이계미분

1-2(2). 1. *함수* $f(x,y) = x^3y^7 + 3xy^2 - 7xy$ *일 때,* f *의 이계미분계수들을 모두 구하여라.*

1-2(2). 2. *함수* $f(x,y) = \cos(xy)$ *일 때,* f *의 이계미분계수들을 모두 구하여라.*

1-2(2). 3. *함수* $f(x,y) = e^{y/x} - ye^{-x}$ *일 때,* f *의 이계미분계수들을 모두 구하여라.*

1-2(2). 4. *함수* $f(x,y) = \sin\sqrt{x^2+y^2}$ *에 대하여* f *의 이계미분계수들을 모두 구하여라.*

1-2(2). 5. 함수 $f(x,y) = \frac{1}{\sin^2 x + 2e^y}$ 의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 6. 함수 $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$ 의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 7. 함수 $f(x,y) = y\sin x - x\cos y$의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 8. 함수 $f(x,y) = \ln(\frac{x}{y})$의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 9. $f(x, y, z) = x^2e^y + e^{2z}$에 대하여, f의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 10. 함수 $f(x, y, z) = \frac{x-y}{y+z}$에 대하여, f의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 11. $f(x, y, z) = x^2yz + xy^2 + xyz^2$일 때, 함수 f의 모든 이계미분계수를 구하라.

1-2(2). 12. 함수 $f(x, y, z) = 2x^3y + xz^2 + y^3z^5 - 7xyz$에 대하여, $D_1D_2D_1f(x, y, z)$를 구하여라.

1-2(2). 13. *함수* $f(x,y,z) = xe^{2y} + ye^{3z} + ze^{-x}$*에 대하여,* $\frac{\partial^n f}{\partial x^n}$*을 자연수* n*에 대한 식으로 표현하시오.*

1-2(2). 14. *무한급 함수* f*가*

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = 6x^7yz^2 - 2x^4$$

를 만족시킨다고 한다. 이때,

$$\frac{\partial^5 f}{\partial x^3 \partial y \partial z}$$

를 구하여라.

테일러 전개와 근삿값 이론

1-2(2). 15. *함수*

$$f(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2+1}$$

에 대하여, 원점을 중심으로 한 2차 근사다항식을 구하시오.

1-2(2). 16. *함수*

$$f(x,y) = \frac{1}{x^2 + y^2 + 1}$$

에 대하여, 점 $(1, -1)$*을 중심으로 한 2차 근사다항식을 구하시오.*

1-2(2). 17. *함수* $f(x, y) = e^{2x+y}$*의 원점에서의 이차 근사다항식을 구하시오.*

1-2(2). 18. *함수* $f(x, y, z) = ye^{3x} + ze^{2y}$*의 점* $(0, 0, 2)$*에서의 2차 근사다항식을 구하시오.*

1-2(2). 19. *함수*

$$f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2 + 1}$$

의 원점을 기준으로 하는 2차 근사다항식을 구하시오.

1-2(2). 20. *함수* $f(x, y, z) = e^{x+2y+3z}$ *의 원점을 기준으로 한 3차 근사다항식을 구하시오.*

1-2(2). 21. *함수* $f(x, y) = e^{2x} \cos y$*에 대하여, 원점에서의 2차 근사다항식을 구하고*

$$|R_2 f((0, \frac{\pi}{2}), (0.2, 0.1))| < 0.1$$

임을 보여라.

1-2(2). 22. *함수* $f(x,y)=e^{x+2y}$*에 대하여* $|R_2((0,0),(0,1,0,1))|<0.03$*임을 증명하여라.*

1-2(2). 23. *함수* $f(x,y)=e^{2x}\cos 3y$*에 대하여,* $(0,\pi)$*를 기준으로 구한 1차 근사다항식은?*

1-2(2). 24. *함수* $f(x,y,z)=xy-3y^2+2xz$*에 대하여,* $(2,-1,1)$*에서의 2차 근사다항식을 구하여라.*

1-2(2). 25. *함수* $f(x,y,z,w)=\sin(x-y+2z-w)$*에 대하여, 원점 근방에서의 2차 근사다항식을 구하시오.*

임계점 정리

헤세 판정법

1-2(2). 26. *함수*

$$f(x,y) = 4x + 6y - 12 - x^2 - y^2$$

의 임계점을 구하고, 분류하여라.

1-2(2). 27. *함수*

$$g(x,y) = x^2 - 2y^2 + 2x + 3$$

에 대해, 임계점을 구하고 분류하여라.

