



# 中级微观经济学 (拔尖班) 笔记

**2024-2025 学年秋冬学期**

作者: Yishu Jiang

组织: School of Economics, Zhejiang University

时间: September 24, 2024



Talk is cheap, show me your solution!

# 前言

本笔记是 2024-2025 学年秋冬学期面向经济学拔尖班开设的中级微观经济学的学习笔记, 主要使用的教材为范里安的《微观经济学: 现代观点》, 本人使用范里安的《微观经济分析》、MWG 的《微观经济理论》和平新乔的《微观经济学十八讲》作为参考书, 授课老师为汪淼军. 由于本人初次学习中微且水平能力有限, 笔记中有所疏漏处, 恳请指正.

基本的授课思路是先介绍基本假设下的消费者理论和生产者理论, 接着从局部均衡到一般均衡, 得到福利经济学第一第二定理, 以及对市场均衡做进一步分析, 再破除假设研究实际问题; 更加确切地说, 微观经济学更应当称为“价格理论”, 主要研究“看不见的手”在资源配置中的作用.

这份笔记的思路基本按照汪老师的上课思路展开, 但在细节上会补充一些课上没有处理的特别好的技术细节, 力求让笔记阅读起来更加流畅, 因此会涉及一些高微的内容做补充, 在初学时遇到这些内容如果感到困难的话可以先跳过.

# 目录

<b>第 1 章</b>	<b>预备数学知识</b>	<b>1</b>
1.1	最优化的数学工具: 拉格朗日方法与哈密尔顿方法	1
1.2	包络定理	1
1.3	凹函数与拟凹函数	1
<b>第 2 章</b>	<b>消费者行为</b>	<b>2</b>
2.1	消费集和预算约束	3
2.1.1	消费集	3
2.1.2	预算约束	3
2.2	偏好关系和效用函数	4
2.3	偏好与选择	4
2.3.1	特殊效用函数的计算事例	4
2.4	消费者的最优选择	5
2.4.1	效用最大化问题 (UMP) 与支出最小化问题 (EMP)	5
2.4.2	对偶性: UMP 与 EMP 的联系	6
2.5	基于最优选择的进一步分析	7
2.5.1	收入效应与替代效应	8
2.5.2	福利分析	9
2.5.3	加总和需求	10
2.6	其他问题	11
2.6.1	不确定性下的选择	12
2.6.2	跨期选择	13
<b>第 3 章</b>	<b>生产者行为</b>	<b>14</b>
3.1	技术	14
3.2	生产者的最优选择	14
3.2.1	利润最大化与利润函数	14
3.2.2	成本最小化与成本函数	14
3.2.3	对偶	14
3.3	短期生产分析	14
3.4	长期生产分析	14
<b>第 4 章</b>	<b>一般均衡理论</b>	<b>15</b>
<b>第 5 章</b>	<b>博弈论基础</b>	<b>16</b>
<b>第 6 章</b>	<b>不完全竞争市场——市场结构分析</b>	<b>17</b>
6.1	垄断与垄断行为分析	17
6.2	寡头与寡头博弈模型	17
<b>第 7 章</b>	<b>市场失灵</b>	<b>18</b>
7.1	公共物品	18
7.2	外部性	18

# 第 1 章 预备数学知识

## 1.1 最优化的数学工具: 拉格朗日方法与哈密尔顿方法

拉格朗日方法 (一般用在静态的处理中)

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}) \\ & \text{s.t. } g(\mathbf{x}) \leq 0 \end{aligned}$$

构造拉格朗日函数  $L(\mathbf{x}; \lambda) = f(\mathbf{x}) - \lambda g(x)$  (经济学中一般喜欢让  $\lambda > 0$ , 在后面有相应的经济学含义).

一阶条件  $FOC: \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0$  且  $g(\mathbf{x}) = 0$ . 当然, 解出来的结果并不一定就是最值, 还需要验证二阶条件; 另外, 拉格朗日方法只能给出内点解, 对于二阶条件和角点解的处理, 后续会介绍 KKT 条件.

