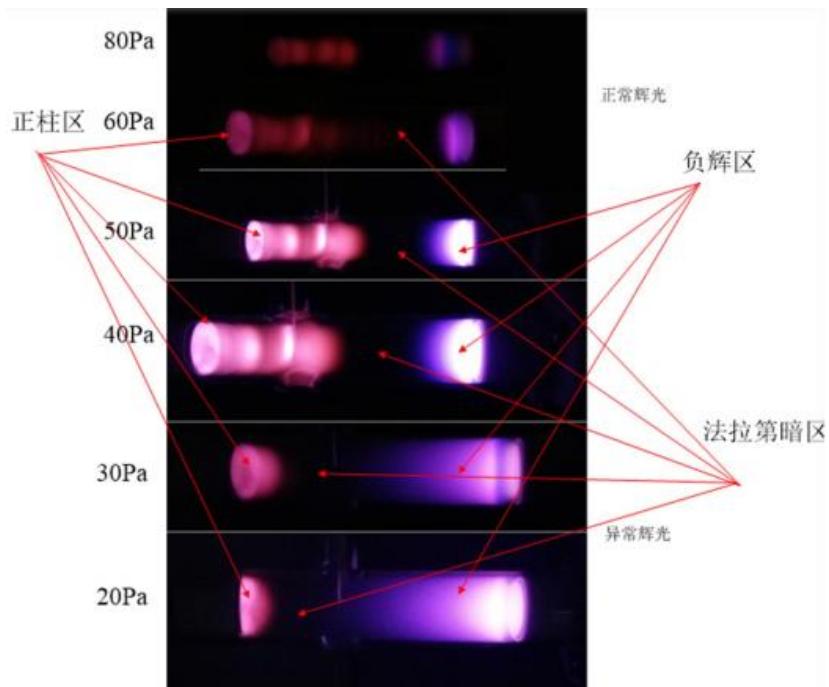


图 2 放电管内辉光放电外型图

### (四) 等离子体诊断

调节放电管两端的电压、电流，使其处于正常辉光放电区域。调整正柱区形状，使朗缪尔探针位于正柱区的光亮区域，此时探针位于等离子体区。调节朗缪尔探针的电位，测量朗缪尔探针对地的 I-V 特性曲线。

- ①等离子体空间电位：等离子体相对于地的电位（差）。
- ②等离子体密度：与电子密度、离子密度相等。
- ③电子温度：等离子体中大量电子做运动所具有的动能的宏观表现。
- ④探针悬浮电位：朗缪尔探针悬浮在等离子体中（悬浮电流为零）时探针相对地的电位差。
- ⑤德拜长度：描述等离子体的最小尺度。

### (五) 朗缪尔探针诊断

结构上，朗缪尔探针是一个高熔点金属丝（0.2mm 钨丝）并做真空密封处理。一般用钨丝或钼丝或钽丝，真空还原场景也可以用石墨丝。

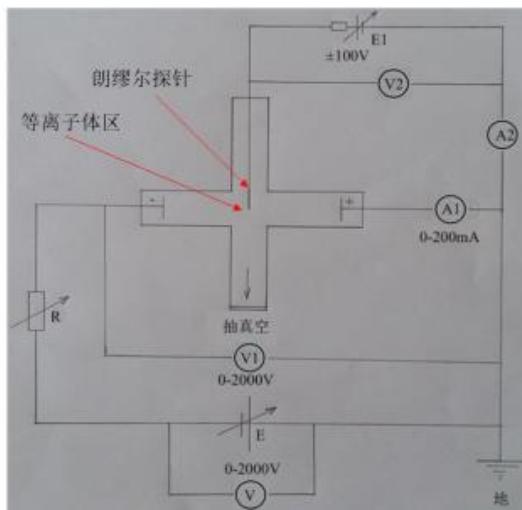


图 3 SSV-40 型气体放电与等离子体诊断仪电路简图

实验原理如图 4。朗缪尔探针放入真空管中（真空密封），接触等离子体；另一端与驱动电源（输出±100V）相连，而驱动电源另外一端与放电管的阳极、地相连。表 A2、V2 实时显示朗缪尔探针的电压和电流。

本实验中采用的探针参考参数：直径 D=0.12mm, 长度 L=10mm。

诊断结果如图：

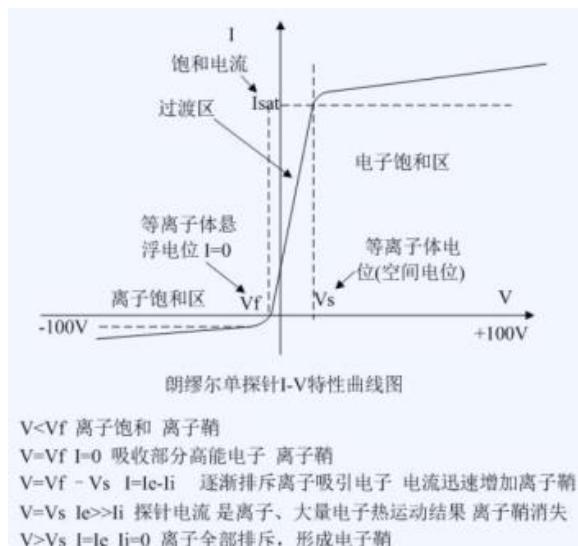


图 4 诊断结果参考

空气放电的等离子体悬浮电位： $I=0$  处的电位；

等离子体空间电位：电流饱和处的电位；

电子温度：在电子电流过渡区，根据麦克斯韦方程，可将坐标转换为  $(\ln(I)-V)$ ，其

斜率为  $\frac{e}{kT_e}$ 。

等离子体密度：根据  $I_{sat} = n_e e A \sqrt{\frac{kT_e}{2\pi m_e}}$  计算。

### 3 实验方案与步骤

#### 3.1 实验装置

表 1：核心实验设备

序号	设备及型号	用途
1	气体放电与等离子体诊断仪 SSV-40	实验主体设备

#### 3.2 实验步骤(气体放电)

##### 第 1 步:检查进气阀，气压微调阀

检查气瓶开关、气压大小。由于本实验目前观察的是空气放电，因此只需要打开进气阀阀门是否打开 (逆时针方向拧松) 气压微调阀是否关闭 (逆时针方向拧到底) 即可，两个阀门位置如右图所示)。检查进气阀阀门是否打开 (逆时针拧松)，气压微调阀是否关闭 (逆时针方向拧到底)；

##### 第 2 步:抽真空

打开总电源，真空泵电源，真空泵开关(位于真空泵上)，此时真空系统开始给放电管抽真空，抽至 5Pa 以下。

注意:此时仅打开了进气阀，流量计的气压微调阀并未调节，因此整个放电腔体仍然处于真空状态。抽真空: 打开总电源、真空泵电源、真空泵开关，将放电管抽真空至 5Pa 以下；

##### 第 3 步:充气、调节真空度

缓慢旋转气压微调阀，同时观察真空度直到稳定在设定值为止。

一般情况下设置为 20-100Pa;本实验中为 30-50Pa。

##### 第 4 步:打开电压电源

检查 3 个电位器旋钮，使其处于最低档位逆时针旋转到底)

打开电压总电源，缓慢调节总电压值至 1050V 左右充气、调节真空度:缓慢旋转气压微调阀，使真程度稳定在设定值；

##### 第 5 步：准备记录放电管的 VI 特性曲线

“档位”开关打到 1 拨动“限流电阻调节开关”1 由左向右旋动，每旋动一次限流电阻，其阻值相应减小一次，这时记下此时的放电管电压 V 和电流 I,即(V)在记录纸上。

直到“限流电阻调节开关”1被拨动到最右边为止，这时拨动“档位开关打到2，并拨动“限流电阻调节开关”2由左向右旋动，每旋动一次限流电阻，其阻值相应减小一次，这时记下此时的放电管电压V和电流L,即(VI)在记录纸上直到“限流电阻调节开关”2被拨动到最右边为止，这时拨动“档位”开关打到3，并拨动“限流电阻调节开关”3由左向右旋动，每旋动一次限流电阻，其阻值相应减小一次，这时记下此时的放电管电压V和电流,即(VI),在记录纸上。在不同放电区域拍摄并记录;观察不同的电压电流下的放电管V-I特性曲线的差异。

#### **第6步：实验结束后档位复原**

实验结束后，依次按照顺序将各个档位复原，顺序如下:1.三个电压档位调节，复原到电阻最大值，即逆时针旋转到底。2.将电压电源从1050V缓慢调节至最小值，然后关闭电源 3.关闭电压电源 4.缓慢旋转关闭气压微调阀(逆时针旋转到底)。5.关闭进气阀(顺时针拧到底)6.关闭真空泵电源 7.关闭总电源

### **3.3 实验步骤(等离子体诊断)**

- 1.检查进气阀阀门是否打开(逆时针拧松)，气压微调阀是否关闭(逆时针方向拧到底);
- 2.抽真空：打开总电源、真空泵电源、真空泵开关，将放电管抽真空至5Pa以下；
- 3.充气、调节真空气度:缓慢旋转气压微调阀，使真空气度稳定在设定值；
- 4.打开电压电源，检查3个电位器旋钮，使其处于最低档位(逆时针旋转到底)。

将总电压调至1050V左右。

- 5.调节放电管的V-I特性曲线，使朗缪尔探针位于等离子体区(即正柱区)
- 6.测量等离子区的I-V特性曲线：

首先检查朗缪尔探针电压调节旋钮是否归零(逆时针旋转到底)，然后打开朗缪尔探针驱动器电源开关。缓慢增加探针电压，并记录数据，由于本实验中的电压调节旋钮并非电位式旋钮，因此数据采集间隔按照电压步长为1V取值即可(实际数值以授课教师要求为准)。测量范围从-100V至100V，受仪器影响，测量范围略有偏差，以实际情况为准。

- 7.档位复原。

## 4 实验结果与分析

### 4.1 空气放电的 V-I 特性曲线

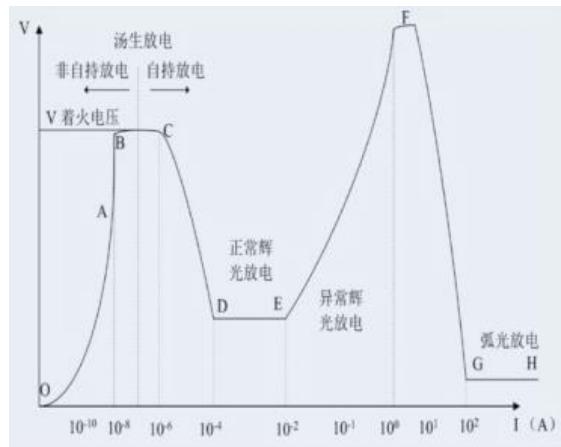


图 6 气体放电伏安特性

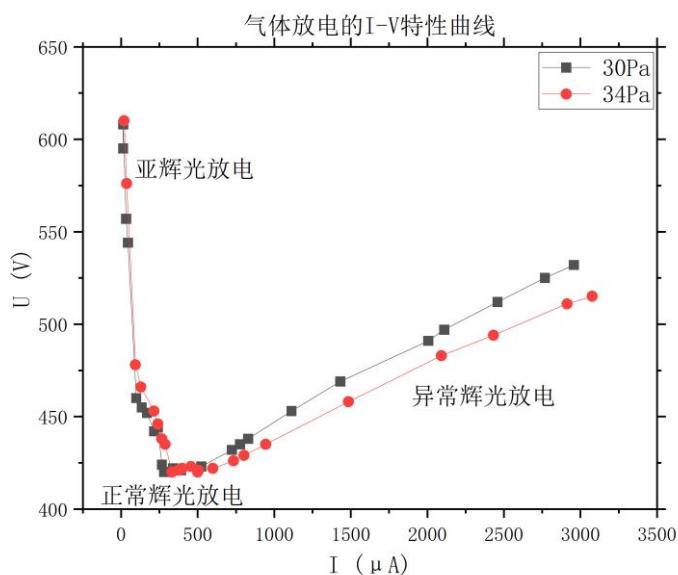


图 7 气体放电的 I-V 特性曲线(实验)

对比图 6，在本次实验中，我们测量的区间大致从自持放电到异常辉光放电的区间。我们没有测得非自持放电阶段的原因是电流表的最小分度为  $1 \mu A$ ，而非自持放电的电流值大约为  $0.1 \mu A$  的数量级，而没有测得弧光放电的阶段原因为保护设备而没有对气体施加过大的外部电压。

自持放电指的是不依靠外界作用，在电场作用下能自己维持导电状态。气体自持放电的特征与气体的种类、压强、电极的材料、形状、温度、间距等诸多因素有关，而且往往有发声、发光等现象伴随发生。在图 7 曲线的下降的区域内，气体发生自持放电，

电压随着电流的上升而迅速下降。

正常辉光放电区域对应一个平台，即正常辉光放电区域内，电压几乎不随电流变化而变化，而曲线的上升区域则对应异常辉光放电区域，在这一区域内，电压随电流的上升而快速上升。

对比不同气压下的实验结果可以发现，对于自持放电而言，在不同的气压下自持放电的 I-V 特性曲线形状十分相似，这意味着电压只是改变了气体放电的一些外部参数，没有影响自持放电的物理本质。我们将在后面部分结合仿真模型对直流放电的伏安特性曲线进行进一步的分析。

## 4.2 气体放电的图像分析

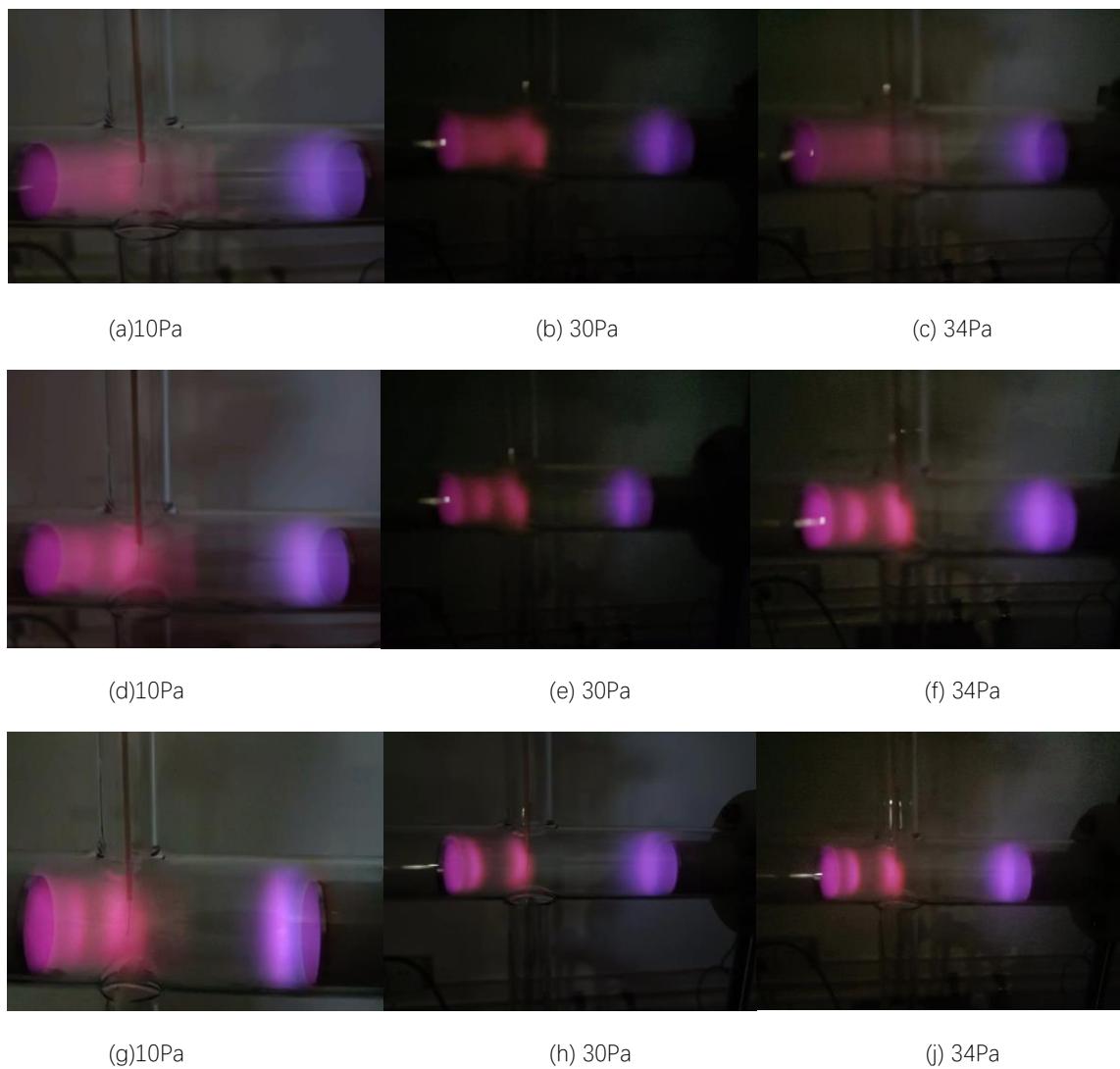


图 8 气体放电的图像分析

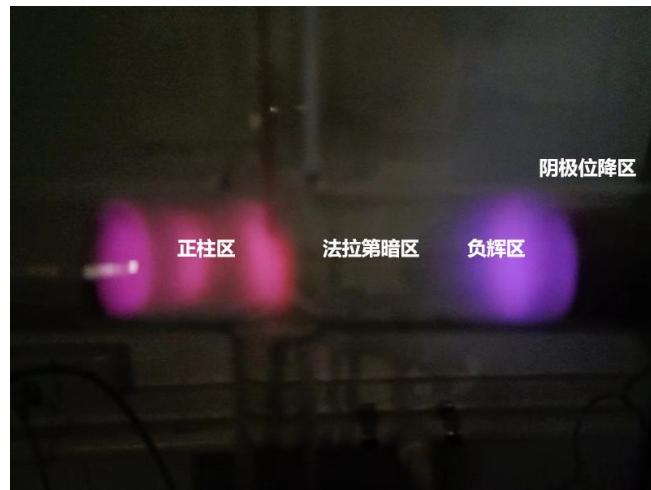


图 9 辉光放电的外形与区域

我们可以将气体放电的图像分为以下七个区域：

①阿斯顿暗区：电子刚刚离开阴极，加速距离尚短，从电场得到的能量不足以激发气体原子，因此没有发光。

②阴极辉区：此区域中电子已获得足够的能量，可以激发气体原子发光。

③阴极暗区(阴极位降区)：维持放电的机制是从阴极发射二次电子。当被离子撞击时，电子以指定的概率从阴极表面发射出来。这些电子随后在靠近阴极的强电场中加速，在那里它们获得足够的能量来引发电离。最终结果是阴极附近的电子密度迅速增加，且电子能量较高，有利于电离而不利于激发，因此发光微弱。该区域被称为阴极下降区或克鲁克斯暗区。

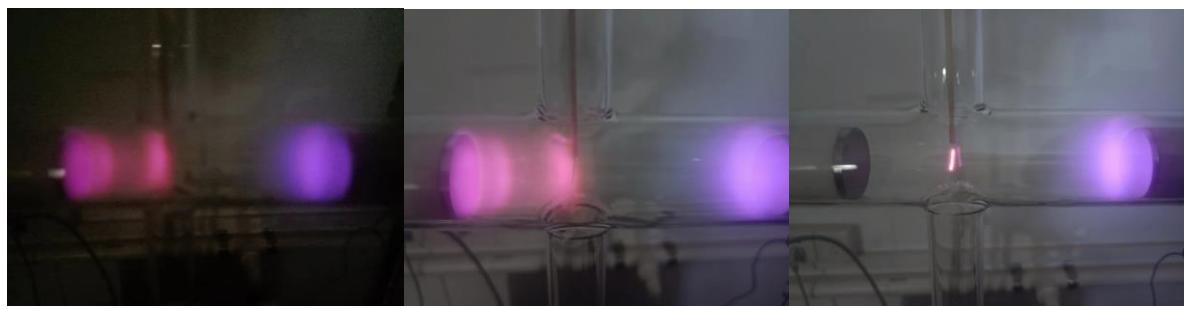
④负辉区：与阴极暗区有明显的分界，且在分界线上发光最强，随后逐渐变弱，进入法拉第暗区。

⑤法拉第暗区：负辉区到正柱区的过渡区域。在本区域中，电子能量很低，不发生激发或电离，呈现暗区的状态。

⑥正柱区：电子在法拉第暗区中受到加速，具备了足以激发和电离气体的能量后在本区中激发电离原子形成的，正柱区中电子、离子浓度很高且两者的浓度相等，为等离子体存在的区域。在本次实验中，正柱区出现了多个电子崩的发光区域，我们将在第六部分进行详细讨论。

⑦阳极辉区和阳极暗区：在阳极辉区中，电子迅速向阳极运动，激发气体。而阳极暗区中，电子能量较低，不足以激发气体发光。由于本次实验中使用的放电管较长，正柱区几乎充满整个放电管，因此并不能显著地观察到这一区域。

### 4.3 基于朗缪尔探针的等离子体诊断



(a) 反向饱和

(b) 悬浮电位

(c) 正向饱和

图 10 引入朗缪尔探针的辉光放电形态

朗缪尔探针进行等离子体诊断，有反向饱和、过渡阶段和正向饱和三个阶段。在反向饱和阶段里，由于朗缪尔探针进行反向注入，电子崩将会扩张开来。然而由于此时电子受到负电位的排斥作用，朗缪尔探针主要吸引正离子移动，从而在探针周围形成一层由正离子构成的空间电荷层，并能够屏蔽探针产生的电场，且正离子移动缓慢，等离子区中的正离子只能通过热运动穿过该区域抵达探针，因此电流-电位差关系出现平台期，电流为微弱的负值。

而处于过渡阶段的悬浮电位，朗缪尔探针和等离子体内部的电压相等，此时对等离子体形态没有影响。当电压进一步增大时，探针对电子的排斥作用转变为吸引作用，对正离子的吸引转变为排斥作用，这一区间内，正离子构成的屏蔽层溃散，电流随电压呈现线性变化，因此电流随着电压近似的呈现线性增长。

在悬浮电位后，由于电位差逐渐增大，因此足以克服能垒的电子数逐渐增加，因此电子将逐渐导入朗缪尔探针中，显示的形态则为电子崩逐渐被朗缪尔探针吸收并消失，本次实验中电子的能量统计结果即来自于电流-电位差的关系。而达到正向饱和电压后，继续增大电位差，由于等离子体大部分均已被吸收，电流继续增大的电子只能来自于阳极，电流-电位差关系出现平台期。

Table 1: 空间电位与饱和电流

气压(Pa)	悬浮点位(V)	空间电位(V)	饱和电流(μA)
24	-53.8	31.8	120
30	-53	29.2	210
34	-51.1	29.9	345

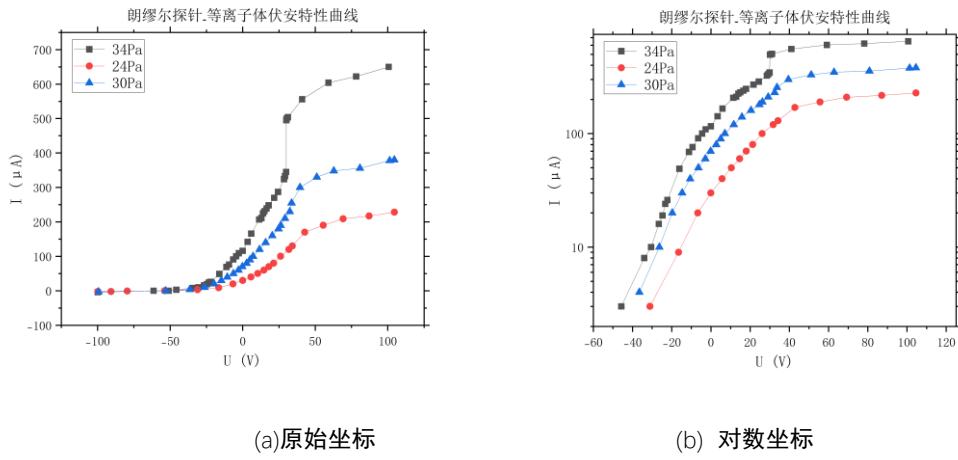


图 11 朗缪尔探针-等离子体的伏安特性曲线

假设带电粒子热平衡服从 Maxwell 分布：

$$V_e = \sqrt{\frac{2kT_e}{\pi m_e}} \quad (1)$$

则电流可以写为：

$$I_e = \frac{1}{2} enS \sqrt{\frac{2kT_e}{\pi m_e}} \quad (2)$$

由于探针相对于等离子体为负电位，其表面形成正电荷鞘层，电子必须克服库仑势才能到达探针，总电流为：

$$I = I_s(1 - e^{\left[ \frac{-e(V_s - V)}{k_B T_e} \right]}) \quad (3)$$

则电子/正离子温度为：

$$k_B T = e(V - V_s)/In(\frac{I - I_s}{I_s}) \quad (3)$$

以  $\ln(I)$ - $V$  作图，则斜率为：

$$k = \frac{e}{k_B T_e} \quad (4)$$

电子密度可以写为：

$$n_e = \frac{2I_s}{eS} \sqrt{\frac{\pi m_e}{2kT_e}} \quad (5)$$

在等离子体中某一局部范围内出现净电荷时，其周围就会立刻形成一个异号电荷粒子的屏蔽层。异号电荷的电场抵消过剩电荷的电场，使在异号电荷外侧的电势为零，即鞘层外面的等离子体仍保持中性，这种现象称为德拜屏蔽，德拜长度写为：

$$\lambda_{De} = \sqrt{\frac{\varepsilon k T_e}{n e^2}} \quad (7)$$

因此拟合后我们可以通过斜率求出电子温度、电子数密度和其德拜长度。

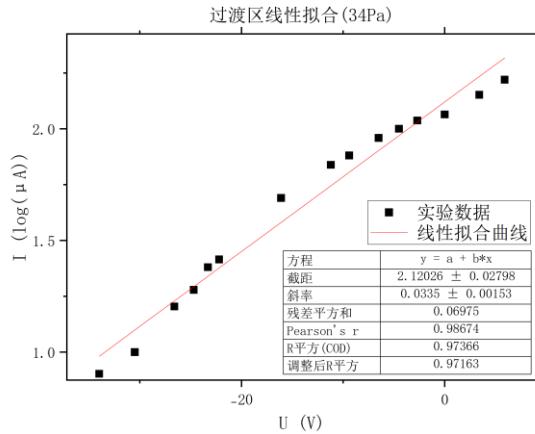


图 12 过渡区线性拟合(34Pa)

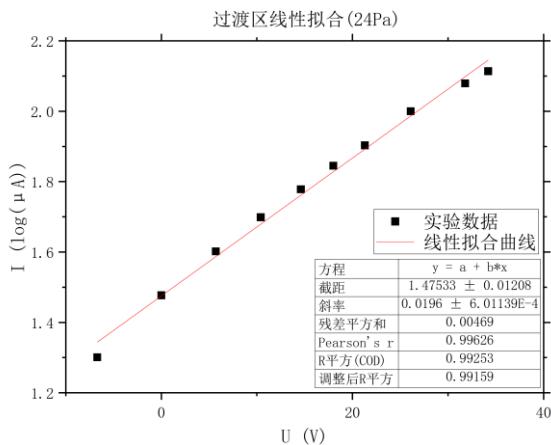


图 13 过渡区线性拟合(24Pa)

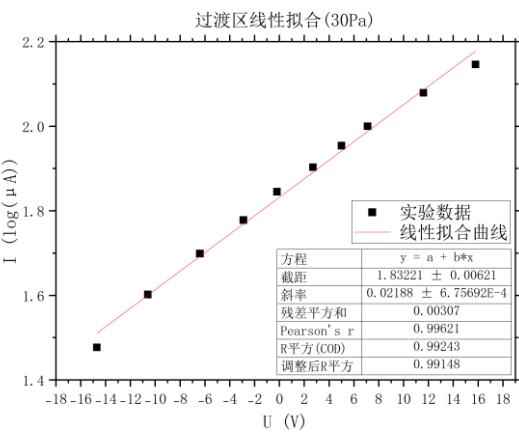


图 14 过渡区线性拟合(30Pa)

**Table 2:** 过渡区线性拟合结果

气压(Pa)	斜率	截距	拟合优度
24	$0.0196 \pm 0.0006$	$1.48 \pm 0.01$	0.99159
30	$0.0219 \pm 0.0006$	$1.832 \pm 0.006$	0.99148
34	$0.0335 \pm 0.002$	$2.12 \pm 0.03$	0.97163

**Table 3:** 电子温度、密度与德拜长度

气压(Pa)	电子温度( $10^3 K$ )	电子密度/ $(10^{14} m^{-3})$	电子德拜长度/mm
24	$203 \pm 6$	2.83	1.85
30	$218 \pm 6$	4.78	1.47
34	$346 \pm 20$	6.24	1.62

对过渡区 In(I)-V 关系进行线性拟合, 拟合优度均高于 0.97, 具有良好的线性关系。随着气压变化求得电子温度在  $200\sim400 \times 10^3 K$  之间, 而电子密度在  $2.8\sim6.3 \times 10^{14} m^{-3}$  之间, 电子德拜长度则为毫米量级。我们发现气压和电子密度之间呈良好的线性关系。

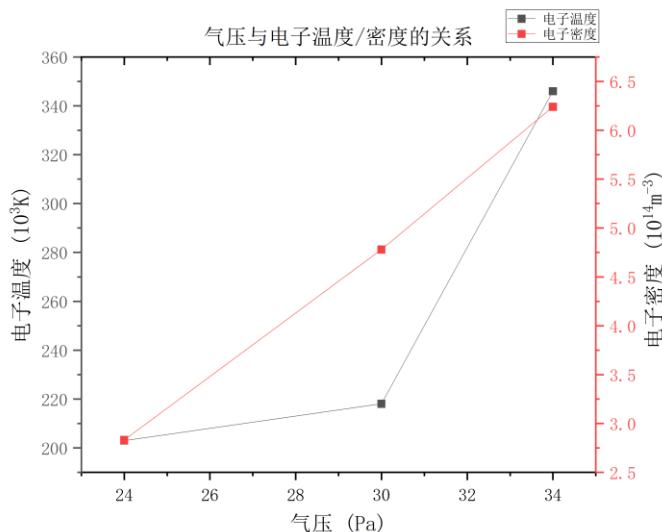


图 15 气压与电子温度与密度的关系

## 5 仿真模型的建立与结果

### 5.1 仿真模型的建立

#### (一) 场方程

在此我们仅列出求解有限元模型的关键方程, 求解一组电子密度和电子平均能量的漂移扩散方程<sup>[2]</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_e) + \nabla \cdot [-n_e(\mu_e \cdot E) - D_e \cdot \nabla n_e] = R_e \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_\varepsilon) + \nabla \cdot [-n_\varepsilon(\mu_\varepsilon \cdot E) - D_\varepsilon \cdot \nabla n_\varepsilon] + E \cdot \Gamma_e = R_\varepsilon \quad (9)$$

假设有 M 个反应有助于电子密度增长或衰减, 有 P 个非弹性电子-中性粒子碰撞。在直流放电模型中, 我们使用汤森系数取代速率系数来定义反应速率以更好地描述了阴极下降区的情况:

$$R_e = \sum_{j=1}^M x_j \alpha_j N_n |\Gamma_e| \quad (10)$$

$$R_\varepsilon = \sum_{j=1}^P x_j k_j N_n n_e \Delta \varepsilon_j \quad (11)$$

而静电场的计算方程为:

$$-\nabla \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \nabla V = \rho \quad (12)$$

空间电荷密度  $\rho$  根据模型中指定的等离子体化学成分计算:

$$\rho = q \left( \sum_{k=1}^N Z_k n_k - n_e \right) \quad (13)$$

电子在壁上几个平均自由程内的随机运动使其在壁上损失, 并由于二次发射效应而进行增益, 从而得到电子通量边界条件和电子能流:

$$n \cdot \Gamma_e = \left( \frac{1}{2} v_{e,th} n_e \right) - \sum_p \gamma_p (\Gamma_p \cdot n) \quad (14)$$

$$n \cdot \Gamma_\varepsilon = \left( \frac{5}{6} v_{e,th} n_\varepsilon \right) - \sum_p \varepsilon_p \gamma_p (\Gamma_p \cdot n) \quad (15)$$

电子通量第二项是由于二次发射效应引起的电子增益，电子能流第二项是二次发射能流。而对于重物质，离子会在表面反应用下在壁上损失。

## (二) 等离子体反应过程

本仿真模型中我们使用等离子体化学模块进行仿真，气体分子我们用符号 A 表示，亚稳态使用 As 表示，离子使用 A+ 表示，电子用 e 表示，考虑最简单的反应情况：

**Table 4: 反应过程**

反应序号	反应类型	表达式	反应能(eV)
1	弹性碰撞	$e+A \rightarrow e+A$	0
2	非弹性碰撞	$e+A \rightarrow e+As$	11.5
3	超弹性碰撞	$e+As \rightarrow e+A$	-11.5
4	电离	$e+A \rightarrow 2e+A^+$	15.8
5	电离	$e+As \rightarrow 2e+A^+$	4.24
6	潘宁电离	$As+As \rightarrow e+Ar+Ar^+$	/
7	亚稳恢复	$As+A \rightarrow A+A$	/
8	表面反应	$As \rightarrow A$	/
9	表面反应	$A^+ \rightarrow A$	/

表面反应指亚稳态原子与真空管壁接触时，会以一定的概率回到基态原子，本仿真模型中概率选为 1。由于缺少反应 2-3 的反应能，我们此处选取当氩原子的反应能进行仿真建模，同时电子碰撞截面数据由参考资料<sup>[3]</sup>给出。

## (三) 仿真模型的建立

我们将上述反应过程输入等离子体模块，同时设置真空管各壁的电势条件，本模型为了加速计算使用了 2 维轴对称设置。

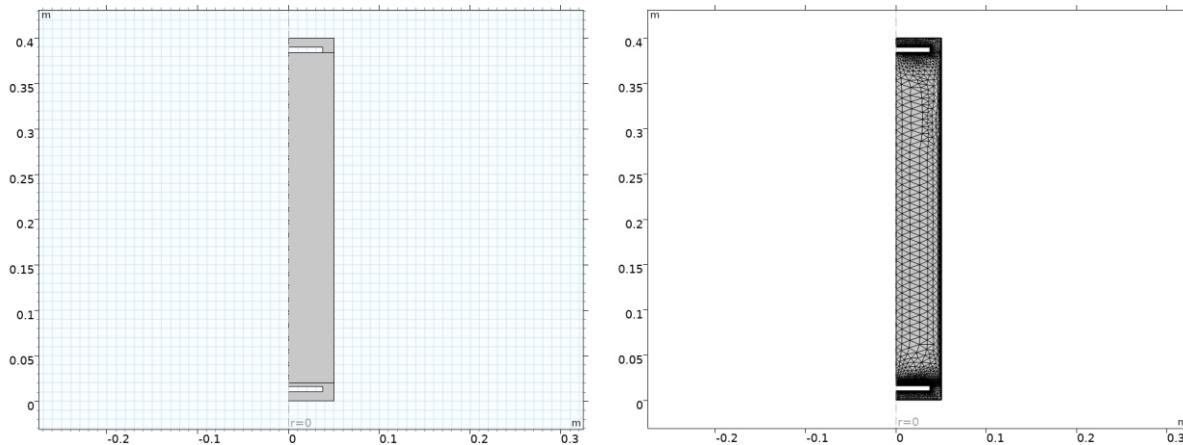


图 16 模型的几何设置与网格划分



图 17 模型的等离子体模块与电势设置

## 5.2 仿真结果展示

由于等离子体(plasma)是由部分电子被剥夺后的原子及原子团被电离后产生的正负离子组成的离子化气体状物质，因此图 18(a)(b)即为等离子体浓度，且其数密度与发光强度成正相关关系。

而由于反应过程中亚稳态氩原子和氩原子均能够通过反应产生等离子体，由分子数守恒可知，氩原子的分子数密度分布为等离子体数密度分布的补集。而中间产物亚稳态氩原子在正极为等离子体数密度分布的补集，在负极则为氩原子的分子数密度分布的补集。

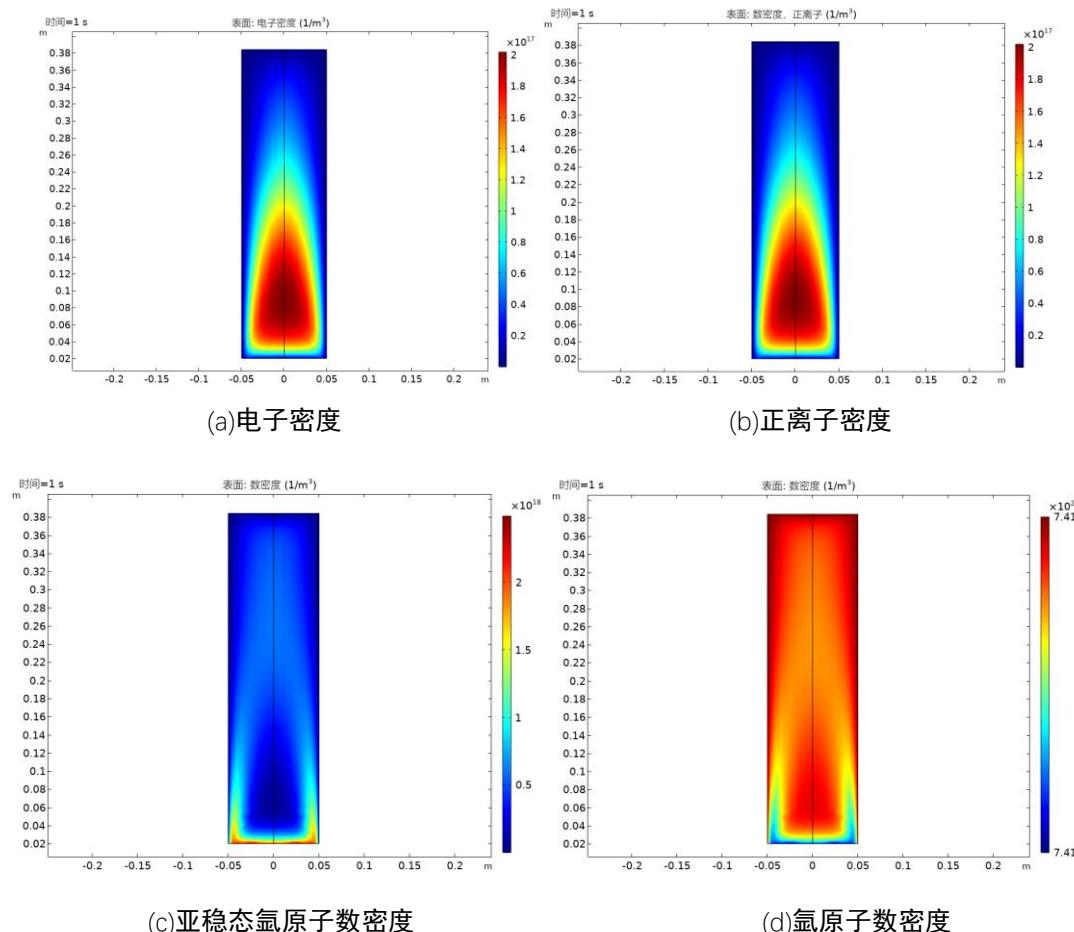
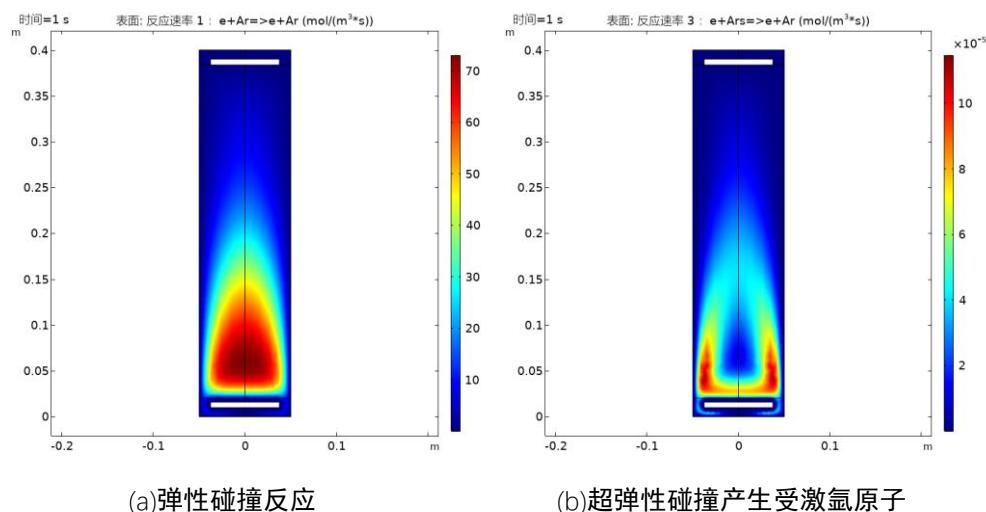


