실전. 1. *다음 두 곡선의 개형을 그리고, 모든 교점을 직교좌표계로 나타내시오. 단,* $\theta \neq \frac{\pi}{4} + n\pi$ *(*n*은 정수) 이다.*

$$r = \frac{4}{3+\sqrt{5}\cos\theta}, \quad r = \frac{\sqrt{5}}{\sin\theta - \cos\theta}$$

실전. 2. *다음 직교좌표계* (x, y, z)*로 표현된 식을 구면좌표계* (ρ, φ, θ)*로 나타내시오.*

$$x^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq 1, \quad z \geq \sqrt{3x^2 + 3y^2}, \quad yz \geq 0$$

실전. 3. $\mathbb{R}^4$의 표준단위벡터 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4$에 대해

$$\mathbf{e}_{ij} = \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_j \quad (i \neq j,\ 1 \leq i, j \leq 4)$$

라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

1) 네 벡터 $\mathbf{e}_{12}, \mathbf{e}_{13}, \mathbf{e}_{24}, \mathbf{e}_{34}$가 일차종속인지 일차독립인지 판별하시오.

2) 네 벡터 $\mathbf{e}_{12}, \mathbf{e}_{13}, \mathbf{e}_{14}, \mathbf{e}_{34}$가 일차종속인지 일차독립인지 판별하시오.

실전. 4. *삼차원 공간에서 크기가 각각 $\sqrt{3}, \sqrt{2}$인 벡터 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$가 서로 수직이고 $\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$라고 하자. 이때, 다음을 만족하는 선형사상 $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$에 대응하는 행렬의 행렬식을 구하시오.*

$$L\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} = \mathbf{a} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}, \quad L\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} = \mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}), \quad L\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \mathbf{a} \times \mathbf{c}$$

실전. 5. *삼차원 공간의 사면체* $OABC$*가*

$$|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{BC}| = a, \quad |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{AC}| = b, |\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{AB}| = c$$

를 만족한다. 세 점 A, B, C*의 중심을* G_1*, 세 점* A, O, C*의 중심을* G_2*라고 할 때,* $\overrightarrow{OG_1} \perp \overrightarrow{BG_2}$*라고 하자. 이때, 다음을 보이시오.*

1) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$

2) $a^2 + c^2 = 3b^2$

실전. 6. *삼차원 공간의 부분집합* C*는 행렬*

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x-y-z & 2x & 2x \\ 0 & 2y & y-z-x & 2y \\ 0 & 2z & 2z & z-x-y \end{pmatrix}$$

가 역행렬을 갖지 않는 (x, y, z)*들의 집합이다.* C*를 구하시오.*

실전. 7. *삼차원 공간의 구면*

$$S = \{(x,y,z)|(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16\}$$

과 삼차원 공간의 평면

$$x+y+z=0$$

이 이루는 교집합은 곡선이다. 해당 곡선의 길이를 구하시오.

실전. 8. *방향이* $\mathbf{v}=(3,2,1)$*이고 점* (x_1,x_2,x_3)*을 지나는 직선이* $xy-$*평면과 만나는 점을* $T(x_1,x_2,x_3)$ *이라고 하자.*

1) 사상 $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$*을 구하시오.*

2) T*가 선형사상임을 보이고, 이에 대응되는 행렬을 구하시오.*

실전. 9. 3×3 *행렬*

$$A = \begin{pmatrix} (x+1)^2(x-1) & 2(1-x) & 1-x \\ x+1 & -2(x+1) & 1 \\ x+1 & 2 & -(x+1) \end{pmatrix}$$

에 대하여, $\det(A^{2021}) = 0$*을 만족하는* x*를 구하시오.*

실전. 10. P_n*을 차수가* n *이하인 실수 계수 다항식들의 집합이라고 하자. 그러면, 다항식* $a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$*은 다항식의 계수들로 만들어지는 벡터* $(a_0, a_1, \cdots, a_n)$*과 동일하게 생각할 수 있다. 다음 사상* T*가 선형사상임을 보이고, 이에 대응되는 행렬을 구하시오.*

$$T : P_1 \to \mathbb{R}^2$$
$$T(a+bx) = \left(\int_0^1 (a+bx)dx, a \right)$$