리만적분

2-Extra1. 1. *실수* $C_0, C_1, \cdots, C_n$*에 대하여*

$$C_0 + \frac{C_1}{2} + \cdots + \frac{C_n}{n+1} = 0$$

이라 가정하자. 그러면 방정식

$$C_0 + C_1 x + \cdots + C_n x^n = 0$$

이 구간 $[0,1]$*에서 적어도 하나의 실근을 가짐을 보여라.*

2-Extra1. 2. *연속함수* $f : [0,1] \to \mathbb{R}$*가 다음 성질*

$$\int_0^x f(t)dt = \int_x^1 f(t)dt$$

를 $x \in [0,1]$*에 대해 만족시킬 경우,* $f = 0$*임을 보여라.*

2-Extra1. 3. *집합* $A = \{\frac{1}{n} : n = 2, 3, \cdots\}$*이라 두고,* $f : [0,1] \to \mathbb{R}$*을*

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin A, 1, \quad x \in A \end{cases}$$

라고 두자. f*가 리만적분가능함을 보여라.*

2-Extra1. 4. $|f|$*가 리만적분가능하면* f*도 리만적분가능한가? 맞으면 증명하고, 아니면 반례를 들어라.*

2-Extra1. 5. $[a, b]$의 두 분할 P, Q에 대하여 $P \subseteq Q$이면 $||P|| \leq ||Q||$임이 알려져 있다. 그 역이 성립하면 증명하고, 아니면 반례를 들어라.

2-Extra1. 6. 함수 $f, g, h : [a, b] \to \mathbb{R}$가 유계이고, $f \leq g \leq h$라 하자. 만약 f, h가 적분가능하고

$$\int_a^b f = \int_a^b h = A$$

이면, g도 적분가능하고 그 적분값이 A임을 보여라.

2-Extra1. 7. *함수* f, g*가 리만적분가능하면* $max(f, g), min(f, g)$*도 리만적분가능함을 보여라.*

2-Extra1. 8. *함수* f*가 적분가능하면* f^2*도 적분가능함이 알려져 있다. 이를 이용하여* f, g*가 리만적분가능하면* fg*도 리만적분가능함을 보여라.*

2-Extra1. 9. 연속함수 $f : [0,1] \to \mathbb{R}$가 $f \geq 0$이고 $\int_0^1 f(x)dx = 0$이면, f가 상수함수 $f = 0$임을 보여라.

2-Extra1. 10. $f : [0,1] \to \mathbb{R}$가 $f \geq 0$이고 $\int_0^1 f(x)dx = 0$이면, f가 상수함수 $f = 0$여야 하는가? 그렇다면 증명하고, 아니면 반례를 들어라.