图 18 各种成分的分子数密度分布

而实验拍摄图片中，发光强度则与反应的速率空间分布正相关，以反应 1 为例，其为电子和等离子体的弹性碰撞过程，本身不导致发光，因此反应 1 的速率空间分布仅反应等离子体浓度分布。而反应 3、5、7 均产生受激氩原子(即氩原子亚稳态)回到基态，亚稳态氩原子回到基态时可以放出光子，因此可以基于反应 3、5、7 的反应速率空间分布图以及图 18(c)亚稳态氩原子数密度分布图均可以反应气体放电的发光强度分布。



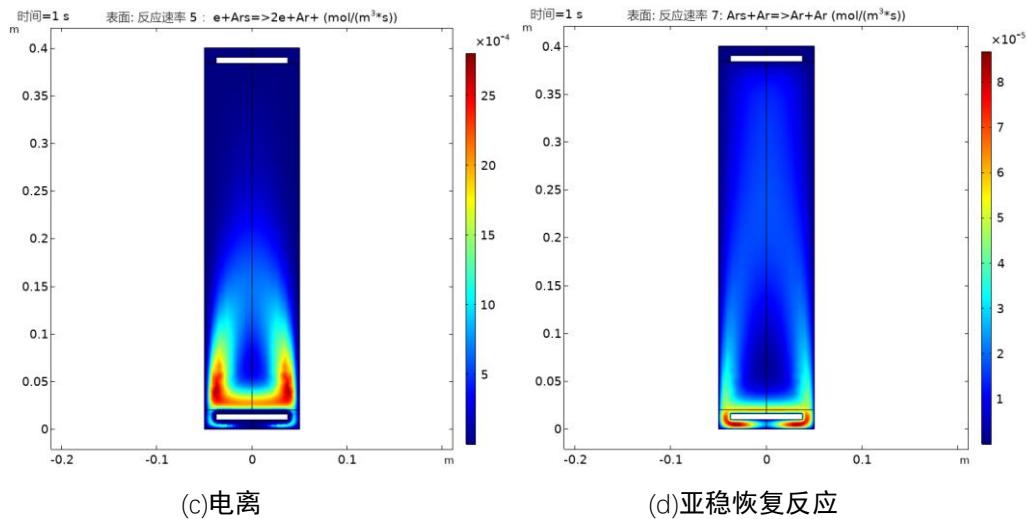


图 19 各反应的速率空间分布图

我们也可以利用一维绘图组绘出沿正柱区轴向长度方向的数密度分布，包括电子、受激氩原子和氩离子的数密度分布图、空间电势分布图和电子温度分布图，并可以通过计算结果分析得到前文所述气体放电七个区域不同的物理特性。

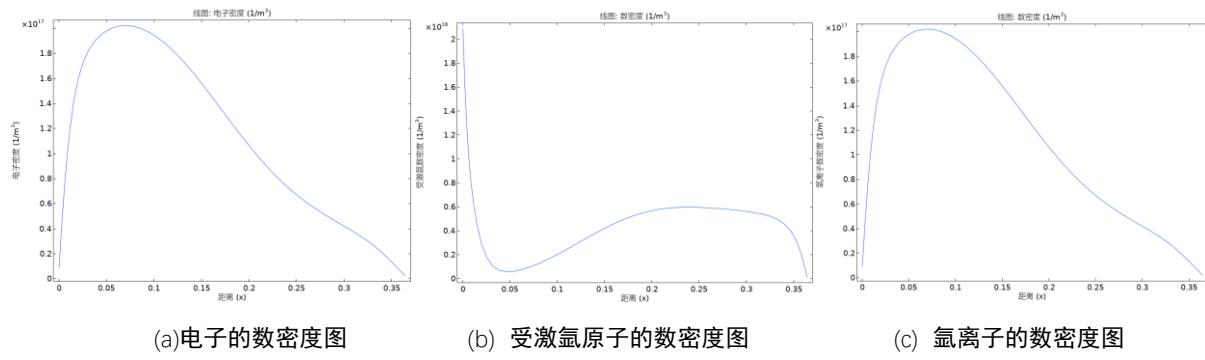


图 20 沿正柱区轴向长度方向的数密度分布

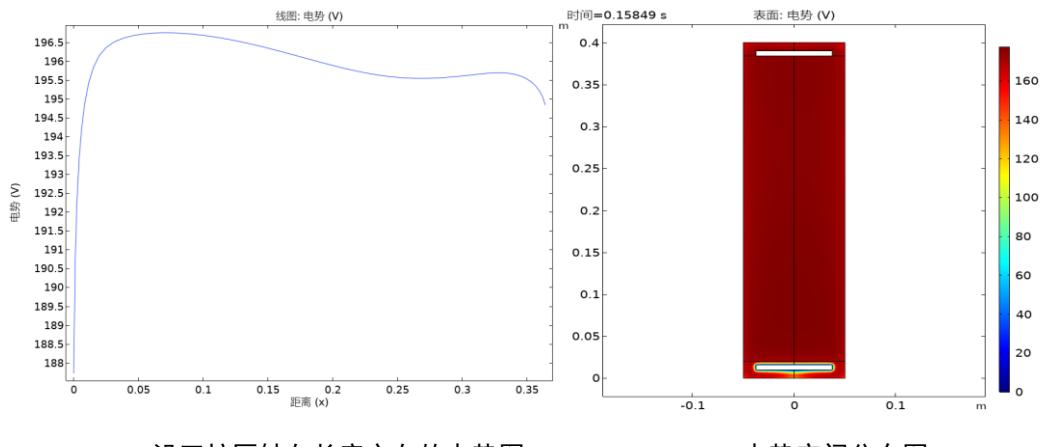


图 21 电势分布图

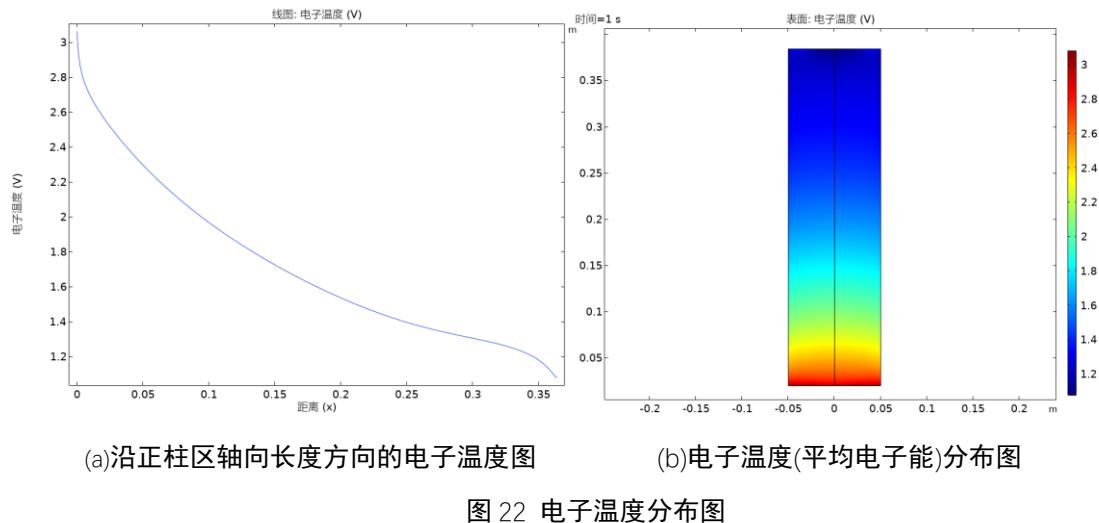


图 22 电子温度分布图

### 5.3 仿真结果讨论

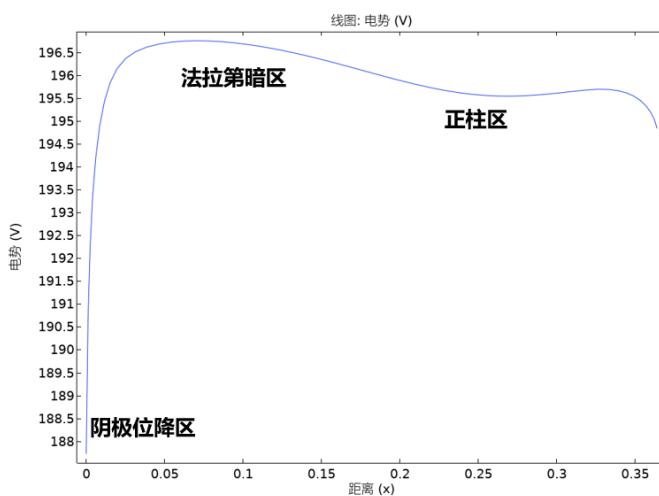


图 23 沿正柱区轴向长度方向的电势图

由于空间正电荷的影响，出现了阴极位降区，且其厚度明显小于正常辉光放电时的阴极位降区。在阴极位降区中，电势基本沿指数下降；而在负辉光区和正柱区中电势变化很小，且在垂直于放电方向的电势分布较为均匀。

借助沿正柱区轴向长度方向的电势图，我们可以发现，阴极位降区空间分布极窄，在这个区域内电压呈指数下降的趋势，因此该区域电场极大。阴极区中的强电场会导致阴极发生高能离子轰击，阴极表面被加热继而导致热电子发射，从阴极表面发射出更多电子，从而能够产生持续的辉光放电。

而法拉第暗区的电势相对正柱区较高，电子能量较低，也因此电子通过法拉第暗区到达正柱区过程中会被电场加速，能量逐渐达到足以电离气体原子产生等离子体的阈值电压。

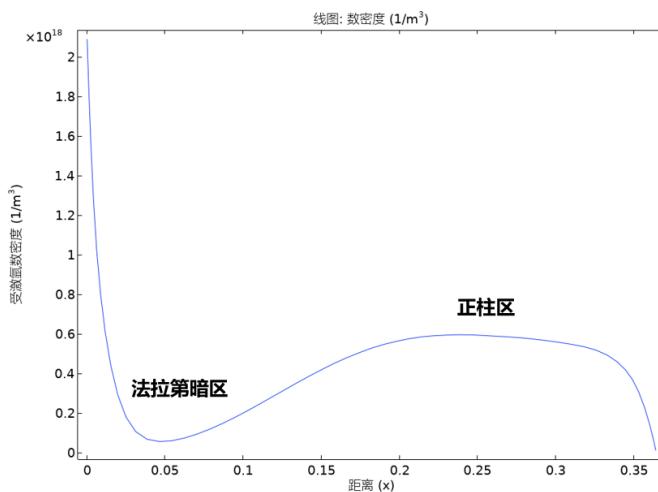


图 24 沿正柱区轴向长度方向的受激氩原子数密度分布

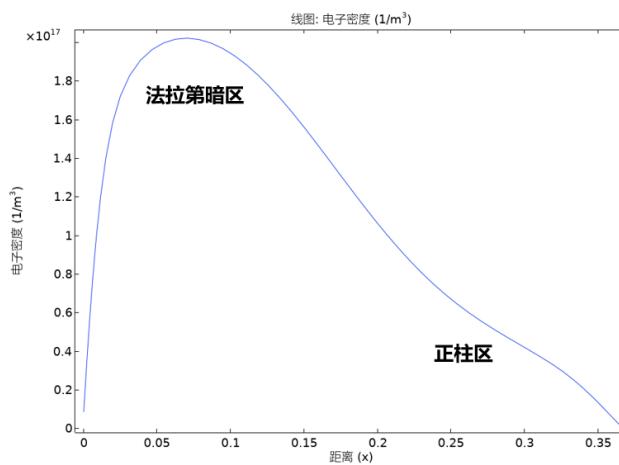


图 25 沿正柱区轴向长度方向的电子数密度分布

图 24、25 绘制了柱中的受激氩原子数密度分布和电子密度分布，电子密度峰值出现在阴极下降与正柱区之间的区域，该区域对应受激氩原子数则为极小值，即法拉第暗区。

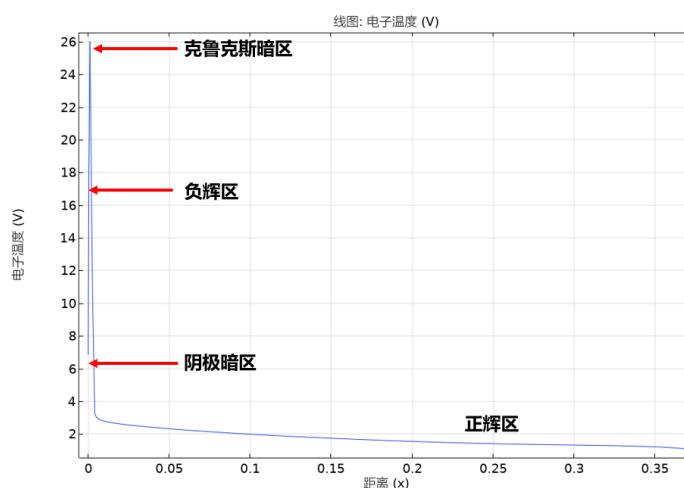


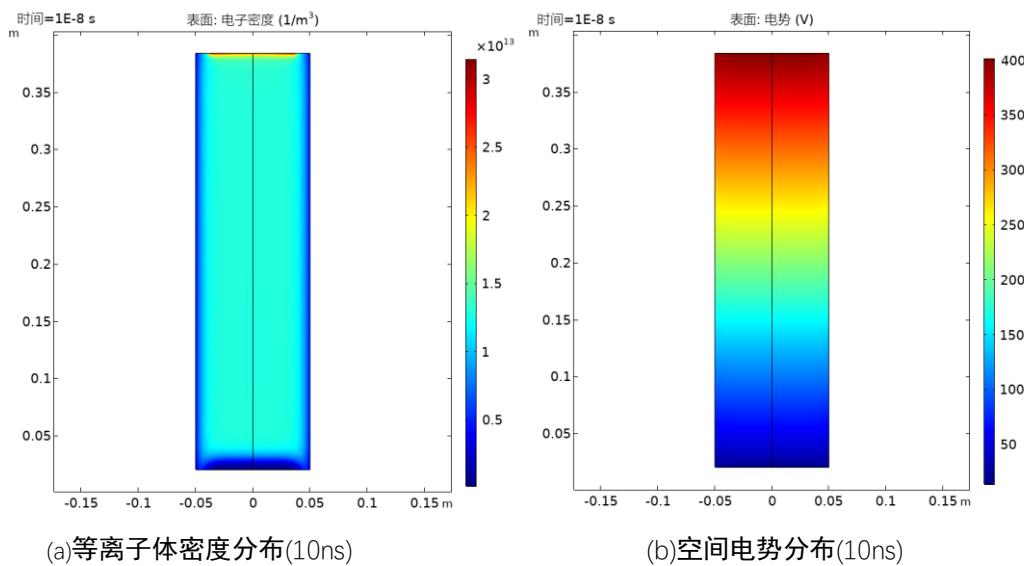
图 26 沿正柱区轴向长度方向的电子能分布

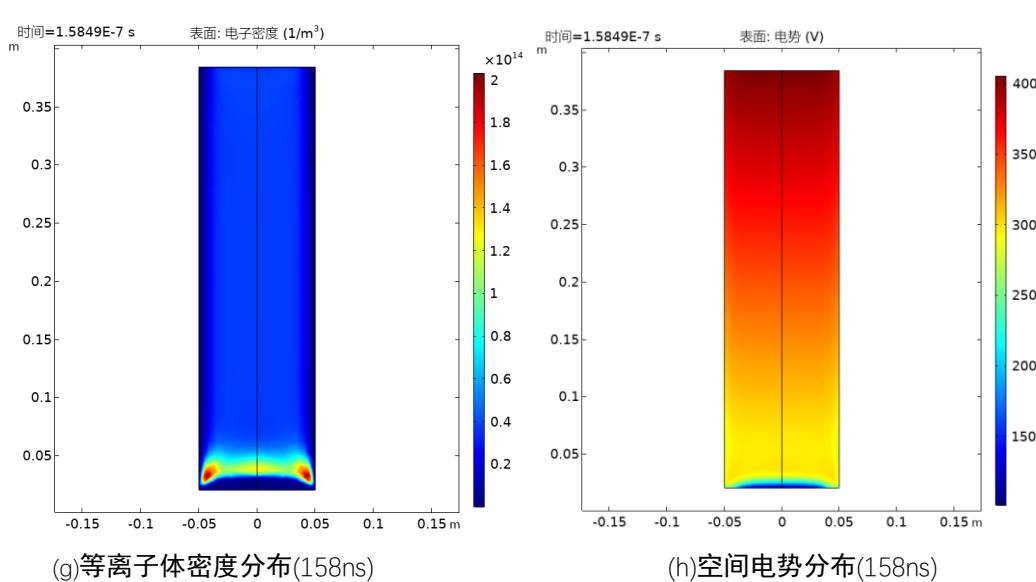
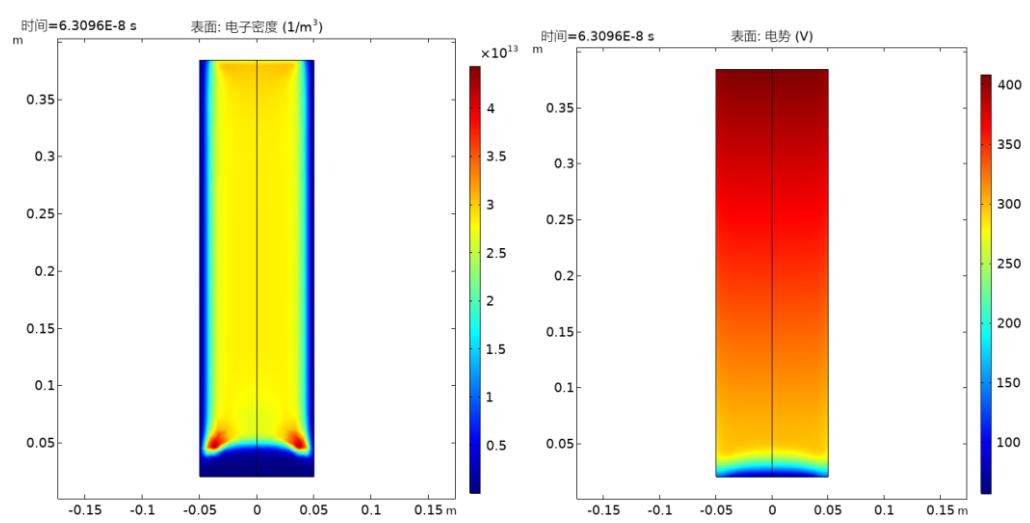
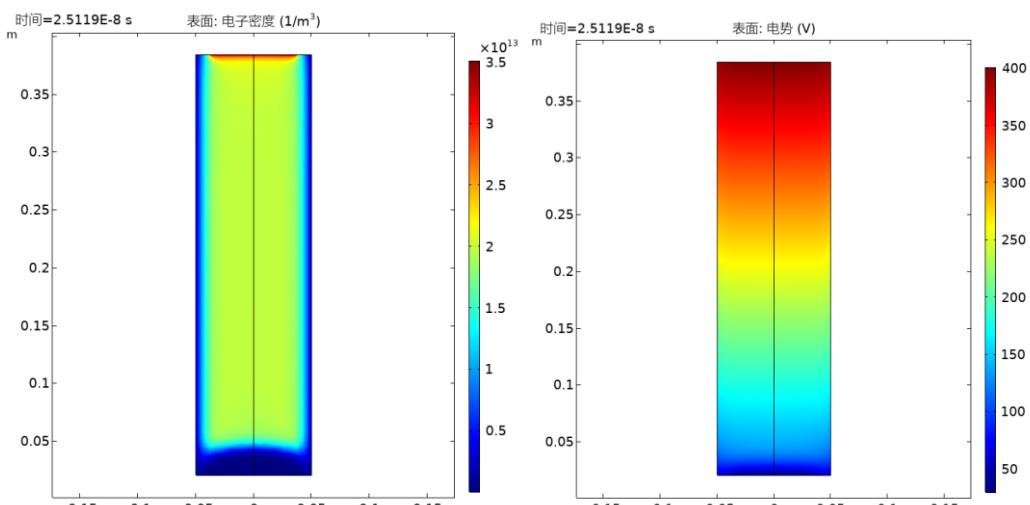
由图 26 我们可以发现，阴极暗区中，电子刚刚离开阴极，加速距离尚短，从电场得到的能量不足以激发气体原子，因此没有发光。而负辉区中电子已获得足够的能量，可以激发气体原子发光。

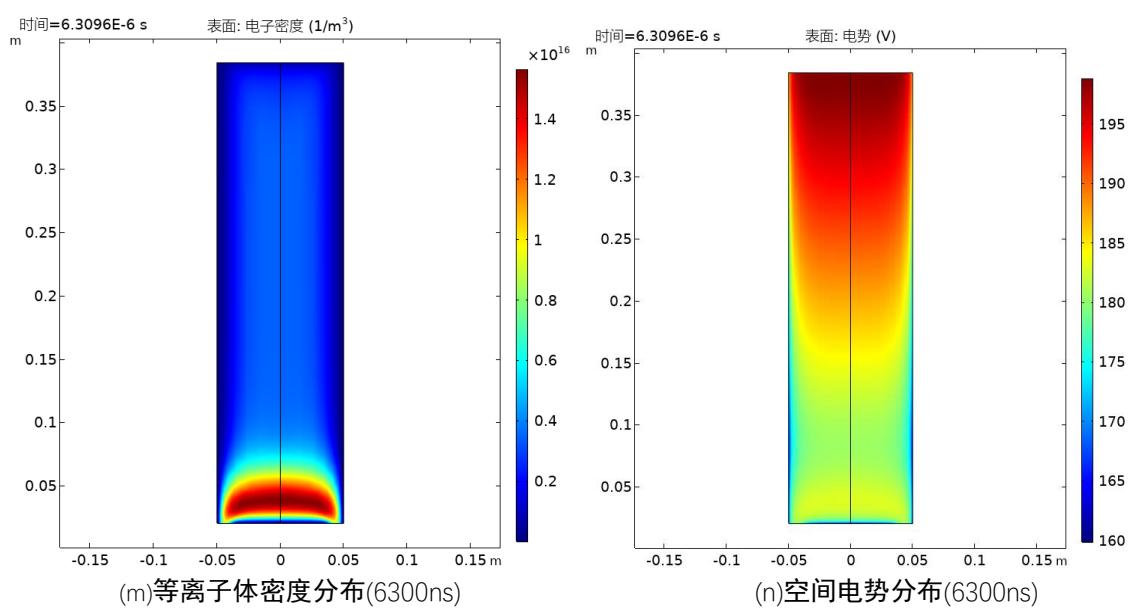
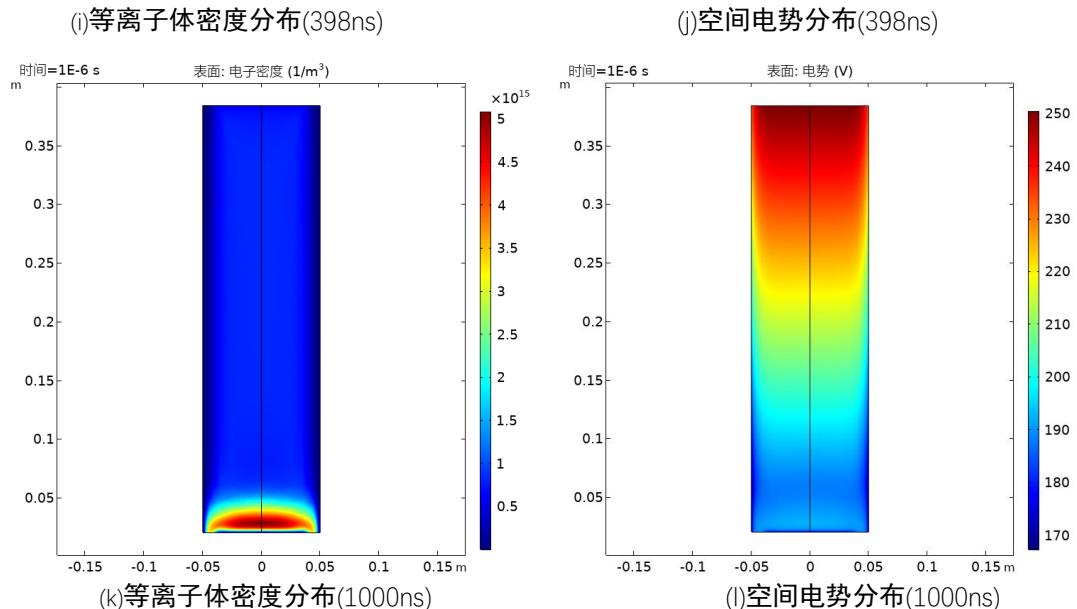
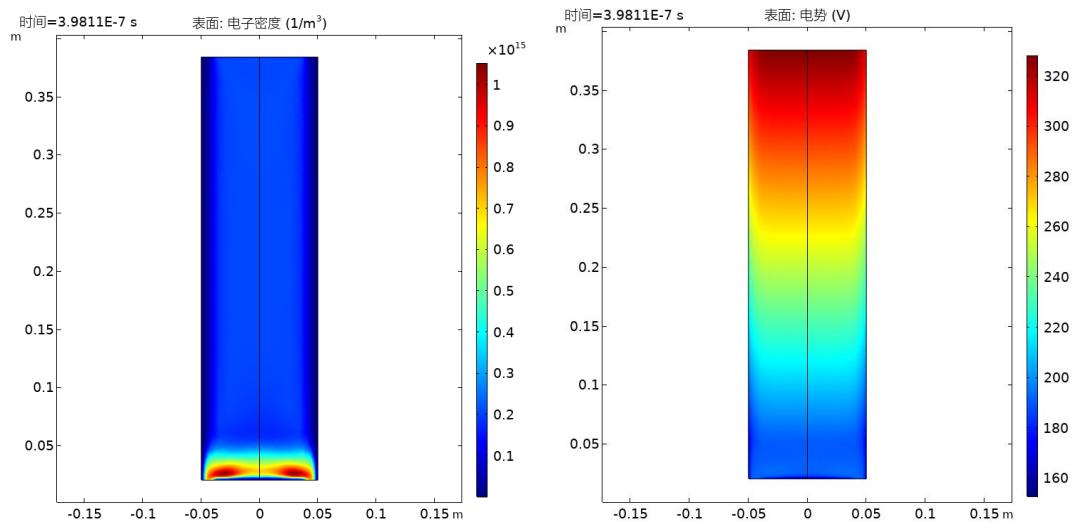
电子在靠近阴极的强电场中加速，并获得足够的能量来引发电离。最终结果是阴极附近的电子密度迅速增加(图 25)，且电子能量较高，有利于电离而不利于激发，因此发光微弱。该区域被称为阴极下降区或克鲁克斯暗区。

## 5.4 等离子体放电的瞬时过程

在空气直流辉光放电中，更容易出现的结果是由不规则的放电细丝组成的流注放电，只要在整个放电的时间和空间内放电细丝足够多并且无规则地分布着，它会貌似形成均匀的辉光放电<sup>[7]</sup>。如果需要诊断这两种情况的区别，通过拍摄放电照片法进行诊断，则放电照片的曝光时间就需要和流注发展的特征时间差不多，其特征时间为 10ns，因此在本次实验现有的实验条件里，我们通过仿真的方法得到理想直流辉光放电的瞬时( $1 \mu s \sim 2.5 \mu s$ )发展过程留待第六和第七部分进行讨论。







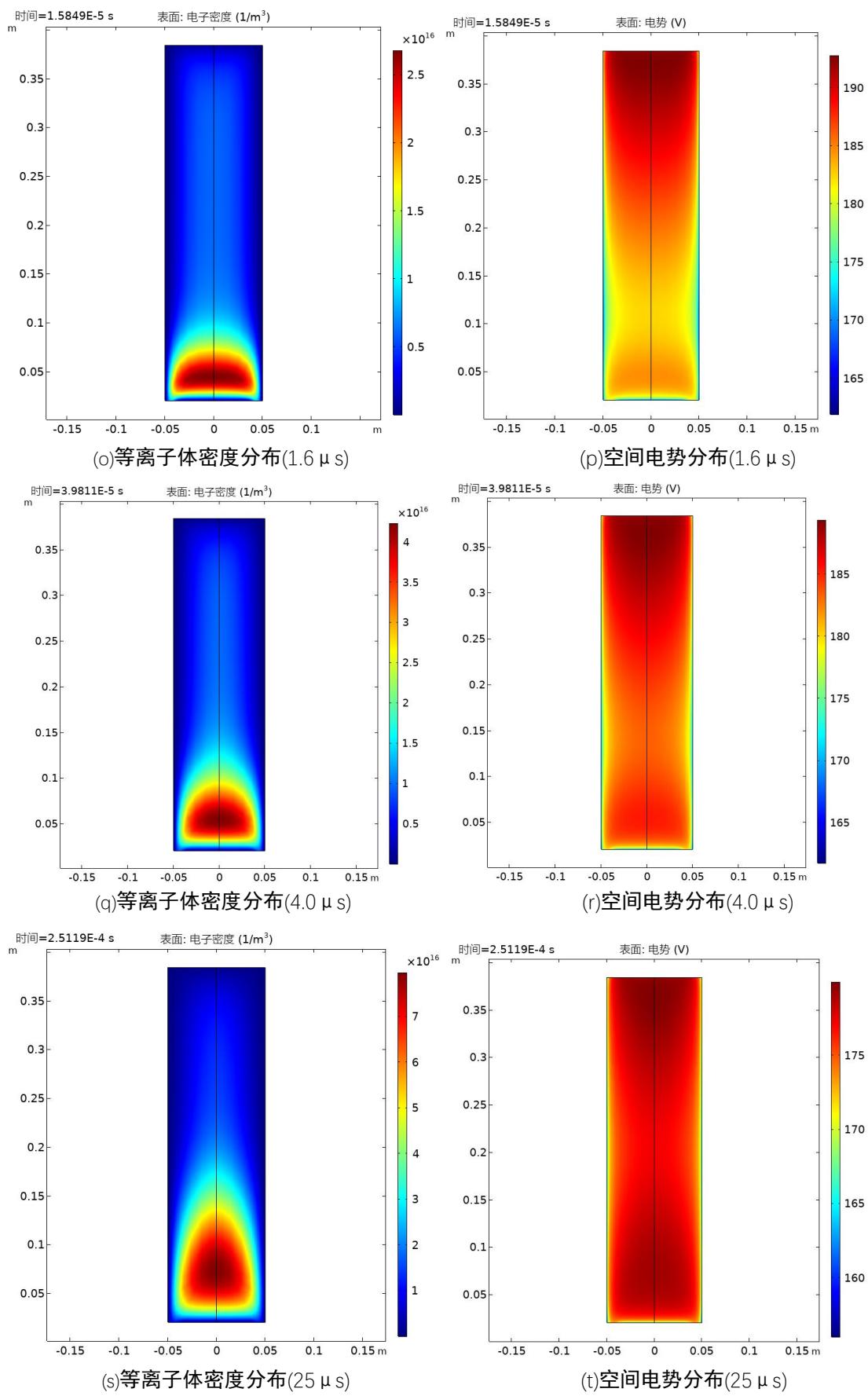


图 27 电子放电的瞬时过程

## 6 仿真模型与实验结果对比

### 6.1 发光形状的对比(定性)



图 28 实验中的各区域分布

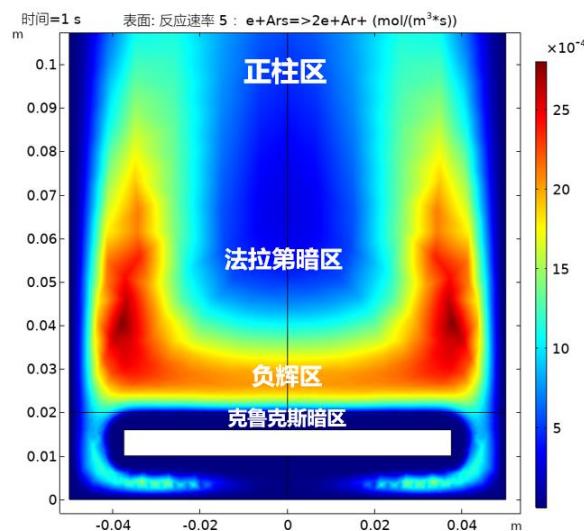


图 29 仿真的各区域分布(局部)

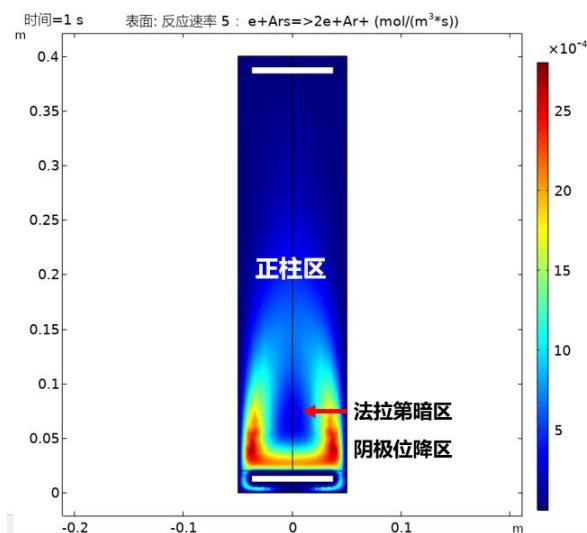


图 30 仿真的各区域分布(整体)

在仿真模型中，我们可以清晰地观察到阴极位降区(克鲁克斯暗区)、负辉区、法拉第暗区及正柱区及其对应分界，其形态和实验结果有所相似也有所差异。

首先在仿真和实验中径向发光均不均匀，仿真结果显示电子密度在径向上迅速降低，这是由于电子向柱外壁的扩散损失导致在壁上积累表面电荷造成的。负电荷的积累导致柱中心产生了对壁的正电势，因此改变了等离子体的分布状态，进而影响发光区域的形貌，仿真结果和实验结果一致。

而正柱区内仿真和实验结果则有较大差异，在本次实验中，正柱区出现了多个电子崩的发光区域，而气体发光的理论预测和仿真结果为正柱区应近似为均匀发光。这是由于在空气直流辉光放电中，更容易出现的结果是由不规则的放电细丝组成的流注放电。

流注的传播是由非线性的动力学驱动的，其拥有非常陡峭的密度梯度和分布在非常薄的层中的高空间电荷密度。电离电子必须通过预电离机制产生，即高能电子可能已经通过漂移或扩散进行了传输，或者通过另一种在流注之前提供预电离的机制（例如光电离或逃逸电子电离）产生。<sup>[10]</sup>

根据气体击穿的流注理论，电子将气体电离后，由于电子运动速度快，电子大量集中在前部，而正离子则集中在后部，在空间中形成了电子和正离子构成的集合体，即电子崩。电子崩向阳极移动的过程中，其中的电子和正离子越来越多。电子崩外部的电荷将抵消内部电荷的电场，削弱了内部电荷对外界的影响，这种现象称为德拜屏蔽。由表2我们求得的德拜长度可知，实验中德拜长度为毫米量级，而电子崩内部的复合作用因为德拜屏蔽效应增强。由于复合作用增强，激发碰撞产生的大量光子撞击气体分子形成光电离，进一步产生电子和正离子并行程第二个电子崩和第三个电子崩。

在实际应用中，我们希望等离子体产生放电均匀、能量密度适中的辉光放电，而本次实验中正辉区则以流注放电为主导，其解决方案可以为减小放电管的长度，使电子崩发展的路程短，就不容易转化为流注放电。我们实验中使用的放电管较长，因此能够观察到三个电子崩的形成。

如果需要诊断这两种情况的区别，通过拍摄放电照片法进行诊断，则放电照片的曝光时间就需要和流注发展的特征时间差不多，其特征时间为 10ns。然而在整个放电的时间和空间内放电细丝足够多并且无规则地分布着，其也能够貌似形成均匀的辉光放电，

因此拍摄放电照片法无法观察到流注发展的过程，在大部分场景下也不能作为判断是否为流注放电的依据。

而仿真中没有得到流注放电的结果是由于仿真过程中只考虑了电子，气体原子、气体离子，气体亚稳态四种类型之间粒子之间的相互反应。直流辉光放电仿真模型与流注放电仿真模型最本质差异为直流辉光放电模型中，以下式给出粒子非弹性碰撞造成的能力损耗：

$$\frac{\partial}{\partial t}(n_e) + \nabla \cdot [-n_e(\mu_e \cdot E) - D_e \cdot \nabla n_e] + E \cdot \Gamma_e = R_e \quad (9)$$

