# Álgebra relacional

Bases de Datos

Curso 2018-2019

Jesús Correas – jcorreas@ucm.es

Departamento de Sistemas Informáticos y Computación Universidad Complutense de Madrid

# Bibliografía

- Bibliografía básica:
  - R. Elmasri, S.B. Navathe. Fundamentals of Database Systems (6a Ed). Addison-Wesley, 2010. (en español: Fundamentos de Sistemas de Bases de Datos (5a Ed). Addison-Wesley, 2007).
     Capítulo 6 (5ª ed. en español). Capítulo 6 (6ª ed.).
- Bibliografía complementaria:
  - A. Silberschatz , H. F. Korth, S. Sudarshan. Fundamentos de bases de datos (5a Ed), McGraw-Hill, 2006.
     Capítulo 2.

### Lenguajes de consulta de BD relacionales

- Los lenguajes de consulta permiten obtener información de una BD relacional.
  - No permiten modificar datos de la BD, lo veremos más adelante en SQL.
- Hay dos tipos de lenguajes de consulta:
  - Procedimentales: El lenguaje indica al sistema una serie de operaciones que debe realizar para obtener el resultado.
  - ▶ No procedimentales: Se describe la información deseada sin dar un procedimiento concreto para obtener la información.
- Hay diversos lenguajes formales para realizar consultas sobre una BD relacional:
  - ► Procedimentales: álgebra relacional.
  - ▶ No procedimentales: Cálculo relacional de tuplas y de dominios.
- Veremos el álgebra relacional, que es la base de la parte de consultas del lenguaje SQL.

## El álgebra relacional

- Es un lenguaje formal de consulta basado en el álgebra de conjuntos de la teoría matemática de conjuntos:
  - no incluye operaciones de modificación de datos.
  - ► Cada operación genera **una nueva relación** del MR que se puede manipular a su vez utilizando otras operaciones del álgebra.
- Las consultas se definen mediante la aplicación de una serie de operaciones sobre relaciones de BD:
  - ▶ Operaciones de teoría de conjuntos: unión ∪, intersección ∩, diferencia \ y producto cartesiano ×.
  - **Renombramiento**  $\rho$ .
  - ▶ Selección  $\sigma$ .
  - ▶ Proyección  $\pi$ .
  - ► Reunión (join) ⋈.
  - ▶ División ÷.
- Además se considera la asignación (←) sobre relaciones temporales para dar un nombre a resultados intermedios.

# Operaciones de conjuntos

- Son: unión, intersección, diferencia y producto cartesiano.
- Son operaciones binarias.
- En las tres primeras, los dos operandos deben ser instancias de esquemas de relación con el mismo número de atributos, con igual dominio y en el mismo orden:

$$R(A_1,\ldots,A_n), S(B_1,\ldots,B_n), Dom(A_i) = Dom(B_i)(\forall i \leq n)$$

- Unión: R ∪ S produce una relación con todas las tuplas que están en R o en S. Las tuplas duplicadas se eliminan.
- Intersección:  $(R \cap S)(A_1, ..., A_n)$  produce un esquema de relación con tuplas válidas aquellas que son válidas en R y en S.
- **Diferencia:**  $(R \setminus S)(A_1, ..., A_n)$  produce un esquema de relación con instancias válidas aquellas que son válidas **en** R **pero no en** S.
- El producto cartesiano lo veremos un poco más adelante.

### Operaciones - Renombramiento

- En algunas operaciones del álgebra relacional son relevantes los nombres de los atributos y de las relaciones, por lo que es conveniente tener una operación para renombrarlos.
- Dado  $R(A_1, ..., A_n)$ , la operación de **renombramiento**  $\rho_{S(B_1, ..., B_n)}(R)$  produce el siguiente esquema de relación:
  - ► El **nombre** del esquema es *S*.
  - ▶ Atributos del esquema:  $B_1, ..., B_n$ .
  - ▶ Instancia de la relación: las tuplas válidas son las mismas que en R.
- **Ejemplos:** Dado el esquema EMPL(<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo):
  - Renombrar el atributo DNI:

```
PEMPL (COD, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo) (EMPL)
```

Renombrar todos los atributos:

```
\rho_{\text{EMPL}}(\text{COD}, \text{N}, \text{A1}, \text{A2}, \text{S})^{\text{(EMPL)}}
```