哈密尔顿方法 (往往和动态最优化相关)

## 1.2 包络定理

考虑一个带参数的最优化问题 (这里假设  $f$  性质足够好):

$$\max_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}; a) =: v(a)$$

记  $\mathbf{x}^* \in \arg \max_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}; a)$ , 两边同时对  $a$  求导, 有:

$$\frac{dv(a)}{da} = \frac{\partial f}{\partial x_1^*} \frac{\partial x_1^*}{\partial a} + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_n^*} \frac{\partial x_n^*}{\partial a} + \frac{\partial f}{\partial a}$$

又根据最值的一阶条件:  $\frac{\partial f}{\partial x_i} = 0, i = 1, 2, \dots, n$ , 故有

$$\frac{dv(a)}{da} = \frac{\partial f}{\partial a}$$

包络定理在我们只关注参数对最值的影响时, 直接绕开了求解最值的过程, 对比较静态分析的化简有很大帮助.

## 1.3 凹函数与拟凹函数

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  为凹函数等价于  $tf(x_1) + (1-t)f(x_2) \leq f(tx_1 + (1-t)x_2), \forall t \in (0, 1)$ ; 一般会假设  $f''(\cdot) \leq 0$ .  
 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  为拟凹函数等价于  $f(tx_1 + (1-t)x_2) \geq \min\{f(x_1), f(x_2)\}, \forall t \in (0, 1)$ .

## 第 2 章 消费者行为

对于消费者,我们要刻画其需求——构成需求需要三个元素: 可选择的商品组合、价格以及消费者的收入.  
基本知识框架:

1. 偏好关系与效用函数
2. 消费集、预算集
3. 约束下的最优化问题; 无差异曲线、Walras 需求函数、效用最大化问题、支出最小化问题、间接效用函数、花费函数、对偶关系.

## 2.1 消费集和预算约束

### 2.1.1 消费集

首先我们讨论消费者选择的对象: 商品. 不考虑任何经济上的约束, 对于可供消费者选择的商品, 假设共有  $n$  种. 用一个  $n$  维向量  $x = (x_1, \dots, x_n)$  表示一个消费选择, 称作**消费束**, 所有消费束所构成的集合  $X \subset \mathbb{R}_+^n$  称作**消费集**.

消费集通常符合以下假设:

1.  $X \subset \mathbb{R}_+^n$ , 即消费数量非负 (“减少一些东西” 可以用绝对值替代).
2.  $0 \in X$ .
3.  $X$  是**闭集**, 指  $\partial X \subset X$  (或者  $\forall x \in X, \exists \{x_n\} \subset X, \text{s.t. } x_n \rightarrow x, \text{ as } n \rightarrow \infty$ ). 换言之: 消费集中的任意一消费束都可以由一系列消费束进行逼近, 即消费集允许 “极限行为” “擦边球行为”.
4.  $X$  是**凸集**, 指  $\forall x^1, x^2 \in X, \forall \lambda \in [0, 1], \lambda x^1 + (1 - \lambda)x^2 \in X$ , 换言之: 消费集中任意两点连线上的所有点都在消费集内部, 即可以通过连续的调整, 实现一种消费向另一种消费的过渡.
5.  $X$  无上界. 消费集仅仅表示消费者客观上可选择的商品组合 (也就是在刻画消费者的欲望, 是允许无穷大的), 不考虑消费是否能够实现.

### 2.1.2 预算约束

进一步地, 我们引入经济约束——商品的价格和人们的收入限制了消费. 设价格向量  $p = (p_1, \dots, p_n)$ ; 设消费这的预算为  $m$ , 则有  $p \cdot x \leq m$ . 在这一限制条件下, 所有可行的消费品集合为  $\{x \in X \mid p \cdot x \leq m\}$ , 它是消费集的子集——消费者能负担得起的所有消费束的集合, 也就是**预算集**. 当然, 预算集能表示成  $\{x \in X \mid p \cdot x \leq m\}$ , 得建立在**市场完备性** (所有商品的价格都是公开、透明的) 的基础上. 考虑最简单的情况, 价格  $p$  不变, 这种最简单的预算集被称为 **Walrasian** 预算集, 这建立在**价格接受**假设上, 仅当单个消费者的需求占总需求的占比很小时才成立. 此外, 还有一些因素也会影响消费者选择的可行域: 比如资源约束、分配方式 (配额等). 预算集的边界  $\{x \in X \mid p \cdot x = m\}$  是  $n$  维空间中的  $n - 1$  维超平面, 称为**预算超平面**. 可以看出, 价格向量  $p = (p_1, \dots, p_n)$  与预算超平面正交.

