이계미분

1-2(2). 1. 함수 $f(x,y) = x^3y^7 + 3xy^2 - 7xy$ 일 때, f의 이계미분계수들을 모두 구하여라.

1-2(2). 2. 함수 $f(x,y) = \cos(xy)$ 일 때, f의 이계미분계수들을 모두 구하여라.

1-2(2). 3. 함수 $f(x,y) = e^{y/x} - ye^{-x}$ 일 때, f의 이계미분계수들을 모두 구하여라.

1-2(2). 4. 함수 $f(x,y) = \sin \sqrt{x^2 + y^2}$ 에 대하여 f의 이계미분계수들을 모두 구하여라.

1-2(2). 5. 함수 $f(x,y) = \frac{1}{\sin^2 x + 2e^y}$ 의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 6. 함수 $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$ 의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 7. 함수 $f(x,y) = y \sin x - x \cos y$ 의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 8. 함수 $f(x,y) = \ln(\frac{x}{y})$ 의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 9. $f(x,y,z) = x^2 e^y + e^{2z}$ 에 대하여, f의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 10. 함수 $f(x,y,z) = \frac{x-y}{y+z}$ 에 대하여, f의 모든 이계미분계수를 구하여라.

1-2(2). 11. $f(x,y,z) = x^2yz + xy^2 + xyz^2$ 일 때, 함수 f의 모든 이계미분계수를 구하라.

1-2(2). 12. 함수 $f(x,y,z)=2x^3y+xz^2+y^3z^5-7xyz$ 에 대하여, $D_1D_2D_1f(x,y,z)$ 를 구하여라.

1-2(2). 13. 함수 $f(x,y,z) = xe^{2y} + ye^{3z} + ze^{-x}$ 에 대하여, $\frac{\partial^n f}{\partial x^n}$ 을 자연수 n에 대한 식으로 표현하시오.

1-2(2). 14. 무한급 함수 f가

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = 6x^7 y z^2 - 2x^4$$

를 만족시킨다고 한다. 이때,

$$\frac{\partial^5 f}{\partial x^3 \partial y \partial z}$$

를 구하여라.

테일러 전개와 근삿값 이론

1-2(2). 15. 함수

$$f(x,y) = \frac{1}{x^2 + y^2 + 1}$$

에 대하여, 원점을 중심으로 한 2차 근사다항식을 구하시오.

1-2(2). 16. 함수

$$f(x,y) = \frac{1}{x^2 + y^2 + 1}$$

에 대하여, 점 (1,-1)을 중심으로 한 2차 근사다항식을 구하시오.

1-2(2). 17. 함수 $f(x,y) = e^{2x+y}$ 의 원점에서의 이차 근사다항식을 구하시오.

1-2(2). 18. 함수 $f(x,y,z) = ye^{3x} + ze^{2y}$ 의 점 (0,0,2)에서의 2차 근사다항식을 구하시오.

1-2(2). 19. 함수

$$f(x,y,z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2 + 1}$$

의 원점을 기준으로 하는 2차 근사다항식을 구하시오.

1-2(2). 20. 함수 $f(x,y,z) = e^{x+2y+3z}$ 의 원점을 기준으로 한 3차 근사다항식을 구하시오.

1-2(2). 21. 함수 $f(x,y) = e^{2x} \cos y$ 에 대하여, 원점에서의 2차 근사다항식을 구하고

$$|R_2 f((0, \frac{\pi}{2}), (0.2, 0.1))| < 0.1$$

임을 보여라.

1-2(2). 22. 함수 $f(x,y) = e^{x+2y}$ 에 대하여 $|R_2((0,0),(0,1,0,1))| < 0.03 임을 증명하여라.$

1-2(2). 23. 함수 $f(x,y) = e^{2x} \cos 3y$ 에 대하여, $(0,\pi)$ 를 기준으로 구한 1차 근사다항식은?

1-2(2). 24. 함수 $f(x,y,z) = xy - 3y^2 + 2xz$ 에 대하여, (2,-1,1)에서의 2차 근사다항식을 구하여라.

1-2(2). 25. 함수 $f(x,y,z,w) = \sin(x-y+2z-w)$ 에 대하여, 원점 근방에서의 2차 근사다항식을 구하시오.

임계점 정리

헤세 판정법

1-2(2). 26. 함수

$$f(x,y) = 4x + 6y - 12 - x^2 - y^2$$

의 임계점을 구하고, 분류하여라.

1-2(2). 27. 함수

$$g(x,y) = x^2 - 2y^2 + 2x + 3$$

에 대해, 임계점을 구하고 분류하여라.

