

다중적분

넓이와 부피

다중적분

푸비니 정리

1-4(1). 1. 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_0^2 \int_1^3 (x^2 + y) dy dx$$

1-4(1). 2. 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_0^\pi \int_1^2 y \sin x dy dx$$

1-4(1). 3. 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_{-2}^4 \int_0^1 (xe^y) dy dx$$

1-4(1). 4. 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_0^{\pi/2} \int_0^1 (e^x \cos y) dx dy$$

1-4(1). 5. 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_1^2 \int_0^1 (e^{x+y} + x^2 + \ln y) dx dy$$

1-4(1). 6. 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_1^9 \int_1^e \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{xy} \right) dx dy$$

1-4(1). 7. 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_1^2 \int_0^3 (x + 3y + 1) dx dy$$

1-4(1). 8. 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_{-1}^2 \int_0^1 (2x^2 + y^4 \sin \pi x) dx dy$$

1-4(1). 9. 포물면 $z = 16 - x^2 - y^2$ 와 xy -평면, 그리고 평면 $x = 1, x = -3$ 과 $y = -2, y = 2$ 로 둘러싸인 부분의 부피를 구하시오.

1-4(1). 10. 그래프 $z = \sin x \cos y$ 와 평면 $x = 0, x = \pi, y = -\pi/2, y = \pi/2$, 그리고 xy -평면으로 이루어진 영역의 부피를 구하시오.

1-4(1). 11. 그래프 $z = 4 - x^2$ 과 xy -평면, 그리고 $x = \pm 2$ 와 $y = 0, y = 5$ 로 둘러싸인 영역의 부피를 구하시오.

1-4(1). 12. 그래프 $z = |x| \sin \pi y$ 와 xy -평면, $x = -2, x = 3, y = 0, y = 1$ 로 둘러싸인 영역의 부피를 구하여라.

1-4(1). 13. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_{-2}^2 \int_0^{4-x^2} x^3 dy dx$$

1-4(1). 14. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^1 \int_0^{x^3} 3dy dx$$

1-4(1). 15. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^2 \int_0^{y^2} y dx dy$$

1-4(1). 16. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^2 \int_0^{x^2} y dy dx$$

1-4(1). 17. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_{-1}^3 \int_x^{2x+1} xy dy dx$$

1-4(1). 18. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^2 \int_{x^2/4}^{x/2} (x^2 + y^2) dy dx$$

1-4(1). 19. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^4 \int_0^{2\sqrt{y}} x \sin(y^2) dx dy$$

1-4(1). 20. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^\pi \int_0^{\sin x} y \cos x dy dx$$

1-4(1). 21. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} 3dydx$$

1-4(1). 22. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^1 \int_{-e^x}^{e^x} y^3 dydx$$

1-4(1). 23. 영역 $x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 2$ 에서 함수 $1 - xy$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-4(1). 24. 함수 $y = \sqrt{x}$ 와 $y = 32x^3$ 로 둘러싸인 부분에서 함수 $3xy$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-4(1). 25. $x + y = 2$ 와 $y^2 - 2y - x = 0$ 으로 둘러싸인 영역에서 $x + y$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-4(1). 26. $x = y^3$ 아래에 있고, $y = x^2$ 위에 있는 영역에서 xy 를 적분한 값을 구하여라.

1-4(1). 27. 좌표평면에서 $y = x$, x 축, $x = 1$ 로 가두어진 영역 안에서 함수 e^{x^2} 을 적분한 값을 구하여라.

1-4(1). 28. x 축, y 축, $y = 1/\sqrt{x}$, $y = x$, $y = 3$ 에 의해 생성되는 영역에서 $3y$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-4(1). 29. 좌표평면에서 두 그래프 $y = x^2 + 2$ 와 $y = 2x^2 - 2$ 사이에 있는 영역에서 $x - 2y$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-4(1). 30. 좌표평면에서 $y = x$, $y = 3x$, $y = 3/x$ 에 의해 형성되는 영역 중 제 1사분면에 있는 것을 D 라고 하자. D 위에서 함수 $x^2 + y^2$ 을 적분한 값을 구하여라.

1-4(1). 31. 함수 $y = x^3$ 와 $y = x^{1/5}$ 는 세 개의 교점을 가지고 있으며, 두 그래프 사이에 있는 영역은 새싹과 비슷한 모양을 가지고 있다. 그 모양의 넓이를 구하시오.

1-4(1). 32. $y = -2x$, $y = 2 - x^2$, $y = x$ 가 좌표평면 위에 그려져 있다. 그 중에서, 포물선의 아래에 있고 두 직선의 위에 있는 부분의 넓이를 구하시오.

1-4(1). 33. 포물선 $y = 4 - x^2$ 보다는 아래에 있고 $y = 4x - x^2$ 보다는 위에 있는 영역 중에서 $x \geq 0$ 이 부분을 D 라고 하자.

$$\iint_D (24 - 2x - 6y) dA$$

를 구하여라.

1-4(1). 34. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^1 \int_{x^2-x}^x (x^2 + 6y^2)$$

1-4(1). 35. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_{-4}^5 \int_{x^2-10}^{31-(x-1)^2} (4x + 2y + 25) dy dx$$

1-4(1). 36. $y = 2x$ 와 $y = x^2$ 사이의 영역에서 $2x + 1$ 을 적분하여라.

