

2-6. 1. 극좌표계로 표현한 곡선 $r = 100 - \theta$ 에 대하여, $0 \leq \theta \leq 10\pi$ 인 범위에서 이를 따라 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{(x - y, x + y)}{x^2 + y^2}$$

을 적분한 값을 구하시오.

2-6. 2. 삼차원 공간에서 정의된 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y, z) = ((1 + x)e^{x+y+z}, xe^{x+y+z} + z, xe^{x+y+z} + y)$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(a) \mathbf{F} 의 잠재함수가 존재하면 모두 구하시오.

(b) $X(t) = (3 - 2 \cos t, 1 + \sin 2t, t)$ 이며 $0 \leq t \leq \pi$ 일 때, X 를 따라 벡터장 \mathbf{F} 를 선적분한 값을 구하시오.

2-6. 3. 벡터장 $\mathbf{F}(x, y) = (xe^{x^2+y^2} + xy, ye^{x^2+y^2} + x^2)$ 을 점 $(0, 0), (1, 0), (1, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 X 를 따라 반시계 방향으로 선적분한 값을 구하시오.

2-6. 4. 곡선 $X(t) = (t, \sin t, \cos t), (1 \leq t \leq e^2)$ 에 대하여 다음 선적분을 구하시오.

$$\int_X \ln x dx - z dy + y dz$$

2-6. 5. xyz -공간에서 정의된 다음 벡터장의 잠재함수를 모두 구하시오.

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (yz^2 \cos x, z^2 \sin x + z \sinh(1 + yz), 2yz \sin x + y \sinh(1 + yz) + z)$$

2-6. 6. 좌표평면의 오른쪽 반평면 $H = \{(x, y) | x > 0\}$ 에서 정의된 다음 벡터장에 대하여 물음에 답하시오.

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{(-y, x)}{x^2 + y^2}$$

- (a) 이 벡터장이 닫힌 벡터장인지 판단하시오.
- (b) 이 벡터장이 잠재함수를 갖는지 판단하고, 만일 잠재함수를 가진다면 이를 구하시오.
- (c) H 위에 놓인 일급곡선 X 는 $(1, -1)$ 에서 출발하여 $(1, 1)$ 에서 끝나다고 할 때, 선적분 $\int_X \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ 를 구하시오.

2-6. 7. 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2x \sin(yz) + 1, x^2 z \cos(yz) + 3y^2 e^z, x^2 y \cos(yz) + e^z y^3)$$

의 잠재함수를 구하고, 곡선 $X(t) = (e^t, \cos t, t)$ ($0 \leq t \leq \pi$)에 대하여 $\int_X \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ 를 구하여라.

2-6. 8. S 는 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 이라는 구와 $x + y + z = 1$ 이라는 평면이 이루는 교선이다.

$$\int_S (y - z)dx + (z - x)dy + (x - y)dz$$

의 값을 구하여라.

2-6. 9. 다음 명제가 참인지 거짓인지 판별하시오.

- (a) 각원소 벡터장은 $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$ 에서 잠재함수를 가진다.
- (b) 모든 일급 벡터장은 국소적으로 잠재함수를 가진다.
- (c) n -공간의 열린집합에서 정의된 일급 벡터장 \mathbf{F} 의 임의의 두 잠재함수 ϕ 와 φ 에 대하여, $\phi - \varphi$ 는 상수함수이다.
- (d) 입체각 벡터장은 $\mathbb{R}^3 - \{(0,0,0)\}$ 에서 닫힌 벡터장이다.
- (e) n -공간의 열린집합 U 에서 정의된 벡터장 \mathbf{F} 에 대하여, 영역 U 속의 임의의 닫힌 곡선 C 에 대하여 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = 0$ 이면, \mathbf{F} 는 닫힌 벡터장이다.