1-2(2). 28. 함수 $f(x,y) = 2xy - 2x^2 - 5y^2 + 4y - 3$ 의 임계점을 찾고 이들을 분류하여라.

1-2(2). 29. 함수 $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2 + 1)$ 의 임계점을 찾고 이들을 분류하여라.

1-2(2). 30. 함수 $f(x,y) = x^2 + y^3 - 6xy + 2x + 6y$ 의 임계점을 찾고, 이들을 분류하여라.

1-2(2). 31. $f(x,y) = y^4 - 2xy^2 + x^3 - x$ 에 대하여 임계점을 모두 찾고, 이들을 분류하여라.

1-2(2). 32.

$$f(x,y) = xy + \frac{8}{x} + \frac{1}{y}$$

의 임계점을 찾고 이들을 분류하여라.

1-2(2). 33. 함수

$$f(x, y, z) = e^x \sin y + z^2$$

의 모든 극점을 찾아라.

1-2(2). 34. 함수 $f(x,y) = e^{x^2 + 5y^2}$ 의 모든 임계점을 구하고, 최솟값을 구하여라.

1-2(2). 35. 함수 $f(x,y,z)=e^x(x^2-y^2-2z^2)$ 에 대하여, y=z=0일 때 해세 행렬식은 x에 대한 함수로 표현된다. 그 함수를 g(x)라 할 때, g(x)를 구하시오.

1-2(2). 36. 함수

$$f(x,y) = \frac{2y^3 - 3y^2 - 36y + 2}{1 + 3x^2}$$

의 임계점을 구하고, 이들을 분류하여라.

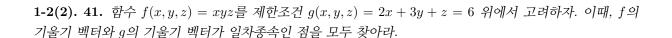
라그랑주 승수법

1-2(2). 37. 평면 2x-3y-z=4 위에서 함수 $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ 가 최소가 되는 점 (x,y,z)를 찾아라.

1-2(2). 38. 제한조건 $g(x,y) = 2x^2 + y^2 = 4$ 에서 함수 f(x,y) = y의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

1-2(2). 39. 함수 f(x,y) = 5x + 2y의 최댓값과 최솟값을 제한조건 $g(x,y) = 5x^2 + 2y^2 = 14$ 위에서 찾아라.

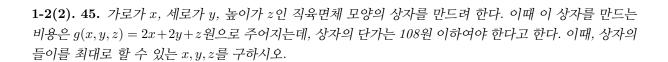
1-2(2). 40. 함수 f(x,y) = xy에 대하여, 제한조건 g(x,y) = 2x - 3y = 6 위에서 함수 f의 값을 구할 때 그 최솟값이 존재한다고 한다. 라그랑주 승수법을 이용해 최솟값을 가지는 점을 구하시오.



1-2(2). 42. 함수 $f(x,y,z) = 3 - x^2 - 2y^2 - z^2$ 을 제한조건 g(x,y,z) = 2x + y + z = 2 위에서 생각하자. g와 f의 기울기 벡터가 나란한 점을 모두 구하여라.

1-2(2). 43. 함수 $f(x,y,z) = x^6 + y^6 + z^6$ 을 중심이 원점이며 반지름이 $\sqrt{6}$ 인 구면 위에서 생각하자. 라그랑주 승수법을 이용하여 극점이 될 수 있는 점들의 후보를 모두 구하여라.

1-2(2). 44. 함수 $f(x,y)=x^2+y$ 가 제한조건 $g(x,y)=x^2+2y^2=1$ 위에서 정의되어 있다. f의 최댓값을 구하여라.



1-2(2). 46. 공장에서는 밑면의 반지름이 r이고 높이가 h인 음료수 캔을 생산하고 있다. 그런데 자재의 부족으로 캔의 표면적은 600π 이어야 한다고 한다. 이때, 캔의 부피를 최대로 하는 r과 h의 값을 구하시오.

1-2(2). 47. 타원체의 표면 $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 6$ 에 있는 점 (x,y,z) 중에서 원점과의 거리가 가장 먼 점을 구하여라.

1-2(2). 48. 곡면 $g(x,y)=3x^2-4xy+3y^2=50$ 위에서 함수 $f(x,y)=x^2+y^2$ 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

1-2(2). 49. 원점을 중심으로 하고 반지름이 $\sqrt{17}$ 인 원이 있다. 이 원 위의 점에서 $f(x,y) = \sqrt{x} + 8\sqrt{y}$ 이 정의된다고 할 때, 그 최댓값을 찾아라.

1-2(2). 50. $\alpha+\beta+\gamma=\pi$ 일 때, $f(\alpha,\beta,\gamma)=\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$ 의 최댓값이 존재한다고 알려져 있다. 최댓값을 구하여라.