

**2-5. 1. 함수**

$$F(x, y) = (-\sin x + 2e^y, -\sin x - e^y)$$

$$G(x, y) = (x^2 + y^2, x^2 - y^2)$$

에 대하여,  $(\pi, 0)$ 에서 합성함수  $G \circ F$ 의 야코비 행렬과 야코비 행렬식을 구하시오.

**2-5. 2. 다음을 구하시오.**

(a) 일급함수  $G(x, y) = (g_1(x, y), g_2(x, y))$ 가

$$g_2(x, y) = g_1(x^3 - xy^2, x^2y - y^3)$$

이고  $g_1(1, 0) = 1, D_1g_1(1, 0) = 2, D_2g_1(1, 0) = 1$ 을 만족할 때, 야코비 행렬  $G'(1, 0)$ 을 구하시오.

(b) 일급함수  $F(x, y) = (f_1(x, y), f_2(x, y))$ 가

$$f_2(x, y) = f_1(x^2 + y^2, xy)$$

이고  $f_1$ 의 편미분계수들이 아래와 같다.

$$D_1f_1(1, 1) = 4, D_2f_1(1, 1) = 2, D_1f_1(2, 1) = 1, D_2f_1(2, 1) = 3$$

이때, 야코비 행렬식

$$|(F \circ G)'(1, 0)|$$

을 구하시오.

2-5. 3. 원점을 제외한 좌표평면에서 정의된 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{(2x - y, x + 3y)}{x^2 + y^2}$$

을 곡선  $r = e^\theta$ 를 따라  $(1, 0)$ 부터  $(e^{2\pi}, 0)$ 까지 적분한 값을 구하시오.

2-5. 4. 사상  $F(r, \theta) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$ 와 선형사상  $G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ 에 대하여  $|(G \circ F)'(2, \pi/6)| = 3$ 일 때,  $G'(1, 1)$ 의 행렬식을 구하시오.

2-5. 5. 벡터함수  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  과  $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  는 아래와 같이 주어진다.

$$f(s, t) = (e^{2s+t}, 3t - \cos s, s^2 + t + 2)$$

$$g(x, y, z) = (3x + 2y + z^2, x^2 - z + 1)$$

벡터함수  $F = g \circ f$  와  $G = f \circ g$  에 대하여,  $F'(0, 0)$  과  $G'(0, 0, 0)$  을 각각 구하시오.

2-5. 6. 좌표평면에서 정의된 영역

$$D = \left\{ (x, y) \mid 0 < x < \frac{1}{2}, 0 < y < \frac{\pi}{2} \right\}$$

정의된 사상  $F(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y) = (u, v)$  와 그 역사상  $G(u, v) = (x, y)$  에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (a) 영역  $D$  의  $F$  에 의한 상을  $uv$ -평면 위에 표현하고,  $uv$ -평면 위에서의 그 넓이를 구하여라.
- (b)  $G'(u, v)$  와 그 행렬식을  $u, v$  로 표현하시오.

**2-5. 7. 벡터장**

$$\mathbf{F}(x, y) = \left( \frac{-y}{x^2 + y^2} \right) \mathbf{i} + \left( \frac{x}{x^2 + y^2} + x^2 y \right) \mathbf{j}$$

를 곡선  $y = 2 - x^2$ 를 따라 점  $(-1, 1)$ 에서 점  $(\sqrt{2}, 0)$ 까지 적분한 값을 구하시오.

**2-5. 8. 미분가능한 함수  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ 와  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ 가 다음 조건을 만족한다.**

$$f(1, 1) = (1, 0), \quad (g \circ f)'(1, 1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad g'(1, 0) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

이때,  $f'(1, 1)$ 을 구하시오.

**2-5. 9.** 곡선  $X(t) = (t - \sin t - \pi, 1 - \cos t, 0)$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ )와 벡터장  $\mathbf{F}(x, y, z) = (y, -x, x^2 + y^2)$ 에 대하여

$$\int_X \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

를 구하시오.

**2-5. 10.** 함수  $F(x, y, z) = (x + y^3 - 3x, x + y^2 + z^2, -x - y^3 - z^3)$ 에 대하여 점  $(1, 1, 1)$ 에서의 야코비 행렬식을 구하여라.