而后续的域方程中的约化电子迁移率均为常数。

而流注放电模型中，采用局部场近似，不需要求解上述方程，而提供一个函数将电子平均能量与约化电场联系起来，并由电子平均能量提供电子扩散系数和电子迁移率。

$$\varepsilon = F(E/N) \quad (16)$$

由于未以流体流注模型作为底层的动力学驱动机制，因此仿真和实验中，正柱区内两种物理过程在底层而言不一致，也难以得到一致的发光结果。

## 6.2 电子密度关系与伏安特性曲线对比(定量)

通过仿真模型中对电压和气压两个参数进行参数化扫描计算，我们可以得到电子密度-气压曲线和伏安特性曲线，并于实验结果进行对比。

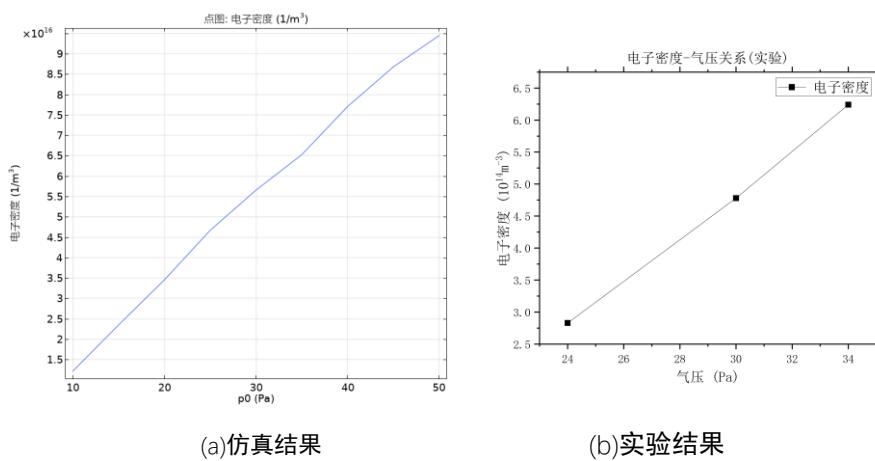


图 31 电子密度-气压关系

由于气压和电子数密度成正比关系，在仿真和实验结果中，其均呈现良好的线性，能够说明仿真结果一定程度上具有可信性，其轻微波动推测是由于仿真模型的容差设置导致。

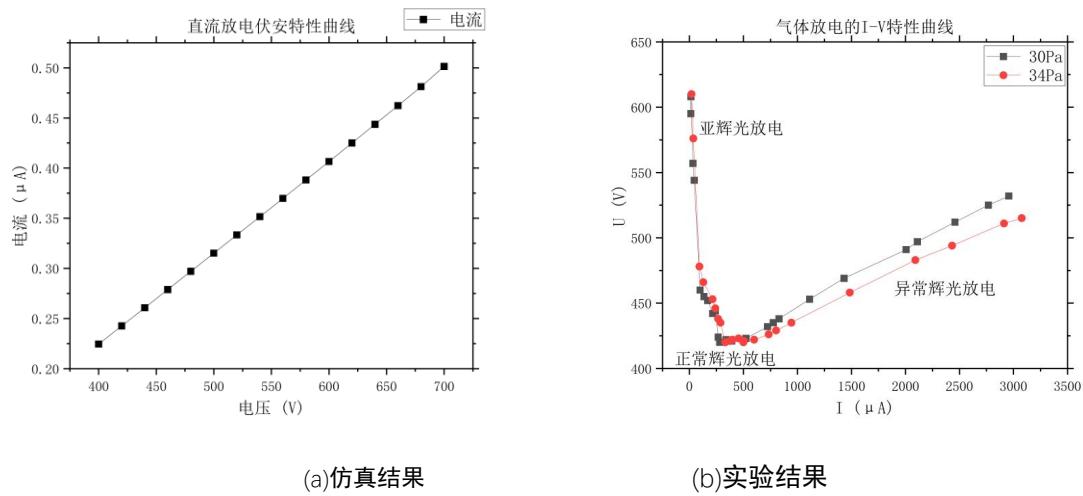


图 32 伏安特性曲线

由于本仿真模型的底层物理方程决定了其仅能计算辉光放电和异常辉光放电部分，通过参数化扫描得到真空管的伏安特性曲线，其为线性增加，符合实验中异常辉光放电阶段的性质。

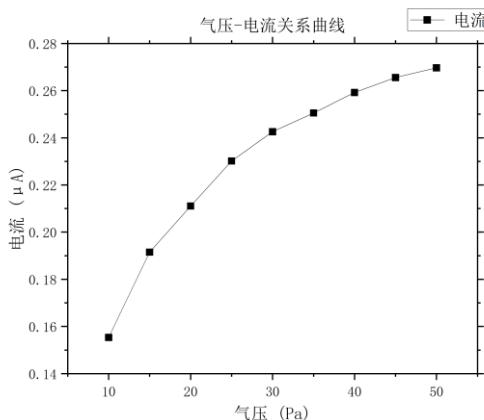


图 33 气压-电流关系曲线(仿真结果)

而在相同电压下，实验结果显示气压越大放电电流越大，仿真模型也显示了同样的变化规律。

### 6.3 基于两项玻尔兹曼方程的理论改进

本次实验中，我们将电子的能量分布函数(以下简称 EEDF)假设为麦克斯韦分布并进行等离子体诊断，这使得我们能够得到简明的解析结果，而在仿真模型中我们采用了同样的假设。然而我们也可以利用 COMSOL 的多物理场耦合功能通过求解等离子体流体方程和经典的两项近似的均质、瞬态电子玻尔兹曼计算直流放电过程以得到更准确的计算结果。

在改进模型中，我们将流体模型方程和玻尔兹曼方程完全耦合求解。具体而言是使用从流体模型获得的空间相关电子平均能量和不同物质的摩尔分数作为输入，在空间的每个点求解玻尔兹曼方程。根据玻尔兹曼方程的解获得的 EEDF 用于计算宏观速率常数和流体模型方程中的传递系数<sup>[5]</sup>。

仿真结果显示改进模型的电子密度缩小了 50% 以上；电子温度曲线与改进前形状相似，但数值增加了 50%；激发态氩的质量分数差异很大，这决定了发光区域的形状由较大变化；不同电流密度保持大致相同的分布和大小。

对直流放电进行建模时，我们可以发现计算出的 EEDF 与实验结果更吻合。阴极区域中的 EEDF 形状更接近于麦克斯韦式，而正柱区中的 EEDF 与麦克斯韦式则有显著差异，这与我们上一节的结论相吻合。

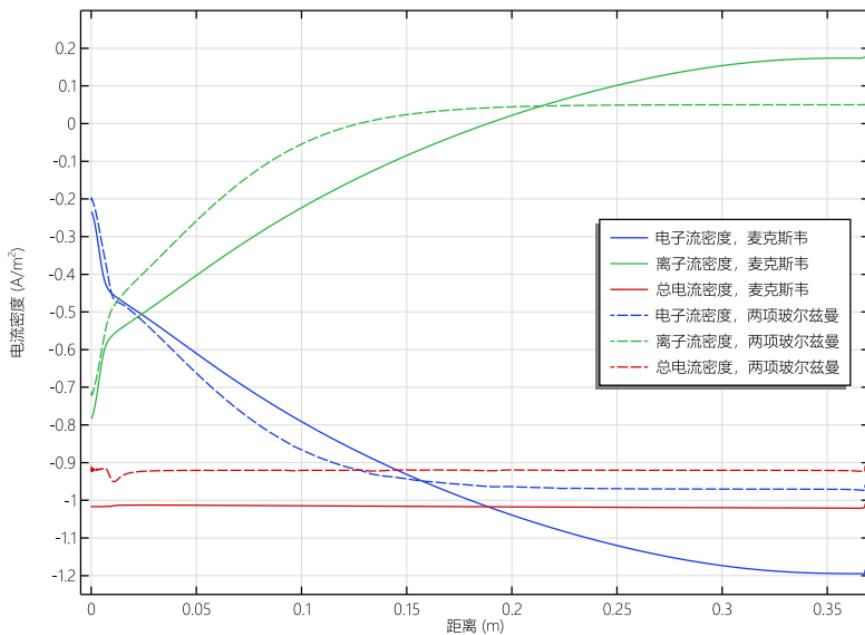


图 34 麦克斯韦模型和两项玻尔兹曼模型的计算结果对比

## 7 思考与拓展

在异常辉光放电区域中，阴极电势差变化很大，且位降区的宽度很小(图 23)。因此阴极位降区电场强度和电流密度均较大，能够发生阴极材料的溅射。阴极溅射现象可用作材料涂覆的一种手段，这就是溅射镀膜(图 35)。而图 36 则显示了激光脉冲沉积系统中等离子体由靶材表面到达基底的发展过程，其与图 23 的发展过程有诸多相似之处，因此可以考虑使用多物理场耦合方法模拟利用磁场对带电粒子的约束来提高等离子体密度的真空镀膜过程(即磁控溅射)。

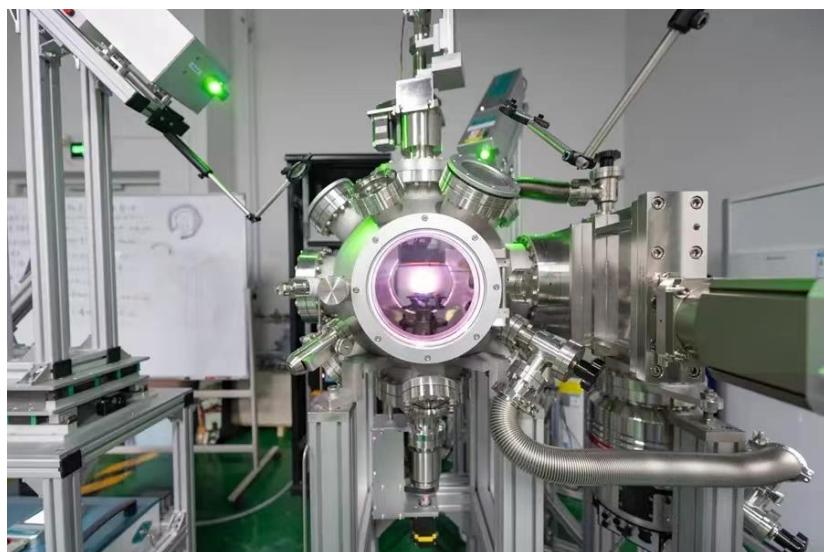


图 35 利用等离子体的激光脉冲沉积镀膜装置

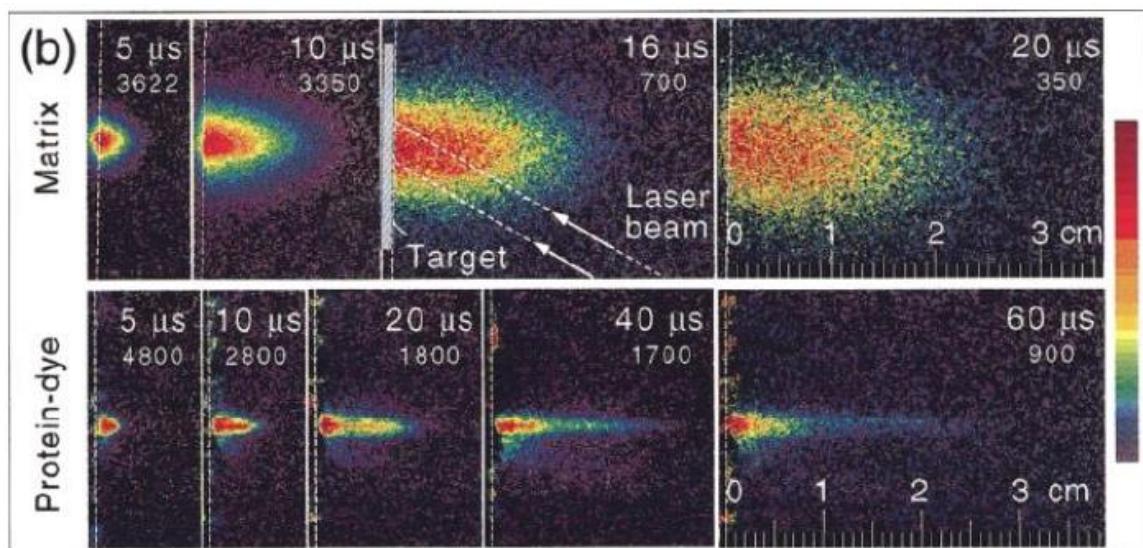


图 2-6 羽辉随时间演化的 CCD 图像<sup>95</sup>

图 36 沿正柱区轴向长度方向的数密度分布<sup>[8]</sup>

## 8 实验结论

本次实验中测量得到气体放电的伏安特性曲线，通过伏安特性将曲线划分为亚辉光放电、辉光放电和异常辉光放电三个阶段；通过测量不同气压下的伏安特性曲线，发现本次实验中不同的气压下自持放电的 I-V 特性曲线形状十分相似，电压只改变了气体放电的一些外部参数，没有影响自持放电的物理本质。

通过拍摄放电照片法观察发现气体放电的图像可以分为阿斯顿暗区、阴极辉区、阴极暗区(阴极位降区)、负辉区、法拉第暗区、正柱区、阳极辉区以及阳极暗区八个区域，并基于仿真结果中沿正柱区轴向长度方向的受激氩原子数密度分布、电子数密度分布、电子能量分布、电势分布对以上八个区域的物理特性进行深入阐释。

实验基于朗缪尔探针进行等离子体诊断实验，通过拍摄放电照片法观察反向饱和、过渡阶段和正向饱和的特性图像，并测量朗缪尔探针-等离子体的伏安特性曲线。过渡区的  $\ln(I)-V$  曲线具有良好的线性关系，线性拟合优度均高于 0.997，并基于其斜率求得电子温度、电子数密度和德拜长度。

本文基于气体放电的流注理论结合朗缪尔探针实验求得的德拜长度解释了实验中观察到正柱区电子崩的形成机制，提出导致实验和仿真结果中正柱区的发光形状存在差异的原因是仿真模型使用了恒定的约化电子迁移率。本文进一步使用两项玻尔兹曼方程改进理论模型，使用从流体模型获得的空间相关电子平均能量和不同重物质的摩尔分数作为输入，在空间的每个点求解玻尔兹曼方程，再根据玻尔兹曼方程的解获得的 EEDF 用于计算宏观速率常数和流体模型方程中的传递系数以更准确地描述正柱区的实验现象。

仿真模型相较实验而言能够通过改变参数低成本、快速地模拟实验系统的输出结果，同时能够模拟实验系统难以观测到的纳秒级的反应过程及计算得到存在较大测量困难的空间电势分布、粒子数密度分布等信息。然而建立仿真模型时需仔细考量仿真模型的底层方程是否能够在合理的近似下较为准确的描述实验系统，并以真实实验结果与仿真结果相对照以检验仿真模型的真实有效性。

## 参考文献

- [1] 石峰,王昊.气体放电等离子体及应用的研究进展[J].真空与低温,2018,24(02):80-85.
- [2] Phelps database, www.lxcat.net, retrieved 2017.
- [3] M.A. Lieberman and A.J. Lichtenberg, Principles of Plasma Discharges and Materials Processing, John Wiley & Sons, 2005.
- [4]<https://cn.comsol.com/model/dc-glow-discharge-8640>
- [5]<https://cn.comsol.com/model/dc-glow-discharge-coupled-with-the-two-term-boltzmann-equation-73091>
- [6]张百灵,王宇天,李益文,樊昊,高岭,段成铎.低气压直流辉光放电数值模拟与实验研究[J].高电压技术,2016,42(03):724-730.
- [7]郝艳捧,关志成,王黎明,王新新,李成榕.大气压空气辉光放电[J].电工电能新技术,2005(02):69-72.
- [8]冯中沛. 基于高通量技术的超导组合薄膜制备及其物性研究[D].中国科学院大学(中国科学院物理研究所),2019.
- [9]李潮锐等.近代物理实验[M].广州:中山大学出版社,2004
- [10] [https://cn.comsol.com/model/download/1087531/models.plasma.streamer\\_1d.zh\\_CN.pdf](https://cn.comsol.com/model/download/1087531/models.plasma.streamer_1d.zh_CN.pdf)

## 致谢

感谢本次实验的指导老师刘新智老师与搭档肖智洋的讨论。本次实验也是笔者在近代物理课程中的最后一次实验，在经历了诸多波折后，横跨两个学期的实验也就此告一段落。在这一过程中与指导老师和搭档一起克服了诸多困难，在实验中感受细推物理须行乐的趣味，学习到了许多实验背后深刻的物理过程和细致详实的实验现象分析方法。谨以此文再次感谢李潮锐老师、唐强老师、刘新智老师、魏敦钊老师和文锦辉老师的悉心指导。

# 《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2020 级

实验人姓名（学号）：罗俊平（19319086）

合作人姓名（学号）：肖智洋（19301080）

2023 年 3 月 27 日、3 月 28 日 晚上

## 晶体光学性质的观测分析

### 一、实验目的

1. 熟悉单轴晶体光学性质，晶体的消光现象和旋光性等；
2. 掌握偏光显微镜的原理及其使用方法；
3. 学习分析晶体性质的方法，干涉色级序、补色法则和锥光干涉等
4. 判断晶体的类别，轴向和光性正负等过程，估计晶片的光程差

### 二、实验原理

#### （一）晶体的双折射和光率体

折射率与光的传播方向和振动方向有关的晶体称为各向异性晶体。除立方晶系的晶体外，所有的晶体都是各向异性晶体，如方解石、水晶、KDP、LiNbO<sub>3</sub>、BaTiO<sub>3</sub>。当光通过各向异性晶体时，会产生双折射现象。晶体总存在一个或两个光轴，在该方向上不发生双折射。折射率不随入射光方向而变的称为 o 光，随入射光方向而变的称为 e 光。o 光和 e 光是振动方向互相垂直的偏振光。

对各向异性晶体，使用光率体描述光的不同传播方向和振动方向下折射率分布，它是以主折射率为主值的椭球。主轴坐标系下可以表示为：

$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{x_2^2}{n_2^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} = 1 \quad (1)$$

#### 1. 立方晶系

三个正交方向的折射率满足  $n_1 = n_2 = n_3 = n_0$ ：

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{n_0^2} = 1 \quad (2)$$

#### 2. 单轴晶

三个正交方向的折射率满足  $n_1 = n_2 = n_0$ ,  $n_3 = n_e$ ：

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{n_0^2} + \frac{x_3^2}{n_e^2} = 1 \quad (3)$$

正光性单轴晶满足  $n_e > n_o$ ，光率体沿光轴方向拉长（图 2 (a)），负光性单轴晶  $n_e < n_o$ ，光率体沿光轴方向压扁（图 2 (b)）。在晶体中，折射率最大的方向为慢轴方向，而折射率最小的方向为快轴方向。

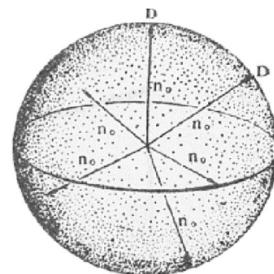
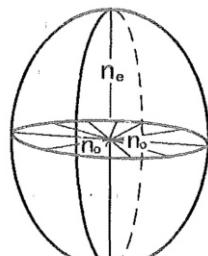
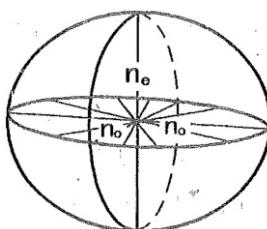


图 1 立方体系晶体



(a) 正单轴晶



(b) 负单轴晶

图 2 单轴晶光率体

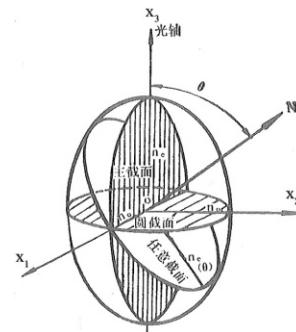


图 3 单轴晶光率体中心截面

图 3 给出了单轴晶光率体中三种中心截面。①圆截面：垂直光轴的圆，半径为  $n_0$ ；  
②主截面：包含光轴的椭圆截面，它的一个半径为  $n_0$ ，与光轴垂直，另一个半径为  $n_e$ ，与光轴平行；③任意截面：是一个椭圆，截面法线  $N$  与光轴成  $\theta$  角。由图可见： $o$  光的振动方向必垂直于主截面， $e$  光的振动方向则平行于主截面。

### 3. 双轴晶

满足  $n_1 \neq n_2 \neq n_3$ ，存在两个光轴。

#### (二) 正交偏光干涉

上下偏光镜的振动面互相垂直时的偏光显微镜称为正交偏光镜。在正交偏光镜间有：  
①各向同性介质：光线无法通过正交偏光镜，视阈黑暗；②各向异晶体：由于晶体双折射效应和晶片厚度、晶轴取向的不同而产生不同的干涉现象。

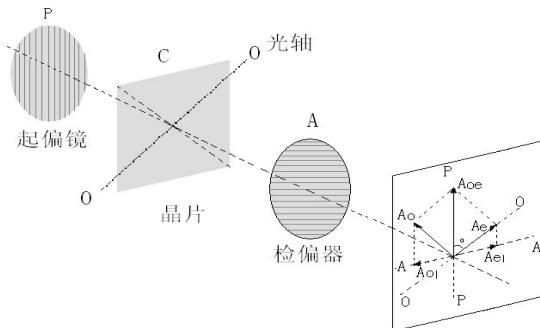


图 4 正交偏光镜间的干涉现象

如图 4，在正交偏光镜中加入晶片，其中 PP 表示起偏镜的振动方向，AA 表示检偏镜的振动方向，OO 表示晶片光轴方向。光线会受到元件的调控而产生如下变化：

- ① 起偏镜：偏振光振幅为  $A_{oe}$ ，
- ② 厚度为  $d$  的晶片：光线分解成振幅分别为  $A_e$  和  $A_o$  的  $e$  光和  $o$  光： $A_e = A_{oe} \cos \alpha$ ,  $A_o = A_{oe} \sin \alpha$ ；
- ③ 检偏镜后： $e$  光和  $o$  光振幅分别变为： $A_{e1} = A_{oe} \cos \alpha \sin \alpha$ ,  $A_{o1} = A_{oe} \cos \alpha \sin \alpha$

光透过厚度为  $d$  的晶片时，必产生相位差： $\delta = 2\pi d(n_e - n_o)/\lambda$ 。经过正交偏振片和晶片后产生的两束光满足相干条件：①频率相同；②相位差恒定；③有相同方向的偏振分量。根据平面波叠加原理，两束光的合成光强：

$$I \propto A_+^2 = A_{e1}^2 + A_{o1}^2 - 2A_{e1}A_{o1}\cos\delta = A_{oe}^2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \left[ \frac{d(n_e - n_o)}{\lambda} \pi \right] \quad (5)$$

由式 (5) 可看出：正交偏光干涉光强分布状况与晶片的轴向  $\alpha$ ，厚度  $d$ ，双折射率  $\Delta n$  及入射波长  $\lambda$  有关。

#### 1. 单色光干涉

对于单色光，转动晶片 360 度，会出现四暗、四明现象。具体分析如下：

- ① 当  $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \dots$  时,  $\sin 2\alpha = 0$ , 晶片的轴向与两正交偏光镜其中之一的偏振方向一致, 合成光强为零, 视野全暗, 此现象称为消光现象。晶片的位置称为消光位置。
- ② 当  $\alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \dots$  时,  $\sin 2\alpha = \pm 1$ , 晶片的轴向处于两个偏光镜的偏振方向中间, 合成光强最大, 视阈最亮。

石英楔子: 晶片的双折射率  $\Delta n$  不变, 厚度变化的情况。石英楔子是一个磨成一端薄一端厚的石英晶片, 长边平行于  $n_o$ , 短边平行于  $n_e$ , 双折射率  $\Delta n=0.009$ 。当正交偏光镜中插入石英楔子, 由于厚度不同, 光程差  $\Delta = d(n_e - n_o)$  也不相同, 所以当石英楔子由薄至厚插入时, 就会观察到有规律的明暗相间的干涉条纹。如图 5 所示。

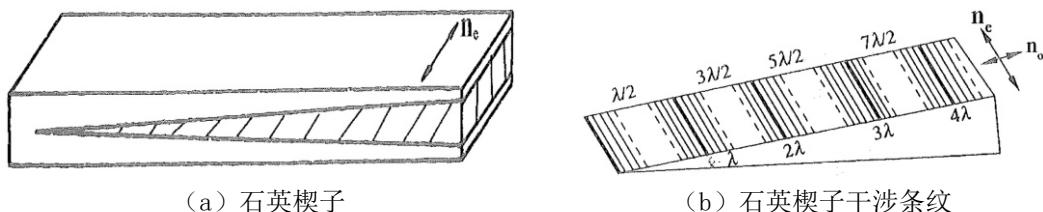


图 5 正交偏光下的石英楔子干涉

## 2. 白光干涉

对同一  $d$  值, 不同色的光不可能同时达到相消或相长, 干涉条纹也就不再是明暗不同的条纹, 而只能是各种单色光混合组合而成的, 称为干涉色。当正交偏光镜中插入的是石英楔子, 随着石英楔子厚度的变化其颜色发生有规律的变化, 就是干涉色级序。约每 560nm 光程差划分一个干涉色级序, 通常可分为 4 个级序, 光程差越大则干涉色级序越高。每个干涉色级序中, 颜色的一次明显改变称为一个色序, 各色序之间颜色是连续变化的。对于同一石英楔子, 波长越短, 其明暗条纹间距亦越短。

## 3. 光程差补偿原理

补色法则描写了光程差叠加和补偿的规律。如果在正交偏光镜间放两块晶片, 设光线通过晶片 1 和晶片 2 的光程差分别为  $\Delta_1$  和  $\Delta_2$ 。

- ① 当两晶片同名轴(快慢轴)平行, 如图 6a 所示, 通过两晶片的总光程差  $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$ , 其干涉色比原来两晶片单独放入时的干涉色都高;
- ② 当两晶片异名轴平行时, 如图 6b 所示, 则通过两晶片的总光程差  $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$ , 其干涉色比其中之一单独放入时的干涉色低。若两晶片的光程差相等, 则  $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = 0$ , 此时两晶片的光程差互相补偿, 视阈全暗。

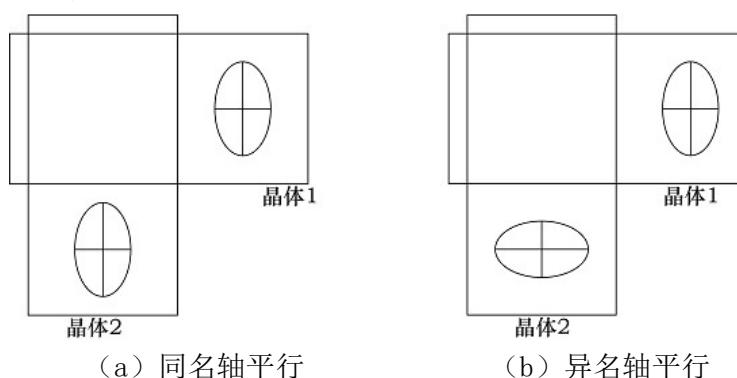


图 6 单轴晶体光性正负的测定

若将晶片 2 换成石英楔子, 且慢慢推入石英楔子, 使  $\Delta_2$  逐渐增加。①如果晶片 1 与

石英楔子同名轴平行，总光程差 $\Delta$ 是递增的，导致干涉色逐渐升高；②如果晶片1与石英楔子异名轴平行，总光程差 $\Delta$ 是递减的，导致干涉色逐渐降低。

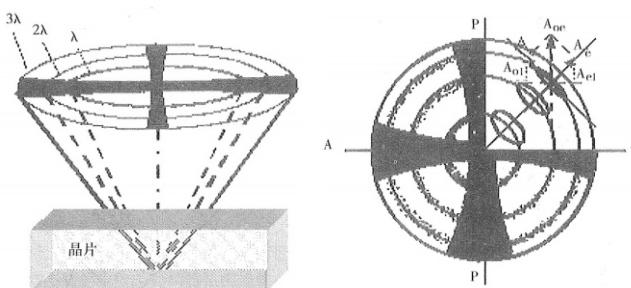
当两个晶片相叠时，如果一个晶片的快慢轴方向已知，可根据补色法则，利用干涉色升降情况确定另一晶片的快慢轴方向，并可通过查干涉色表估算出另一晶片的光程差。

### (三) 锥光干涉

在正交偏光镜的条件下，在光路中加入聚光镜和勃氏镜便构成了锥光装置。聚光镜使平行入射的偏振光高度聚敛，形成锥形偏光；勃氏镜可以得到放大、清晰、完整的干涉图，如不加勃氏镜，必须拔出目镜，才能看到物镜焦平面上小得多的干涉图。通过锥光装置在视阈中显现的干涉图称为锥光干涉图，它不是晶片本身的像，而是锥形偏光通过镜片后到达上偏光镜所发生的干涉效应的总和。下面根据光轴在晶体切片中方位的不同分几种情况讨论。

#### 1. 垂直光轴切片的晶体干涉

当光源为白光时，则同心圆环变为干涉彩环。图中十字交点为光轴露点，近光轴处黑臂较细，远离光轴处黑臂较粗。自光轴露点向外，等色环由疏变密，干涉色级由低到高，旋转载物台，干涉色不发生变化。具有高双折射率的晶体所形成的干涉环，要比低双折射率晶体的多。对于同一种晶体，厚的晶片所形成的干涉环，要比薄的晶片多。此外，所使用物镜的数值孔径越高，则所观察到的干涉环也越多。



(a) 立体图 (2) 俯视图

图 7 单轴晶体垂直光轴切片的锥光干涉

由图7可知，越到视阈边缘，光线方向对光轴倾斜的越厉害，双折射率就越大，对应的光率体切面之形状也就越加长而扁。包含在PP（或AA）面内的光与光轴组成的面是PP（或AA）面，即主截面，e光是在PP（或AA）面内振动，o光在垂直PP（或AA）面内振动。但由于来自下偏光镜的光都是在PP面内振动的线偏光，所以包含在PP面内的光会全部从e光的振动面内通过，而包含在AA面内的光则会全部从o光的振动面内通过，因此通过PP和AA面内的光在通过晶片后，其偏振方向不会发生改变，都平行于下偏光镜的偏振方向，与上偏光镜的偏振方向垂直，无法通过上偏光镜，因而在视阈中平行PP和AA方向就产生一个黑十字消光影。

另一方面，只有位于PP和AA面内的光才是绝对消光，光锥中位于PP和AA面附近的光都会有极小一部分通过上偏光镜而互相干涉，但由于人的眼睛感觉不到，所以十字消光影是两条有一定宽度的黑臂。转动载物台，消光影的位置不发生变动，这是因为不论载物台怎样转动，光锥中总是有部分光位于PP和AA面内或其附近，因此消光影总是存在的。

在单色光中产生的光轴干涉图除了黑十字消光影外，还有互相交替的亮环与暗环。当光上升到晶片上时，原平行PP方向的振动在晶片中要分解为两互相垂直的振动。当

入射光与光轴斜交越大时，光在晶片中走过的距离越长，双折射率越大，所以从光锥的轴越向外去，光程差就越大。与光轴成某一角度的光线组成一个光锥，而同一光锥内的每一条光线均与光轴成相同的角度，通过晶片后产生相同的光程差 $\Delta$ 。如果 $\Delta=(n+1/2)\lambda$ ，光程差是光波长的奇数倍，就会出现干涉相长，观察到一个亮环。

如用白色光源，仍可观察到黑十字状消光影，原来交替出现的亮环与暗环变成了交替出现的彩环。靠近视阈的中央是一级灰色，然后是一级黄环，红环，二级紫环，蓝环等，越向视阈的边缘，干涉色的级数越高，等色曲线的数目越多，密度越大。

实际晶体光学检测中，可以利用垂直光轴切片的锥光干涉图来检测和判断晶体光性正负。在垂直光轴切片的锥光干涉图上，o光和e光的振动方向如图8。此时插入试板，观察干涉图中四个象限内干涉色序的升降，根据消光原理判断 $n_o$ 是快轴还是慢轴，从而确定待测样品的光性正负。另一种判定的方法是：插入试板，观察四个象限干涉彩环的移动方向，或哪两个对称象限在靠近黑十字交点附近出现黑点。

例如，插入石英楔子，如果满足下列情形①一、三象限干涉色序升高，二、四象限干涉色序降低；②一、三象限干涉彩环向内收缩，二、四象限干涉彩环向外扩张；③二、四象限在靠近黑十字交点附近出现黑点，而一、三象限在对应位置上没有黑点。则待测样品为正光性；反之，则为负光性。

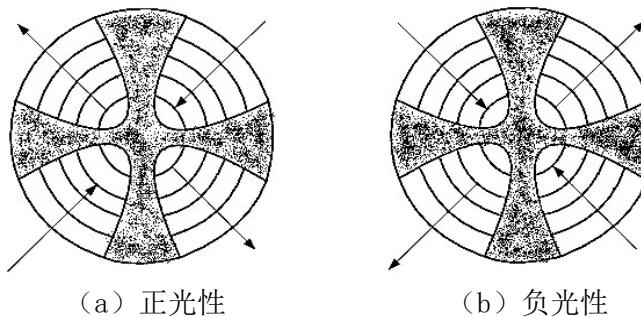


图 8 单轴晶体光性正负的测定

## 2. 平行光轴切片的晶体干涉

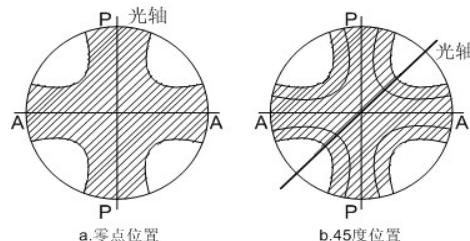


图 9 单轴晶体平行光轴切片锥光干涉图

对于平行光轴的切片，当光轴与上偏光镜（或下偏光镜）振动方向平行时，视域中出现模糊粗大的黑十字，只有在四象限中接近边缘有小部分明亮。稍微转动载物台，黑十字立即分裂成一对双曲线，并迅速沿光轴方向离开视域，因其变化迅速，又称瞬变干涉图。自相对的象限离开视域就是包含光轴的象限。继续转动载物台，当光轴与上下偏光镜振动方向成 $45^\circ$ 角，视域最亮，出现对称的双曲干涉带。对于双折射率较高的晶体，当处于 $45^\circ$ 位置时，视域中出现干涉色，在两两相对的象限中，干涉色由视域中心向边缘逐渐升高，据此可以判断光轴的位置。对于双折射率较低的晶体，当处于 $45^\circ$ 位置时，视域中呈现一片白色或一片灰色，此时如插入石膏试板，现象会清楚很多。

### 3. 斜交光轴切片的晶体干涉

实际晶体分析中，大部分切面和光轴成各种角度的斜交，斜交程度可从正交偏光镜间切面的干涉色加以估计。①切面的干涉色很低：切面与光轴接近垂直；②切面的干涉色很高：切面与光轴接近平行；③切面的干涉色不很高也不很低：切面和光轴斜交为45度左右。斜交光轴的切面在聚敛偏光镜间，黑十字的交点即光轴点不在视域中心，但仍在视域之内，转动载物台，光轴露点也随之转动，方向与载物台的转动方向相同。不论怎样转移，消光影的两臂仍保持与下偏光镜或上偏光镜的振动面相平行。

#### (四) 晶体旋光性、埃利旋

当一束线偏振光通过某些物质后，光的振动方向会随着物质中的传播距离增加而逐渐发生旋转，这种现象称为旋光现象。旋光有左右旋之分，旋光物质也有左旋物质和右旋物质之分。对于旋光物质而言，振动面旋转的角度 $\psi$ 与通过旋光物质厚度d成正比：

$$\psi = \alpha d \quad (6)$$

其中，比例系数 $\alpha$ 为该旋光物质的旋光率。如图10(a)，右旋石英置于左旋石英之下，会观察到右旋，而图10(b)是左旋置于右旋石英之下，会观察到左旋。以上图形称为埃利旋。利用埃利旋可以在晶片中识别有左旋和右旋两种石英单体所构成的双晶。



(a) 右旋石英在左旋石英片下



(b) 左旋石英右旋在石英片下

图10 埃利旋

任一线偏光都可看作由两个振幅相等、沿同一方向传播的左旋和右旋圆偏振光组成。如组成线偏振光的左旋与右旋圆偏光的折射率分别用 $n_L$ 和 $n_R$ ，光波长用 $\lambda$ ，通过晶体厚度用d表示，在两圆偏光自晶片透出的瞬间，二者各具一定周相，二等分其周相差，就得到离开晶片后的平面偏光的振动方向，此振动方向比原来进入晶片前时的振动方向转动了一个角度 $\psi$ ：

$$\psi = \frac{\phi_L - \phi_R}{2} = \frac{\pi d(n_L - n_R)}{\lambda} \quad (7)$$

$n_L = n_R$ 时， $\psi = 0$ 不存在旋光；当 $n_L > n_R$ ， $\psi > 0$ 为右旋；当 $n_L < n_R$ ， $\psi < 0$ 为左旋。

### 三、实验仪器

射偏光显微种类很多，但基本原理都大同小异。图11为本实验所用的XP-201型透射偏光显微镜的构造图，主要结构包括：

1. 光源：卤素灯 12V/20W，亮度可调节。
2. 起偏镜：用于产生偏振光，可转动调节方向。
3. 聚光镜：位于物台下面，有一组透镜组成，可以把来自下偏光镜的平行光聚敛成锥形偏光，聚光镜连有手柄，可根据需要旋入或旋出光路。
4. 旋转载物台：用于放置观察样品，可360度旋转。
5. 物镜：由四个放大倍数分别为4x, 10x, 40x, 60x的物镜，物镜的前镜片与样品

之间的距离称为工作距离，物镜的工作距离随着放大倍数的增加而减小，所以用高倍物镜时要特别小心，应先将物镜调至最低，然后逐步升高对焦。

6. 补偿器插口：补偿器插口用于插入各种补偿器，通常仪器带有 $\lambda$ ,  $\frac{\lambda}{2}$ 及石英楔子等补偿器。

7. 检偏镜：摆动式，可移出光路，进行单偏光观察。

8. 勃氏镜：位于目镜与上偏光镜之间，为一小凸透镜，与目镜联合组成一望远镜，勃氏镜可左右移动，分别移入、移出光路。

9. 目镜：目镜中装有十字丝和刻度尺。

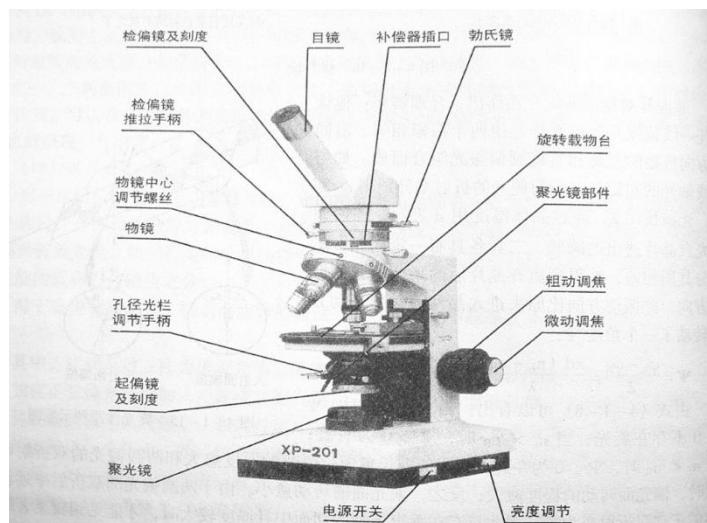


图 11 XP-201 型透射偏光显微镜

#### 四、实验步骤

第一组样品的每个晶片都标明了晶体材料及其剖面与光轴的大致关系，可使同学们对于晶体的相关光学性质有一些基本了解和认识；第二组样品都是未知晶片，作进一步实际练习和晶体鉴定之用。

