

중간문풀-1. 1. 좌표평면에서 정의된 함수

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y}, & y \neq -x^2 \\ 0, & y = -x^2 \end{cases}$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (a) 원점에서 함수 f 의 모든 방향미분계수가 존재함을 보이시오.
- (b) 원점에서 함수 f 의 미분가능성을 조사하시오.

중간문풀-1. 2. 좌표평면의 표준 직교좌표계 (x, y) 와 극좌표계 (r, θ) 에 대하여 $\frac{\partial \theta}{\partial x}$ 을 r 와 θ 로 표현하여라.

중간문풀-1. 3. 함수 $f(x, y) = e^{x \cos y}$ 와 점 $P(1, 0)$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(a) 벡터 $\mathbf{v} = (a, b)$ 에 대하여 $D_{\mathbf{v}}^2 f(P)$ 를 구하고, 점 P 에서 \mathbf{v} 방향으로 함수 f 가 아래로 볼록인 (a, b) 의 영역을 그리시오.

(b) 점 P 에서 함수 f 의 2차 근사다항식을 구하시오.

중간문풀-1. 4. 좌표평면에서 정의된 함수

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y \sqrt{x^2 + y^2}}{x^6 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (a) 함수 f 가 원점에서 연속인지 판정하시오.
- (b) $D_1 f(0, 0)$ 와 $D_2 f(0, 0)$ 을 구하시오.
- (c) 함수 f 가 원점에서 미분가능한지 판정하시오.

중간문풀-1. 5. 3차원 공간의 점 $(0, 0, 3)$ 에서 $\mathbf{v} = (1, 2, -6)$ 방향으로 발사된 빛이 곡면 $z = x^2 - y^2$ 에 접함을 보이시오.

중간문풀-1. 6. $z = f(x, y)$ 가 방정식

$$2x + y + z + \frac{e^{2z}}{2} = \frac{1}{2}$$

의 해가 된다고 할 때, 원점에서 $f(x, y)$ 의 이차 근사다항식을 구하시오.

중간문풀-1. 7. n -공간에서 정의된 2021급 함수 f 가 임의의 점 P 에 대하여 $f(-P) = -f(P)$ 를 만족한다고 한다. $D_X^{2020} f(O)$ 를 구하여라.