Renombrar el nombre del esquema a empleados, pero no los atributos:

 $\rho_{\texttt{empleados}}(\texttt{EMPL})$ 

## Operaciones - Selección

- La operación de selección permite seleccionar las tuplas de una relación que cumplen determinada condición de selección definida como una expresión booleana.
- Dado un esquema de relación  $R(A_1, ..., A_n)$  y una condición C sobre los atributos de R,  $\sigma_C(R)$  produce un esquema de relación con las siguientes características:
  - ► Atributos del esquema: Los mismos que *R*.
  - ▶ Instancia de la relación: Las tuplas de *R* que hacen cierta la condición *C*.
- Las condiciones son expresiones lógicas de la siguiente forma:
  - $C \rightarrow atributo$  **OP** atributo
  - $C \rightarrow atributo \ \mathbf{OP} \ constante$
  - $C \rightarrow C \wedge C$
  - $C \rightarrow C \lor C$
  - $C \rightarrow \neg C$

- ▶ *atributo* es un atributo de *R*.
- constante es un valor constante.
- ► **OP** es un operador de comparación:

$$\{<,>,\leq,\geq,=,\neq\}.$$

# Operaciones - Selección

- La operación de selección realiza una "partición horizontal" de la relación, quedándose con las tuplas (completas) que cumplen la condición.
- Ejemplos: Dado el esquema EMPL(DNI, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo):
  - Seleccionar el empleado con DNI "27347234T": σ<sub>DNI="27347234T"</sub>(EMPL)
  - ► Seleccionar los **empleados con salario entre 1200 y 1500 euros:**<sup>O</sup> (salario>1200) ∧ (salario<1500) (EMPL)
  - ► Empleados que se apellidan García o ganan menos de 1000 euros:  $\sigma (ap1 = "García") \lor (salario<1000) (EMPL)$
  - ► La relación de entrada puede ser otra expresión del álgebra relacional. Cuál es el significado de la siguiente expresión?

$$\sigma_{ t ap1} = t "García" ig( \sigma_{ t salario} {<} ext{1000} ig( t ext{EMPL} ig) ig)$$

# Operaciones - Proyección

- La operación de **proyección** permite **extraer columnas** (valores de atributos) de una relación.
- Dado un esquema de relación  $R(A_1, ..., A_n)$  y un subconjunto de atributos  $\{B_1, ..., B_k\} \subseteq \{A_1, ..., A_n\}$ , la operación  $\pi_{(B_1, ..., B_k)}(R)$  produce una relación con las siguientes características:
  - ▶ Atributos del esquema:  $\{B_1, \ldots, B_k\}$ .
  - ▶ Instancia de la relación: Las tuplas formadas por los valores de  $B_1, \ldots, B_k$  en las tuplas válidas de R.
- La relación resultante **puede tener menos tuplas que la relación** *R* si la clave no forma parte del subconjunto de atributos.
  - El resultado de la proyección es un conjunto de tuplas: no permite repetir tuplas.
- La operación de proyección realiza una "partición vertical" de la relación, quedándose con las columnas seleccionadas.

# Operaciones - Proyección

- Ejemplos: Dado el esquema EMPL(DNI, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo):
  - Obtener DNI y sueldo de los empleados:

```
\pi (DNI, sueldo) (EMPL)
```

▶ DNI de los empleados con salario superior a 1200 euros:

$$\pi$$
 (DNI) ( $\sigma$  (salario>1200) (EMPL))

También se pueden utilizar nombres de relación temporales para los cálculos intermedios:

```
\begin{array}{l} \texttt{Emp1} \leftarrow \sigma_{\texttt{(salario} > \texttt{1200)}}(\texttt{EMPL}) \\ \texttt{Emp2} \leftarrow \pi_{\texttt{(DNI)}}(\texttt{Emp1}) \end{array}
```