##### 1. 仔细阅读说明书，了解偏光显微镜的结构及使用方法

##### 2. 校正仪器中心，调节物镜光轴与物台中心重合。

选用低倍物镜，载玻片上选一小黑点，并将小黑点转至十字丝中心，转动载物台，如物镜光轴与载物台中心不重合，小黑点会绕一圆心转动，此圆心即为载物台中心，调节物镜中心调节螺丝，使物镜中心移至载物台中心，反复重复调节直至小黑点不再转动为止。

##### 3. 调整上下偏光镜正交，并使目镜十字丝与上下偏光镜偏振方向平行。

① 在正交偏光镜条件下，将不同的晶体放在载物台中心，缓缓移动载物台一周，在目镜中仔细观察，准确，完整，简练地描述和记录你所观察到的原始实验现象。

② 深刻理解什么是全消光，什么是四次消光。

③ 判断给出的几种未知样品是各相同性质还是各相异性。

④ 对已检出的各向异性晶片，用一级红插片（慢光方向与短边平行）判别其慢光方向，并估计其光程差，说明判别依据。

##### 4. 测量并观察晶体的干涉色级序。

① 找到正交偏光镜成45度的位置（最亮）。

② 在试片孔中缓缓插入石英楔子，记录视域中出现的干涉色。

- ③ 查阅表，根据其色序升降确定样品的慢光振动方向。
- ④ 同理可对斜切和平切片进行上述操作，有余力的同学还可以对垂直切片进行观测，看看能得出什么结果。

#### 5. 锥光干涉观测：

- ① 光路中加入锥光镜和勃氏镜，仔细观察晶片的锥光干涉图，然后转动载物台，观测图形的变化。
- ② 对各种样品都进行观察和记录，找出这些干涉图的相同点和不同点。
- ③ 有余力的同学，可以换用高倍物镜重复上述操作，但必须重新校正物镜中心。

#### 6. 鉴定光性正负：

- ① 对垂直光轴切片，插入一级红插片，观察干涉图中四个象限内干涉色序的升降，根据消光原理判断 $n_e$ 是快轴还是慢轴。若一、三象限干涉色序升高，二、四象限干涉色序降低，则待测样品为正光性；反之，则为负光性。
- ② 另一种判定的方法是：插入石英楔子，观察四个象限干涉彩环的移动方向，或哪两个对称象限在靠近黑十字交点附近出现黑点。如果满足下列情形①一、三象限干涉彩环向内收缩，二、四象限干涉彩环向外扩张；②二、四象限在靠近黑十字交点附近出现黑点，而一、三象限在对应位置上没有黑点。则待测样品为正光性；反之，则为负光性。

#### 7. 利用观察埃利旋转向的方法，判断方和圆两片石英的旋光性质。

- ① 右旋石英置于左旋石英之下，会观察到右旋，
- ③ 左旋置于右旋石英之下，会观察到左旋。

### 五、实验数据记录

**Table 1: 实验仪器列表**

序号	仪器名称	数量
1	XP-201 型透射偏光显微镜	1

### 1. 确定样品的各向同性/各向异性

#### a 实验结果：

**Table 2: 确定样品的各向同性/各向异性**

样品	现象	各向同性/各向异性
未知晶片 A	样品台旋转一周，视场出现四明四暗，间隔约 45°（以下相同现象均简称四明四暗）	各向异性
未知晶片 B	四明四暗	各向异性
未知晶片 C (塑料片)	样品台旋转一周，视场始终保持黑暗	各向同性
X 切白云母	四明四暗	各向异性
X 切方解石	四明四暗	各向异性
X 切薄石英	四明四暗	各向异性
X 切 LN	四明四暗	各向异性
Z 切 LN	样品台旋转一周，视场始终保持明亮	各向异性

### b. 结果讨论

$$I \propto A_+^2 = A_{e1}^2 + A_{o1}^2 - 2A_{e1}A_{o1}\cos\delta = A_{oe}^2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \left[ \frac{d(n_e - n_o)}{\lambda} \pi \right] \quad (8)$$

由式(8)可得, 当  $\alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$  时, 光强有极大值; 而  $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, 2\pi$  时, 光强为零, 取极小值。因此在旋转一周,  $\alpha$  由 0 变化到  $2\pi$  的过程中, 视场将出现四明四暗, 间隔约  $45^\circ$ , 因此可以使用这个现象判断晶体是各向同性或各项异性。

由实验结果可得, 未知晶片 A、B 和 X 切白云母、方解石和薄石英以及 X 切 LN 均为各向异性晶片, 发生了双折射现象, 视场出现理论预期的四明四暗现象。

而未知晶片 C 由于其(塑料)分子形状和分子相互排列不呈晶体结构而呈无序状态, 因此不存在双折射效应, 所以晶片 C 为各向同性晶片。

而 Z 切 LN 晶片的切面与光轴垂直, 探测光在平行于光轴的方向入射, 此时两偏振方向的折射率相同, 也未发生双折射现象, 因此不能够简单的通过四明四暗现象判断晶片是否为各向同性, 应取多个方向切片进行观察。

## 2. 用一级红插片判断各向异性切片的慢光方向

### a 实验结果:

Table 3: 用一级红插片判断各向异性切片的慢光方向

样品		A 片	B 片	白云母	方解石	SiO <sub>2</sub> X 切	铌酸锂 X 切
长边位置/°		0	105	0	0	355	0
消光时角度/°		44.4	167.0	69.4	0.8	320.0	44.0
同名轴平行	对应角度/°	0	212.0	114.4	315.0	5.0	359.0
	光程和	830	740	880	970	940	970
异名轴平行	对应角度/°	89.4	122.0	24.0	45.8	275.0	89.0
	光程差	480	470	460	450	450	450
长边与慢轴夹角/°		89.4	17.0	24.0	45.6	80.0	89.0
快轴与慢轴夹角/°		89.4	90.0	90.4	90.8	90.0	90.0
$\Delta r/nm$		655	605	670	710	695	710
$\Delta c/nm$		175	135	210	260	245	260

### b. 结果讨论

我们先将待测晶片固定在载物台上, 读出其长边对应的位置, 记为长边位置。

然后旋转样品台约  $45^\circ$ , 找到消光点, 在该位置上视场全暗, 记为消光位置。此时快轴或慢轴将对齐上方偏振片的偏振方向。

消光状态下沿  $45^\circ$  方向插入一级红插片, 得到第一级色须的干涉图片, 此

时旋转样品台，可以观察到干涉色增大或减小。依照光程差补偿原理，当同名轴重合时，光程差为：

$$\Delta = \frac{\Delta_r + \Delta_c}{2} \quad (9)$$

当异名轴重合时，光程差为：

$$\Delta = \frac{\Delta_r - \Delta_c}{2} \quad (10)$$

由于一级红插片的短边是慢轴方向、长边方向是快轴方向，即插入的方向是快轴方向，由此我们知道光程差减小（干涉色降低）的位置为慢轴方向。

我们将各切片慢轴方向绘制如下：

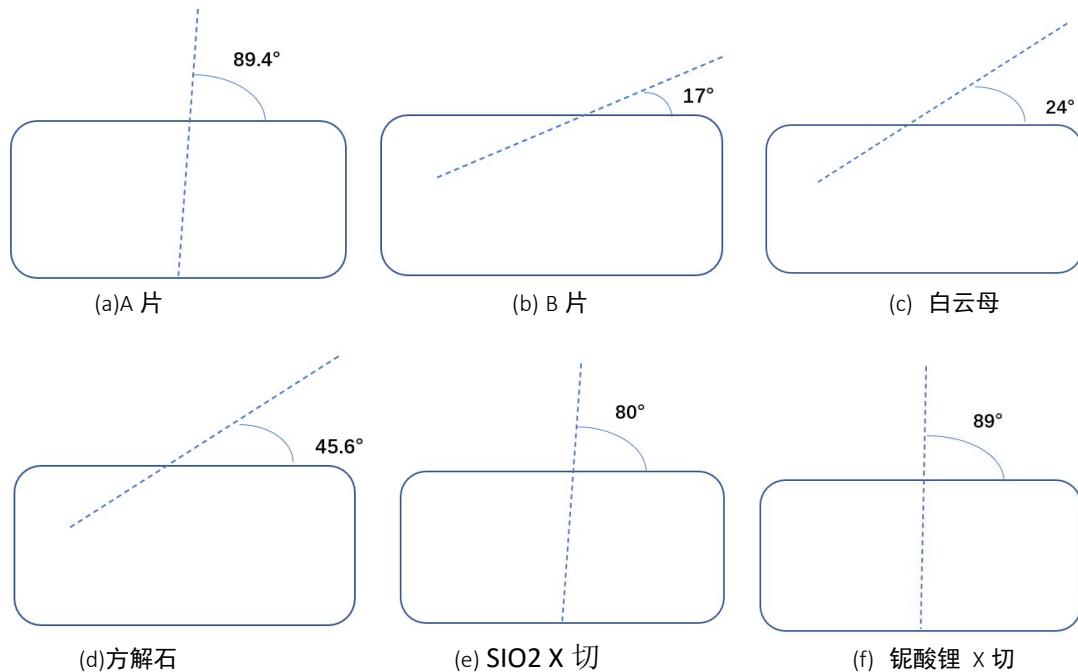


图 12 各向异性切片的慢光方向  
各切片的光程差则如表 3 所示。

在实验中我们已知一级红插片的光程差为  $\Delta r = 570\text{nm}$ ，由此可以对实验中光程差测量结果进行误差分析，实验中测得一级红插片光程差为：  $\Delta r = 674 \pm 17\text{nm}$ ，由此可知人眼比色最高能产生  $100\text{nm}$  的测量偏差，这个实验精度相较测量值而言是不可接受的。

该实验误差有两个主要产生原因，其一为人眼比色的主观误差。由于光刺激作用于人眼时，细胞的兴奋并不随着刺激的终止而消失，而能保留一短暂的时间。这种在刺激停止后所保留下来的感觉印象称为后象，此时视场中出现的是实际颜色的补色。而由于我们在显微镜视场和色序图中反复切换进行颜色比较，这一效

应的影响也尤为显著，实验中操作中仅人眼无法准确分辨的因素即可造成 50nm 左右的光程度数误差。

其次观察消色时，我们观察到的颜色可能没有列表中的那么丰富，这是因为 XP-201 型透射偏光显微镜使用的光源并非严格的白光光源。我们以一组溴钨灯光源的光谱测试结果为例，我们发现其在 500~720nm 的波段，在波长空间里近似为均匀光源，而其蓝光波段则没有对应的发射峰，因此溴钨灯光源偏黄（蓝色的补色）。而实验中使用的卤素灯光源也偏黄，推测成因与溴钨灯相似。由于光源非理想白光光源，导致蓝色波段的光强较低，因此其理论干涉色和实际观察到的干涉色有一定差距，无法观察到连续的颜色变化。

然而这也不足以完全解释实验中出现的“颜色跃迁”现象，这是由于仅有部分晶体出现明显的“颜色跃迁”现象，具体说来方解石、白云母、LN 及石英晶片不能很好地观察到蓝色-蓝绿色-绿色-黄色的过渡，可以推测为这些晶体对于蓝光波段的可见光吸收更强，进一步加剧了上述效应。

本次实验中快轴和慢轴的理论夹角为  $90^\circ$ ，实际测量各晶片的快慢轴夹角为  $90 \pm 1^\circ$ ，与理论符合良好，可以认为我们的测量准确。

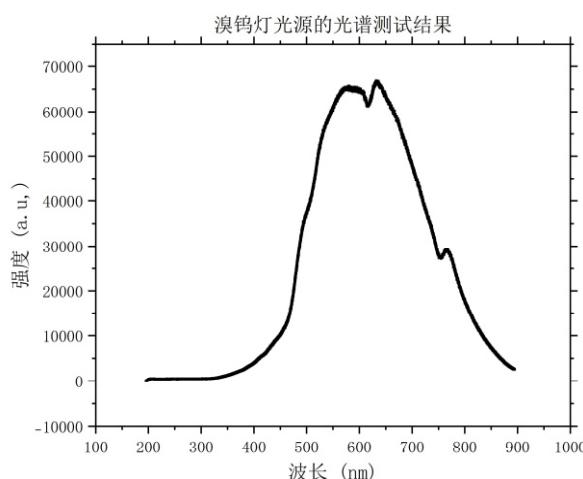


图13 溴钨灯光源的光谱测试结果

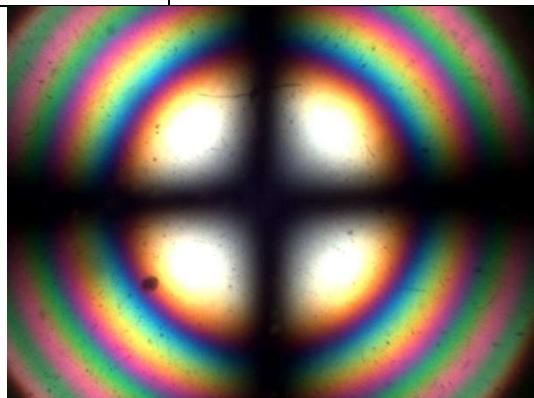
### 3. 锥光干涉研究观测图形变化

#### a 实验结果：

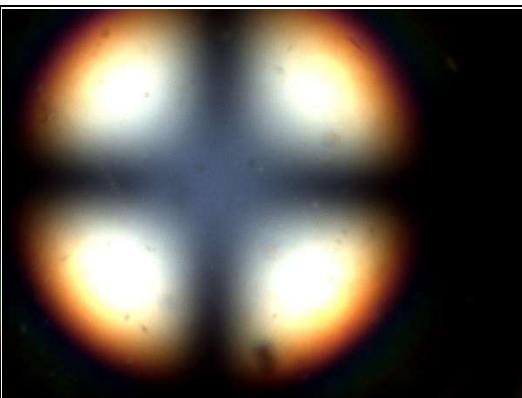
Table 4: 锥光干涉研究观测图形变化

样品	光路中加入锥光镜和勃氏镜现象
Z 切 LN	中心出现“黑十字”，四周出现彩色干涉环；旋转后图样不变。

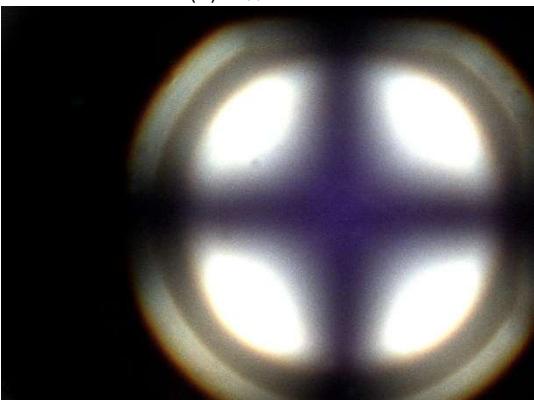
Z 切薄石英	中心出现“黑十字”，四周明亮；旋转后图样不变。
Z 切 $\text{Al}_2\text{O}_3$	中心出现“黑色双曲线”，四周明亮；旋转后双曲线扩张
黑云母	中心出现“黑色双曲线”，旋转后双曲线扩张
大方	“黑十字”无黑色交点，四周出现彩色干涉环；旋转后图样的中心圆形轨迹移动。
小圆	“黑十字”无黑色交点，四周出现彩色干涉环；旋转后图样的中心圆形轨迹移动。
白云母	转动前视野全亮，旋转过程中出现黑色十字，并沿光轴方向扩散
斜切石英	出现类似劈尖干涉条纹，无法观察到完整黑十字
斜切 LN	出现类似劈尖干涉条纹，无法观察到完整黑十字
X 切 LN	转动前视野全暗，旋转过程中出现黑十字，并沿光轴方向扩散
B 片	转动前视野全暗，旋转过程中出现黑十字，并沿光轴方向扩散
方解石	转动前视野全亮，旋转过程中出现黑十字，并沿光轴方向扩散
氯晶云母片	中心出现“黑色双曲线”，四周明亮；旋转后双曲线扩张



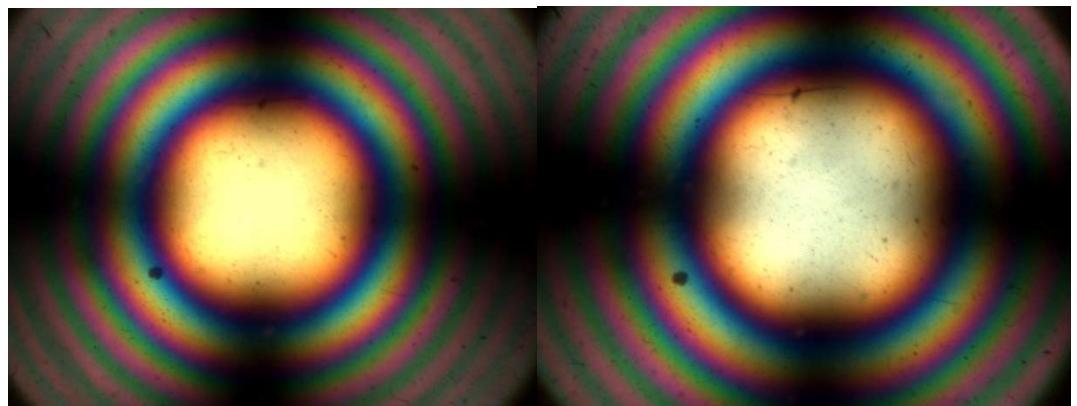
(a) Z 切 LN



(b) Z 切薄石英

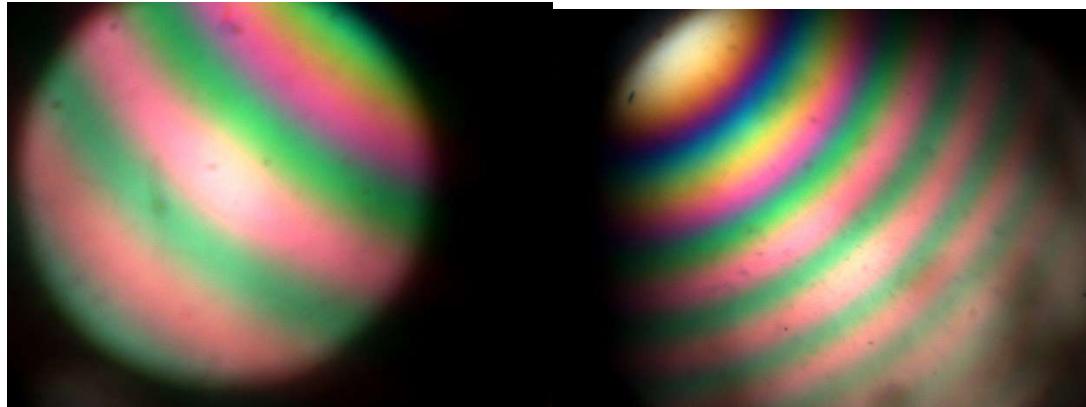
(c) Z 切  $\text{Al}_2\text{O}_3$ 

(d) 黑云母



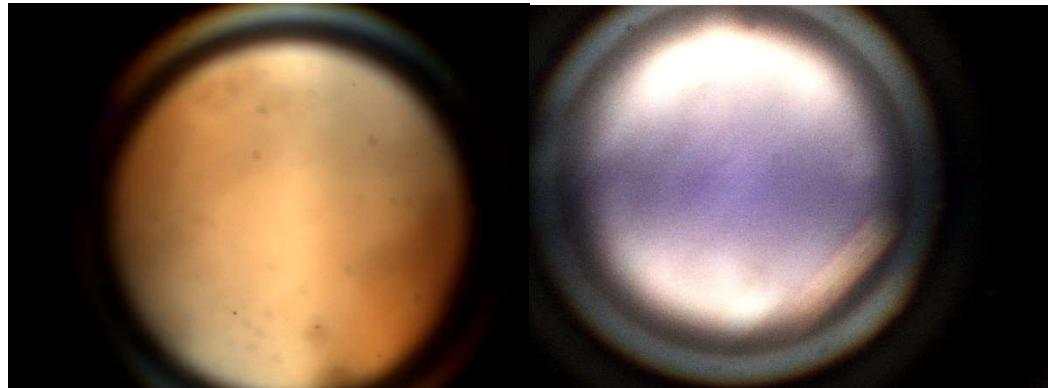
(e)大方

(f) 小圆



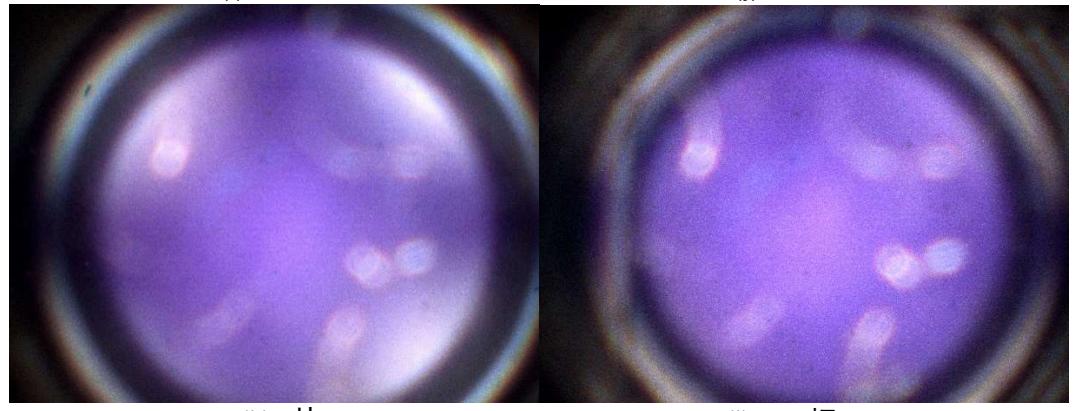
(g)斜切石英

(h) 斜切 LN



(i)白云母

(j) 方解石



(k)B 片

(l) LNX 切

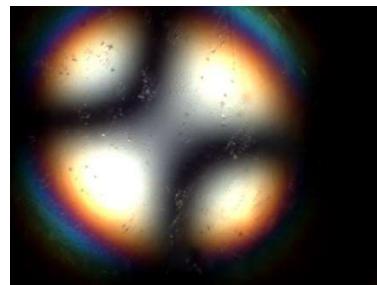
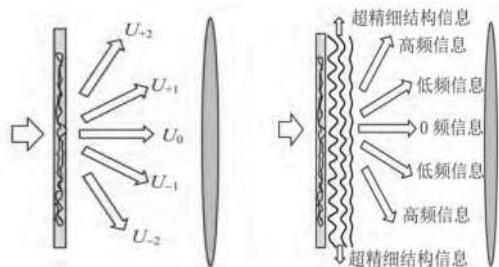


图14 晶片锥光干涉图样

### b. 结果讨论

在本部分实验中我们有 40 倍和 60 倍两种规格的物镜可以选择, 其数值孔径 60 倍物镜略大于 40 倍物镜. 在实验中, 40 倍物镜的视场范围更大, 但是观测效果更差, 其原理可解释如下:



a. 同空间频率的不同级衍射 b. 不同空间频率的 1 级衍射

图15 单色平面波正入射时衍射屏衍射分频示意图<sup>[1]</sup>

菲涅耳衍射可以看成是紧邻衍射孔附近的光场的傅里叶变换, 而  $d = f$  时, 透镜后焦面上的光场是前焦面上物屏场的傅里叶变换. 以  $f_0 = 1/\lambda$  代表载波的空间频率, 可以将物屏上的空间结构分为低频结构 ( $f_x \ll f_0$ )、高频结构 ( $f_x \leq f_0$ ) 和超精细结构 ( $f_x > f_0$ ). 其中物体的超精细结构波随着传播方向指数衰减, 被称为倏逝波, 只有使用近场超透镜等手段才能观测. 而在透镜的成像过程中, 由于物镜的孔径有限, 物体结构的高阶衍射也没办法完全被收集到, 所以很自然会丢失一些信息.

### 垂直光轴切片的锥光干涉:

**相同点:**对于图(a)-(f)而言, 在白光光源下, 锥光干涉图由一个黑十字和同心彩色干涉圆环构成. 由于光轴垂直于晶片截面, 因此视场内每一点与视场中心的连线构成该点的“主面”, 但是每一个点的振动方向都由下面一块偏振片决定. 因此, 在平行于或垂直于振动方向的两条轴上, 光都几乎没有办法分解为  $\circ$  光与  $e$  光, 因此出射光仍然近似的为原方向的线偏光, 会被上面一块偏振片滤去, 故呈现暗场. 而由于人眼无法感知微弱发光, 故黑十字具有一定的展宽。

而干涉图中黑十字交点为光轴的出露点，近光轴处黑臂较细，远离光轴处黑臂较粗。从光轴出露点向外，干涉色序逐渐升高。

旋转载物台，干涉彩环不发生变化。这是由于不论载物台如何转动，光锥中总有部分光位于消光面附近，与上偏光镜和下偏光镜的振动面平行，因此消光影始终存在。

**相异点：**晶片的厚薄通过影响光程影响了干涉环的数量。对比薄石英和厚石英大方、小圆切片可知，薄石英的色序较低，干涉环较小，而厚石英色序较高，干涉环较多。总的来说，厚的晶片所形成的干涉环，多于薄的晶片。基于同样的原理，折射率较高的 LN 晶体观察到的干涉色级较高，干涉环也较多。

而大方切片和小圆切片的黑十字无黑色交点出现。这是由于上述两种切片的石英晶体具有旋光性，光的振动方向将随晶体的厚度变化而变化，因此通过起偏镜后的偏振光在通过两种晶体后变为非偏振光，不会发生干涉消光现象，故中心不存在消光影。

对于黑云母切片而言，其中心出现的“黑色双曲线”，旋转后双曲线扩张是反常现象，这是由于黑云母为二轴晶体所致。

#### 斜切(相对光轴)切片的锥光干涉：

图(g)~图(h)黑十字的交点处于视域边缘，转动载物台，消光影的位置随之转移，无法观察到完整黑十字。为黑十字的中心即为光轴的出露点，而斜切晶面光轴与光线入射方向存在恒定的角度，旋转载物台后光轴在空间轴的轨迹为一个圆锥面，始终保持在视场内部，因此无法观察到完整的黑十字。可以通过旋转载物台的方式进行观测，在转动一周过程中，观察到四次暗纹出现，对应黑十字的四条黑臂。

#### 平行光轴切片的锥光干涉：

对于图(i)~图(l)而言转动载物台，视场中的黑十字分裂成一对双曲线，并沿光轴方向迅速远离视场。结合实验 2 中的实验结果，白云母样品以与载玻片长边约  $70^\circ$  的方向变化，与实验 2 中测得的  $69.4^\circ$  有一致性，两个实验现象均可以判断光轴方向。而旋转平行光轴切片，可以观察到“四暗四明”的现象。

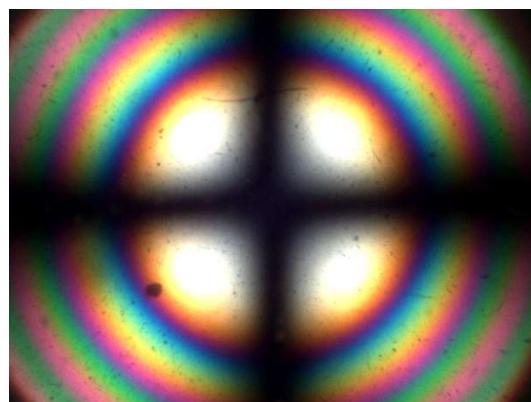
综上所述，我们可以推测图(m)氯晶云母片为垂直光轴切片，且为可能为二轴晶体，锥光干涉图的特征也可以帮助我们判断切片方向。

#### 4. 判断光性正负

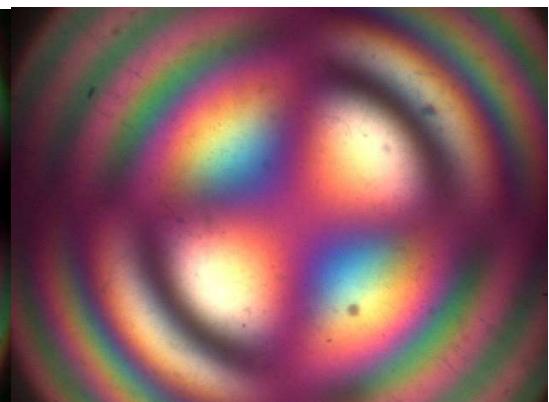
a 实验结果：

**Table 5:** 判断光性正负

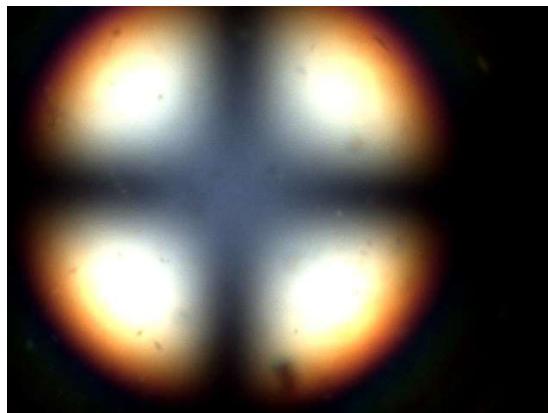
样品	现象		光性
	一级红插片	石英楔子	
Z 切 LN	二四象限色序升高	二四象限色环向内收缩	负光性
Z 切薄石英	一三象限色序升高	一三象限色环向内收缩	正光性
Z 切 $\text{Al}_2\text{O}_3$	二四象限色序升高	二四象限色环向内收缩	负光性
黑云母	二四象限色序升高	二四象限色环向内收缩	负光性
大方	一三象限色序升高	一三象限色环向内收缩	正光性
小圆	一三象限色序升高	一三象限色环向内收缩	正光性
氯晶云母片	二四象限色序升高	二四象限色环向内收缩	负光性



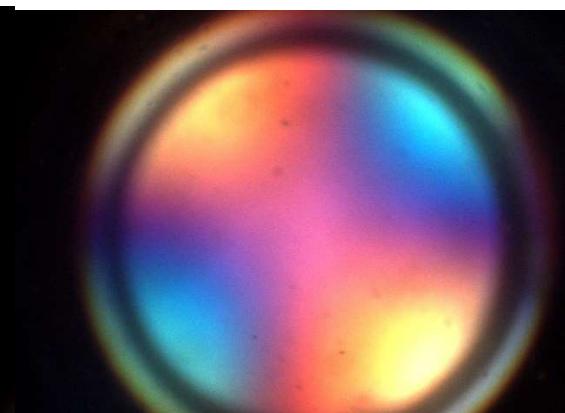
(a)



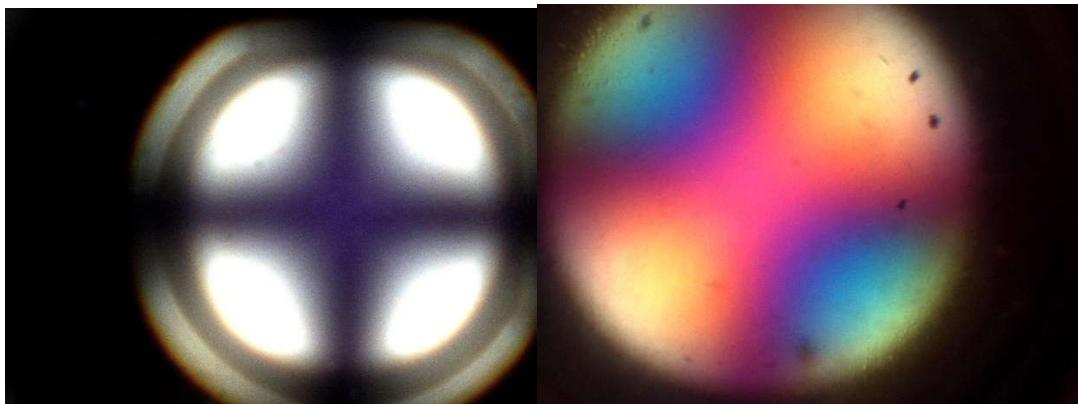
(b)



(c)

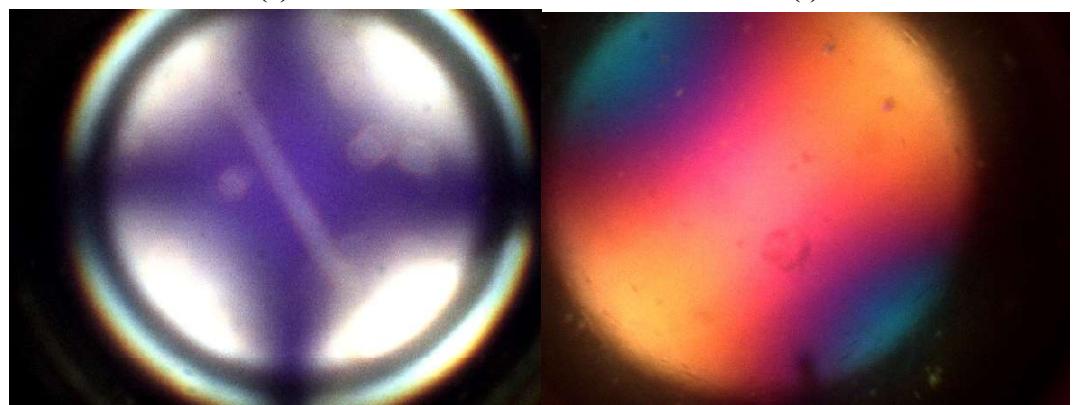


(d)



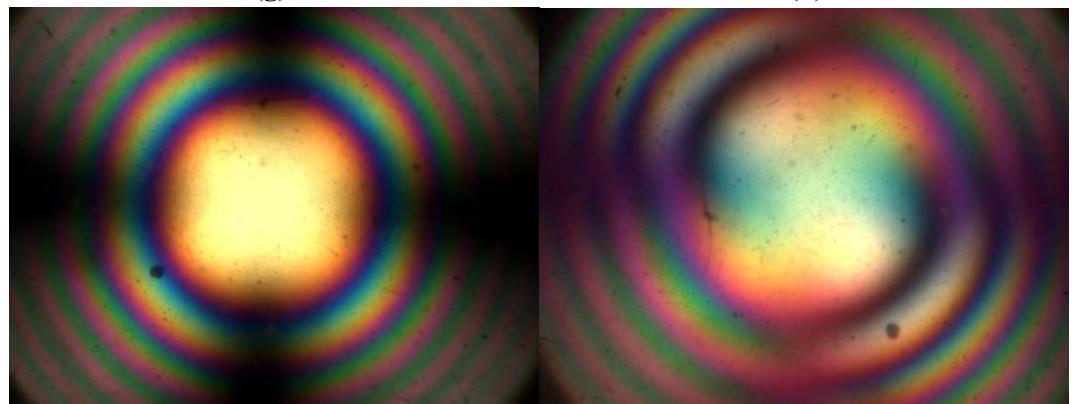
(e)

(f)



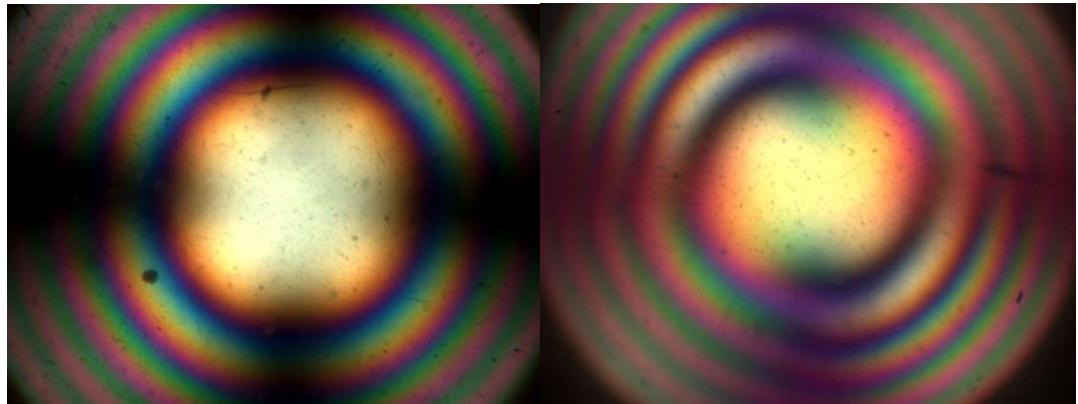
(g)

(h)



(j)

(k)



(l)

(m)

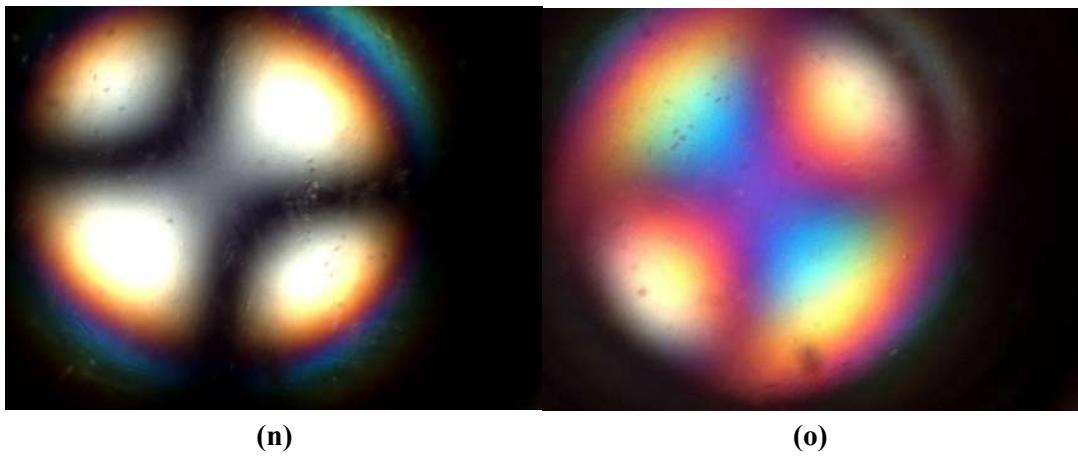


图16 判断光性正负

(a,b为Z切LN、c,d为Z切薄石英、ef为Z切Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>、gh为黑云母、ik为大方、lm为小圆，no为氯晶云母片，左侧为原图，右侧为插入红插片后的图片)

