

2-7. 1. 좌표평면에서 함수 $y = e^x$ 의 그래프와 두 직선 $x = \ln \frac{\pi}{2}$ 와 $y = \pi$ 로 둘러싸인 영역 R 에 대하여 다음 적분값을 구하시오.

$$\iint_R ye^x \sin e^x dx dy$$

2-7. 2. 좌표공간의 영역

$$R : 0 \leq y \leq 2, 0 < x^2 + z^2 \leq 1, x > 0, z > 0$$

에서 정의된 일급가역사상

$$f(x, y, z) = (2zx, 2y, z^2 - x^2) = (u, v, w)$$

에 대하여, 영역 $f(R)$ 의 밀도함수가 $h(u, v, w) = \frac{2}{\sqrt{u^2 + w^2}}$ 일 때 $f(R)$ 의 질량을 구하시오.

2-7. 3. 좌표평면에서 영역 $R : 0 \leq x \leq x^2 + y^2 \leq 1$ 의 밀도 함수가 $\mu(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ 일 때, R 의 질량중심을 구하시오.

2-7. 4. 다음 적분을 구하시오.

$$\int_0^1 \int_{\arcsin y}^{\pi/2} \frac{1}{1 + \cos^2 x} dx dy$$

2-7. 5. 다음 적분을 구하시오.

$$\iint_{D_1} \frac{32x^2}{x^2 + y^2} dx dy, \quad D_1 : \begin{cases} x^2 - x + y^2 \leq 0, \\ y \geq 0 \end{cases}$$

2-7. 6. 다음 적분을 구하시오.

$$\iint_{D_2} e^{\frac{1-x-y}{\sqrt{2}}} dx dy, \quad D_2 : \begin{cases} x-1 \leq y \leq x+1, \\ y \geq -x+1 \end{cases}$$

2-7. 7. 삼차원 공간에서 다음 영역의 부피를 구하시오.

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq b^2, x^2 + y^2 \geq b^2 - a^2$$

단, a 와 b 는 $0 < a < b$ 를 만족하는 실수이다.

2-7. 8. 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_0^1 \int_0^{1-z} \int_0^{1-y-z} (x - 3z + 1) dx dy dz$$

2-7. 9. $r\theta$ 평면에서 다음 식에 의해 정의되는 영역이 극좌표계 치환에 의해 xy 평면에서 차지하는 영역을 D 라 할 때, 아래 물음에 답하시오.

$$\begin{cases} \arccos\left(\frac{r+1}{2}\right) \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}, & (0 \leq r \leq 1) \\ 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}, & (1 \leq r \leq 2) \\ 0 \leq \theta \leq \arccos\left(\frac{r-1}{2}\right), & (2 \leq r \leq 3) \end{cases}$$

(a) 영역 D 의 넓이를 구하시오.

(b) 영역 D 의 기하학적 중심 (\bar{x}, \bar{y}) 를 구하시오.

2-7. 10. 다음 적분값을 계산하시오.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} e^{-x^2 - y^2 - z^2} dx dy dz$$

2-7. 11. $0 < a \leq b$ 인 실수 a, b 에 대하여 다음 두 타원판의 공통부분의 넓이는 $4ab \arctan \frac{a}{b}$ 임을 보이시오.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1, \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} \leq 1$$

2-7. 12. 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_0^1 \int_{\frac{1}{2} \arcsin y}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^4 x}} dx dy$$

2-7. 13. 좌표평면에서 네 점 $(1, 0), (2, 0), (0, -2), (0, -1)$ 을 꼭짓점으로 하는 사각형이 영역 R 일 때, 다음 적분값을 구하시오.

$$\iint_R e^{(x+2y)/(x-y)} dx dy$$

2-7. 14. 좌표공간에서 다음 부등식을 모두 만족하는 영역의 부피를 구하시오.

$$x^2 + y^2 + (z - 1)^2 \leq 2, \quad x^2 + y^2 + 1 \leq z$$

2-7. 15. 좌표공간에 있는 두 원기둥

$$x^2 + z^2 \leq R^2, y^2 + x^2 \leq R^2$$

의 공통부분의 부피를 구하시오.

2-7. 16. 영역 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4 < x^2 + y^2 < 9, x > 0, y > 0\}$ 에서 함수

$$f(x, y) = \frac{(\ln(x^2 + y^2))^2}{4\sqrt{x^2 + y^2}}$$

을 적분한 값을 구하시오.

2-7. 17. 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_0^1 \int_y^1 \frac{\sin(\ln(x^2 + 1))}{x^2 + 1} dx dy$$