- El producto cartesiano permite combinar los valores de dos relaciones.
- Dados  $R(A_1, ..., A_m)$  y  $S(B_1, ..., B_n)$ , el **producto cartesiano** produce un esquema  $R \times S$  con:
  - ▶ Atributos del esquema: m + n atributos:  $A_1, \ldots, A_m, B_1, \ldots, B_n$
  - Si dos atributos A<sub>i</sub> y B<sub>j</sub> tienen el mismo nombre, se renombran a R.A<sub>i</sub> y S.B<sub>j</sub>.
  - ▶ **Instancia de la relación:** Las tuplas válidas son las del producto cartesiando de los conjuntos de tuplas *R* y *S*.
- Se puede evitar el renombrado automático de atributos realizando una operación de renombrado antes de aplicar el producto cartesiano.
  - Si no se hace así, siempre se pueden utilizar nombres de atributos precedidos por el nombre de la relación en las condiciones booleanas. Por ejemplo: EMPL.DNI = DPTO.DNI

• Ejemplo: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL (<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO (<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
```

 Obtención de los nombres de los empleados que dirigen algún proyecto:

• Ejemplo: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL(<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO(<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
```

- Obtención de los nombres de los empleados que dirigen algún proyecto:
  - ▶ Podemos combinar las dos tablas mediante el producto cartesiano: Jefes1 ← EMPL×PROYECTO
    Así obtenemos todas las combinaciones posibles de empleados con proyectos.

• Ejemplo: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL(<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO(<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
```

- Obtención de los nombres de los empleados que dirigen algún proyecto:
  - ► Podemos combinar las dos tablas mediante el **producto cartesiano**:

    Jefes1 ← EMPL × PROYECTO
    - Así obtenemos todas las combinaciones posibles de empleados con proyectos.
  - Después seleccionamos aquellas tuplas en las que el DNI del empleado coincide con el director del proyecto:

```
\texttt{Jefes2} \leftarrow \sigma_{\texttt{(DNI=DNIDir)}}(\texttt{Jefes1})
```

• Ejemplo: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL(<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO(<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
```

- Obtención de los nombres de los empleados que dirigen algún proyecto:
  - Podemos combinar las dos tablas mediante el producto cartesiano:

```
\texttt{Jefes1} \leftarrow \texttt{EMPL} \times \texttt{PROYECTO}
```

Así obtenemos todas las combinaciones posibles de empleados con proyectos.

Después seleccionamos aquellas tuplas en las que el DNI del empleado coincide con el director del proyecto:

```
\texttt{Jefes2} \leftarrow \sigma_{\texttt{(DNI=DNIDir)}}(\texttt{Jefes1})
```

▶ Por último, **proyectamos** el nombre de los directores:

```
Jefes \leftarrow \pi_{(Nombre,Ap1,Ap2)}(Jefes2)
```

- Cada director aparece una vez aunque dirija varios proyectos.
- Otra forma:  $\pi_{(Nombre,Ap1,Ap2)}(\sigma_{(DNI=DNIDir)}(EMPL\times PROYECTO))$

• Otro ejemplo: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL(<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO(<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
DEDICACION(<u>CodPr</u>, DNIEmpl, Horas)
```

 Obtención de los nombres de los empleados que trabajan en un proyecto más de 10 horas:

• Otro ejemplo: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL(<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO(<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
DEDICACION(<u>CodPr</u>, <u>DNIEmpl</u>, Horas)
```

- Obtención de los nombres de los empleados que trabajan en un proyecto más de 10 horas:
  - Primero seleccionamos los proyectos en los que se trabaja más de 10 horas:

```
Proy10 \leftarrow \sigma_{\text{Horas}>10}(\text{DEDICACION})
```

• Otro ejemplo: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL(<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO(<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
DEDICACION(<u>CodPr</u>, <u>DNIEmpl</u>, Horas)
```

- Obtención de los nombres de los empleados que trabajan en un proyecto más de 10 horas:
  - Primero seleccionamos los proyectos en los que se trabaja más de 10 horas:

```
Proy10 \leftarrow \sigma_{\text{Horas}>10}(\text{DEDICACION})
```

Después combinamos estos proyectos con los empleados para seleccionar los empleados que realizan ese trabajo:

```
Empl10 \leftarrow \sigma_{(DNI=DNIEmpl)}(Proy10 \times EMPL)
```

• Otro ejemplo: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL(<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO(<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
DEDICACION(<u>CodPr</u>, <u>DNIEmpl</u>, Horas)
```

- Obtención de los nombres de los empleados que trabajan en un proyecto más de 10 horas:
  - Primero seleccionamos los proyectos en los que se trabaja más de 10 horas:

```
Proy10 \leftarrow \sigma_{\text{Horas}>10}(\text{DEDICACION})
```