### b.结果讨论

插入一级红片后一、三象限的干涉色升高，插入石英楔子后一、三象限的干涉色环向内收缩时，晶体表现出正光性；反之为负光性。

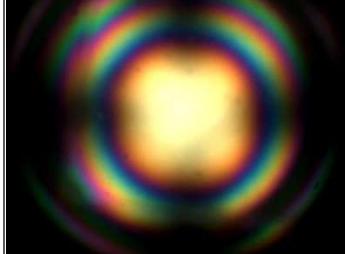
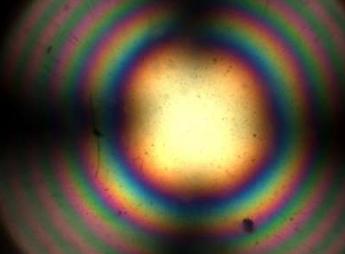
利用这一规律，很自然的可以得到石英样品(包括薄石英、大方、小圆)拥有正光性，铌酸锂、氧化铝、黑云母、氯晶云母片都具有负光性。

## 6. 判断方圆两片石英的旋光性质

### a 实验结果：

Table 6: 判断方圆两片石英的旋光性质

石英 位置关系	方石英位于圆石英上	方石英位于圆石英下
观测图象		
结论	小圆为右旋晶体 大方为左旋晶体	小圆为右旋晶体 大方为左旋晶体
石英 位置关系	方石英位于薄石英上	方石英位于薄石英下
观测图象		

结论	薄石英为右旋晶体 大方为左旋晶体	薄石英为右旋晶体 大方为左旋晶体
石英位置关系	圆石英位于薄石英上	圆石英位于薄石英下
观测图象		
结论	小圆为右旋晶体 薄石英为右旋晶体	小圆为右旋晶体 薄石英为右旋晶体

### b. 结果讨论

将大方切片置于上层、小圆切片置于下层，得到图右旋埃利旋图像，说明大方切片为左旋晶体，小圆切片为右旋晶体。调换两者位置，得到左旋埃利旋图像，同样可以得到上述结论。

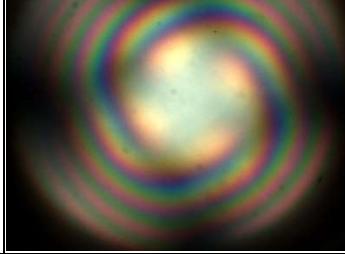
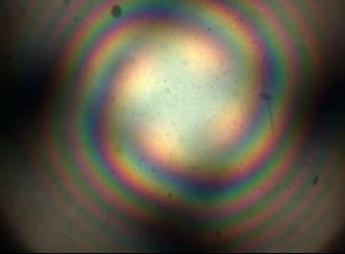
将石英切片置于上层、大方切片置于下层，得到图左旋埃利旋图像，说明大方切片为左旋晶体，石英切片为右旋晶体。调换两者位置，得右旋埃利旋图像，同样可以得到上述结论。

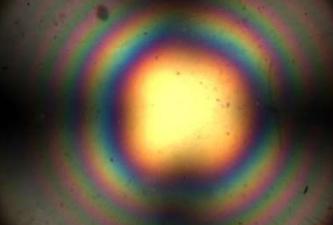
将石英切片和小圆切片叠放在一起，无论其相对位置如何，均不出现埃利旋图像，由于先前实验已知小圆切片为右旋晶体，所以可以推断石英切片也为右旋晶体。

### C. 实验改进

由于薄石英切片较薄，因此薄石英切片和大方切片叠放在一起时，埃利旋现象并不明显，我们将两层薄石英切片叠放在一起后再与小圆和大方叠放观察埃利旋。薄石英光程增加，与大方切片叠放时我们可以观察到更显著的埃利旋现象。

Table 7: 判断方圆两片石英的旋光性质(改进)

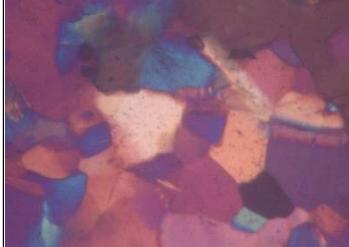
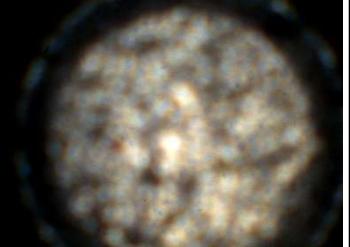
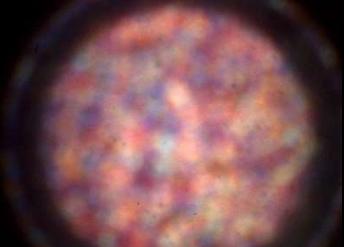
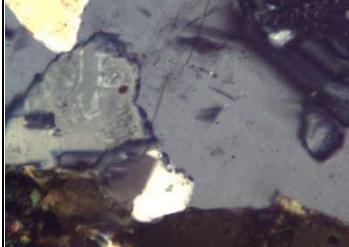
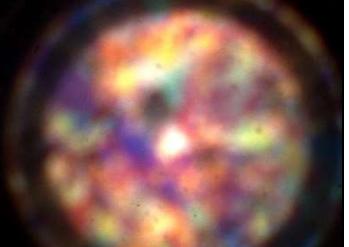
石英位置关系	方石英位于双层薄石英上	方石英位于双层薄石英下
观测图象		

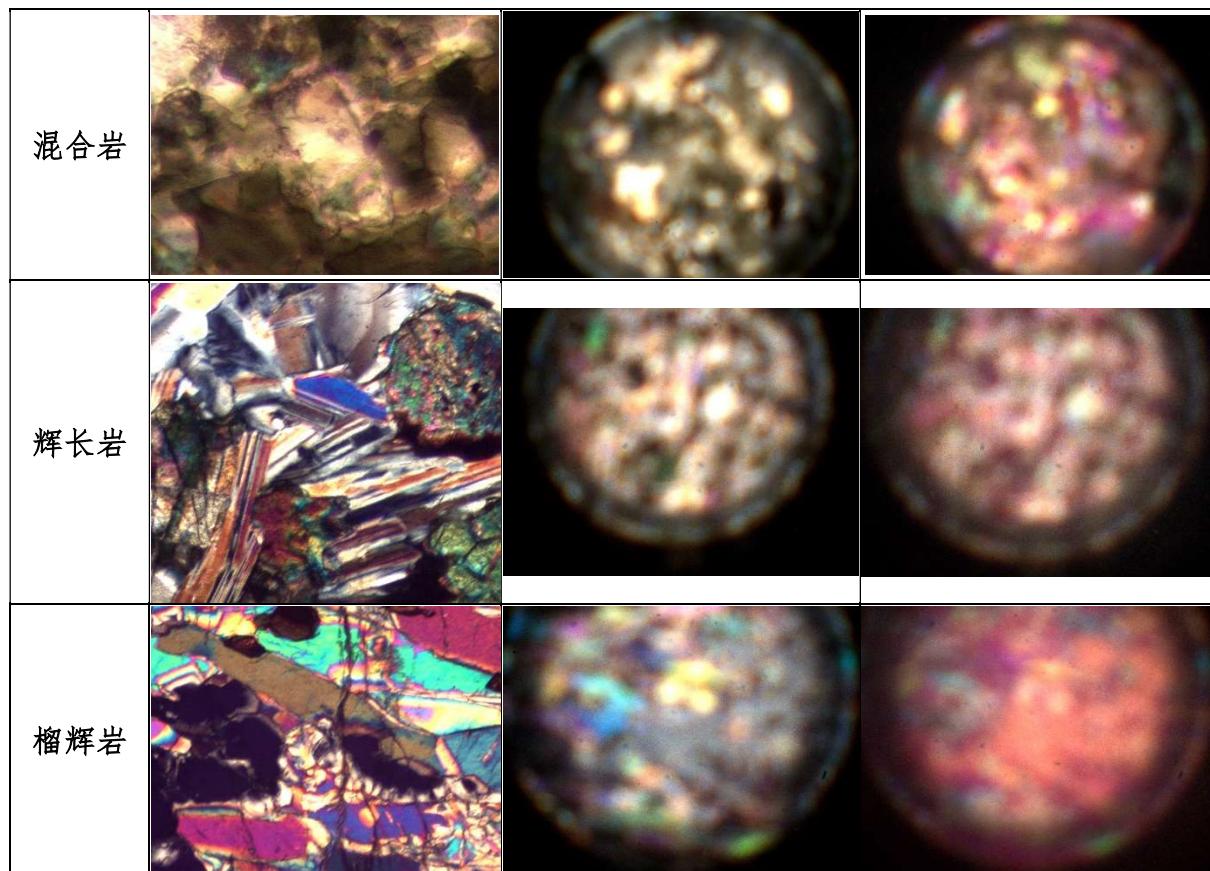
结论	薄石英为右旋晶体 大方为左旋晶体	薄石英为右旋晶体 大方为左旋晶体
石英位置关系	圆石英位于双层薄石英上	圆石英位于双层薄石英下
观测图象		
结论	小圆为右旋晶体 薄石英为右旋晶体	小圆为右旋晶体 薄石英为右旋晶体

## 7. 矿物晶体光学实验

对于透射偏光显微镜而言，我们可以观察矿物的矿物形态、解理、突起、晶形、颜色等；而将上下偏振片调至正交状态，我们可以观察矿物的消光类型、最高干涉色、测定消光角、双折率等；对于锥光显微镜而言，我们可以判断矿物的切片方向，区分矿物是一轴晶还是二轴晶，测定矿物的光性符号，估计二轴晶矿物的光轴角大小。在本次实验中，我们利用透射偏光显微镜和锥光干涉系统对蓝闪岩等矿物进行了观察。

Table 8: 矿物晶体光学实验

	透射偏光显微镜	锥光干涉	锥光干涉(一级红)
蓝闪岩			
片麻岩			



## 六、思考与讨论

1. 对于观察者来说，观察消光现象和观察锥光干涉图时，应分别注重观察什么内容？

消光现象：注重观察亮度的变化、“四暗四明”现象及其对应的位置。

锥光干涉：注重观察黑十字的位置及四条黑臂的粗细、干涉彩环的疏密程度以及干涉色序。在转动载物台过程中，注重观察黑十字中心位置及色序的变化。在插入一级红插片或石英楔子时，应当注意色序的变化。

2. 实际观察到的消光现象与你设想的有哪些不同？如何解释？

①实际观察到的暗场仍有微弱光强出现。这是由于实验中的上下偏光镜偏振方向并不一定能够刚好垂直，且环境光可能对观察也存在一定的影响。

②实际观察到的暗场不容易判断，在一定角度范围内的光强接近相同。这是由于人眼对于微弱光强的变化并不敏感，因此感受到的最暗点的位置存在一个范围，该项导致角度测量约有  $1^\circ$  左右的主观因素导致的测量误差。

3. 观察消色时，你看到的颜色可能没有列表中的那么丰富，为什么？此时你该如何应用消色法则？

已在 5.2 节进行详细分析，更优的改进实验方案详见第七章。

4. 各向异性的晶片放于正交偏光镜下，当转动载物台一周时，出现四次消光，如何解释？

对于各项异性的晶体而言，当平行光垂直于晶片截面入射时，主面垂直于这个晶体的截面。又因为入射光是横波，又是线偏振光，因此在主面中振动的光事实上一定是平行于晶体光轴振动，而垂直于主面的光一定是垂直于晶体光轴振动。因此，晶体的光轴和与之垂直的轴可以由折射率的大小被分为快轴与慢轴。

由于上下两个偏振片严格垂直，而晶片截面的快轴与慢轴也严格垂直，因此当快轴或者慢轴对其晶片上方的偏振片时，另一条轴自然将正对其下方偏振片。在这种情况下，进入晶片的光只有  $\circ$  光或者只有  $e$  光，入射光完全以相同的相速度向前传播，出射光仍然是同方向的线偏光，因此将被上方偏振片完全滤去，视场内出现消光。而消光次数及其对应位置的理论解释详见 5.1 节。

5. 双折射率较低时，黑十字粗些，而双折射率较高或双折射率不太高而晶片较厚时，黑十字较前者细些，如何解释？

光程差等于某切面上双折射率与晶片厚度的乘积，光程差的不同反映了干涉光强的不同，光程差越大，某一区域内光强变化越明显，因此黑十字越细。因此，双折射率较低时，光程差较小，黑十字较粗，而双折射率较高或双折射率不太高而晶片较厚时，光程差较大，黑十字较细。

6. 平行光轴切片的晶体其厚度较大时，沿光轴方向的干涉色是否肯定愈向外愈低？为什么？

不一定。沿光轴方向的干涉色是否肯定愈向外愈低对应的是双折射率减小对光程差 影响大于厚度增加对光程差影响的情况，但在强聚敛光的情况下，对于光锥边缘的光，晶片厚度对于光程差的影响可能大于双折射率对于光程差的影响。在该种情况下，包含光轴的两个象限开始时会出现干涉色降低的现象，而到了视域边缘将出现干涉色逐渐升高的情况。

### 7. 光性正负鉴定两种方法的异同点，以及其适用的 z 切样品类别。

相同：两种光性正负鉴定方法均可以通过判断插入一级红插片/石英楔子后色序的升降、不同象限色环的扩张和收缩、不同象限在靠近黑十字交点附近是否出现黑点等现象进行光性正负的判断。

相异：插入一级红插片的方法主要靠插入前后干涉图样的变化对比实施，插入石英楔子的方法可在插入过程中观察到干涉图样的变化。插入一级红插片的方法主要适用于干涉色较低的 z 切样品，而插入石英楔子的方法主要适用于晶体的双折射率较大或晶体较厚的 z 切样品，此时围绕光轴出露点有同心圆形色环出现，且色圈较密，适宜通过判断色圈的移动来鉴定光性正负。

### 8. 平行轴切样品的锥光干涉图随样品台旋转变化的原因。

平行轴切样品在旋转过程中，光轴方位也在发生变化，因此不同于垂直轴切样品的情况：包含在黑十字方向的光或从非常光的振动面内通过、或从常光的振动面内通过，但由于光轴方向不变，因此黑十字不发生变化，锥光干涉图样不随载物台旋转发生变化。平行轴切样品由于光轴方位的变化，在正交偏光干涉下的黑十字也随着旋转发生分裂和合并，又由于平行轴切样品自锥轴向光锥边缘的光，愈向边缘双折射率愈小，且双折射率的减小对光程差的影响超过了厚度增加对光程差的影响，因此，在光轴方向的现象干涉色逐渐降低。故随着光轴的转动，不仅黑十字的形态发生了变化，干涉色的象限分布也发生了变化。

### 9. 如何判断斜切样品光轴偏离方位

旋转晶体，使得晶体固定在某一朝向时，转动载物台，干涉图像不变，且存在不改变位置的黑十字，说明此时晶体的光轴与载物台垂直，测量出此时晶体所在平面与垂线之间的方位角，即可判断斜切样品光轴偏离的方位。

## 七、实验拓展

### 基于白光干涉色序的无接触式肥皂膜厚度测量实验

#### 7.1 研究背景

“分支流”现象最早于 2001 年在二维电子气系统中发现<sup>[2]</sup>，随后研究人员又在从微波到海浪等不同系统中观测到这一现象。2020 年 7 月，以色列理工学院的 Mordechai Segev 的研究团队在 Nature 杂志上发表了题为 Observation of branched flow of light 的封面文章，其将激光通过光纤射入肥皂膜中，首次观察到了光的分支流现象<sup>[3]</sup>。



图 17 光的分支流现象<sup>[3]</sup>

原论文中，作者将罗丹明（一种荧光物质）掺杂引入肥皂膜中，其在激光入射下发生光致发光，因此可以通过观察 570nm 波长的荧光来观察光的分支流动模式。为了在观察分支流现象的同时可以测得肥皂膜厚度，实验中可以使用 RGB（红、绿、蓝）三通道激光光源或白光光源入射，并用 CCD 捕捉不同颜色激光下的肥皂膜白光干涉图像，这可以使我们有足够的信息来进行肥皂膜厚度的重建。

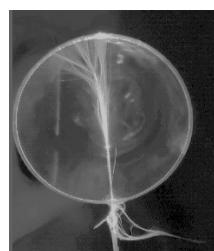


图 18 复现得到光分支流现象

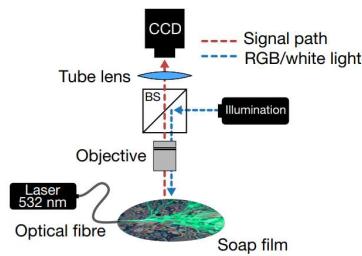
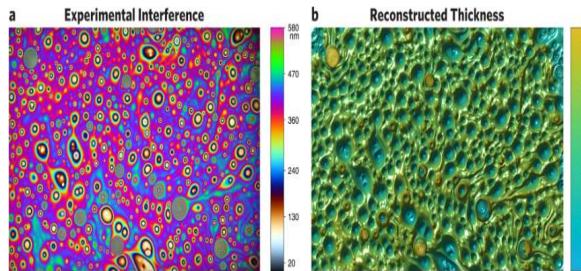
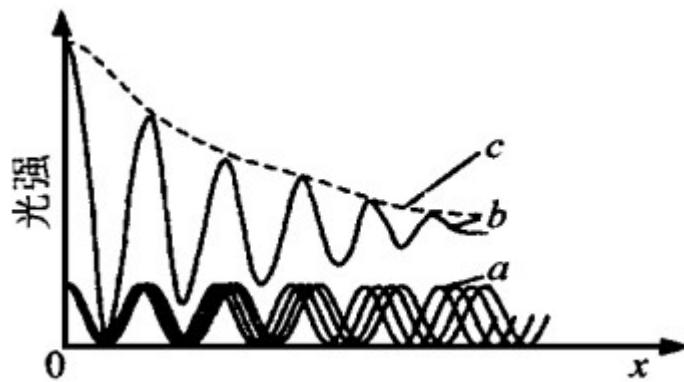
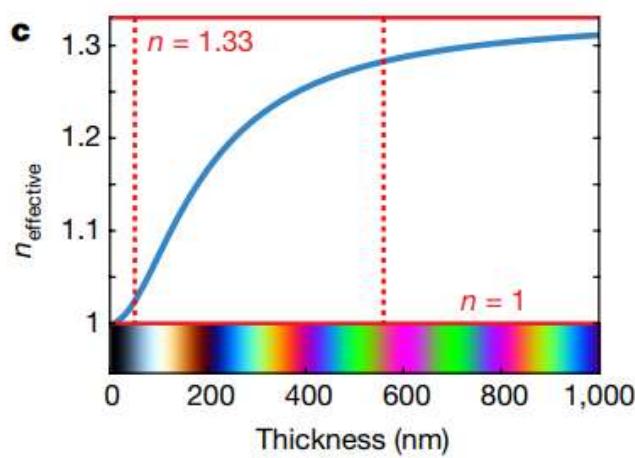


图 19 原论文实验方案<sup>[3]</sup>

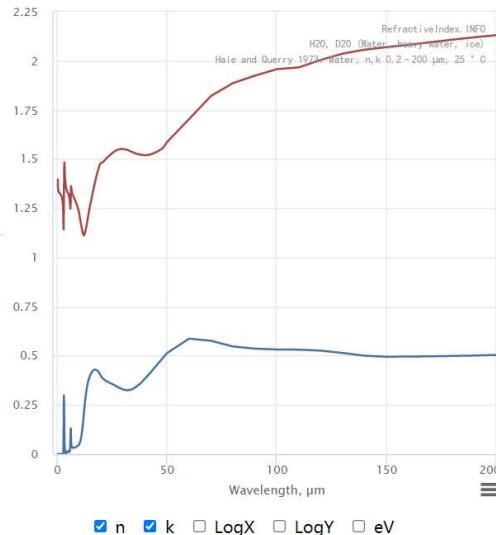
图 20 三通道重建得到肥皂膜折射率分布<sup>[3]</sup>图 21：白光干涉光谱图像<sup>[4]</sup>

(a. 各谱线光强曲线；b. 合成光强曲线；c. 光强包络曲线)

肥皂膜厚度的重建原理和本实验中透射偏光显微镜通过色序表测量光程的原理相同，白光干涉时，各波长将产生各自的一组干涉条纹。当光程差为零时，各波长的零级条纹完全重合，随着光程差及干涉级数的增加，各波长的干涉条纹彼此逐渐错开，这种错开会使条纹对比度逐步下降。因此原理上可以通过色序表唯一确定干涉条纹的级数，从而得到空间中的等光程面。

图 22：肥皂膜白光干涉光谱色序图<sup>[5]</sup>

原文的重建结果一共存在两个细节问题没有予以考虑，其一是其没有考虑水的折射率随波长的变化关系，我们通过查表得到水的色散关系，并使用拉格朗日插值法计算中间值（图 23）。

图 23：水的折射率随波长变化关系<sup>[6]</sup>

原论文中求得的理论色序图如图 22 所示，然而其没有考虑到肥皂膜下层将发生如图 24 所示的法布里勃罗干涉，其色序图不能通过简单的白光干涉公式进行计算，必须进一步考虑修正。

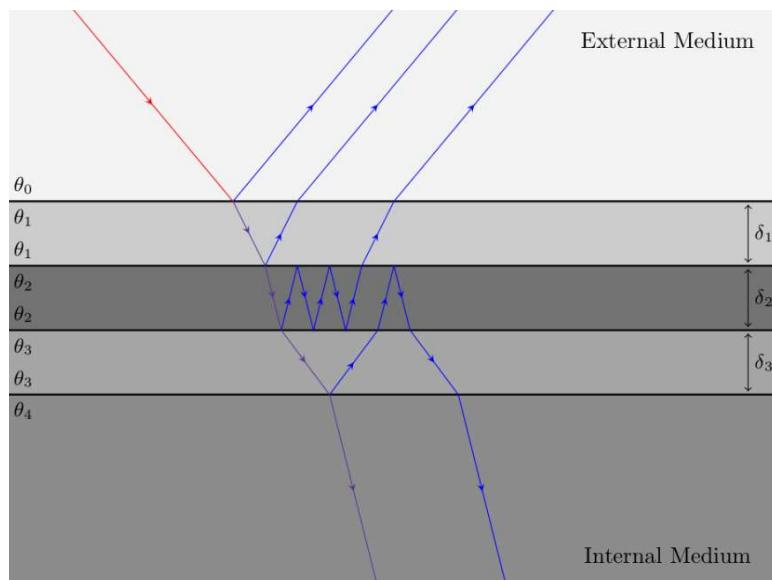


图 24：肥皂膜发生法布里波罗干涉原理图

在考虑法布里勃罗干涉后，干涉色序图将不会出现同一个颜色对应不同光程的情况，且随着色序逐渐提高，干涉色将逐渐模糊，衬度逐渐降低，比色的操作逐渐不再可行。然而由于肥皂膜的厚度在 400nm 左右，因此这一现象反而为我们的厚度重建提供的便利：我们可以使用 RGB 值一一对应膜厚而不需要担心色序升高导致的颜色出现周期性重复的现象。

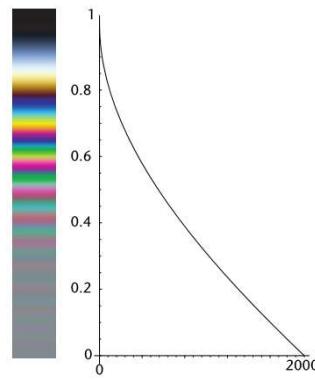


图 25：考虑法布里勃罗干涉后的色序图

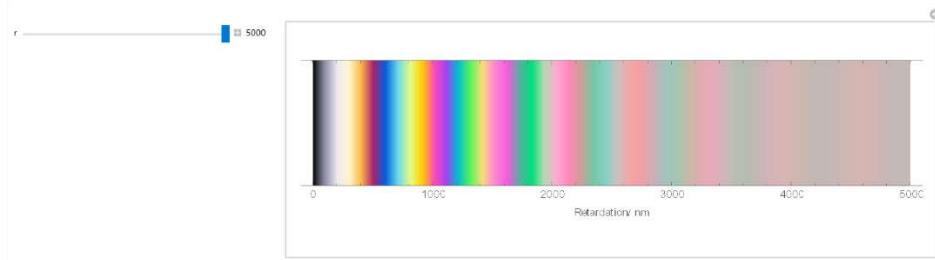
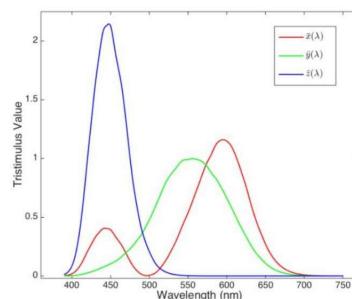
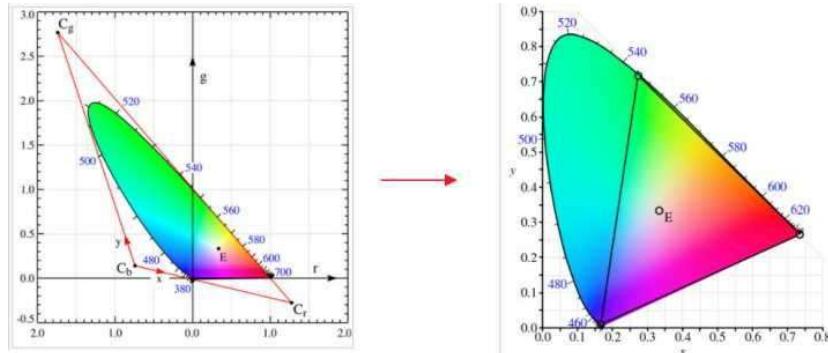


图 26：考虑法布里勃罗干涉后的色序图 (mathematica 计算结果: 0~3000nm)  
 另一个更大的问题，也是本次实验中没有使用CCD拍摄照片并使用程序辅助比色的原因为，本实验中CCD自带白平衡处理，由于卤素灯并不是理想白光光源，因此白平衡处理后将为透射偏光显微镜的光程测量带来更大的难以简单消除的系统误差。

在我们的拓展实验中，还存在另一个相似问题是，CCD从原始颜色(即物理客观光谱色)到捕获的并显示的图像过程中，经过了 $\gamma$ 矫正修正。由于人眼对于不同波段的光具有图28所示的响应曲线，为了使CCD颜色更接近人眼观察到的颜色，CCD会使用 $\gamma$ 矫正矩阵使从光谱色域映射到人眼的视觉色域，这一处理过程也会导致比色出现系统误差。最好的改进方法是使用不经过 $\gamma$ 矫正的CCD进行实验，而对于手机摄像头等镜头而言， $\gamma$ 矫正已经内置在其硬件中，无法直接获得原始图片，则需要在已知矫正矩阵的情况下经过反变换得到原始图像。

图 27：人眼的视觉响应曲线<sup>[5]</sup>

$$\begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.3706743 & -0.9000405 & -0.4706338 \\ -0.5138850 & 1.4253036 & 0.0885814 \\ 0.0052982 & -0.0146949 & 1.0093968 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

图 28:  $\gamma$  矫正矩阵图 29: 经过  $\gamma$  变换后的色域

经过以上三次修正，我们可以计算得到如图30所示的肥皂膜标准色序图，再编写对应的检索程序，我们可以利用色序图实现基于白光干涉色序的无接触式肥皂膜厚度测量。

重建结果表明，在无色差前提下，标准图中薄膜厚度为220~560nm区域和675~903nm区域，肥皂膜重构相对误差不超过3%，在这些厚度区域RGB值与厚度的一一对应情况较好。由此我们也可以实现实际肥皂膜的无接触式厚度测量。

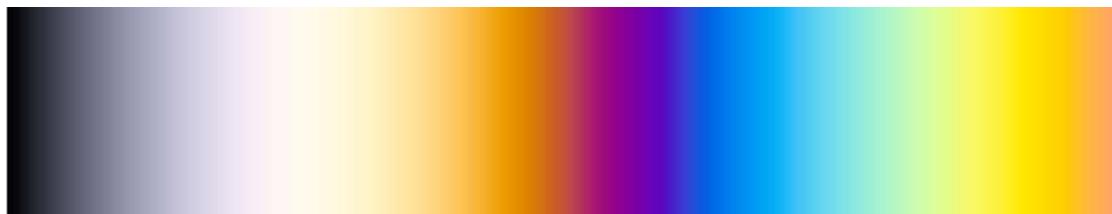


图 30: 肥皂膜的标准色序图

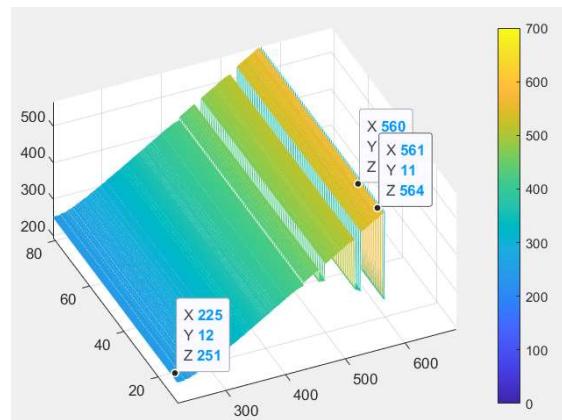


图 31: 标准肥皂膜的重建图

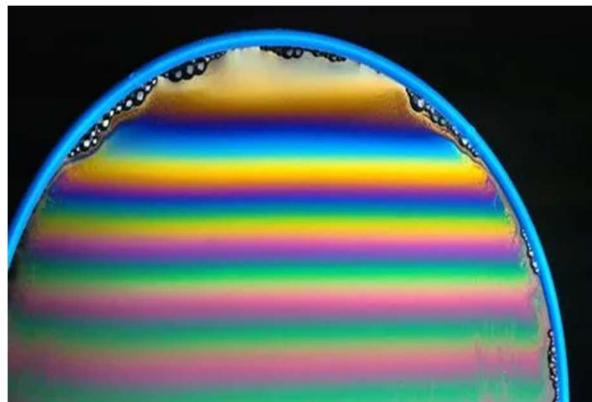


图 32：肥皂膜的实际干涉图

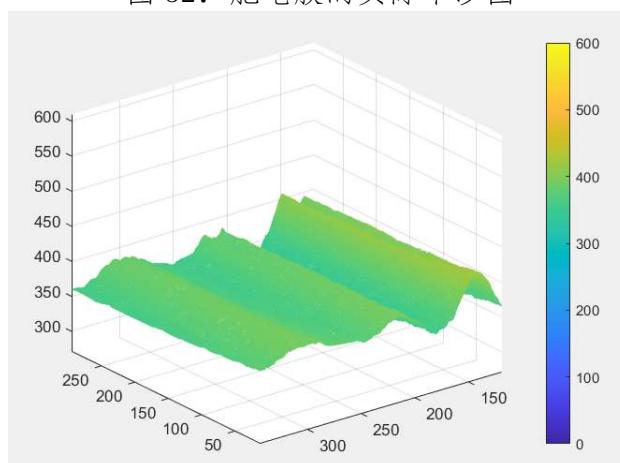


图 33：实际肥皂膜的厚度重建结果(局部)

在本次实验中，如果关闭CCD的白平衡设置和 $\gamma$ 矫正，通过理论计算得到白光干涉的色序图，再基于程序进行比色，而色序升高导致的颜色出现周期性重复的现象，可以利用石英楔子代替一级红插片，并通过程序记录颜色的变化过程，在动态变化下实现精确的光程测量。

## 八、参考资料

- [1] 方蔚瑞.傅里叶后焦面成像原理及应用[J].物理实验,2019,39(04):1-22.
- [2] Topinka, M. A. et al. Coherent branched flow in a two-dimensional electron gas. Nature 410, 183–186 (2001).
- [3] Patsyk, A., Sivan, U., Segev, M. et al. Observation of branched flow of light. Nature 583, 60–65 (2020).
- [4] 何永辉,蒋剑峰,赵万生.基于扫描白光干涉法的表面三维轮廓仪 [J].光学技术,2001(02):150-152+155.
- [5] L. T. Sharpe et al., Journal of Vision (2005) 5, 948-968
- [6] G. M. Hale and M. R. Querry. Optical constants of water in the 200-nm to 200- $\mu\text{m}$  wavelength region, Appl. Opt. 12, 555-563 (1973)

## 致谢

感谢本次实验的指导老师魏敦钊老师与搭档肖智洋的讨论, 还需特别感谢我的普通地质学老师姚卫华老师, 四年后的今天, 重新温习矿物学知识时, 从前上课的一幕一景不自觉地涌上心头, 似乎自己又一次回到了求学之路的原点, 和自己的初心再一次相遇。谨以此文致以四年求学之路上遇见的每一位良师益友。



2019年摄于中山大学珠海校区

## Supporting Information

### 附录1:

介绍: 创建标准色(代码语言:mathematica)

```

(* ciedata = {{350, 0.00127, 0.00064, 0.00045, 0.00045, 0.00045}, {350, 0.00124, 0.00061, 0.0005, 0.0005, 0.0005}, {350, 0.00123, 0.0006, 0.00049, 0.00049, 0.00049}, {350, 0.00122, 0.00059, 0.00048, 0.00048, 0.00048}, {350, 0.00121, 0.00058, 0.00047, 0.00047, 0.00047}, {350, 0.0012, 0.00057, 0.00046, 0.00046, 0.00046}, {350, 0.00119, 0.00056, 0.00045, 0.00045, 0.00045}, {350, 0.00118, 0.00055, 0.00044, 0.00044, 0.00044}, {350, 0.00117, 0.00054, 0.00043, 0.00043, 0.00043}, {350, 0.00116, 0.00053, 0.00042, 0.00042, 0.00042}, {350, 0.00115, 0.00052, 0.00041, 0.00041, 0.00041}, {350, 0.00114, 0.00051, 0.0004, 0.0004, 0.0004}, {350, 0.00113, 0.0005, 0.00039, 0.00039, 0.00039}, {350, 0.00112, 0.00049, 0.00038, 0.00038, 0.00038}, {350, 0.00111, 0.00048, 0.00037, 0.00037, 0.00037}, {350, 0.0011, 0.00047, 0.00036, 0.00036, 0.00036}, {350, 0.00109, 0.00046, 0.00035, 0.00035, 0.00035}, {350, 0.00108, 0.00045, 0.00034, 0.00034, 0.00034}, {350, 0.00107, 0.00044, 0.00033, 0.00033, 0.00033}, {350, 0.00106, 0.00043, 0.00032, 0.00032, 0.00032}, {350, 0.00105, 0.00042, 0.00031, 0.00031, 0.00031}, {350, 0.00104, 0.00041, 0.0003, 0.0003, 0.0003}, {350, 0.00103, 0.0004, 0.00029, 0.00029, 0.00029}, {350, 0.00102, 0.00039, 0.00028, 0.00028, 0.00028}, {350, 0.00101, 0.00038, 0.00027, 0.00027, 0.00027}, {350, 0.001, 0.00037, 0.00026, 0.00026, 0.00026}, {350, 0.00099, 0.00036, 0.00025, 0.00025, 0.00025}, {350, 0.00098, 0.00035, 0.00024, 0.00024, 0.00024}, {350, 0.00097, 0.00034, 0.00023, 0.00023, 0.00023}, {350, 0.00096, 0.00033, 0.00022, 0.00022, 0.00022}, {350, 0.00095, 0.00032, 0.00021, 0.00021, 0.00021}, {350, 0.00094, 0.00031, 0.0002, 0.0002, 0.0002}, {350, 0.00093, 0.0003, 0.00019, 0.00019, 0.00019}, {350, 0.00092, 0.00029, 0.00018, 0.00018, 0.00018}, {350, 0.00091, 0.00028, 0.00017, 0.00017, 0.00017}, {350, 0.0009, 0.00027, 0.00016, 0.00016, 0.00016}, {350, 0.00089, 0.00026, 0.00015, 0.00015, 0.00015}, {350, 0.00088, 0.00025, 0.00014, 0.00014, 0.00014}, {350, 0.00087, 0.00024, 0.00013, 0.00013, 0.00013}, {350, 0.00086, 0.00023, 0.00012, 0.00012, 0.00012}, {350, 0.00085, 0.00022, 0.00011, 0.00011, 0.00011}, {350, 0.00084, 0.00021, 0.0001, 0.0001, 0.0001}, {350, 0.00083, 0.0002, 0.00009, 0.00009, 0.00009}, {350, 0.00082, 0.00019, 0.00008, 0.00008, 0.00008}, {350, 0.00081, 0.00018, 0.00007, 0.00007, 0.00007}, {350, 0.0008, 0.00017, 0.00006, 0.00006, 0.00006}, {350, 0.00079, 0.00016, 0.00005, 0.00005, 0.00005}, {350, 0.00078, 0.00015, 0.00004, 0.00004, 0.00004}, {350, 0.00077, 0.00014, 0.00003, 0.00003, 0.00003}, {350, 0.00076, 0.00013, 0.00002, 0.00002, 0.00002}, {350, 0.00075, 0.00012, 0.00001, 0.00001, 0.00001}, {350, 0.00074, 0.00011, 0.0000, 0.0000, 0.0000}, {350, 0.00073, 0.0001, 0.0000, 0.0000, 0.0000}, {350, 0.00072, 0.00009, 0.0000, 0.0000, 0.0000}, {350, 0.00071, 0.00008, 0.0000, 0.0000, 0.0000}, {350, 0.0007, 0.00007, 0.0000, 0.0000, 0.0000}, {350, 0.00069, 0.00006, 0.0000, 0.0000, 0.0000}, {350, 0.00068, 0.00005, 0.0000, 0.0000, 0.0000}, {350, 0.00067, 0.00004, 0.0000, 0.0000, 0.0000}, {350, 0.00066, 0.00003, 0.0000, 0.0000, 0.0000}, {350, 0.00065, 0.00002, 0.0000, 0.0000, 0.0000}, {350, 0.00064, 0.00001, 0.0000, 0.0000, 0.0000}, {350, 0.00063, 0.0000, 0.0000, 0.0000, 0.0000}], cal = Total[ciedata[[all, 1]] + ciedata[[all, 2]]]; Total[ciedata[[all, 3]] + ciedata[[all, 5]]]; Total[ciedata[[all, 4]] + ciedata[[all, 6]]]; (*nonlinear rotation matrix to convert CIE XYZ to RGB (linear)*)
M = {{1.2406, -1.3372, -0.4946}, {-0.9609, 1.8798, .8415}, {0.9557, -.204, 1.057}};
cal = Total[ciedata[[all, 2]] + 2*(ciedata[[all, 5]] + ciedata[[all, 6]]));
Total[ciedata[[all, 3]] + ciedata[[all, 4]]];
Total[ciedata[[all, 1]] + ciedata[[all, 2]]];
(*gamma correction set at gamma = 2.2 (standard computer monitor)*)
g[lambda_] := Clip[{x + 0.00031306, 12.92 - x, -.055 + 1.055*x + (x^2/2.4)}, {0, 1}];

(*definition for value of a colour channel (x) = channel_bar(x) * illuminant(x) / da *)
chan[n_, ret_, i] := Total[transmission[[ret, i]]*ciedata[[all, n]] + ciedata[[all, 0]]*ciedata[[all, 5]]/cal[[n-1]]];
chan[n_, ret_, i] := Total[ciedata[[all, n]] + ciedata[[all, 0]] + ciedata[[all, 5]]]/cal[[n-1]];

XV2[ret_, i] := (chan[2, ret_, chan[3, ret_]], chan[4, ret_])
Manipulate[Plot[{{x, y}}, {x, 0, 1}, PlotRange -> {{0, 1}, {0, 1}}]
Frame -> {False, False}, PlotRange -> {{0, 1}, {0, 1}}, PlotLabel -> "XV2", PlotLabel -> "Retardation / nm", AspectRatio -> 20,
ColorFunction -> Function[{x, y}, RGBColor[Map[gc, N, XV2[x, y]]]],
(*ColorFunction -> Function[{x, y}, Map[gc, N, XV2[x, y]]]), Filling -> Axis, ImageSize -> {600, 200}], {x, 0, 100, 5000}]