1-2(2). 28. *함수* $f(x,y) = 2xy - 2x^2 - 5y^2 + 4y - 3$*의 임계점을 찾고 이들을 분류하여라.*

1-2(2). 29. *함수* $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2 + 1)$*의 임계점을 찾고 이들을 분류하여라.*

1-2(2). 30. *함수* $f(x,y)=x^2+y^3-6xy+2x+6y$*의 임계점을 찾고, 이들을 분류하여라.*

1-2(2). 31. $f(x,y)=y^4-2xy^2+x^3-x$*에 대하여 임계점을 모두 찾고, 이들을 분류하여라.*

1-2(2). 32.

$$f(x,y)=xy+\frac{8}{x}+\frac{1}{y}$$

의 임계점을 찾고 이들을 분류하여라.

1-2(2). 33. *함수*

$$f(x,y,z)=e^x\sin y+z^2$$

의 모든 극점을 찾아라.

1-2(2). 34. 함수 $f(x,y)=e^{x^2+5y^2}$의 모든 임계점을 구하고, 최솟값을 구하여라.

1-2(2). 35. 함수 $f(x,y,z)=e^x(x^2-y^2-2z^2)$에 대하여, $y=z=0$일 때 헤세 행렬식은 x에 대한 함수로 표현된다. 그 함수를 $g(x)$라 할 때, $g(x)$를 구하시오.

1-2(2). 36. 함수

$$f(x,y)=\frac{2y^3-3y^2-36y+2}{1+3x^2}$$

의 임계점을 구하고, 이들을 분류하여라.

라그랑주 승수법

1-2(2). 37. *평면* $2x-3y-z=4$ *위에서 함수* $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$*가 최소가 되는 점* (x,y,z)*를 찾아라.*

1-2(2). 38. *제한조건* $g(x,y)=2x^2+y^2=4$*에서 함수* $f(x,y)=y$*의 최댓값과 최솟값을 구하시오.*

1-2(2). 39. *함수* $f(x,y)=5x+2y$*의 최댓값과 최솟값을 제한조건* $g(x,y)=5x^2+2y^2=14$ *위에서 찾아라.*

1-2(2). 40. *함수* $f(x,y)=xy$*에 대하여, 제한조건* $g(x,y)=2x-3y=6$ *위에서 함수* f*의 값을 구할 때 그 최솟값이 존재한다고 한다. 라그랑주 승수법을 이용해 최솟값을 가지는 점을 구하시오.*

1-2(2). 41. 함수 $f(x, y, z) = xyz$를 제한조건 $g(x, y, z) = 2x + 3y + z = 6$ 위에서 고려하자. 이때, f의 기울기 벡터와 g의 기울기 벡터가 일차종속인 점을 모두 찾아라.

1-2(2). 42. 함수 $f(x, y, z) = 3 - x^2 - 2y^2 - z^2$을 제한조건 $g(x, y, z) = 2x + y + z = 2$ 위에서 생각하자. g와 f의 기울기 벡터가 나란한 점을 모두 구하여라.

1-2(2). 43. 함수 $f(x, y, z) = x^6 + y^6 + z^6$을 중심이 원점이며 반지름이 $\sqrt{6}$인 구면 위에서 생각하자. 라그랑주 승수법을 이용하여 극점이 될 수 있는 점들의 후보를 모두 구하여라.

1-2(2). 44. 함수 $f(x, y) = x^2 + y$가 제한조건 $g(x, y) = x^2 + 2y^2 = 1$ 위에서 정의되어 있다. f의 최댓값을 구하여라.

1-2(2). 45. *가로가* x*, 세로가* y*, 높이가* z*인 직육면체 모양의 상자를 만드려 한다. 이때 이 상자를 만드는 비용은* $g(x,y,z)=2x+2y+z$*원으로 주어지는데, 상자의 단가는 108원 이하여야 한다고 한다. 이때, 상자의 들이를 최대로 할 수 있는* x,y,z*를 구하시오.*

1-2(2). 46. *공장에서는 밑면의 반지름이* r*이고 높이가* h*인 음료수 캔을 생산하고 있다. 그런데 자재의 부족으로 캔의 표면적은* 600π*이어야 한다고 한다. 이때, 캔의 부피를 최대로 하는* r*과* h*의 값을 구하시오.*

1-2(2). 47. *타원체의 표면* $3x^2+2y^2+z^2=6$*에 있는 점* (x,y,z) *중에서 원점과의 거리가 가장 먼 점을 구하여라.*

1-2(2). 48. *곡면* $g(x,y)=3x^2-4xy+3y^2=50$ *위에서 함수* $f(x,y)=x^2+y^2$*의 최댓값과 최솟값을 구하여라.*

1-2(2). 49. *원점을 중심으로 하고 반지름이* $\sqrt{17}$*인 원이 있다. 이 원 위의 점에서* $f(x,y)=\sqrt{x}+8\sqrt{y}$*이 정의된다고 할 때, 그 최댓값을 찾아라.*

1-2(2). 50. $\alpha+\beta+\gamma=\pi$*일 때,* $f(\alpha,\beta,\gamma)=\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$*의 최댓값이 존재한다고 알려져 있다. 최댓값을 구하여라.*