Después combinamos estos proyectos con los empleados para seleccionar los empleados que realizan ese trabajo:

```
Empl10 \leftarrow \sigma_{(DNI=DNIEmpl)}(Proy10 \times EMPL)
```

▶ Por último, **proyectamos** el nombre de los empleados:

```
Resultado \leftarrow \pi_{(Nombre,Ap1,Ap2)}(Empl10)
```

O también:

```
\pi_{\text{(Nombre,Ap1,Ap2)}}(\sigma_{\text{(DNI=DNIEmp1)}}(\sigma_{\text{Horas}>10}(\text{DEDICACION})\times \text{EMPL}))
```

• Otro ejemplo más: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL (<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO (<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
DEDICACION (<u>CodPr</u>, DNIEmpl, Horas)
```

 Obtención del DNI de los empleados que trabajan en al menos dos proyectos:

• Otro ejemplo más: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL (<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO (<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
DEDICACION (<u>CodPr</u>, DNIEmpl, Horas)
```

- Obtención del DNI de los empleados que trabajan en al menos dos proyectos:
  - ▶ Primero **renombramos** la relacion DEDICACION: DEDR  $\leftarrow \rho_{\text{DEDR}}$  (CodR, DNIR, HR) (DEDICACION)

• Otro ejemplo más: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL (<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO (<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
DEDICACION (<u>CodPr</u>, DNIEmpl, Horas)
```

- Obtención del DNI de los empleados que trabajan en al menos dos proyectos:
  - Primero renombramos la relacion DEDICACION:

    DEDR  $\leftarrow \rho_{\text{DEDR}}$  (CodR, DNIR, HR) (DEDICACION)
  - ▶ Después combinamos esta relacion con la relacion DEDICACION de la que procede y seleccionamos las tuplas que coinciden en el DNI pero no en el proyecto:

```
\texttt{En2} \leftarrow \sigma_{\texttt{(DNIEmpl=DNIR} \ \land \ \texttt{CodPr} \neq \texttt{CodR)}}(\texttt{DEDR} \times \texttt{DEDICACION})
```

• Otro ejemplo más: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL(<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO(<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
DEDICACION(<u>CodPr</u>, DNIEmpl, Horas)
```

- Obtención del DNI de los empleados que trabajan en al menos dos proyectos:
  - Primero renombramos la relacion DEDICACION:

    DEDR  $\leftarrow \rho_{\text{DEDR}}$  (CodR, DNIR, HR) (DEDICACION)
  - Después combinamos esta relacion con la relacion DEDICACION de la que procede y seleccionamos las tuplas que coinciden en el DNI pero no en el proyecto:

```
\texttt{En2} \leftarrow \sigma_{\texttt{(DNIEmpl=DNIR} \ \land \ \texttt{CodPr} \neq \texttt{CodR)}}(\texttt{DEDR} \times \texttt{DEDICACION})
```

- Por último, **proyectamos** el DNI de los empleados:
  - Resultado  $\leftarrow \pi_{\mathsf{DNIEmpl}}(\mathtt{En2})$
- ▶ Nota: Este tipo de consultas se resuelve de forma diferente en SQL.

# Operaciones - Reunión (Join)

- La operación de reunión (join) condicional corresponde a la combinación de un producto cartesiano y una selección.
- Dados  $R(A_1, ..., A_m)$  y  $S(B_1, ..., B_n)$ , la **reunión condicional** de R y S se define como:

$$R \bowtie_{\mathcal{C}} S = \sigma_{\mathcal{C}}(R \times S)$$

- Aunque es una operación derivada de  $\sigma$  y  $\times$ , tiene su propio operador porque es **una de las operaciones más utilizadas.** 
  - Simplifica las consultas, que pueden ser muy complejas.
- Si la condición C no se cumple para ninguna tupla, produce el conjunto vacío como resultado.
- Si alguna tupla tiene valor **NULO** en algún atributo que aparece en la condición, no se incluye en el resultado.

