



中级微观经济学 (拔尖班) 笔记

2024-2025 学年秋冬学期

作者: Yishu Jiang

组织: School of Economics, Zhejiang University

时间: September 23, 2024



Talk is cheap, show me your solution!

前言

本笔记是 2024-2025 学年秋冬学期面向经济学拔尖班开设的中级微观经济学的学习笔记, 主要使用的教材为范里安的《微观经济学: 现代观点》, 本人使用范里安的《微观经济分析》、MWG 的《微观经济理论》和平新乔的《微观经济学十八讲》作为参考书, 授课老师为汪淼军. 由于本人初次学习中微且水平能力有限, 笔记中有所疏漏处, 恳请指正.

基本的授课思路是先介绍基本假设下的消费者理论和生产者理论, 接着从局部均衡到一般均衡, 得到福利经济学第一第二定理, 以及对市场均衡做进一步分析, 再破除假设研究实际问题; 更加确切地说, 微观经济学更应当称为“价格理论”, 主要研究“看不见的手”在资源配置中的作用.

这份笔记的思路基本按照汪老师的上课思路展开, 但在细节上会补充一些课上没有处理的特别好的技术细节, 力求让笔记阅读起来更加流畅, 因此会涉及一些高微的内容做补充, 在初学时遇到这些内容如果感到困难的话可以先跳过.

目录

第 1 章	预备数学知识	1
1.1	最优化的数学工具: 拉格朗日方法与哈密尔顿方法	1
1.2	包络定理	1
1.3	凹函数与拟凹函数	1
第 2 章	消费者行为	2
2.1	消费集和预算约束	3
2.1.1	消费集	3
2.1.2	预算约束	3
2.2	偏好关系和效用函数	4
2.3	偏好与选择	4
2.3.1	特殊效用函数的计算事例	4
2.4	消费者的最优选择	5
2.4.1	效用最大化问题 (UMP) 与支出最小化问题 (EMP)	5
2.4.2	对偶性: UMP 与 EMP 的联系	6
2.5	基于最优选择的进一步分析	7
2.5.1	收入效应与替代效应	8
2.5.2	福利分析	9
2.5.3	加总和需求	10
2.6	其他问题	11
2.6.1	不确定性下的选择	12
2.6.2	跨期选择	13
第 3 章	生产者行为	14
3.1	技术	14
3.2	生产者的最优选择	14
3.2.1	利润最大化与利润函数	14
3.2.2	成本最小化与成本函数	14
3.2.3	对偶	14
3.3	短期生产分析	14
3.4	长期生产分析	14
第 4 章	一般均衡理论	15
第 5 章	博弈论基础	16
第 6 章	市场结构分析	17
第 7 章	市场失灵	18
7.1	公共物品	18
7.2	外部性	18

第 1 章 预备数学知识

1.1 最优化的数学工具: 拉格朗日方法与哈密尔顿方法

拉格朗日方法 (一般用在静态的处理中)

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}) \\ \text{s.t. } g(\mathbf{x}) \leq 0 \end{aligned}$$

构造拉格朗日函数 $L(\mathbf{x}; \lambda) = f(\mathbf{x}) - \lambda g(\mathbf{x})$ (经济学中一般喜欢让 $\lambda > 0$, 在后面有相应的经济学含义).

一阶条件 $FOC: \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0$ 且 $g(\mathbf{x}) = 0$. 当然, 解出来的结果并不一定就是最值, 还需要验证二阶条件; 另外, 拉格朗日方法只能给出内点解, 对于二阶条件和角点解的处理, 后续会介绍 KKT 条件.

哈密尔顿方法 (往往和动态最优化相关)

1.2 包络定理

考虑一个带参数的最优化问题 (这里假设 f 性质足够好):

$$\max_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}; a) =: v(a)$$

记 $\mathbf{x}^* \in \arg \max_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}; a)$, 两边同时对 a 求导, 有:

$$\frac{dv(a)}{da} = \frac{\partial f}{\partial x_1^*} \frac{\partial x_1^*}{\partial a} + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_n^*} \frac{\partial x_n^*}{\partial a} + \frac{\partial f}{\partial a}$$

又根据最值的一阶条件: $\frac{\partial f}{\partial x_i} = 0, i = 1, 2, \dots, n$, 故有

$$\frac{dv(a)}{da} = \frac{\partial f}{\partial a}$$

包络定理在我们只关注参数对最值的影响时, 直接绕开了求解最值的过程, 对比较静态分析的化简有很大帮助.

1.3 凹函数与拟凹函数

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 为凹函数等价于 $tf(x_1) + (1-t)f(x_2) \leq f(tx_1 + (1-t)x_2), \forall t \in (0, 1)$; 一般会假设 $f''(\cdot) \leq 0$.
 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 为拟凹函数等价于 $f(tx_1 + (1-t)x_2) \geq \min\{f(x_1), f(x_2)\}, \forall t \in (0, 1)$.

第 2 章 消费者行为

对于消费者,我们要刻画其需求——构成需求需要三个元素:可选择的商品组合、价格以及消费者的收入.
基本知识框架:

1. 偏好关系与效用函数
2. 消费集、预算集
3. 约束下的最优化问题;无差异曲线、Walras 需求函数、效用最大化问题、支出最小化问题、间接效用函数、花费函数、对偶关系.