```

### 附录2:

#### 附录 2

介绍: 求出水的色散关系和透射率(代码语言:python)

```

import numpy as np
from math import pi
from scipy import interpolate

def n_interpolation(n, x):
    ''' interpolate refractive index of water
    Arg: n - original refractive index data,

```

```
np.array N1*2
    x - spectrum wavelength range, np.array N2*1
    Return: n_intp - interpolated refractive data,
    np.array N2*1
    '''

    _f = interpolate.interp1d(n[:,0], n[:,1])
    n_intp = _f(x)

    return n_intp

def spec2xyz(spec, cmf):
    ''' integrate spectrum with cmf function to get
    CIE xyz values
    Arg: spec - np.array 1*N
          cmf - np.array N*3
    Return: xyz - np.array 3*1
    '''

    # integrate spectrum & scale it
    XYZ_array = np.tile(spec, (3, 1)).T * cmf
    XYZ = np.sum(XYZ_array, axis=0)

    # convert XYZ to xyz
    xyz = XYZ / np.sum(XYZ)

    return xyz

def xyz2rgb(xyz):
    ''' convert XYZ color to RGB color

    http://brucelindbloom.com/index.html?Eqn_XYZ_to_RGB
    .html

    http://www.brucelindbloom.com/index.html?Eqn_RGB_XY
    Z_Matrix.html
    Arg: xyz - np.array 3*1
    Return: rgb - np.array 3*1
    '''

    # CIE RGB
    m = np.array([[2.3706743, -0.9000405, -
0.4706338],
                  [-0.5138850, 1.4253036, 0.0885814],
                  [0.0052982, -0.0146949, 1.0093968]])
```

```

# linear rgb
rgb = np.dot(m, xyz)

# gamma companding
RGB = [np.power(v, 1/2.2)*255 if v > 0 else 0
for v in rgb]

return np.array(RGB)

def mat_interface(r, t):
    ''' Build transfer matrix for an interface
    Arg: r - complex
          t - complex
    Return: m - np.array 2*2 complex
    '''
    m = np.array([[1, r], [r, 1]], dtype=complex)
    return np.divide(m, t)

def mat_propogation(delta):
    ''' Build transfer matrix for light propogation
    at the length of delta
    Arg: delta - float
    Return: m - np.array 2*2 complex
    '''
    m = np.array([[np.cos(delta)+1j*np.sin(delta), 0],
                  [0, np.cos(delta)-1j*np.sin(delta)]],
                  dtype=complex)

    return m

def reflectance(x_n_pair, d, theta_i):
    ''' calculate reflectance spectrum of a soap
    bubble single layer
    with layer thickness of d(nm) and incident
    angle theta_i(deg), at wavelength x(nm) & with
    refractive index N1, N2
    Arg: x_n_pair - tuple of (x, N1, N2)
          x - float (nm)
          N1, N2 - float
          d - float (nm)
    '''

```

```

    theta_i - float (deg)
Return: R - float
'''

# unpack pairs
x, N1, N2 = x_n_pair

theta_i_rad = np.deg2rad(theta_i)
theta_t = np.arcsin(N1 * np.sin(theta_i_rad)) /
N2) # in radian
delta = 2 * pi * N2 * d / (x * np.sqrt(1 -
(np.sin(theta_i_rad)*N1/N2)**2))

rs1 = (N1 * np.cos(theta_i_rad) - N2 *
np.cos(theta_t)) / \
(N1 * np.cos(theta_i_rad) + N2 *
np.cos(theta_t))
ts1 = 2 * N1 * np.cos(theta_i_rad) / (N1 *
np.cos(theta_i_rad) + N2 * np.cos(theta_t))
rs2 = -rs1
ts2 = 2 * N2 * np.cos(theta_t) / (N1 *
np.cos(theta_i_rad) + N2 * np.cos(theta_t))

rp1 = (N2 * np.cos(theta_i_rad) - N1 *
np.cos(theta_t)) / \
(N2 * np.cos(theta_i_rad) + N1 *
np.cos(theta_t))
tp1 = 2 * N1 * np.cos(theta_i_rad) / (N2 *
np.cos(theta_i_rad) + N1 * np.cos(theta_t))
rp2 = -rp1
tp2 = 2 * N2 * np.cos(theta_t) / (N2 *
np.cos(theta_i_rad) + N1 * np.cos(theta_t))

m_prog = mat_propagation(delta)
m1_s = mat_interface(rs1, ts1)
m1_p = mat_interface(rp1, tp1)
m2_s = mat_interface(rs2, ts2)
m2_p = mat_interface(rp2, tp2)
Ms = np.linalg.multi_dot([m1_s, m_prog, m2_s])
Mp = np.linalg.multi_dot([m1_p, m_prog, m2_p])

R = (np.absolute(Ms[1,0]/Ms[0,0])**2 +
np.absolute(Mp[1,0]/Mp[0,0])**2) / 2

return R

```

```

if __name__ == '__main__':
    # load cmf functions
    t = np.loadtxt('XYZ_CMF_2deg.csv',
    delimiter=',')
    x = t[:,0]      # wavelength range
    cmf = t[:,1:]   # cmf function values

    # refractive index of air (approx. 1)
    N1 = np.ones(np.shape(x))
    # load water refractive index & interpolate to
    wavelength range of x
    n = np.loadtxt('1.csv', delimiter=',')
    N2 = n_interpolation(n, x)
    # packing wavelengths and N1, N2
    x_n_pair = np.column_stack((x, N1, N2))

    with open('soap_bubble_color_data.dat', 'w') as
    f:
        f.write('d,theta,R,G,B\n')
        for d in range(1, 1001, 1):

            spec =
            np.apply_along_axis(reflectance, 1, x_n_pair, d, 0)
            RGB = xyz2rgb(spec2xyz(spec, cmf))

        f.write('{:g},{:g},{:.0f},{:.0f},{:.0f}\n'.format(d
        , 0, *list(RGB)))

```

### 附录3:

#### 附录3

介绍: 比色程序(代码语言 matlab)

```

n=1;

for x=1:381
    for y=1:477
        for i=1:1310
            if abs(PUMP2(x,y,1)-RGB(40,i,1))<=n &&
            abs(PUMP2(x,y,2)-RGB(40,i,2))<=n &&
            abs(PUMP2(x,y,3)-RGB(40,i,3))<=n
                D(x,y)=i;
                continue;
            else
                %D(x,y)=0;
            end
        end
    end

```

```
    end  
end  
mesh(RGB1);  
    mesh(D);
```

# 基于图像识别的塞曼效应测量方案

---

## 摘要

本方案基于图像识别技术围绕塞曼效应实验系统设计了一套自动化测量方案，通过实验图片局部二值化处理后进行霍夫变换自动拟合圆心，大大减小了主观选点漂移对实验结果产生的影响，显著提升了塞曼效应实验的电子核质比测量精度。

本方案中系统通过 CCD 图像传感器直接获取塞曼效应实验图片，利用 Python 程序实现自动化实验数据采集测量及计算和误差分析过程。经验证，在大励磁电流的条件下，本系统可在原系统 3.8% 的相对测量偏差的基础上降低约 1% 左右由于测量谱线位置漂移导致的相对偏差。

通过分析测量系统的实验误差和鲁棒性，实验结果表明若采用传统方法进行数据处理，选点漂移可能使实验测量值产生 10% 以上的相对误差，为本次实验中误差的最重要来源，实验中可以通过增大励磁电流从而增大谱线裂距减小其对测量结果的相对影响。本方案采用自动识别圆心和二值化后选取条纹大大减小了该因素对实验结果产生的影响。光路准直性和磁场测量的准确性对电子核质比的测量有极为关键影响，励磁电流的微小变化对实验结果无可观测影响。

本方案同时基于 Comsol 对实验系统中的核心部分亥姆霍兹线圈和法布里波罗标准具进行建模，得到了更为直观的物理图像。本方案测量过程简易快捷且具有相当的准确性，所有图像捕捉，处理及数据计算过程均在测控计算机上完成，测量时间可控制在一分钟以内。本自动化测量方案也适用于牛顿环、劈尖干涉，双缝干涉等其他干涉现象的全流程自动化测量系统中，可应用于生产生活及教学等多种场景中。

**关键词：**塞曼效应;图像识别; Python ; Comsol

## 目录

<b>1 目标定位.....</b>	<b>4</b>
1.1 研究目标与背景.....	4
1.2 目标定位.....	4
<b>2 实验原理与理论分析.....</b>	<b>5</b>
2.1 塞曼效应.....	5
2.2 荷质比的测量.....	7
2.3 塞曼效应实验选点偏差对实验结果的影响.....	9
2.4 自动搜寻圆心方法的核心优势.....	11
<b>3 实验方案设计.....</b>	<b>11</b>
3.1 实验装置.....	11
3.2 塞曼效应自动化测量方案.....	11
3.3 实验步骤.....	12
<b>4 实验结果与分析.....</b>	<b>17</b>
4.1 磁感应强度-励磁电流关系的标定 .....	17
4.2 Hg546.07nm 谱线的横向塞曼效应测量.....	19
4.3 Hg579.06nm 谱线的横向塞曼效应测量.....	20
<b>5 实验系统的误差分析.....</b>	<b>23</b>
5.1 人为选点漂移对实验结果的影响.....	23
5.2 磁场测量误差对实验结果的影响.....	23
5.3 光路未准直对实验结果的影响.....	24
5.4 直流稳压电源功率输出对实验的影响.....	24
5.5 本节小结.....	25
<b>6 实验方案的拓展.....</b>	<b>25</b>
6.1 实验方案的核心优势.....	25
6.2 实验方案的改进与拓展.....	26
<b>7 思考题.....</b>	<b>26</b>

参考文献.....	29
<b>Support Information.....</b>	<b>30</b>
实验使用的核心代码.....	30
Hg546.07nm $\Pi$ 谱线图.....	39
Hg579.06nm $\Pi$ 谱线图.....	41
致谢.....	42

## 1 目标定位

### 1.1 研究目标与背景

1896 年，塞曼发现把光源放在磁场时，光源发出的光谱线变宽了，进一步实验发现，在磁场的光源每一条谱线分裂成几条谱线，而不是任何谱线的变宽。一条谱线在外磁场作用下一分为三，彼此间隔相等，且间隔值为  $\mu_B B$ ，这一效应称为正常塞曼效应。只有电子数目为偶数并形成独态的原子，才能产生正常的塞曼效应。

在 1896 年塞曼发现光谱线在磁场中发生三分裂现象之后，由洛伦兹基于非量子理论给出了理论解释，1897 年 12 月普雷斯顿报告发分裂的数目可以不是三个，间隔也可以不相同，由此这一现象被称为反常塞曼效应。

基于塞曼效应的实验结果，可以计算出电子的核质比，这一结果和汤姆孙 1897 年测得的电子荷质比的数值十分接近。本次实验中使用的 FD-FZ-C 型法拉第效应塞曼效应综合实验仪，其(使用读数显微镜)说明书的参考测量误差约为 3.8%，这一实验结果并不完全理想，可以寻找一种新的实验方案以减少人为操作因素对实验结果带来的影响。

### 1.2 目标定位

考虑到确定的研究背景和目标需求，在塞曼效应测量方案中需要解决以下核心问题：

- 利用大恒相机的 API 接口，基于图像识别技术实现塞曼效应的自动化测量和数据处理，从而避免使用读数显微镜的复杂操作或使用 CCD 拍照后进行实验数据处理的繁琐过程。
- 优化试验系统，基于开源语言编写自动读取圆心代码，减少由于圆心选择偏差对实验结果产生的影响，实现准确、快速、高效的塞曼效应测量系统。
- 分析讨论实验误差来源和实验装置性能指标。

## 2 实验原理与理论分析

### 2.1 塞曼效应

#### (一) 原子的总磁矩与总动量矩的关系

对于 LS 耦合：

$$\mu_J = g \frac{e}{2m} P_J \quad (1)$$

式中  $g$  称为朗德因子：

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (2)$$

#### (二) 外磁场对原子能级的作用

原子的总磁矩在外磁场中收到力矩  $M$  的作用，力矩使总角动量发生旋进，引起的附加能量  $\Delta E$  为：

$$\Delta E = Mg \frac{e\hbar}{2m} B \quad (3)$$

其中  $M = J, J-1, \dots, -J$  为磁量子数。

#### (三) 塞曼效应的选择定则

在外场作用下的产生出新的谱线频率可由下式确定：

$$\hbar\nu = (E_2 - \Delta E_2) - (E_1 - \Delta E_1) \quad (4)$$

用波数  $\tilde{\nu} = 1/\lambda$  的差表示分裂后的谱线与原谱线的波数差

$$\Delta \tilde{\nu} = \frac{1}{\hbar c} (\Delta E_2 - \Delta E_1) = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \frac{eB}{4\pi mc} = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \tilde{L} \quad (5)$$

其中  $\tilde{L} = \frac{eB}{4\pi mc}$  称为洛伦茨单位。

跃迁选择定则：(1) 当  $\Delta M = 0$ , 垂直于磁场方向观察, 产生  $\pi$  线, 为光振动方向平行于磁场方向的线偏光 (除了当  $J = 0, M_2 = 0 \rightarrow M_1 = 0$  不能发生)。平行于磁场方向观察不到  $\pi$  线。(2) 当  $\Delta M = \pm 1$ , 垂直于磁场方向观察, 产生  $\sigma$  线, 为光振动方向垂直于磁场的线偏振光, 沿磁场方向观察时, 分别为右、左旋偏振光。对观察者而言, 顺着磁场方向观察和对着磁场方向观察, 偏振光方向时相反的。

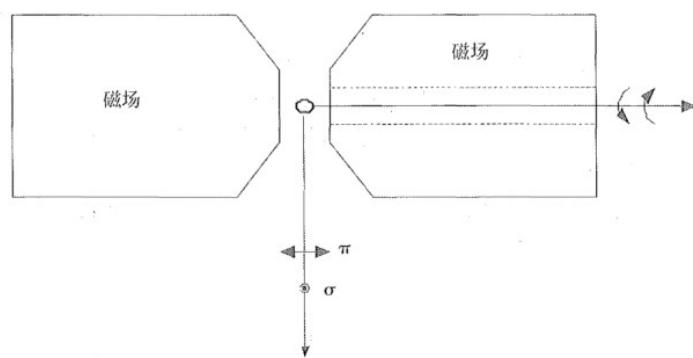


图 1 垂直及平行磁场观察时的塞曼效应示意图

正常塞曼是原子的单重态之间的跃迁, 上、下能级在磁场下分裂的间隔相等, 谱线分裂为 3 条; 反常塞曼效应是原子多重态之间的跃迁, 谱线分裂多于 3 条, 谱线裂距是洛伦茨单位的简单分数倍。

以上适用于外磁场比原子内部磁场小许多的弱磁场情况。当外磁场比原子内部磁场强很多, 导致自旋-轨道耦合被破坏, 则 L、S 各自绕外磁场进动, 谱线总分为 3 条, 其中一条与不加磁场时的谱线重合, 称为 Paschen-Back 效应。

## 2.2 荷质比的测量

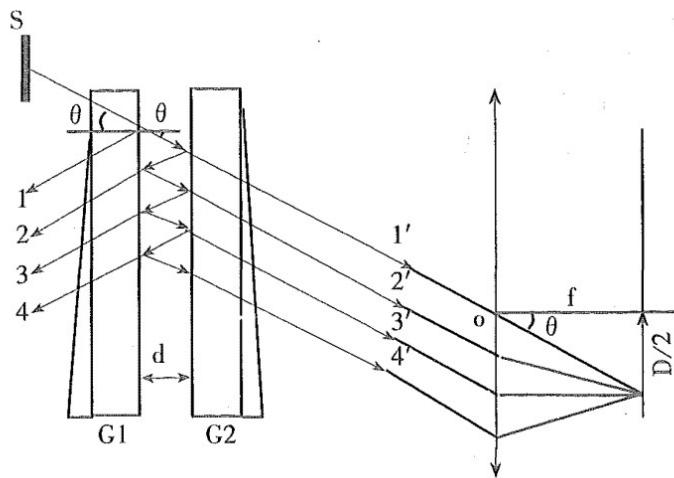


图 2 F-P 标准具光路

如图 2 所示，相邻光束间的光程差为波长整数倍时产生干涉极大值

$$\Delta l = 2nd \cos \theta = N\lambda \quad (6)$$

$N$  为干涉序。在扩展光源的照明下，产生等倾干涉，干涉条纹为一组同心圆环。

自由光谱范围：表征标准具所允许的不同波长的干涉条纹不重序的最大波长差

$$\Delta\lambda_F = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_2}{N} = \frac{\lambda_2^2}{2d} \quad (7)$$

标准具的精细度：相邻两个干涉序条纹之间能够被分辨的干涉条纹的最大数目

$$F = \frac{\Delta\lambda_F}{\delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (8)$$

其中  $\delta\lambda$  为标准具可以分辨的最小波长差， $R$  为 F-P 板内表面的反射率，反射率越高，精细常数越大。

用标准具测量谱线波长差的公式：

用透镜把  $F - P$  板的干涉条纹成像在焦平面上，条纹的入射角  $\theta$  与直径  $D$  有如下关系

$$\cos \theta \approx \frac{f}{\sqrt{f^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2}} \approx 1 - \frac{D^2}{8f^2} \quad (9)$$

式中  $f$  为透镜焦距, 将式 (9) 代入式 (6) 中得到

$$2d \left[ 1 - \frac{D^2}{8f^2} \right] = N\lambda \quad (19)$$

干涉序  $N$  与条纹直径的平方  $D^2$  成线性关系, 随着条纹直径增大条纹越来越密, 如图 3 所示。

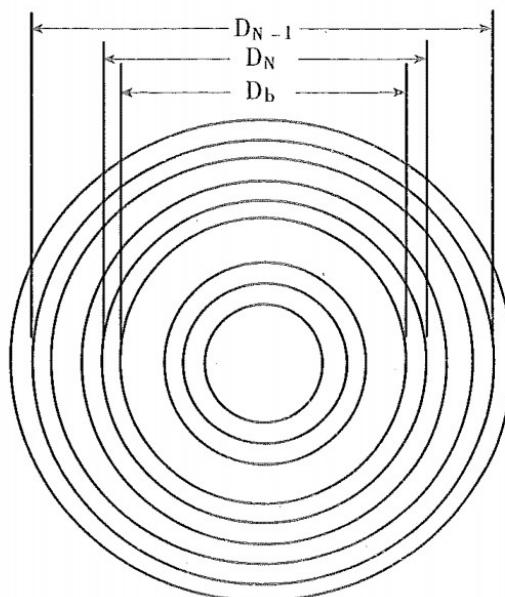


图 3 塞曼分裂干涉环

对于同一波长, 相邻两序  $N$  和  $N - 1$  条纹直径的平方差为

$$\Delta D^2 = D_{N-1}^2 - D_N^2 = \frac{4f^2\lambda}{d} \quad (11)$$

可见  $\Delta D^2$  与干涉序无关。对于同一序的不同波长, 波长差关系为

$$\lambda_a - \lambda_b = \frac{d}{4Nf^2} (D_b^2 - D_a^2) = \frac{\lambda(D_b^2 - D_a^2)}{N(D_{N-1}^2 - D_N^2)} \quad (12)$$

由于中心条纹的干涉序  $N$  很大, 因此用中心条纹的干涉序代替被测条纹的干涉序,

可得

$$\Delta\lambda = \lambda_a - \lambda_b = \frac{\lambda^2(D_b^2 - D_a^2)}{2d(D_{N-1}^2 - D_N^2)} \quad (13)$$

测量时可取  $D_a = D_N$  或  $D_b = D_N$ 。

则电子荷质比为

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi c}{(M_2 g_2 - M_1 g_1) dB} \frac{(D_b^2 - D_a^2)}{(D_{N-1}^2 - D_N^2)} \quad (14)$$

### 2.3 塞曼效应实验选点偏差对实验结果的影响

若在实验中选择塞曼效应圆心出现偏离，导致我们选择弦长上的数据点(如黄线所示)而非直径上的数据点(如红线所示)作为塞曼效应谱线位置，由圆弦和直径的关系可得：

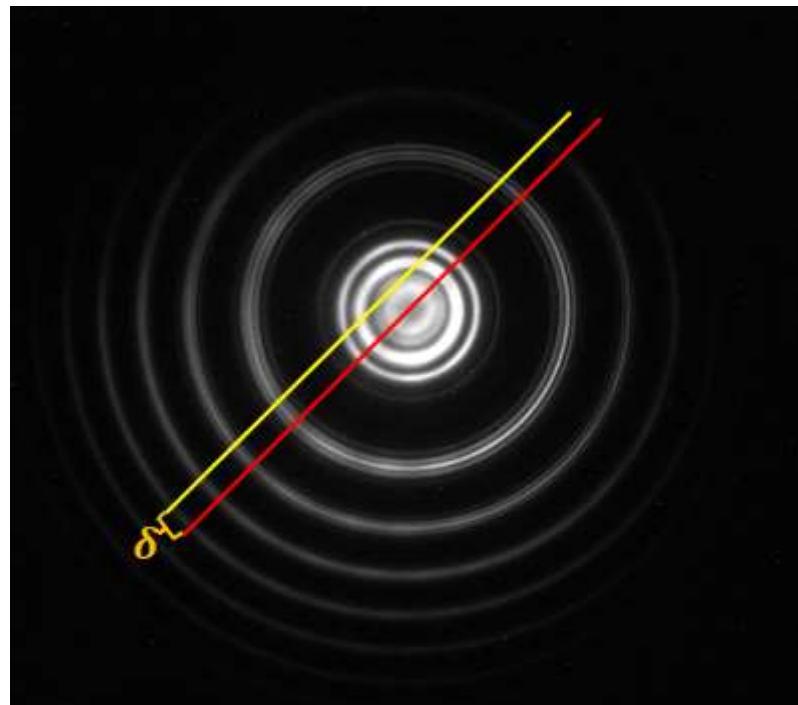


图 4 选取弦长作为谱线位置的影响

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi c(D_b^2 + \delta_b^2 - D_a^2 - \delta_a^2)}{dB(D_{N-1}^2 + \delta_{N-1}^2 - D_N^2 - \delta_N^2)} - \delta^2 \quad (15)$$

在选取谱线位置的时候，由于选择谱线位置时独立的四次选点没有保证共圆心，因此对应的 $\delta$ (偏离圆心的距离)取值不同；而使用读数显微镜进行实验，平移叉丝时若没有平行移动，也会导致对应的 $\delta$ 取值不同，我们对其参数敏感性分析以直观地体现偏离圆心的距离对于测量结果的影响。

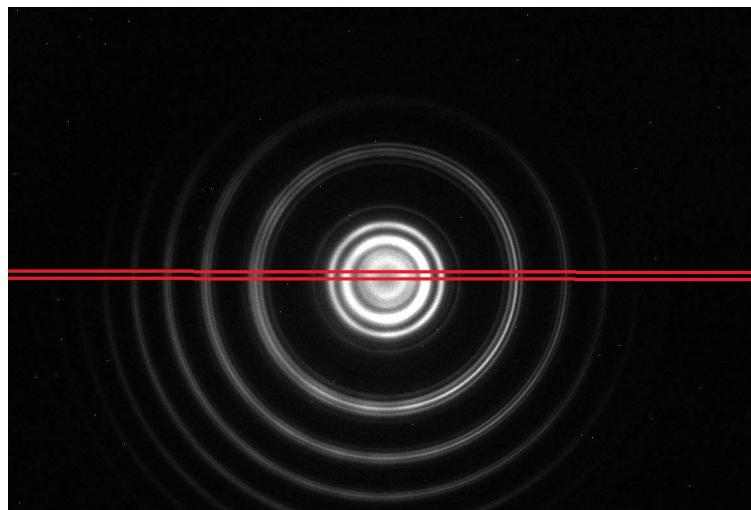


图 5 实验结果的参数敏感性分析

我们选取一组实验数据，给每一个谱线位置在 y 方向添加-10~10 个像素的随机偏差，其中 10 个像素在图中的相对距离如图 5 所示，可见该位置偏差在手动选点的偏差范围以内。我们对实验数据独立添加十次相对偏差，十次计算结果中其对实验结果最大造成 **3.5%** 的相对偏差影响，产生的平均相对偏差为 **1.2%**。因此人为选点时微小的位置偏差会显著地影响测量结果。

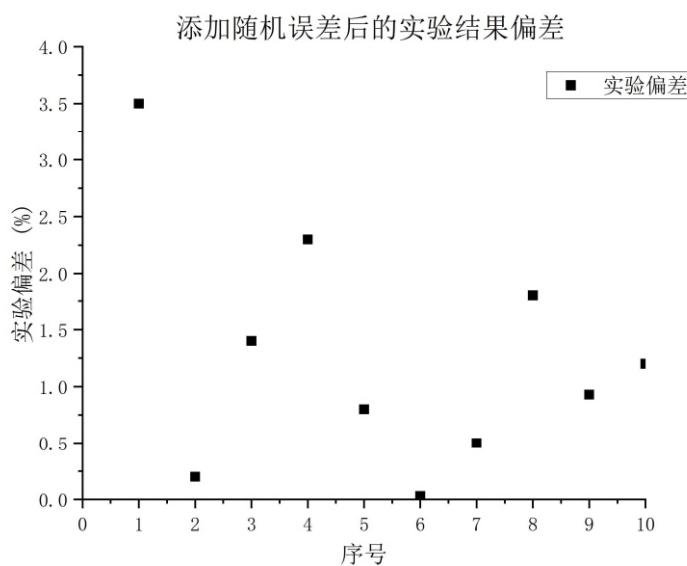


图 6 添加随机误差后的实验结果偏差

## 2.4 自动搜寻圆心方法的核心优势

由 2.2 节的讨论可得，选择谱线位置的偏差会显著地影响实验结果，因此寻找一种方法减少实验者的主观选点影响，将圆心的选择由人为经验判断变为基于算法的精确计算结果是提高实验测量精度的关键。

为了解决上述问题，我们基于 Python 的 OpenCV 函数库，基于 CCD 图像传感器捕获塞曼效应谱线图样，并利用霍夫变换的特征识别方法求得精确的圆心位置，从而得到了更为准确快捷的实验测量结果。

## 3 实验方案设计

### 3.1 实验装置

表 1：核心实验设备

序号	设备及型号	用途
1	FD-FZ-1 法拉第-塞曼效应综合实验仪	测量磁场/提供电源 提供光源与光路
2	IT6721 型电源	亥姆霍兹线圈电源
3	大恒 MFR-132-42GM 型相机	拍摄实验图片

### 3.2 塞曼效应自动化测量方案

本系统中设计的自动化测量程序(基于 Python 3.8 环境)交互界面如图 7 所示，使用者在交互窗口输入 CCD 图像传感器捕获图片数目，选择用于测量的图案并选择圆心和条纹位置，程序将在交互界面给出本次测量电子核质比的数值及与标准值的相对偏差。

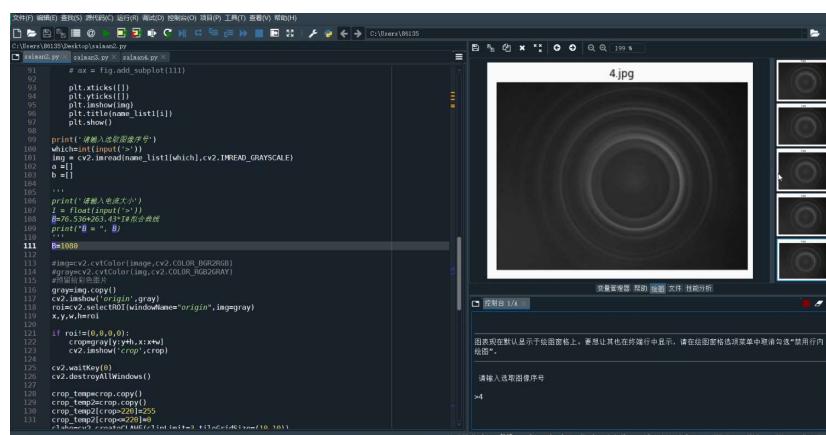


图 7 自动化测量程序交互式窗口

### 3.3 实验步骤

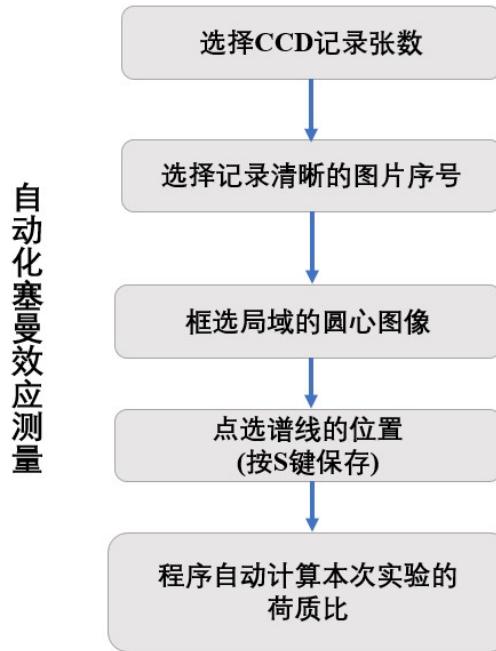


图 8 塞曼效应自动化测量流程图

(1) 利用测控软件 GalaxyView 调整 CCD 图像传感器观察视场与参数

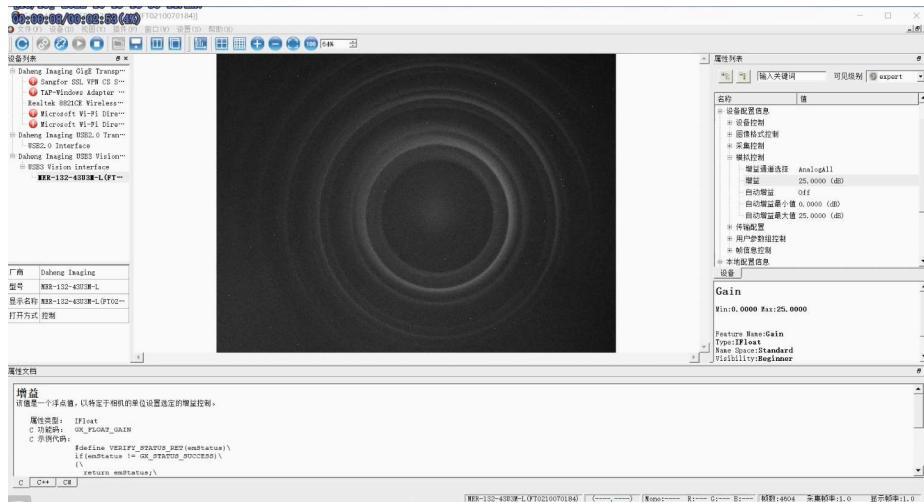


图 9 调整 CCD 图像传感器观察视场与参数

将 CMOS 图像传感器接入测控计算机，打开测控软件 GalaxyView，软件将显示 CMOS 图像传感器实时捕获画面，并且调整 CMOS 图像传感器图像采集参数(主要为增益和曝光时间)，曝光时间在本次实验中均设为最大值。打开测控软件后，使用者需根据实时画面调节图像采集参数(主要调节增益值，增益值过高会使画面出现较多噪点，过低图像则难以辨认)，使塞曼效应图案位于视场中心且条纹清晰可辨认。

## (2) 控制 CCD 图像传感器自动捕获干涉图案

首先在测控计算机上输入本次 CCD 图像传感器图片采集张数。在 CCD 图像传感器开始记录后，交互界面上将自动显示图像传感器的采集图片(同时保存在本地文档中)。

```
In [1]: runfile('C:/Users/86135/Desktop/saiman2.py', wdir='C:/Users/86135/Desktop')
请输入采集次数
>5
```

图 10 操作者设置采集图片张数

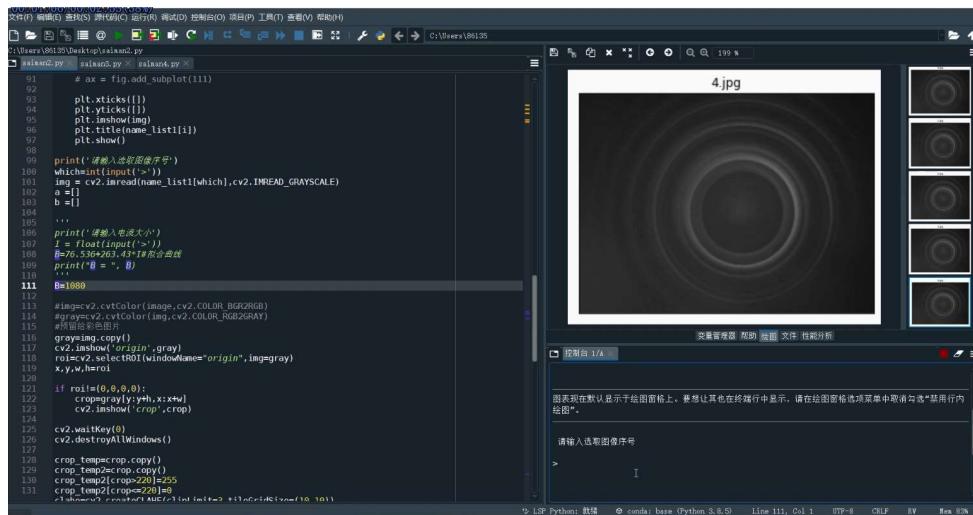


图 11 交互界面显示采集到的实验图片

## (3) 框选圆心的局部位置自动计算圆心

计算机将记录的图片逐张显示于绘图区。操作者需选择本次测量使用的图像序号，选择后交互系统将弹出图窗，使用者需框选一个小范围区域作为搜索圆心位置的区域。

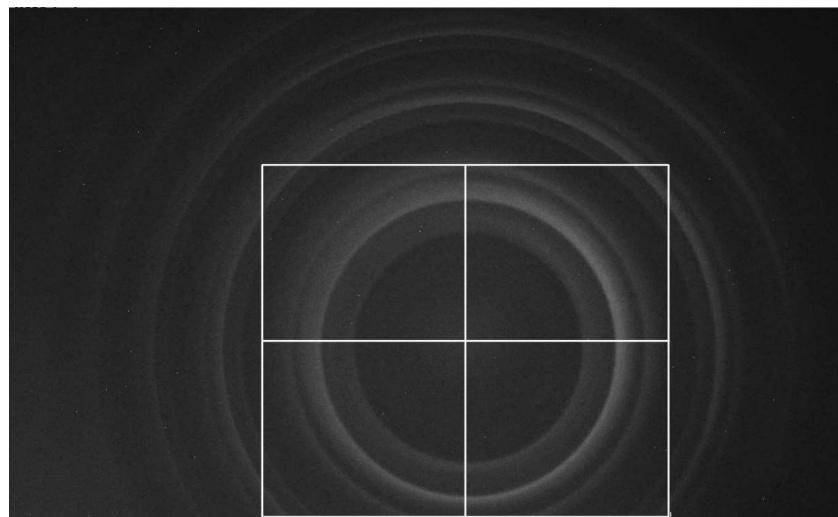


图 12 在弹出的图窗中框选圆心位置

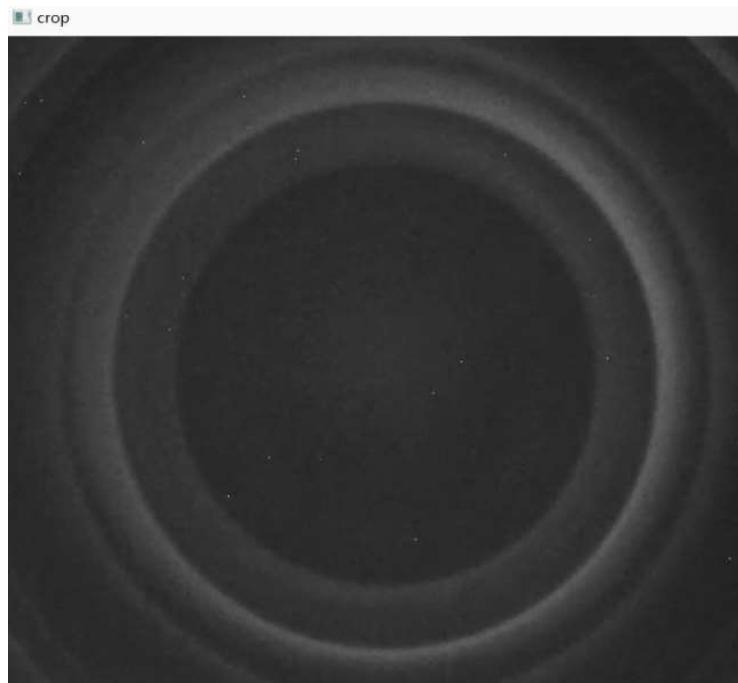
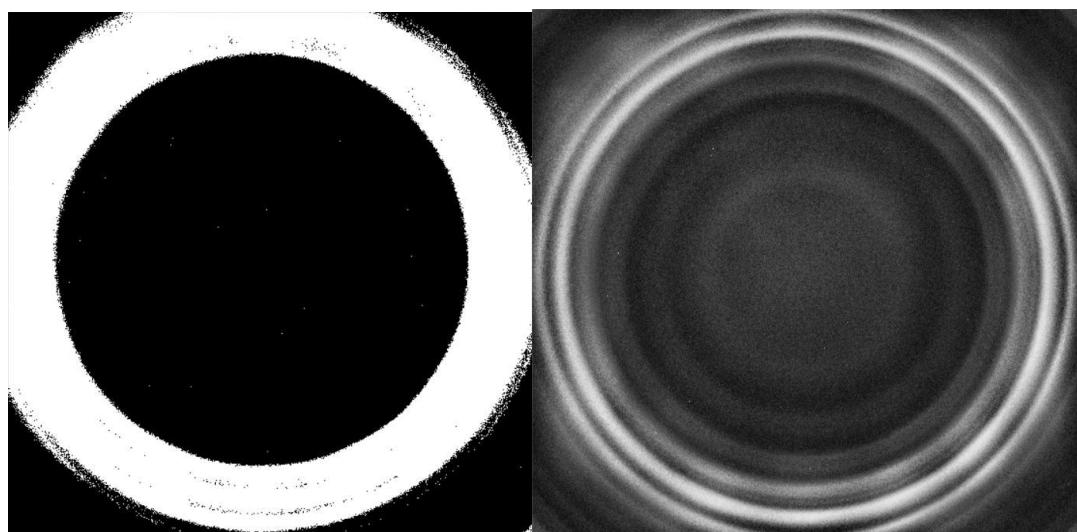