# Operaciones - Reunión (Join)

• Ejemplos: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL (<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO (<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
DEDICACION (<u>CodPr</u>, DNIEmpl, Horas)
```

Nombres de los empleados que dirigen algún proyecto:

```
\pi_{\text{(Nombre,Ap1,Ap2)}}(\text{EMPL} \bowtie_{\text{(DNI=DNIDir)}} \text{PROYECTO})
```

 Nombres de los empleados que trabajan en un proyecto más de 10 horas:

```
\pi_{(Nombre,Ap1,Ap2)}(DEDICACION \bowtie (DNI=DNIEmp1 \land Horas>10) EMPL)
```

 Obtención del DNI de los empleados que trabajan en al menos dos proyectos:

```
DEDR \leftarrow \rho_{\text{DEDR (CodR, DNIR, HR)}} (DEDICACION)

Res \leftarrow \pi_{\text{DNIEmpl}} (DEDR \bowtie (DNIEmpl=DNIR\landCodPr\neqCodR) DEDICACION)

(Esta consulta se resuelve de forma diferente en SQL, con una función de agregación.)
```

- Un caso particular de reunión condicional muy común es aquella en la que la condición es una conjunción de igualdades de los atributos con el mismo nombre en ambas relaciones.
- Ejemplo: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL (<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO (<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir)
DEDICACION (CodPr, DNI, Horas)
```

- ► Nombre de los empleados que trabajan en algún proyecto \(\pi\_{\text{(Nombre,Ap1,Ap2)}}(\text{DEDICACION} \times\_{\text{(DEDICACION.DNI=EMPL.DNI)}}\) EMPL)
- En el resultado se repiten los atributos incluidos en la condición con exactamente igual valor y nombre (de distintas relaciones).
- Para evitar esto se utiliza la operación de Reunión natural (natural join).

- Una reunión natural es como una reunión condicional en la que la condición está formada por todos los atributos con el mismo nombre en ambos operandos.
- Por esto, la condición se omite del operador ⋈.
- Además, en el resultado se eliminan los atributos repetidos con el mismo valor.
- Dados  $R(A_1, ..., A_m)$  y  $S(B_1, ..., B_n)$  con atributos comunes  $C_1, ..., C_j$  la **reunión natural**  $R \bowtie S$  produce un esquema con:
  - ▶ Atributos del esquema:  $\{A_1, ..., A_m\} \cup \{B_1, ..., B_n\}$  (no se repiten atributos con el mismo nombre).
  - ▶ **Instancia de la relación:** Las tuplas válidas son la combinación de tuplas válidas de *R* y *S* que coinciden en los valores de *C*<sub>1</sub>,..., *C*<sub>i</sub>.
- Si no hay atributos comunes, funciona como el producto cartesiano.

• **Ejemplos:** Dados los esquemas de relación:

```
EMPL(<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO(<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir, CodDpto)
DEPARTAMENTO(CodDpto, Nombre)
```

 Lista de los proyectos con el nombre del departamento al que pertenecen:

• Ejemplos: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL (<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)

PROYECTO (<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir, CodDpto)

DEPARTAMENTO (CodDpto, Nombre)
```

- Lista de los proyectos con el nombre del departamento al que pertenecen:
  - $\pi_{\text{(Descripcion, Nombre)}}(\text{PROYECTO} \bowtie \text{DEPARTAMENTO})$
- ¿Qué devuelve la siguiente consulta?: EMPL ⋈DEPARTAMENTO

• **Ejemplos:** Dados los esquemas de relación:

```
EMPL (<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO (<u>CodPr</u>, Descripcion, DNIDir, CodDpto)
DEPARTAMENTO (CodDpto, Nombre)
```

- Lista de los proyectos con el nombre del departamento al que pertenecen:
  - $\pi_{\text{(Descripcion, Nombre)}}(\text{PROYECTO} \bowtie \text{DEPARTAMENTO})$
- ¿Qué devuelve la siguiente consulta?: EMPL ⋈DEPARTAMENTO
- Lista de los empleados que dirigen proyectos y los departamentos a los que pertenecen:

• Ejemplos: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL(DNI, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
PROYECTO(CodPr, Descripcion, DNIDir, CodDpto)
DEPARTAMENTO(CodDpto, Nombre)
```

 Lista de los proyectos con el nombre del departamento al que pertenecen:

```
\pi_{\text{(Descripcion, Nombre)}}(\text{PROYECTO} \bowtie \text{DEPARTAMENTO})
```