2.1 消费集和预算约束

2.1.1 消费集

首先我们讨论消费者选择的对象: 商品. 不考虑任何经济上的约束, 对于可供消费者选择的商品, 假设共有 n 种. 用一个 n 维向量 $x = (x_1, \dots, x_n)$ 表示一个消费选择, 称作**消费束**, 所有消费束所构成的集合 $X \subset \mathbb{R}_+^n$ 称作**消费集**.

消费集通常符合以下假设:

1. $X \subset \mathbb{R}_+^n$, 即消费数量非负 (“减少一些东西” 可以用绝对值替代).
2. $0 \in X$.
3. X 是**闭集**, 指 $\partial X \subset X$ (或者 $\forall x \in X, \exists \{x_n\} \subset X, \text{s.t. } x_n \rightarrow x, \text{ as } n \rightarrow \infty$). 换言之: 消费集中的任意一消费束都可以由一系列消费束进行逼近, 即消费集允许 “极限行为” “擦边球行为”.
4. X 是**凸集**, 指 $\forall x^1, x^2 \in X, \forall \lambda \in [0, 1], \lambda x^1 + (1 - \lambda)x^2 \in X$, 换言之: 消费集中任意两点连线上的所有点都在消费集内部, 即可以通过连续的调整, 实现一种消费向另一种消费的过渡.
5. X 无上界. 消费集仅仅表示消费者客观上可选择的商品组合 (也就是在刻画消费者的欲望, 是允许无穷大的), 不考虑消费是否能够实现.

2.1.2 预算约束

进一步地, 我们引入经济约束——商品的价格和人们的收入限制了消费. 设价格向量 $p = (p_1, \dots, p_n)$; 设消费这的预算为 m , 则有 $p \cdot x \leq m$. 在这一限制条件下, 所有可行的消费品集合为 $\{x \in X \mid p \cdot x \leq m\}$, 它是消费集的子集——消费者能负担得起的所有消费束的集合, 也就是**预算集**. 当然, 预算集能表示成 $\{x \in X \mid p \cdot x \leq m\}$, 得建立在**市场完备性** (所有商品的价格都是公开、透明的) 的基础上. 考虑最简单的情况, 价格 p 不变, 这种最简单的预算集被称为 **Walrasian** 预算集, 这建立在**价格接受**假设上, 仅当单个消费者的需求占总需求的占比很小时才成立. 此外, 还有一些因素也会影响消费者选择的可行域: 比如资源约束、分配方式 (配额等). 预算集的边界 $\{x \in X \mid p \cdot x = m\}$ 是 n 为空间中的 $n - 1$ 为超平面, 称为**预算超平面**. 可以看出, 价格向量 $p = (p_1, \dots, p_n)$ 与预算超平面正交.

2.2 偏好关系和效用函数

2.3 偏好与选择

接下来我们需要刻画消费者的选择行为本身。微观经济学假定人是“理性”的，反映在偏好上，也就是说：对于一个理性的消费者而言，所有消费束都是可比较的并且这种比较是完备的。

定义 2.1

偏好关系 \succsim 是消费集 X 上的一个二元关系, $\forall x, y \in X, x \succsim y$ 当且仅当 “ X 至少和 y 一样好”。

由此引申出另两种二元关系:

定义 2.2 (严格偏好关系)

$x \succ y$ 当且仅当 $x \succsim y$ 但 $y \not\succsim x$ 不成立。

定义 2.3 (无差异关系)

$x \sim y$ 当且仅当 $x \succsim y$ 且 $y \succsim x$ 。

2.3.1 特殊效用函数的计算事例

以下均假设预算约束为 $\sum_{i=1}^n p_i x_i \leq m$ 。

首先介绍 CES 效用函数 (替代弹性恒定 Constant Elasticity Substitution)。

例题 2.1 (CES 效用函数)

$$u(\mathbf{x}) = \left(\sum_{i=1}^n x_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

边际效用 $MU_{x_i} = x_i^{-\frac{1}{\sigma}} \left(\sum_{i=1}^n x_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}}$ 。

边际替代率 $MRS_{x_i, x_j} = \frac{MU_{x_i}}{MU_{x_j}} = \frac{x_j}{x_i}^{\frac{1}{\sigma}}$

p;

2.4 消费者的最优选择

在给定的约束下, 理性的消费者会选择自己最喜欢的商品组合. 这样的最优化结果有两种刻画指标: 给定支付能力(收入), 获取最大效用——效用最大化问题 (Utility Maximizing Problem, UMP); 给定效用, 使用最小的支出——支出最小化问题 (Expenditure Minimizing Problem, EMP). 这两种问题在最优化问题的意义上且具有对偶性.

2.4.1 效用最大化问题 (UMP) 与支出最小化问题 (EMP)

在理性人和价格接受者的假设下, 消费者的最优选择

2.4.2 对偶性: UMP 与 EMP 的联系

2.5 基于最优选择的进一步分析

2.5.1 收入效应与替代效应

2.5.2 福利分析

2.5.3 加总和需求

2.6 其他问题

2.6.1 不确定性下的选择

2.6.2 跨期选择

这一部分内容在中级宏观经济学中也有讲到.

第 3 章 生产者行为

3.1 技术

3.2 生产者的最优选择

3.2.1 利润最大化与利润函数

3.2.2 成本最小化与成本函数

3.2.3 对偶

3.3 短期生产分析

3.4 长期生产分析

第 4 章 一般均衡理论

第 5 章 博弈论基础

第 6 章 市场结构分析

第 7 章 市场失灵

7.1 公共物品

7.2 外部性