图 13 操作系统显示框选的范围

为了提高选择圆心的准确度，我们设计了三种图像预处理方式，分别为原图模式，灰度增强模式和二值化模式，不同模式之间的切换和修改处理参数在源代码界面进行，后两种模式在选择合适的图像处理参数下将获得更为准确的圆心拟合结果。



(a) 二值化模式

(b) 灰度增强模式

图 14 两种图片后处理模式

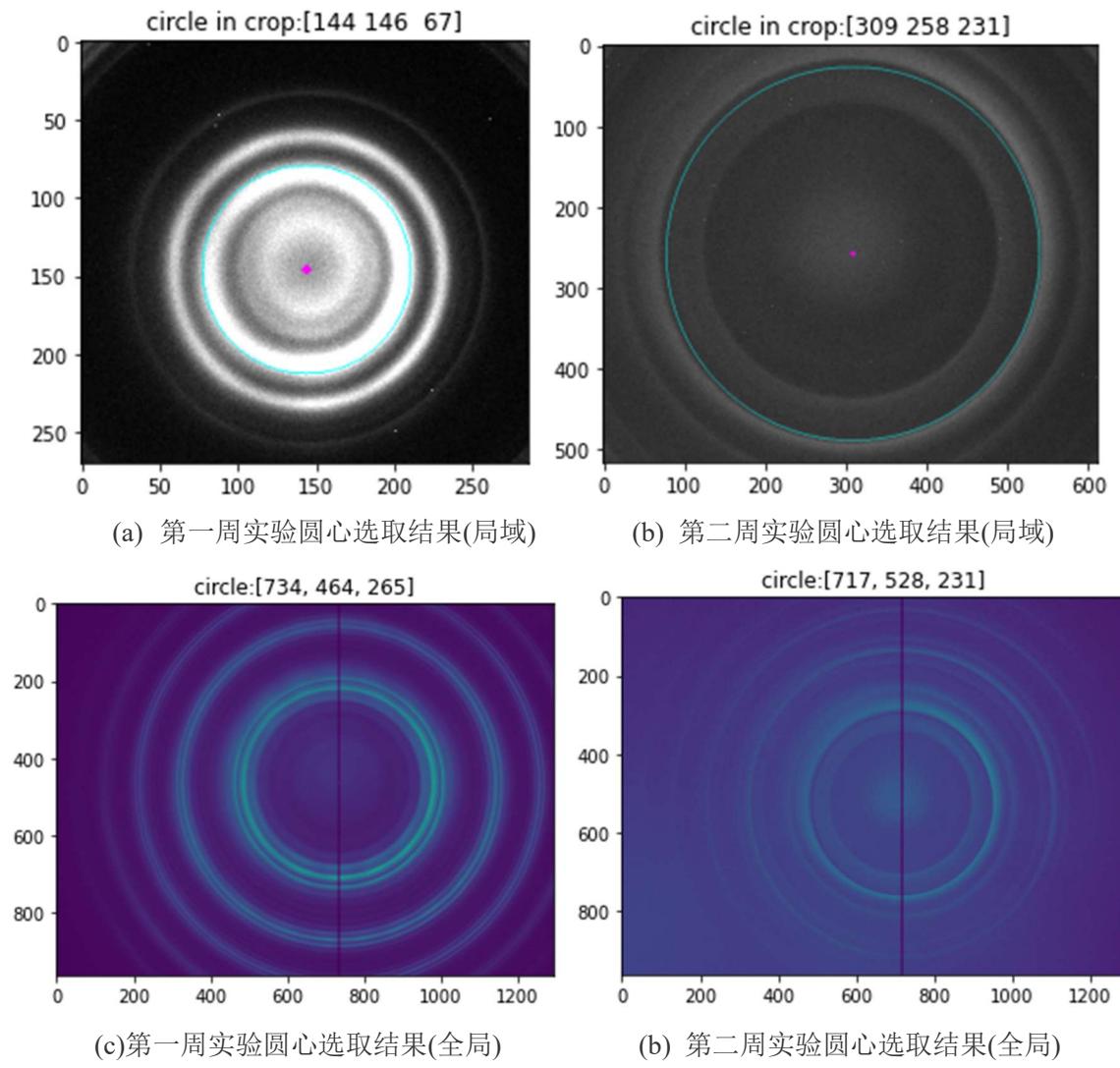


图 14 两种图片后处理模式

如图 14 所示，对于第一周实验和第二周实验，在不同的图片亮度下，通过灰度增强或二值化处理方式，从全局和局域的角度来看，均能得到较好的圆心位置拟合结果，其准确度高于实验者通过经验手动选取的结果。

随后操作者需在弹出的窗口中左键选择条纹中心位置及条纹暗纹位置，为了防止误操作操作者按下 S 键后储存该点坐标，按任意键放弃该点坐标重新选点。选择结束后程序将自动给出本次实验荷质比和其与标准值的相对偏差。

如图 16 所示，点选后系统自动计算出荷质比，其与标准值偏差为 1.6%，可见选取正确的圆心位置能够得到更为准确的实验结果。

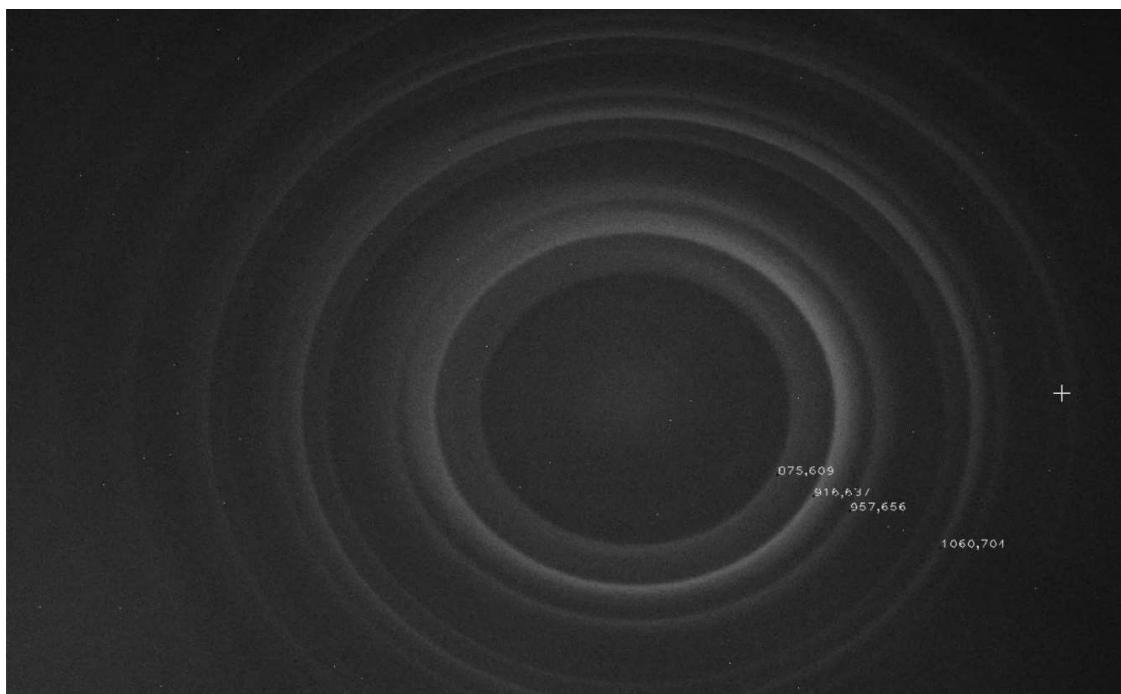


图 15 操作者选择光谱位置

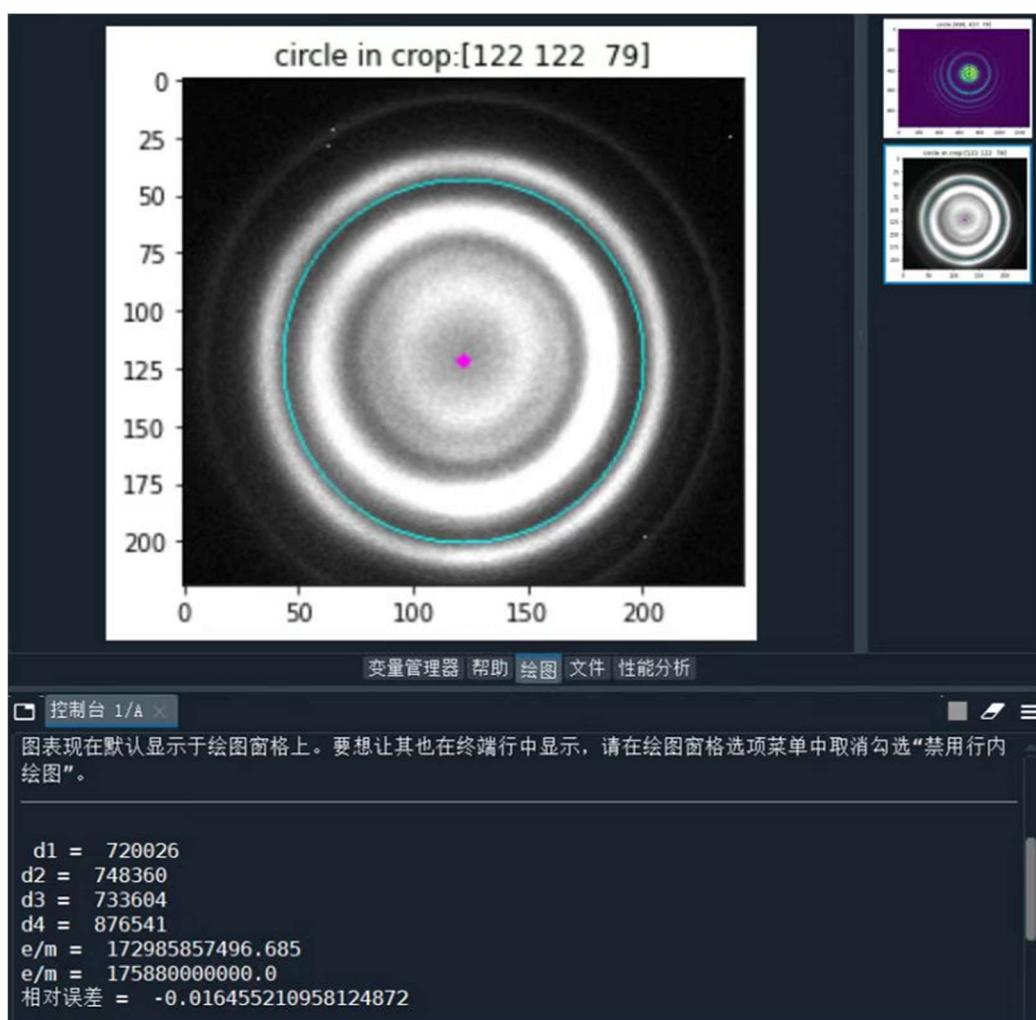
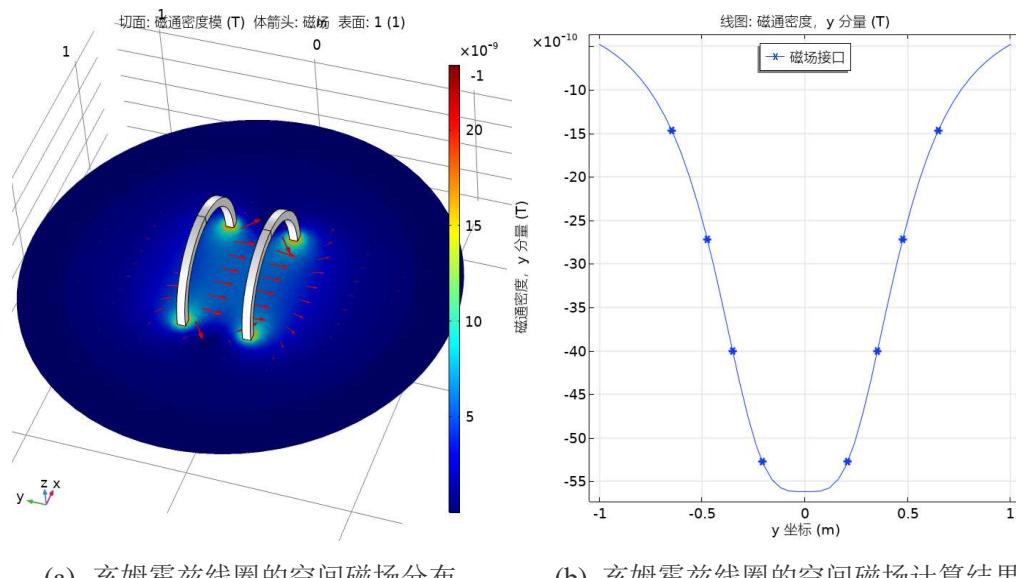


图 16 程序自动计算得到荷质比

## 4 实验结果与分析

### 4.1 磁感应强度-励磁电流关系的标定

实验中使用亥姆霍兹线圈提供可调稳定的外磁场，其空间磁场分布可通过有限元分析方法计算得到，如下图所示：



(a) 亥姆霍兹线圈的空间磁场分布

(b) 亥姆霍兹线圈的空间磁场计算结果

图 17 亥姆霍兹线圈的仿真结果

由仿真结果可见亥姆霍兹线圈中央的磁场可近似设为匀强磁场，本次实验中光源需放置在亥姆霍兹线圈中央进行实验，而磁感应强度-励磁电流关系的标定过程时，需调节高斯计位置使其度数最大(由图 17(b)的计算结果可知高斯计度数最大的位置为中央匀强磁场的磁场强度)，此时测得的数值为中央磁场磁场强度。

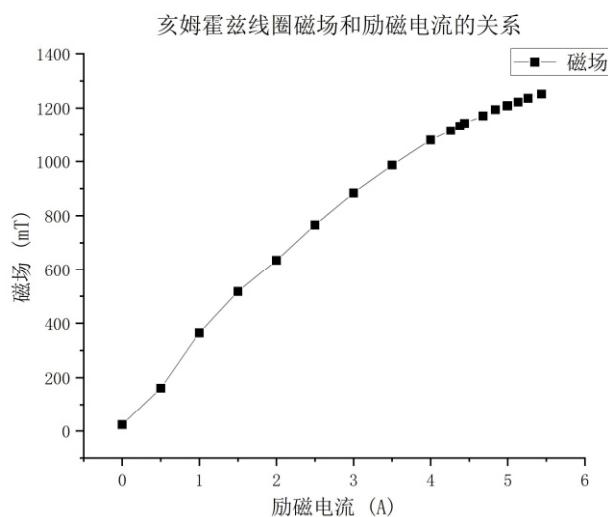


图 18 亥姆霍兹线圈磁场和励磁电流的关系

**Table 2:** 中心磁场强度与电流的标定关系

电流 I/A	磁感应强度 B/mT
0.000	24
0.500	161
1.000	365
1.500	518
2.000	635
2.500	766
3.000	884
3.500	987
4.000	1080
4.260	1115
4.380	1132
4.439	1143
4.680	1171
4.840	1194
4.989	1208
5.000	1209
5.134	1222
5.264	1236
5.438	1252

我们对磁场和励磁电流的标定关系先后进行了两次测量，由数据拟合可知，在励磁电流为 0.00 到 3.00A 之间时，中心磁场强度与励磁电流的线性关系很好。第一次测量得到拟合曲线为  $B(mT)=290I(A)+44$ ，拟合优度  $r=0.9908$ ；第二次测量得到拟合曲线  $B(mT)=290.79I(A)+37.39$ ，拟合优度  $r=0.9979$ ，两次标定实验中拟合关系斜率基本一致，而当励磁电流为 0 时，高斯计度数不为 0(即拟合曲线的截距项)，这是由于亥姆霍兹线圈材料的剩磁导致的。

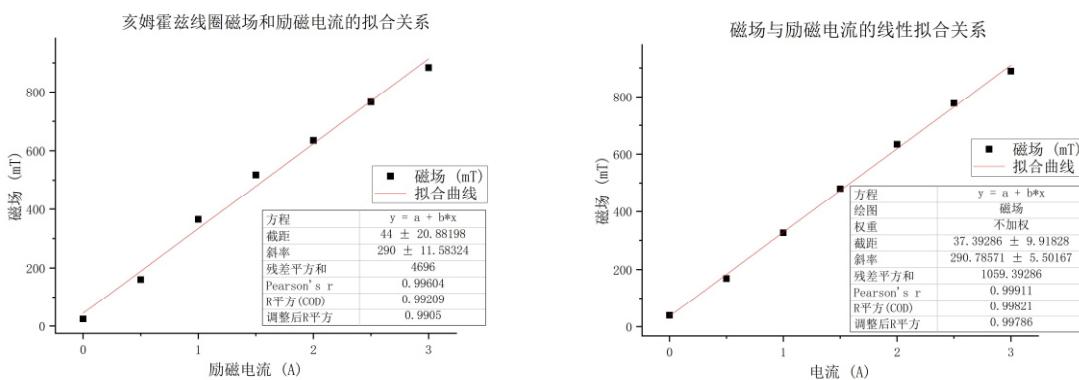


图 19 亥姆霍兹线圈磁场和励磁电流的拟合关系

励磁电流强度继续增强时，由于亥姆霍兹线圈额定功率有限，因此额外的输入功率转化为线圈发热的热功率，而磁场没有显著增强，因此中心磁场强度与励磁电流不再具有良好的线性关系。

## 4.2 Hg546.07nm 谱线的横向塞曼效应测量

未加外部磁场时，汞灯谱线如图 20 所示，为法布里-珀罗干涉所形成的干涉条纹，此时对应图 21 中  $B=0$  的情况。

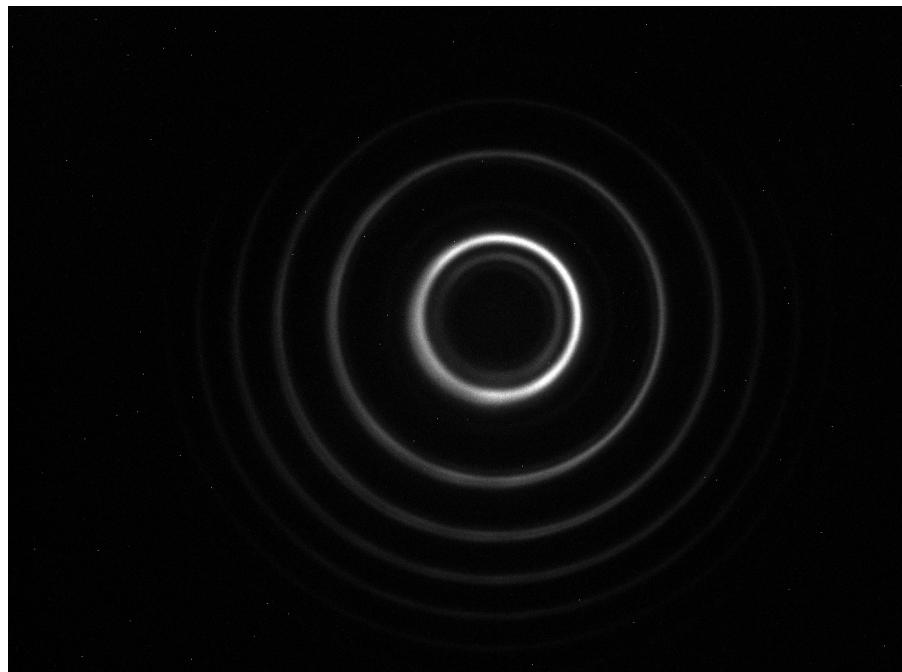


图 20 未外加磁场时的汞灯谱线

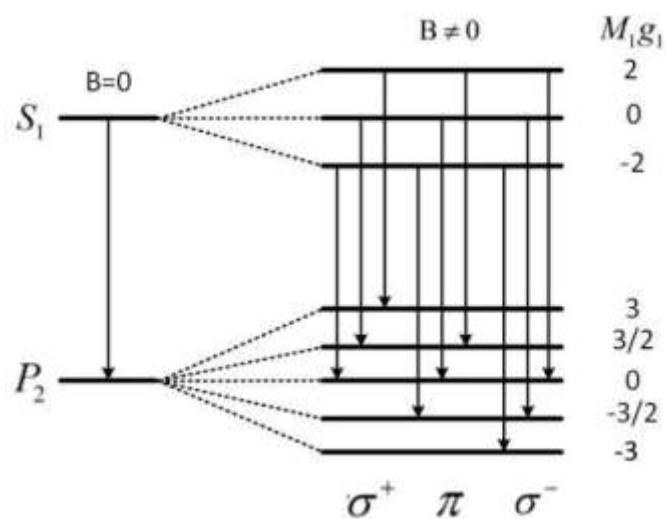


图 21 Hg546.07nm 谱线能级分裂图

添加外部磁场时，Hg 部磁场时 Hg546.07nm 谱线发生分裂，其中 3 条为 $\pi$ 线、3 条为 $\sigma^+$ 线，3 条为 $\sigma^-$ 线， $\pi$ 线的偏振方向平行于磁场方向， $\sigma$ 线的偏振方向垂直于磁场方向，两者偏振方向夹角为 90 度，可以通过旋转偏振片相应转动 $\pi/2$  角过滤掉其中一组谱线。

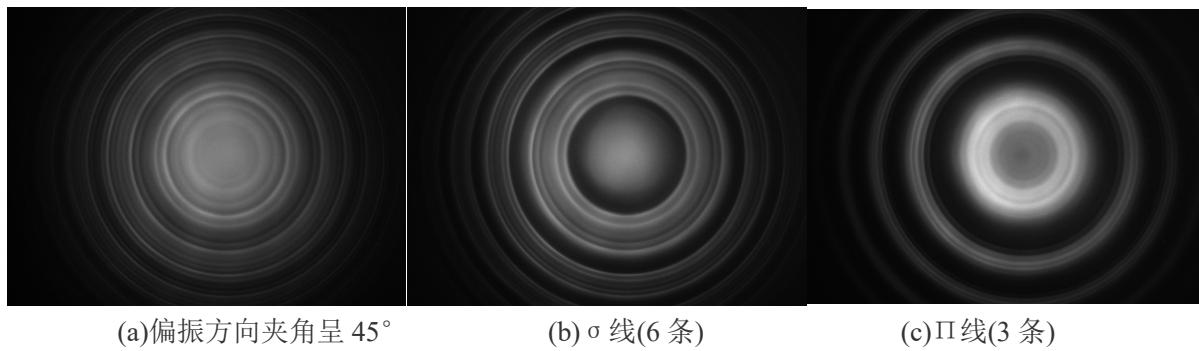


图 22 不同偏振方向观察谱线

在实验中，区分  $\sigma$  线和  $\pi$  线的方式为，添加外部磁场前后， $\pi$  线从原有谱线位置一分为三，其中一条  $\pi$  线仍处于原位，而  $\sigma$  线则全部发生移位，由此可以在旋转偏振片的过程中区分  $\pi$  线和  $\sigma$  线，以确定偏振片方向与磁场方向平行或垂直。

为了简化数据处理过程，我们选择  $\pi$  线计算电子的荷质比值，我们将电流由 4.086A 调节至 5.285A(直流稳压电源额定功率下允许的最大电流)。其中励磁电流越大，磁场强度越大，塞曼效应现象也越明显，有利于减小人为选点带来的误差。(实验图片见附录 2)

**Table 3: 546.07nm 谱线核质比测量结果**

电流(A)	磁场大小(mT)	核质比值( $10^{11}$ )	相对偏差
4.066	1080	1.623	7.7%
4.266	1115	1.672	4.9%
4.466	1143	1.819	3.4%
4.644	1171	1.787	1.5%
4.838	1194	1.794	2.0%
5.237	1236	1.771	0.73%

当励磁电流较小时，由于谱线分裂距离较短，而谱线又有一定宽度，因此虽然自动化测量程序解决了圆心选择不准确的问题，但人为选择谱线位置仍会对实验结果产生相当的影响，而当外部磁场较大时，人为选择谱线产生的漂移相对于谱线原位置较小，因此实验结果更加准确。

### 4.3 Hg579.06nm 谱线的横向塞曼效应测量

与 Hg546.07nm 谱线相比，Hg579.06nm 谱线其有相邻谱线 576.96nm，CCD 视野中呈现双干涉环。因此需要调节滤光片角度，使其带通中心波长位于 579.06nm 附近，且刚好能够滤去 576.96nm 波长的谱线，此次 CCD 视野中只出现单环，且亮度约为双环时的 1/2。(如图 23 和 24 所示)

由 Hg546.07nm 谱线和 Hg579.06nm 谱线的光谱图可知, Hg579.06nm 谱线光强约为前者的 1/3, 因此测量时需要更大的曝光时间和增益。

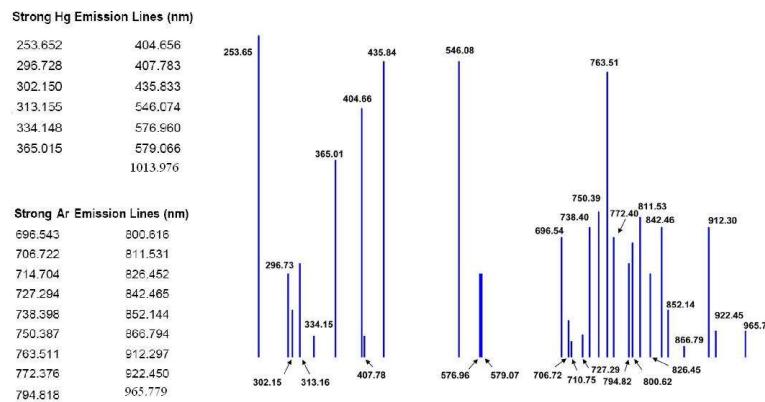


图 23 彪灯光谱图

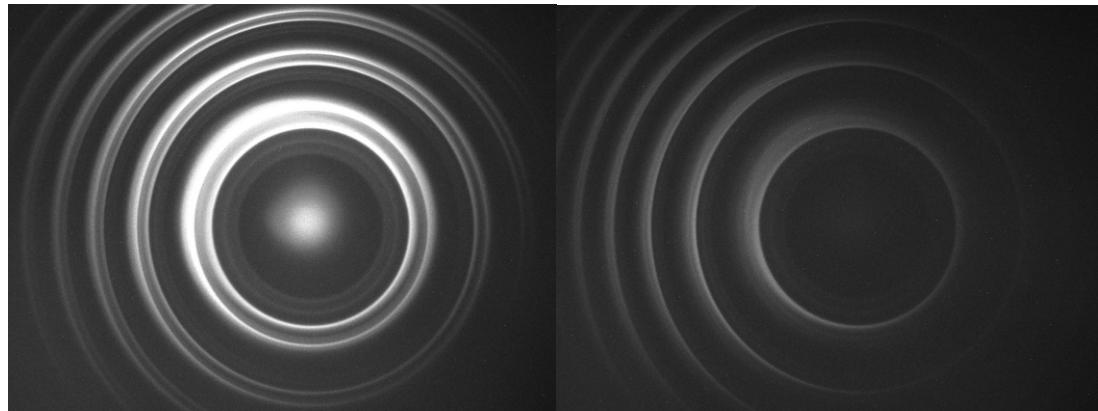


图 24 单干涉环和双干涉环图像

Hg546.07nm 谱线在外磁场下谱线发生反常塞曼效应, 而 Hg579.06nm 谱线在外磁场下谱线发生正常塞曼效应, 在外磁场下谱线从原有谱线位置一分为三,  $\Pi$  线、 $\sigma^+$  线和  $\sigma^-$  线存在三度简并, 波数差为一个洛伦兹单位。

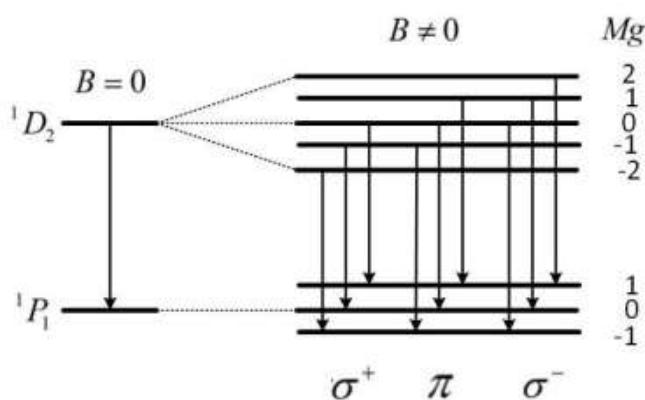
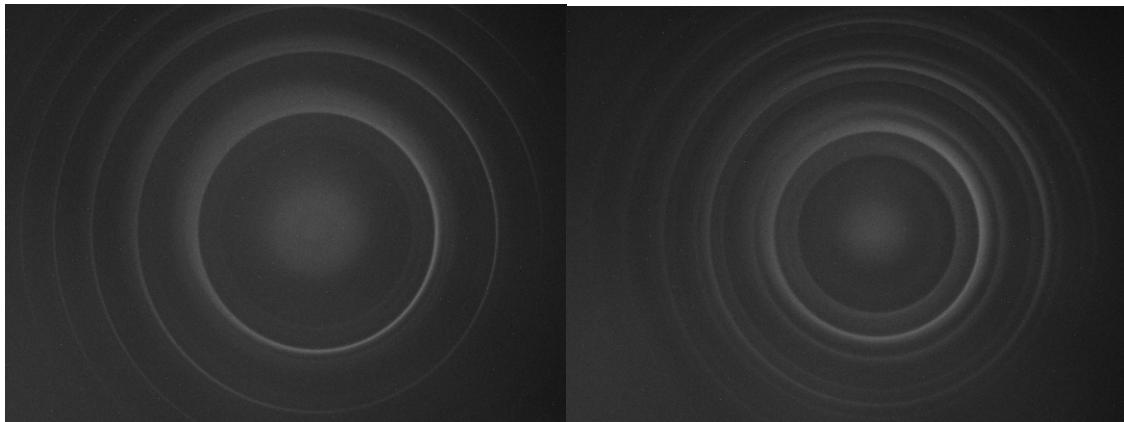


图 25 Hg579.06nm 谱线能级分裂图



(a)塞曼劈裂前谱线

(b) 塞曼劈裂后谱线

图 26 塞曼劈裂前后谱线对比

同样的我们可以基于塞曼劈裂距离测量得到电子核质比, 较 Hg546.07nm 谱线在外磁场下谱线发生劈裂而言, Hg579.06nm 谱线劈裂距离更大, 因此测量结果更为准确。

**Table 4: 579.06nm 谱线核质比测量结果**

电流(A)	磁场大小(mT)	核质比值( $10^{11}$ )	相对偏差
4.001	1080	1.923	9.5%
4.601	1190	1.817	3.3%
5.000	1209	1.747	0.67%
5.430	1252	1.783	1.4%

由于该谱线较暗, 为了减小选择光谱位置对实验结果产生的影响, 我们在选点时也使用二值化的图像处理方法, 这一方法可以显著提升图片的对比度从而获得更为准确的实验结果。

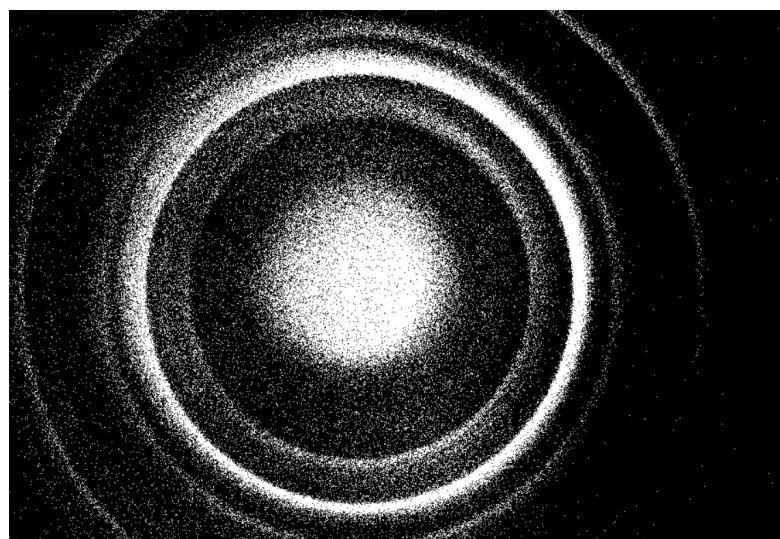


图 27 二值化后的塞曼效应谱线

## 5 实验系统的误差分析

### 5.1 人为选点漂移对实验结果的影响

本实验中，对实验结果影响最大的即为人为选点漂移对实验的影响。由于实验中谱线有一定宽度，而塞曼劈裂间距在实验图中的相对长度较小，因此选点的轻微漂移可导致测量结果产生 7~8% 的相对误差。即使使用读数显微镜直接读取条纹位置，由于读数显微镜叉丝无法完全平行移动，这一因素导致的相对误差仍然存在(且使用这一方法进行度数较为繁琐)。

在实验中对实验结果影响最大的圆心漂移因素，我们通过将实验图片进行二值化处理后利用霍夫变换拟合寻找圆心，大大减小了其对实验结果产生的影响。而人为选择谱线位置漂移对实验产生的影响，我们使用灰度增强/二值化的图像处理方法辅助实验者选点，从而实现更为精确的实验数据处理。

### 5.2 磁场测量误差对实验结果的影响

本实验中磁场的测量误差主要来源于三个方面，铁磁体的磁弛豫，高斯计的测量误差和标定电流和实际电流的偏差(地磁场在本实验中的影响可以忽略不计)。

由于本实验中使用的亥姆霍兹线圈其磁芯在励磁电流消失后完全去磁需要较长时间，而在实验中我们进行连续测试，没有排除该因素的影响。即当我们先施加一个较大励磁电流，后切换到较小的励磁电流时，磁芯的磁化情况仍受大励磁电流的影响，因此实际磁场较标定值而言偏大。

另一方面，由于在本实验中使用的高斯计并非十分精准，且其没有进行过任何校准，(当励磁电流为 0 时将高斯计的值校准为 0 是不正确的实验操作方法，这是由于铁磁体本身具有一定的剩磁，将该点校准为 0 会使测量值较实际值而言偏小)，而本次实验中电子核质比的测量结果与磁场强度的绝对值  $B$  成正比，因此该因素会有较大的影响。

最后，为了简化实验操作步骤，我们先进行了励磁电流-中心磁场强度的标定，后进行实验。而励磁电流-中心磁场强度的线性关系仅在 0-3.00A 成立，但 3.00A 的励磁电流对应的谱线劈裂较窄，不方便测量；因此我们选择了在几个特定的测量点单点校准的方法进行实验，然而实际的励磁电流与特定的测量点略有偏离，导致实际磁场和标定磁场

有一定差距。然而由于亥姆霍兹线圈的功率限制，在饱和区间励磁电流上升，磁场强度也不会显著增加，因此该点较上述三点而言对实验结果的影响最小。

### 5.3 光路未准直对实验结果的影响

由于本次实验中没有五维调节架供我们调节光学元件的光路准直，在光轴的 xyz 坐标，倾角和转角五个自由度中，仅能通过调节光学元件在滑轨上的位置调节 x 轴位置并固定 y 轴位置，依靠螺丝固定光学元件的 z 轴位置和朝向，对于法布里波罗标准具和滤光片而言还可以调节其俯仰角。

然而依靠螺丝固定光学元件的 z 轴位置及其朝向的操作由于缺乏微调装置，因此无法实现精确地调节，最终呈现的测量结果如下图所示，即由于光路未完全准直，干涉条纹一边清晰而另一边则相对模糊且条纹不完全对称，我们在实验中选择条纹清晰可分的一边进行测量，然而其不可避免地会导致一定的实验误差。

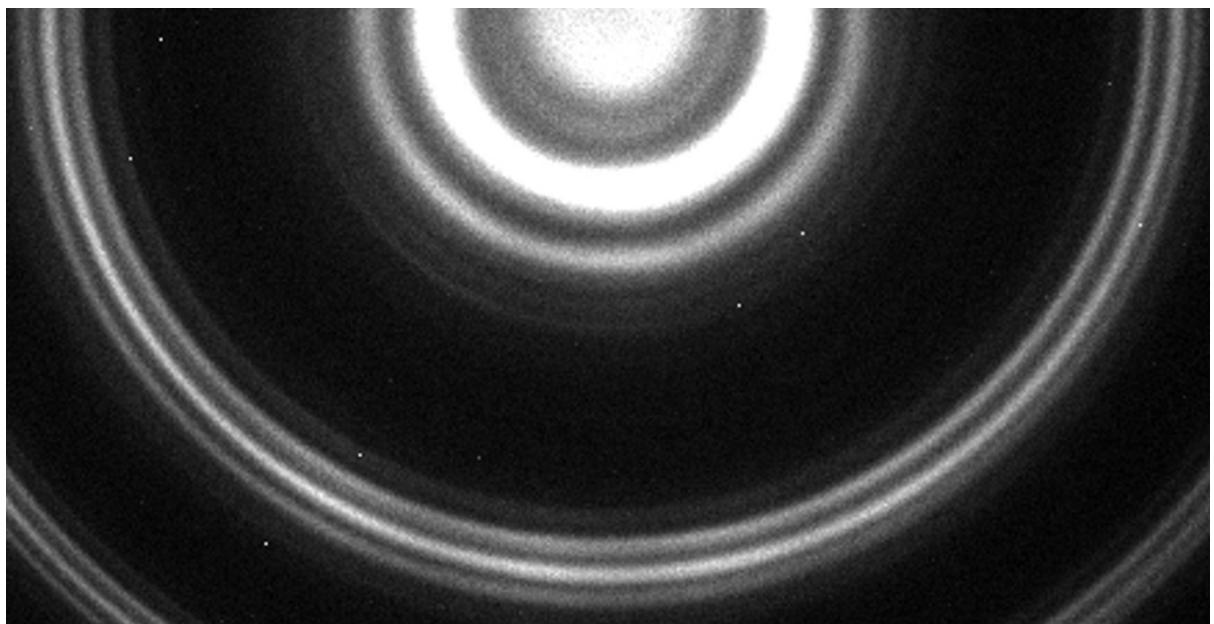


图 28 左侧清晰，右侧模糊的塞曼效应谱线图

### 5.4 直流稳压电源功率输出对实验的影响

由于直流稳压电源存在最大功率限制，当励磁电流较大时，有时会出现电流略微衰减的情况，在实验中我们小心地加以避免，并未对实验结果造成显著的影响。

## 5.5 本节小结

综上所述，人为选点对本次实验的测量结果影响最大，选点漂移最大可产生 10%以上的相对偏差。磁场绝对值的测量与高斯计的校准高度相关，而磁场又与电子核质比的测量结果成正比，因此也是本次实验中的核心误差来源。光路未准直对本次实验有一定可观测影响，但非主要的误差来源。