- ¿Qué devuelve la siguiente consulta?: EMPL ⋈DEPARTAMENTO
- Lista de los empleados que dirigen proyectos y los departamentos a los que pertenecen:

```
\begin{array}{l} \mathtt{Dirs} \leftarrow \rho_{\mathtt{EMPL}\,(\mathtt{DNIDir},\,\mathtt{NombreDir},\,\mathtt{Ap1},\,\mathtt{Ap2},\,\mathtt{Sueldo})} \, \big(\mathtt{EMPL}\big) \\ \mathtt{Result} \leftarrow \pi_{\big(\mathtt{NombreDir},\,\mathtt{Nombre}\big)} \big( \big(\mathtt{Dirs}\,\, \boxtimes\,\mathtt{PROYECTO}\big) \,\, \boxtimes\,\mathtt{DEPARTAMENTO}\big) \end{array}
```

# Extensión del álgebra relacional

- Se han propuesto múltiples operadores para extender el álgebra relacional para facilitar las consultas complejas.
- Casi todas las operaciones se pueden implementar con un conjunto básico:  $\{\cup, \setminus, \times, \sigma, \pi, \rho\}$ , pero las consultas resultantes son **muy complejas.**
- Por ejemplo, la intersección se debería implementar como:

$$R \cap S = R \setminus (R \setminus S)$$
.

- Por otra parte, los **operadores de reunión**  $R \bowtie_{[C]} S$  solo incluyen las combinaciones de tuplas **que efectivamente coinciden en** R **y** S.
  - ► Las tuplas de *R* que no coinciden con ninguna de *S* no aparecen en el resultado, y viceversa.
  - Las reuniones que preservan todas las tuplas de alguno de los operandos se denominan reuniones externas (outer joins).

- Reunión exterior izquierda (left outer join)  $R \bowtie S$  es una reunión natural en la que se incluyen todas las tuplas de R combinadas con las que coincidan de S.
  - ► Las tuplas de *R* que no coincidan con ninguna de *S* se rellenan con nulos en los atributos de *S*.
- Del mismo modo se define la reunión exterior derecha (right outer join) R ⋈ S, que incluye todas las tuplas del operando de la derecha, combinadas con las que coincidan del operando de la izquierda.
- Por último, una reunión exterior completa (full outer join) R 

   S contiene todas las tuplas de las dos relaciones, combinadas con las tuplas coincidentes de la otra relación, o rellenando con nulos aquellas tuplas de cada relación que no coincidan con ninguna tupla de la otra relación.

#### **Ejemplo:**

		$\mathtt{EMPL}$				PROYECTO	
DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario	CodPr	Descr.	DNI
37X	Juan	Sánchez	Martín	1500	4	Contabilidad	24Y
24Y	Adela	García	Sanz	2300	7	Marketing	55Z

#### **Ejemplo:**

EMPL						PROYECTO	
DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario	CodPr	Descr.	DNI
37X	Juan	Sánchez	Martín	1500	4	Contabilidad	24Y
24Y	Adela	García	Sanz	2300	7	Marketing	55Z

#### EMPL MPROYECTO

DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario	CodPr	Descr.
24Y	Adela	García	Sanz	2300	4	Contabilidad

#### **Ejemplo:**

		EMPL				PROYECTO	
DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario	CodPr	Descr.	DNI
37X	Juan	Sánchez	Martín	1500	4	Contabilidad	24Y
24Y	Adela	García	Sanz	2300	7	Marketing	55Z

#### EMPL ⋈ PROYECTO

DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario	CodPr	Descr.
24Y	Adela	García	Sanz	2300	4	Contabilidad

#### 

DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario	CodPr	Descr.
37X	Juan	Sánchez	Martín	1500	NULO	NULO
24Y	Adela	García	Sanz	2300	4	Contabilidad

#### **Ejemplo:**

	EMPL					
DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario		
37X	Juan	Sánchez	Martín	1500		
24Y	Adela	García	Sanz	2300		

	PROYECTO					
CodPr	Descr.	DNI				
4	Contabilidad	24Y				
7	Marketing	55Z				

#### EMPL MPROYECTO

DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario	CodPr	Descr.
24Y	Adela	García	Sanz	2300	4	Contabilidad

#### 

DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario	CodPr	Descr.
37X	Juan	Sánchez	Martín	1500	NULO	NULO
24Y	Adela	García	Sanz	2300	4	Contabilidad

