

문제 2. 1. 급수

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{3^{\log n} - 2^{\log n}}$$

이 수렴하는 x 의 범위를 구하시오.

문제 2. 2. 거듭제곱급수로 주어진 함수

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} x^n \quad (0 \leq x < 1)$$

에 대하여, 다음 물음에 답하시오.

- 1) $0 < x < 1$ 이면 $\frac{1}{2} < f'(x) < 1$ 임을 보이시오.
- 2) 급수 $\sum f(\sin \frac{1}{n})$ 은 발산함을 보이시오.

문제 2. 3. $\frac{1}{x^2}$ 의 거듭제곱급수전개를 이용하여 다음 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)} \left(\frac{1}{3^k} \right)$$

문제 2. 4. 다음 거듭제곱급수가 수렴하는 x 의 범위를 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \sin \frac{1}{n^2} \right) x^n$$

문제 2. 5. 다음 거듭제곱급수가 수렴하는 x 의 범위를 구하시오.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{(\log n)^{10}}$$

문제 2. 6. 다음 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n} \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

문제 2. 7. 다음 급수의 합을 구하여라.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!2^n}$$

문제 2. 8. 수열 (a_n) 이

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 2a_n + a_{n-1} (n \geq 1)$$

을 만족하고, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ 이 존재한다고 한다.

- (1) 거듭제곱급수 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 의 수렴반경을 구하시오.
- (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{na_n}{3^n}$ 의 값을 구하시오.

문제 2. 9. 다음 급수가 수렴함을 보이고, 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot \frac{1}{3^n}$$

문제 2. 10. 다음 급수가 수렴함을 보이고, 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

문제 2. 11. 다음 급수가 수렴함을 보이고, 급수의 합을 구시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)2^n}$$

문제 2. 12. $h_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ 일 때, 거듭제곱급수 $\sum_{n=1}^{\infty} h_n x^n$ 에 대하여,

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} h_n x^n$ 의 수렴범위가 $-1 < x < 1$ 임을 보이시오.
- 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{h^n}{2^n}$ 의 값을 구하시오.

문제 2. 13. 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n}{(2n+1)!} \left(\frac{\pi}{4}\right)^{2n+1}$$

의 합을 구하시오.

문제 2. 14. 다음 거듭제곱급수 수렴하는 실수 x 의 범위를 구하여라.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tan \frac{1}{n}\right) x^n$$

문제 2. 15. 다음 거듭제곱급수가 수렴하는 실수 x 의 범위를 구하여라.

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \log \left(1 + \frac{1}{n} \right) x^n$$

문제 2. 16. 다음 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)n!}$$

문제 2. 17. 다음 급수의 수렴 여부를 판단하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{2n} - \arcsin \frac{1}{2n+1} \right)$$

문제 2. 18. 수열 (a_n) 의 부분합 수열 $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 에 대하여, 부분합의 거듭제곱급수

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} s_n x^n$$

이 양의 수렴반경 r 을 가진다고 하자. 이때, 임의의 $|x| < r$ 에 대하여 거듭제곱급수

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

이 수렴하고, $f(x) = (1-x)F(x)$ 임을 보이시오.

문제 2. 19. 다음 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n3^n}{(n+2)!}$$

문제 2. 20. 다음 급수가 수렴하는 x 의 범위를 구하시오.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(\log n)}$$

문제 2. 21. 다음 급수가 수렴하는 x 의 범위를 구하시오.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}$$

문제 2. 22. 다음 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n-1)}$$