1-4(1). 37. $y = x$ 와 $y = 2x$, $y = 1$ 에 의해 결정되는 삼각형 모양의 영역에서 e^x 를 적분하여라.

1-4(1). 38. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^1 \int_{3y}^3 \cos x^2 dx dy$$

1-4(1). 39. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^1 \int_y^1 x^2 \sin xy dx dy$$

1-4(1). 40. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^\pi \int_y^\pi \frac{\sin x}{x} dx dy$$

1-4(1). 41. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^3 \int_0^{9-x^2} \frac{xe^{3y}}{9-y} dy dx$$

1-4(1). 42. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^2 \int_{y/2}^1 e^{-x^2} dy dx$$

1-4(1). 43. 다음 적분값을 구하여라.

$$\iiint_{[-1,1] \times [0,2] \times [1,3]} xyz dV$$

1-4(1). 44. 다음 적분값을 구하여라.

$$\iiint_{[0,1] \times [0,2] \times [0,3]} (x^2 + y^2 + z^2) dV$$

1-4(1). 45. 다음 적분값을 구하여라.

$$\iiint_{[1,e] \times [1,e] \times [1,e]} \left(\frac{1}{xyz} \right) dV$$

1-4(1). 46. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_{-1}^2 \int_1^{z^2} \int_0^{y+z} 3yz^2 dx dy dz$$

1-4(1). 47. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_1^3 \int_0^z \int_1^{xz} (x + 2y + z) dy dx dz$$

1-4(1). 48. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^1 \int_{1+y}^{2y} \int_z^{y+z} z dx dy dz$$

1-4(1). 49. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^1 \int_{-2}^2 \int_0^{y^2} (2x - y + z) dz dy dx$$

1-4(1). 50. 원기둥 $x^2 + y^2 = 9$ 의 $y > 0$ 인 부분을 평면 $z = 6 - 2y$ 와 xy 평면으로 잘랐을 때 사이에 있는 영역의 부피를 구하여라.

치환적분

1-4(1). 51. 다음 적분의 값을 구하여라.

$$\int_0^1 \int_{y/2}^{y/2+2} (2x-y) dx dy$$

1-4(1). 52. 다음 적분의 값을 구하여라.

$$\iint_0^2 \int_{x/2}^{x/2+1} x^5(2x-y)e^{(2x-y)^2} dy dx$$

1-4(1). 53. 점 $(0, 0), (2, 1), (3, -1), (1, -2)$ 를 연결하여 만든 직사각형을 생각하자. 이 정사각형 안에서 함수

$$\frac{(2x+y-3)^2}{5(2y-x+6)^2}$$

을 적분한 값을 구하여라.

1-4(1). 54. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} 3dy dx$$

1-4(1). 55. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} dy dx$$

1-4(1). 56. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^{2\pi} \int_0^3 r^4 dr d\theta$$

1-4(1). 57. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_{-a}^a \int_0^{\sqrt{a^2-y^2}} e^{6x^2+y^2} dx dy$$

1-4(1). 58. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_0^3 \int_0^x \frac{dy dx}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

1-4(1). 59. $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ 은 좌표평면에서 원을 나타낸다. 이 원 내부에서 함수

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$$

을 적분하여라.

1-4(1). 60. 좌표평면에서 $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1$ 의 네 교점이 이루는 정사각형 내부를 생각하자. 그 내부에서 함수

$$f(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

을 적분한 값을 구하여라.

1-4(1). 61. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^3 \frac{e^x}{\sqrt{x^2+y^2}} dz dy dx$$

1-4(1). 62. 다음 적분값을 구하여라.

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \int_0^{4-x^2-y^2} e^{x^2+y^2+z} dz dx dy$$

1-4(1). 63. 다음 적분값을 구하여라. 단, B 는 반지름이 2인 구를 의미한다.

$$\iiint_B \frac{dV}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 3}}$$

1-4(1). 64. $-1 \leq z \leq 2$ 와 $x^2 + y^2 \leq 4$ 에 의해 결정되는 영역에서 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2$ 을 적분하여라.

1-4(1). 65. 반지름이 b 인 구에서 반지름이 a 인 구 ($b > a > 0$)를 뺀 영역이 있다. 해당 영역에서 함수

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} e^{x^2 + y^2 + z^2}$$

의 적분값을 a 와 b 로 표현하여라.

1-4(1). 66. 원뿔 $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$ 과 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 6z$ 에 의해 가워지는 영역에서 z^2 을 적분하여라.

1-4(1). 67. 원뿔 $z = 2\sqrt{x^2 + y^2}$ 와 $z = 6$ 에 의해 결정되는 원뿔에서 함수

$$f(x, y, z) = 2 + \sqrt{x^2 + y^2}$$

를 적분하여라.

1-4(1). 68. 반지름이 b 인 구와 반지름이 a 인 구를 생각하여보자. $b > a > 0$ 일 때, 반지름이 더 큰 구에서 작은 구를 뺀 속이 빈 구 모양의 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분에서 $f(x, y, z) = x + y + z$ 을 적분하여라.

1-4(1). 69. 아래 삼중적분은 어떤 영역의 부피인가? 단, $b > 0$ 이다.

$$\int_0^{2\pi} \int_0^b \int_0^{\sqrt{a^2 - r^2}} r dz dr d\theta$$

1-4(1). 70. 아래 적분의 값을 구하시오.

$$\int_0^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{9-r^2} r dz d\theta dr$$