## 6 实验方案的拓展

### 6.1 实验方案的核心优势

- (1) 本测量方案具有简单快捷易操作的特性，实验者通过测控计算机连接 CCD 完成完全自动化的测量和数据处理过程，且大大减小了人为选点对实验结果产生的影响。拍摄实验图、进行图像识别和处理，选点并进行数据统计最终得到电子核质比的时间可控制在一分钟以内，
- (2) 基于开源的 Python 语言实现了干涉条纹自动化测量系统，打通了整套测量流程，这一方案也适用于牛顿环、劈尖干涉，双缝干涉等其他干涉图案的测量中。

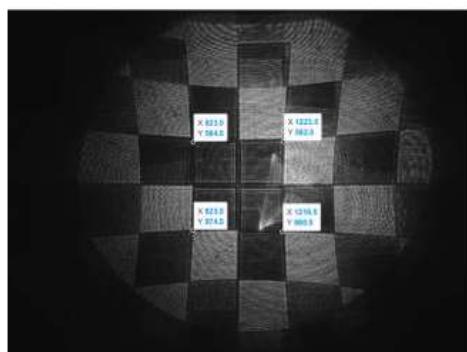


图 1.14 自动计算相对畸变并在原始图片中标记坐标

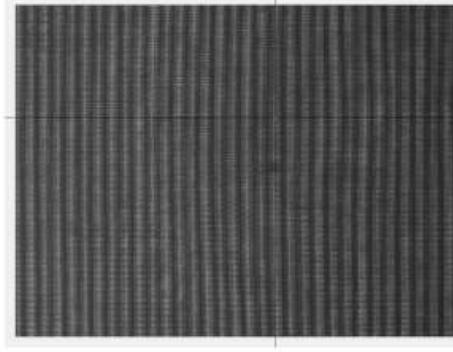


图 2.28 点选条纹中心处

图 31 光学畸变与光栅衍射自动化测量实例 (基础物理实验 C7)

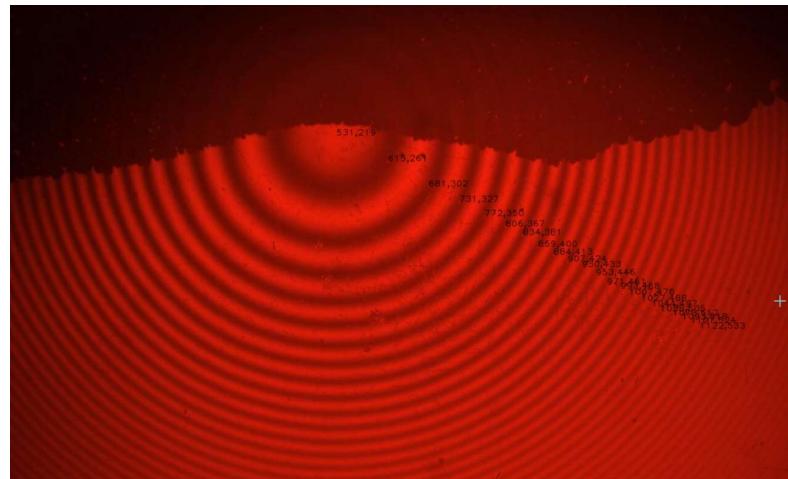


图 30 牛顿环的自动化测量实例(2022 实验竞赛参赛作品)

## 6.2 实验方案的改进与拓展

- (1) 通过更换精度更佳且经过校准后的高斯计，额定功率更大的亥姆霍兹线圈及直流稳压电源得到更为准确和稳定的实验结果。
- (2) 基于图像识别技术实现条纹的自动识别，进一步减小主观因素对实验结果产生的影响。

## 7 思考题

1. 在观察横向（纵向）塞曼效应时，当B由零逐渐增大时，谱线的条数、裂距会发什么变化？

由横向塞曼效应的核质比公式：

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi c}{(M_2 g_2 - M_1 g_1) dB} \frac{(D_b^2 - D_a^2)}{(D_{N-1}^2 - D_N^2)}$$

当磁感应强度 B 逐渐增大时，由于其余为常数，因此  $\frac{(D_b^2 - D_a^2)}{(D_{N-1}^2 - D_N^2)}$  逐渐增大，而对于同一波长  $D_{N-1}^2 - D_N^2$  为恒定值，因此  $(D_b^2 - D_a^2)$  即塞曼效应的裂距大小逐渐增大。最终产生的效果为谱线条数不变而裂距变大。

2. 计算  $d = 2 \text{ mm}$ ,  $R = 95\%$  的 F-P 标准具在波长 500 nm 的自由光谱范围、精细度，和可分辨的最小波长差。

自由光谱范围：

$$\Delta\lambda_F = \frac{\lambda^2}{2d} = 0.0625 \text{ nm}$$

精细度：

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \approx 61.24$$

可分辨的最小波长差：

$$\delta\lambda = \frac{\Delta\lambda_F}{F} \approx 1.02 \text{ pm}$$

我们不妨使用有限元仿真软件 Comsol 对 F-P 标准具进行更为直观的计算。

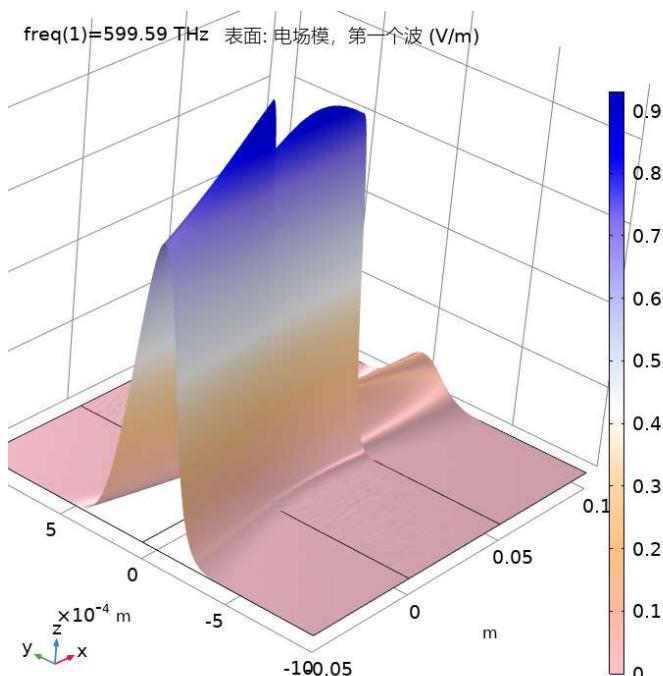


图 31 题目所设法布里波罗标准具的电场模

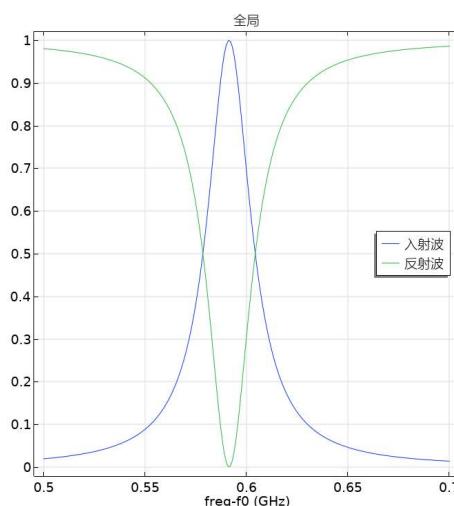


图 32 题目所设法布里波罗标准具的共振峰

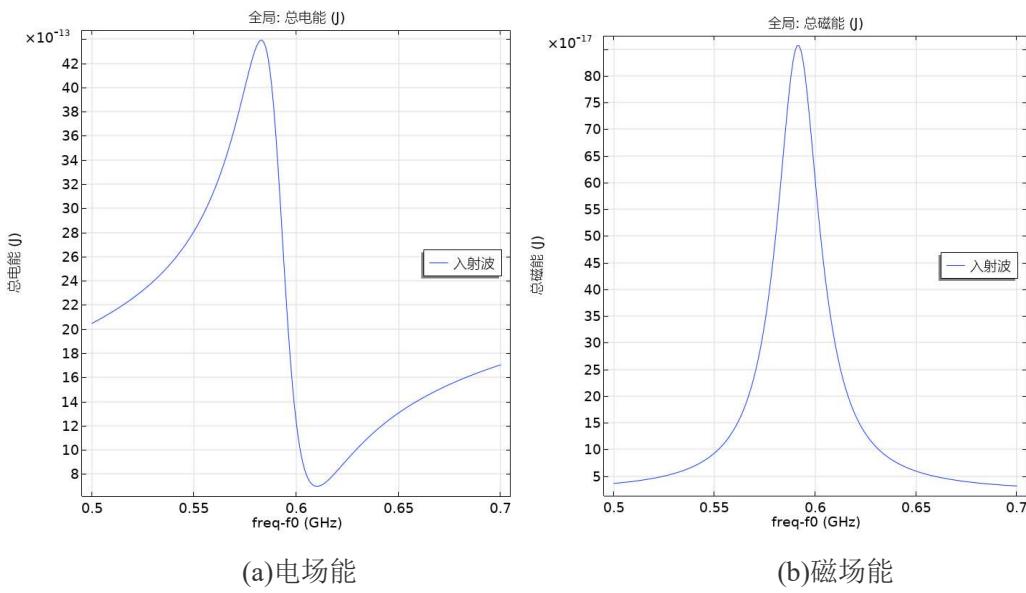


图 33 题目所设法布里波罗标准具的电磁能-频率关系

### 3. 怎样用塞曼效应来确定原子能级的J量子数和g因子?

g 因子的计算公式为:

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

由于塞曼能级分裂与磁量子数有关，磁量子数取值范围为-J 到 J(取整数)由谱线分裂的数目，可以确定 J 的取值，在自旋量子数和轨道量子数已知的前提下可以由上式得到 g 因子。

#### 4. 画出汞谱线 404.7nm ( $6s7s^3S_1 \rightarrow 6s6p^3P_0$ ) 和 435.8 nm( $6s7s^3S_1 \rightarrow 6s6p^3P_1$ ) 的塞曼效应分裂能级图及谱线的裂距、偏振态。

对于汞谱线 404.7nm ( $6s7s^3S_1 \rightarrow 6s6p^3P_0$ )而言， $6s7s^3S_1$  对应量子数  $L=0$ ,  $S=1$ ,  $J=1$ , 所以 g 因子为

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} = 2$$

$6s6p^3P_0$  对应量子数  $L=1$ ,  $S=1$ ,  $J=0$ , 在外磁场下该能级不发生分裂, 因此分裂能级图如下:

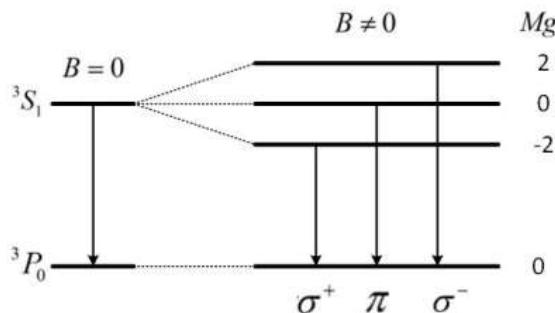


图 34 Hg404.7nm 谱线能级分裂图

共有 3 条谱线，发生正常塞曼效应，裂距为一个洛伦兹单位， $\pi$  线的偏振方向平行于磁场方向， $\sigma$  线的偏振方向垂直于磁场方向。

对于汞谱线 435.8 nm( $6s7s^3S_1 \rightarrow 6s6p^3P_1$ )而言， $6s7s^3S_1$  对应量子数  $L=0$ ,  $S=1$ ,  $J=1$ ，所以  $g$  因子为

$$g_1 = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} = 2$$

$6s6p^3P_1$  对应量子数  $L=1$ ,  $S=1$ ,  $J=1$ ，所以  $g$  因子为

$$g_2 = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} = \frac{3}{2}$$

因此分裂能级图如下：

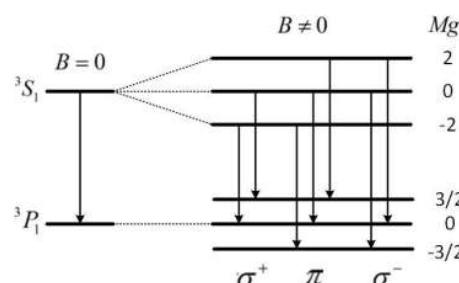


图 35 Hg435.8nm 谱线能级分裂图

共有 7 条谱线，发生反常塞曼效应，其  $M_1 g_1$  取值为 2, 0, -2， $M_2 g_2$  取值 1.5, 0, -1.5，裂距为  $L = \frac{eB(M_2 g_2 - M_1 g_1)}{4\pi mc}$ ， $\pi$  线的偏振方向平行于磁场方向， $\sigma$  线的偏振方向垂直于磁场方向。

## 参考文献

- [1]廖红波.塞曼效应实验[J].物理实验,2017,37(07):25-31.
- [2]李潮锐等.近代物理实验[M].广州:中山大学出版社,2004

## Support Information

### 实验使用的核心代码

自动化实验数据采集与数据处理代码(连接大恒相机)

代码语言:Python

```

import cv2
import numpy as np
import matplotlib as mpl
import matplotlib.pyplot as plt
from numpy import polyfit, poly1d
import gxipy as gx
import sys
from PIL import Image
import keyboard
from scipy import stats
from scipy import optimize
from math import pi
g0=1.7588*10**11
#标准比荷
a = []
b = []
aa = []
bb = []
#选择触发按钮
def on_EVENT_LBUTTONDOWN(event, x, y,flags, param):
    if event == cv2.EVENT_LBUTTONDOWN:
        xy = "%d,%d" % (x, y)
        cv2.circle(img, (x, y), 1, (0, 0, 255), thickness=-1)
        cv2.putText(img, xy, (x, y), cv2.FONT_HERSHEY_PLAIN,
                   1.0, (255, 255, 255), thickness=1)
        cv2.imshow("image", img)
        if keyboard.read_key() == 's':
            a.append(x)
            b.append(y)
        else:
            aa.append(x)
            bb.append(y)

# 图片采集代码
# 枚举设备。
device_manager = gx.DeviceManager()

```

```

dev_num, dev_info_list = device_manager.update_device_list()
#if dev_num == 0:
# sys.exit(1)
# 打开设备
# 获取设备基本信息列表
strSN = dev_info_list[0].get("sn")
# 通过序列号打开设备
cam = device_manager.open_device_by_sn(strSN)
# 开始采集
cam.stream_on()
# 获取流通道个数
# num 为采集图片次数

print('请输入采集次数')
num = int(input('>'))
pstr = np.arange(0,num,1)
name_list = ','.join(str(i) for i in pstr)
name_list0 = name_list.split(',')
name_list1 = []
#print(pstr)
for i in range(len(name_list0)):
    name_list1.append(name_list0[i] + '.jpg')

for i in range(num):
    # 从第 0 个流通道获取一幅图像
    raw_image = cam.data_stream[0].get_image()
    # 从彩色原始图像获取 RGB 图像
    rgb_image = raw_image.convert("RGB")
    if rgb_image is None:
        continue
    # 从 RGB 图像数据创建 numpy 数组
    numpy_image = rgb_image.get_numpy_array()
    if numpy_image is None:
        continue
    # 显示并保存获得的 RGB 图片
    image = Image.fromarray(numpy_image, 'RGB')
    #image.show()
    image.save(name_list1[i])
    # 停止采集，关闭设备
    cam.stream_off()
    cam.close_device()

```

```

for i in range(num):
    img_path = name_list1[i]
    img = plt.imread(img_path)
    fig = plt.figure(name_list1[i])
    # ax = fig.add_subplot(111)

    plt.xticks([])
    plt.yticks([])
    plt.imshow(img)
    plt.title(name_list1[i])
    plt.show()

print('请输入选取图像序号')
which = int(input('>'))
img = cv2.imread(name_list1[which], cv2.IMREAD_GRAYSCALE)
a = []
b = []

"""
print('请输入电流大小')
I = float(input('>'))
B = 76.536 + 263.43 * I #拟合曲线
print("B = ", B)
"""

B = 1080

#img=cv2.cvtColor(image,cv2.COLOR_BGR2RGB)
#gray=cv2.cvtColor(img,cv2.COLOR_RGB2GRAY)
#预留给彩色图片
gray=img.copy()
cv2.imshow('origin', gray)
roi=cv2.selectROI(windowName="origin", img=gray)
x,y,w,h=roi

if roi!=(0,0,0,0):
    crop=gray[y:y+h,x:x+w]
    cv2.imshow('crop', crop)

cv2.waitKey(0)
cv2.destroyAllWindows()

crop_temp=crop.copy()

```

```

crop_temp2=crop.copy()
crop_temp2[crop>220]=255
crop_temp2[crop<=220]=0
clahe=cv2.createCLAHE(clipLimit=3,tileGridSize=(10,10))
crop_temp=clahe.apply(crop)
#plt.imshow(crop_temp)
#fig,ax=plt.subplots(1,1,figsize=(8,8))
#ax[0].imshow(crop_temp)
cv2.imshow('temp',crop_temp2)
cv2.waitKey(0)
cv2.destroyAllWindows()
crop_img=img[y:y+h,x:x+w].copy()
img_temp=img.copy()
xmax,ymax=gray.shape

circles=cv2.HoughCircles(crop_temp,cv2.HOUGH_GRADIENT,
                         1,300,
                         param1=1,
                         param2=10,
                         minRadius=10,
                         maxRadius=0)
cir=np.uint16(circles.reshape(-1,3))
cir0=[cir[0,0]+x,cir[0,1]+y,cir[0,2]] #转换到原图位置

crop_img=cv2.cvtColor(crop_img, cv2.COLOR_GRAY2RGB)
cv2.circle(crop_img,(cir[0,0],cir[0,1]),cir[0,2],(0,255,255))
cv2.circle(crop_img,(cir[0,0],cir[0,1]),1,(255,0,255),3)
cv2.circle(img_temp,(cir0[0],cir0[1]),cir0[2],(0,255,255))
cv2.circle(img_temp,(cir0[0],cir0[1]),1,(255,255,255),3)
cv2.line(img_temp,(cir0[0],0),(cir0[0],ymax),(0,255,255),3)

plt.imshow(img_temp)
plt.title(f'circle:{cir0}')
plt.show()
plt.imshow(crop_img)
plt.title(f'circle in crop:{cir[0]}')
plt.show()

cv2.namedWindow("image",cv2.WINDOW_NORMAL)
cv2.setMouseCallback("image", on_EVENT_LBUTTONDOWN)

#鼠标选取，按 Esc 结束

```

```

#先点击分裂环 再点击外圈
while(1):
    cv2.imshow("image", img)
    if cv2.waitKey(0)&0xFF==27:
        break
    cv2.destroyAllWindows()

d1 = (a[0]-cir[0,0])**2 + (b[0]-cir[0,1])**2
d2 = (a[1]-cir[0,0])**2 + (b[1]-cir[0,1])**2
d3 = (a[2]-cir[0,0])**2 + (b[2]-cir[0,1])**2
d4 = (a[3]-cir[0,0])**2 + (b[3]-cir[0,1])**2

g=1*pi*(3*10**8)/(2*10**-3)*(d2-d1)/(d4-d3)/(B*10**-3)
print("d1 = ", d1)
print("d2 = ", d2)
print("d3 = ", d3)
print("d4 = ", d4)
print("e/m = ", g)
print("e/m = ", g0)
print("相对误差 = ", (g-g0)/g0)

```

### 本地图片数据处理代码

代码语言： Python

```

import cv2
import numpy as np
import matplotlib as mpl
import matplotlib.pyplot as plt
from numpy import polyfit, poly1d
import gxipy as gx
import sys
from PIL import Image
import keyboard
from scipy import stats
from scipy import optimize
from math import pi

import pandas as pd

```

g0=1.7588\*10\*\*11

#标准比荷

a = []

```

b = []
aa = []
bb = []
#选择触发按钮
def on_EVENT_LBUTTONDOWN(event, x, y,flags, param):
    if event == cv2.EVENT_LBUTTONDOWN:
        xy = "%d,%d" % (x, y)
        cv2.circle(img, (x, y), 1, (0, 0, 255), thickness=-1)
        cv2.putText(img, xy, (x, y), cv2.FONT_HERSHEY_PLAIN,
                   1.0, (255, 255, 255), thickness=1)
        cv2.imshow("image", img)
        if keyboard.read_key() == 's':
            a.append(x)
            b.append(y)
        else:
            aa.append(x)
            bb.append(y)
B=1080
img=cv2.imread('5.442A.bmp',cv2.IMREAD_GRAYSCALE)
#img=cv2.cvtColor(image,cv2.COLOR_BGR2RGB)
#gray=cv2.cvtColor(img,cv2.COLOR_RGB2GRAY)
#预留给彩色图片
gray=img.copy()
cv2.imshow('origin',gray)
roi=cv2.selectROI(windowName="origin",img=gray)
x,y,w,h=roi

if roi!=(0,0,0,0):
    crop=gray[y:y+h,x:x+w]
    cv2.imshow('crop',crop)

cv2.waitKey(0)
cv2.destroyAllWindows()

#crop_temp=crop.copy()
#crop_temp[crop>50]=255
#crop_temp[crop<=50]=0
#二值化
clahe=cv2.createCLAHE(clipLimit=3,tileGridSize=(10,10))
crop_temp=clahe.apply(crop)
#灰度增强
#plt.imshow(crop_temp)

```

```

#fig,ax=plt.subplots(1,1,figsize=(8,8))
#ax[0].imshow(crop_temp)
cv2.imshow('temp',crop_temp)
cv2.waitKey(0)
cv2.destroyAllWindows()
crop_img=img[y:y+h,x:x+w].copy()
img_temp=img.copy()
xmax,ymax=gray.shape

circles=cv2.HoughCircles(crop_temp,cv2.HOUGH_GRADIENT,
                         1,300,
                         param1=1,
                         param2=10,
                         minRadius=10,
                         maxRadius=0)
cir=np.uint16(circles.reshape(-1,3))
cir0=[cir[0,0]+x,cir[0,1]+y,cir[0,2]] #转换到原图位置

crop_img=cv2.cvtColor(crop_img,cv2.COLOR_GRAY2RGB)
cv2.circle(crop_img,(cir[0,0],cir[0,1]),cir[0,2],(0,255,255))
cv2.circle(crop_img,(cir[0,0],cir[0,1]),1,(255,0,255),3)
cv2.circle(img_temp,(cir0[0],cir0[1]),cir0[2],(0,255,255))
cv2.circle(img_temp,(cir0[0],cir0[1]),1,(255,255,255),3)
cv2.line(img_temp,(cir0[0],0),(cir0[0],ymax),(0,255,255),3)

plt.imshow(img_temp)
plt.title(f'circle:{cir0}')
plt.show()
plt.imshow(crop_img)
plt.title(f'circle in crop:{cir[0]}')
plt.show()

img=cv2.imread('5.442A.bmp',cv2.IMREAD_UNCHANGED)
a = []
b = []
clahe=cv2.createCLAHE(clipLimit=3,tileGridSize=(10,10))
#img2=clahe.apply(img1)
#灰度增强选取
cv2.namedWindow("image",cv2.WINDOW_NORMAL)
cv2.setMouseCallback("image", on_EVENT_LBUTTONDOWN)

#鼠标选取，按 Esc 结束

```

```

#先点击分裂环 再点击外圈
while(1):
    cv2.imshow("image", img)
    if cv2.waitKey(0)&0xFF==27:
        break
    cv2.destroyAllWindows()

d1 = (a[0]-cir0[0])**2 + (b[0]-cir0[1])**2
d2 = (a[1]-cir0[0])**2 + (b[1]-cir0[1])**2
d3 = (a[2]-cir0[0])**2 + (b[2]-cir0[1])**2
d4 = (a[3]-cir0[0])**2 + (b[3]-cir0[1])**2

g=2*pi*(3*10**8)/(2*10**-3)*(d2-d3)/(d4-d3)/(B*10**-3)
print("d1 = ", d1)
print("d2 = ", d2)
print("d3 = ", d3)
print("d4 = ", d4)
print("e/m = ", g)
print("e/m = ", g0)
print("相对误差 = ", (g-g0)/g0)

```

### 本地图片数据处理代码(手动选取圆心作为对比)

代码语言： Python

```

import cv2
import numpy as np
import matplotlib as mpl
import matplotlib.pyplot as plt
from numpy import polyfit, poly1d
import gxipy as gx
import sys
from PIL import Image
import keyboard
from scipy import stats
from scipy import optimize
from math import pi
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import numpy as np
import cv2

g0=1.7588*10**11
#标准比荷

```

```

a = []
b = []
aa = []
bb = []
#选择触发按钮
def on_EVENT_LBUTTONDOWN(event, x, y,flags, param):
    if event == cv2.EVENT_LBUTTONDOWN:
        xy = "%d,%d" % (x, y)
        cv2.circle(img, (x, y), 1, (0, 0, 255), thickness=-1)
        cv2.putText(img, xy, (x, y), cv2.FONT_HERSHEY_PLAIN,
                    1.0, (255, 255, 255), thickness=1)
        cv2.imshow("image", img)
        if keyboard.read_key() == 's':
            a.append(x)
            b.append(y)
        else:
            aa.append(x)
            bb.append(y)

img = cv2.imread("4.000A.bmp")
a = []
b = []
"""

print('请输入电流大小')
I = float(input('>'))
B=76.536+263.43*I#拟合曲线
print("B = ", B)
"""

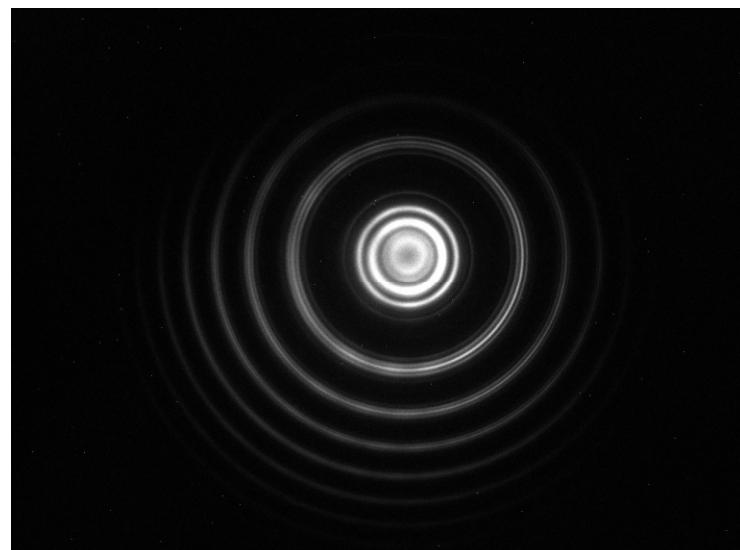
B=1209
cv2.namedWindow("image",cv2.WINDOW_NORMAL)
cv2.setMouseCallback("image", on_EVENT_LBUTTONDOWN)
while(1):
    cv2.imshow("image", img)
    if cv2.waitKey(0)&0xFF==27:
        break
cv2.destroyAllWindows()

d1 = (a[1]-a[0])**2 + (b[1]-b[0])**2
d2 = (a[2]-a[0])**2 + (b[2]-b[0])**2
d3 = (a[3]-a[0])**2 + (b[3]-b[0])**2
d4 = (a[4]-a[0])**2 + (b[4]-b[0])**2

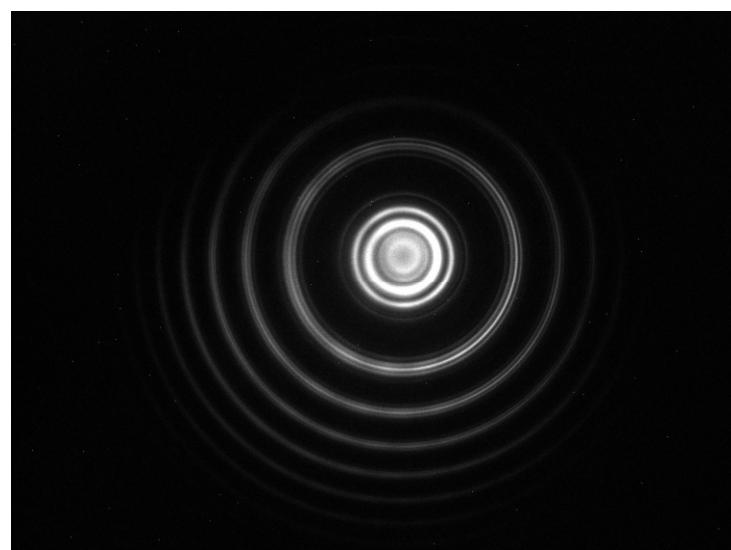
```

```
g=2*pi*(3*10**8)/(2*10**-3)*(d2-d3)/(d4-d3)/(B*10**-3)
print("d1 = ", d1)
print("d2 = ", d2)
print("d3 = ", d3)
print("d4 = ", d4)
print("e/m = ", g)
print("e/m = ", g0)
print("相对误差 = ", (g-g0)/g0)
```

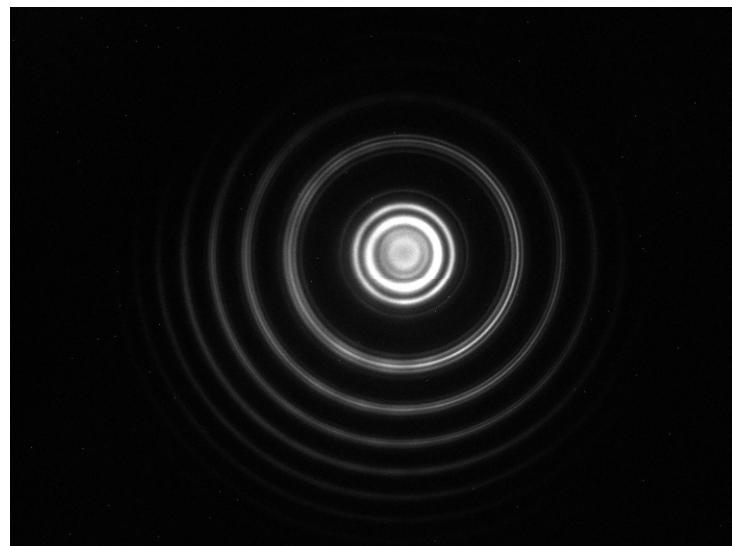
Hg546.07nm Ω 谱线图



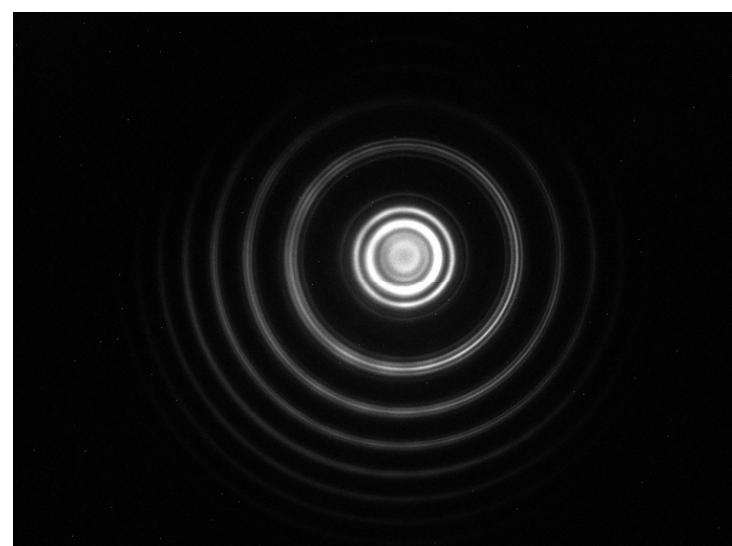
励磁电流: 4.066A



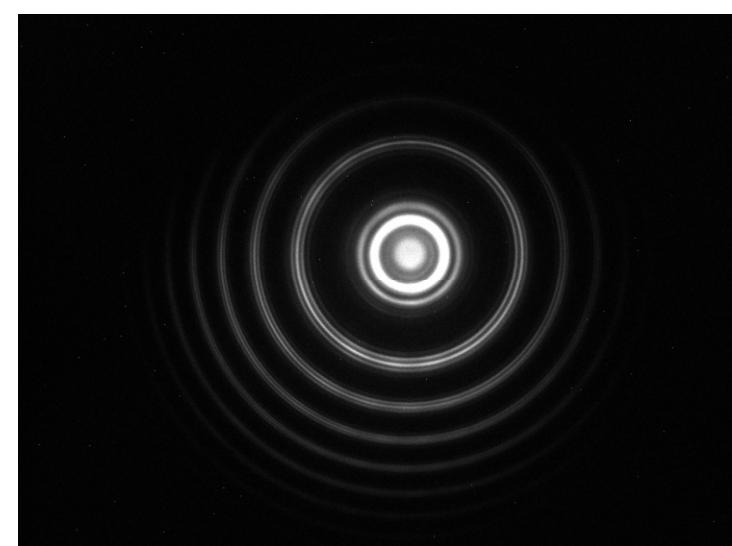
励磁电流: 4.266A



励磁电流: 4.466A

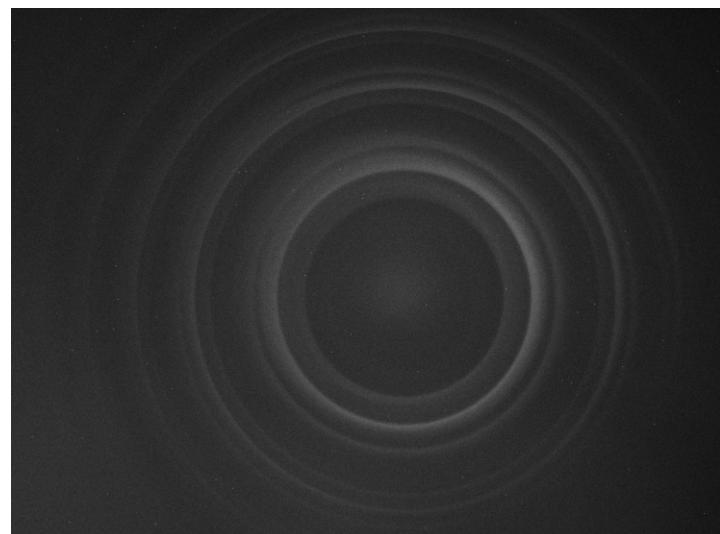


励磁电流: 4.644A

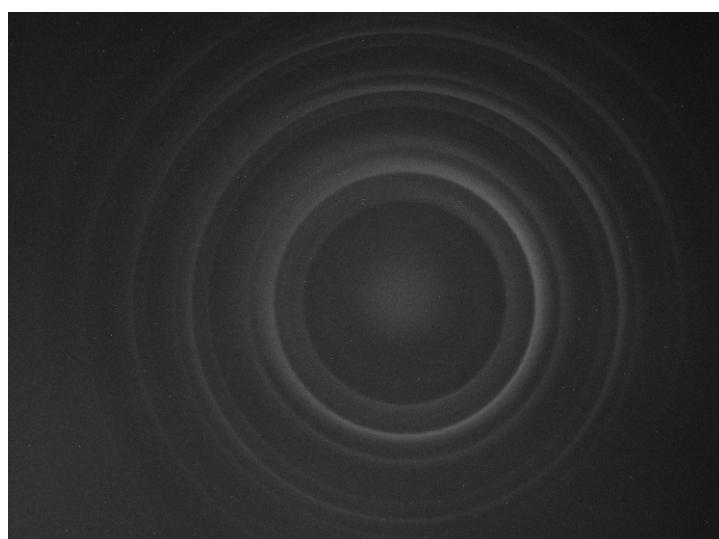


励磁电流: 5.237A

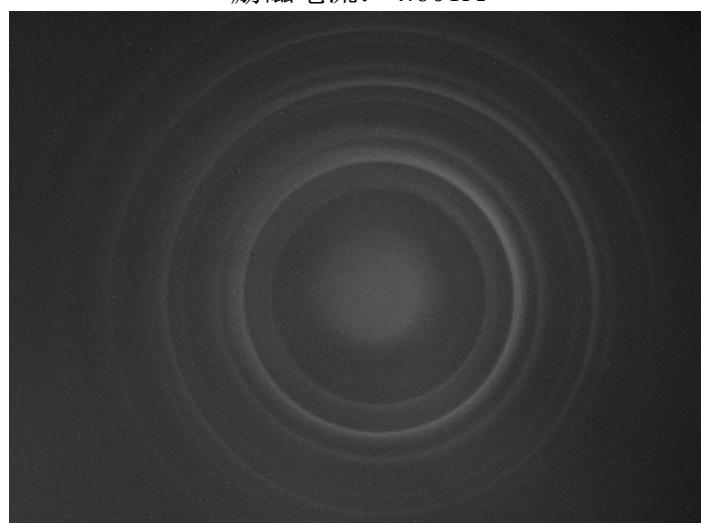
### Hg579.06nm 光谱线图



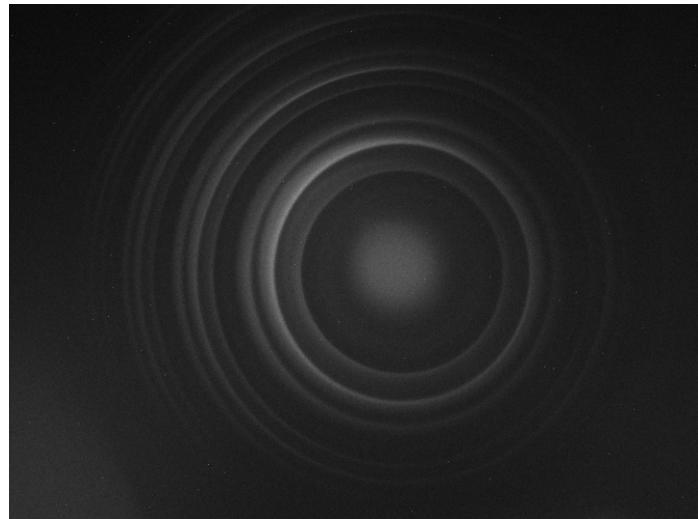
励磁电流: 4.001A



励磁电流: 4.601A



励磁电流: 5.000A



励磁电流: 5.430A

### 致谢

感谢本次实验的指导老师文锦辉和搭档肖智洋，在老师的耐心指导和搭档的大力帮助下我得以顺利地完成本次实验。本方案中圆心搜寻方案由陆佑堂黄臻成老师实现，选点方案由李周同学将基础物理实验 C7 自动化测量脚本所用的 matlab 语言移植到 python 语言，并添加了撤销选点等多种功能，CCD 接口调用及数据处理部分由作者完成。本方案原方案为基于牛顿环的透明液体浓度测量方案(指导老师：黄臻成，沈韩；参与人：罗俊平，李周，谢泓任，谌星宇，刘东阳)，以此实验报告向比肩作战过的队友一并表示感谢。