#### EMPL ⋈ PROYECTO

DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario	CodPr	Descr.
24Y	Adela	García	Sanz	2300	4	Contabilidad
55Z	NULO	NULO	NULO	NULO	7	Marketing

#### **Ejemplo:**

EMPL					
DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario	
37X	Juan	Sánchez	Martín	1500	
24Y	Adela	García	Sanz	2300	

PROYECTO					
CodPr	DNI				
4	Contabilidad	24Y			
7	Marketing	55Z			

#### 

DNI	Nombre	Ap1	Ap2	Salario	CodPr	Descr.
37X	Juan	Sánchez	Martín	1500	NULO	NULO
24Y	Adela	García	Sanz	2300	4	Contabilidad
55Z	NULO	NULO	NULO	NULO	7	Marketing

# Operaciones - División

- La operación de división es útil para determinadas consultas a BD.
- Permite obtener las tuplas de una relación que verifican que para algunos atributos toman todos los valores que aparecen en otra relación.
- Dados  $R(A_1, \ldots, A_m)$  y  $S(B_1, \ldots, B_n)$  con atributos tales que  $\{B_1, \ldots, B_n\} \subset \{A_1, \ldots, A_m\}$ , la operación  $R \div S$  produce un esquema con:
  - Atributos del esquema:  $\{C_1,\ldots,C_j\}=\{A_1,\ldots,A_m\}\setminus\{B_1,\ldots,B_n\}.$
  - ▶ Instancia de la relación: Una tupla t está en  $T = R \div S$  si  $\{t\} \times S$  está contenido en R.
  - Informalmente, para que una tupla t esté en T, t debe aparecer combinado con todos los valores de S en R.
- Esta operación permite realizar consultas con cuantificación universal. Los SGBD no suelen implementar directamente esta operación.
- Lo vemos con un ejemplo:

# Operaciones - División

• Ejemplo: Dados los esquemas de relación:

```
EMPL (<u>DNI</u>, Nombre, Ap1, Ap2, Sueldo)
DEDICACION (CodPr, DNI, Horas)
```

- Datos personales de todos los empleados que trabajan en todos los proyectos en los que trabaja el empleado con DNI nº 8967866R:
  - Primero se seleccionan los proyectos en los que trabaja este empleado: ProyEmp←π<sub>CodPr</sub>(σ (DNI='8667866R') (DEDICACION))
  - ► A continuación se seleccionan los DNI de los empleados que trabajan en cada proyecto:

```
\mathtt{DNIProyectos} \leftarrow \pi_{\mathtt{(CodPr,DNI)}}(\mathtt{DEDICACION})
```

Después se obtienen los DNI de los empleados buscados mediante la operación de división:

```
{\tt DNIBuscados} {\leftarrow} {\tt DNIProyectos} \; \begin{array}{l} \boldsymbol{\div} \; {\tt ProyEmp} \end{array}
```

▶ Por último, se obtienen los datos personales de los empleados:

```
Resultado←DNIBuscados ⋈EMPL
```

#### Tratamiento de valores nulos

- Cualquier comparación  $(<,>,\leq,\geq,=,\neq)$  con un valor NULO produce un resultado desconocido.
- Cualquier operación lógica con un valor desconocido produce un resultado desconocido.
- Por tanto, las condiciones lógicas pueden devolver tres valores posibles: cierto, falso, o desconocido.
- Las operaciones del álgebra se comportan de la siguiente forma:
- **Selección**  $\sigma_C(R)$ : Solo se seleccionan las tuplas de R para las que la condición C es **cierta** (si el resultado es desconocido no se incluyen).
- Proyección, unión, intersección, diferencia: Los valores nulos se tratan como cualquier otro valor para eliminar duplicados.

#### Tratamiento de valores nulos

- Reunión condicional, reunión natural: Se utiliza la equivalencia:  $R \bowtie_C S = \sigma_C(R \times S)$ .
  - Las tuplas con valor nulo en el atributo de conexión (o atributo común si es reunión natural) no coinciden y por tanto no aparecen en el resultado.

#### Reuniones externas:

- Funcionan de forma similar para las tuplas que cumplen las condiciones de reunión.
- ▶ Para las que **no lo cumplen,** se incluyen en el resultado (dependiendo del tipo de reunión externa) rellenando con valores nulos.