## 2.2 偏好关系和效用函数

### 2.3 偏好与选择

接下来我们需要刻画消费者的选择行为本身。微观经济学假定人是“理性”的，反映在偏好上，也就是说：对于一个理性的消费者而言，所有消费束都是可比较的并且这种比较是完备的。

#### 定义 2.1

偏好关系  $\succsim$  是消费集  $X$  上的一个二元关系,  $\forall x, y \in X, x \succsim y$  当且仅当 “ $X$  至少和  $y$  一样好”。

由此引申出另两种二元关系:

#### 定义 2.2 (严格偏好关系)

$x \succ y$  当且仅当  $x \succsim y$  但  $y \not\succsim x$  不成立。

#### 定义 2.3 (无差异关系)

$x \sim y$  当且仅当  $x \succsim y$  且  $y \succsim x$ 。

#### 2.3.1 特殊效用函数的计算事例

以下均假设预算约束为  $\sum_{i=1}^n p_i x_i \leq m$ 。

首先介绍 CES 效用函数 (替代弹性恒定 Constant Elasticity Substitution)。

##### 例题 2.1 (CES 效用函数)

$$u(\mathbf{x}) = \left( \sum_{i=1}^n x_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$$

边际效用  $MU_{x_i} = x_i^{-\frac{1}{\sigma}} \left( \sum_{i=1}^n x_i^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{1}{\sigma-1}}$ 。

边际替代率  $MRS_{x_i, x_j} = \frac{MU_{x_i}}{MU_{x_j}} = \frac{x_j}{x_i}^{\frac{1}{\sigma}}$

p;

## 2.4 消费者的最优选择

在给定的约束下, 理性的消费者会选择自己最喜欢的商品组合. 这样的最优化结果有两种刻画指标: 给定支付能力(收入), 获取最大效用——效用最大化问题 (Utility Maximizing Problem, UMP); 给定效用, 使用最小的支出——支出最小化问题 (Expenditure Minimizing Problem, EMP). 这两种问题在最优化问题的意义上且具有对偶性.

### 2.4.1 效用最大化问题 (UMP) 与支出最小化问题 (EMP)

在理性人和价格接受者的假设下, 消费者的最优选择



### 2.4.2 对偶性: UMP 与 EMP 的联系

## 2.5 基于最优选择的进一步分析

### 2.5.1 收入效应与替代效应

### 2.5.2 福利分析

### 2.5.3 加总和需求

## 2.6 其他问题

### 2.6.1 不确定性下的选择

### 2.6.2 跨期选择

这一部分内容在中级宏观经济学中也有讲到 (参见中宏里的两期模型).



## 第 3 章 生产者行为

### 3.1 技术

### 3.2 生产者的最优选择

#### 3.2.1 利润最大化与利润函数

#### 3.2.2 成本最小化与成本函数

#### 3.2.3 对偶

### 3.3 短期生产分析

区分生产的短期和长期, 看的是是否所有要素投入都可变. 短期生产中部分要素投入固定, 衡量生产的主要指标是**边际报酬**.

### 3.4 长期生产分析

在长期生产中, 各种要素投入都可变, 衡量生产的主要指标是**规模报酬**.

## 第 4 章 一般均衡理论

## 第 5 章 博弈论基础

(写不动, 后边会专门写有关博弈论、机制设计、信息经济学的学习笔记).

## 第 6 章 不完全竞争市场——市场结构分析

### 6.1 垄断与垄断行为分析

### 6.2 寡头与寡头博弈模型

## 第 7 章 市场失灵

### 7.1 公共物品

### 7.2 外部性