

기울기 벡터장과 잠재함수

1-3(2). 1. 벡터장 (e^{xy}, e^{x+y}) 는 닫힌 벡터장인가?

1-3(2). 2. 벡터장 $\mathbf{F}(x, y) = (e^{-y} - y \sin xy, -xe^{-y} - x \sin xy)$ 의 잠재함수를 구하여라.

문제 3 10에서는 주어진 벡터장에 대하여 그 벡터장이 닫힌 벡터장인지 확인하고, 만약 그렇다면 잠재함수 하나를 구해야 합니다.

1-3(2). 3. $\mathbf{F}(x, y) = (xy + y^2, x^2 + 2xy)$

1-3(2). 4. $\mathbf{F}(x, y) = (y^2 - 2x, 2xy)$

1-3(2). 5. $\mathbf{F}(x, y) = (y^2 e^{xy}, (1 + xy)e^{xy})$

1-3(2). 6. $\mathbf{F}(x, y) = (ye^x, e^x + e^y)$

1-3(2). 7. $\mathbf{F}(x, y) = (ye^x + \sin y, e^x + x \cos y)$

1-3(2). 8. $\mathbf{F}(x, y) = (2xy + y^{-2}, x^2 - 2xy^{-3}), y > 0$

1-3(2). 9. $\mathbf{F}(x, y) = (y^2 \cos x + \cos y, 2y \sin x - x \sin y)$

1-3(2). 10. $\mathbf{F}(x, y) = (\ln y + y/x, \ln x + x/y)$

11번부터 17번까지는 주어진 벡터장에 대하여 그 잠재함수를 구하고 이를 통하여 주어진 곡선을 따라 선적분한 값을 구하는 문제입니다.

1-3(2). 11. $\mathbf{F}(x, y) = (3 + 2xy^2, 2x^2y)$ 이며, C 는 $(1, 1)$ 으로부터 $(4, \frac{1}{4})$ 까지 $y = 1/x$ 의 호

1-3(2). 12. $\mathbf{F}(x, y) = (x^2y^3, x^3y^2)$ 이며 C 는 $X(t) = (t^3 - 2t, t^3 + 2t)$ 로 표현되고, t 는 0과 1 사이

1-3(2). 13. $\mathbf{F}(x, y) = ((1 + xy)e^{xy}, x^2e^{xy})$ 이며 C 는 $0 \leq t \leq \pi/2$ 에서 $(\cos t, 2 \sin t)$ 를 따름

1-3(2). 14. $\mathbf{F}(x, y) = (yz, xz, xy + 2z)$ 이며 C 는 $(1, 0, -2)$ 로부터 $(4, 6, 3)$ 으로 가는 선분

1-3(2). 15. $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2z + 2xz^2, 2xyz, xy^2 + 2x^2z)$ 이며 C 는 $0 \leq t \leq 1$ 의 범위에서 $(\sqrt{t}, t + 1, t^2)$ 을 따름

1-3(2). 16. $\mathbf{F}(x, y, z) = (yze^{xz}, e^{xz}, xye^{xz})$ 이며 곡선 C 는 $0 \leq t \leq 2$ 에서 $X(t) = (t^2 + 1, t^2 - 1, t^2 - 2t)$ 를 따른다.

1-3(2). 17. $\mathbf{F}(x, y, z) = (\sin y, x \cos y + \cos z, -y \sin z)$ 이며 곡선 C 는 $(\sin t, t, 2t)$ 로 표시되고 t 의 범위는 0부터 $\pi/2$ 까지이다.

1-3(2). 18. $\mathbf{F}(x, y) = (x^3, y^3)$ 위에서 물체가 $(1, 0)$ 에서 $(2, 2)$ 로 이동할 때, 벡터장에 의해 행해진 일을 구하여라.

1-3(2). 19. 벡터장이 $(2x+y, x)$ 일 때, 점 $(1, 1)$ 에서 $(4, 3)$ 으로 이동할 때 물체의 작용한 일의 양을 구하시오.

전미분과 미분형식

1-3(2). 20. 경로 $X(t) = (2t+1, 4t+1)$ 에 대하여, $0 \leq t \leq 1$ 에서 $\int_X (x^2 - y)dx + (x - y^2)dy$ 를 구하여라.

1-3(2). 21. 곡선 C 가 $y^2 = x^3$ 이며 $-1 \leq y \leq 1$ 범위에서 정의될 때,

$$\int_C x^2 y dx - x y dy$$

의 값을 구하여라.

1-3(2). 22. 곡선 $X(t)$ 가 $X(t) = (3 - t, (3 - t)^2)$ 으로 주어지며 $0 \leq t \leq 3$ 일 때,

$$\int_X y dx - x dy$$

의 값을 구하여라.

1-3(2). 23. 곡선 C 는 $(-2, 2)$ 에서 $(0, 0)$ 으로 가는 선분과 $(0, 0)$ 에서 $(1, 1)$ 로 가는 선분으로 이루어져 있다. C 에 대하여 미분형식 $(x - y)^2 dx + (x + y)^2 dy$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-3(2). 24. 곡선 $X(t) = (2 \sin t, 2 \cos t)$ 에 대하여, $0 \leq t \leq \pi$ 에서

$$\int_C xy^2 dx - xy dy$$

를 구하여라.

1-3(2). 25. 점 $(1, 1, 2)$ 에서 $(5, 3, 1)$ 로 가는 선분을 생각하여 보자. 해당 선분 위에서 미분형식 $yzdx - xzdy + xydz$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-3(2). 26. 곡선이 $X(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, 4 \cos^2 t)$ 로 주어진다고 할 때, $t = 0$ 부터 $t = 2\pi$ 일 때까지 곡선 X 를 따라 미분형식 $zdx + xdy + ydz$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-3(2). 27. 곡선 $y = x^2$ 에 대하여, 점 $(0, 0)$ 부터 $(1, 1)$ 까지에 대해 미분형식 $y^3 dx - x^2 dy$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-3(2). 28. 곡선 $X(t) = (t, t, t), 0 \leq t \leq 1$ 에 대하여 미분형식 $z^2 dx + 2ydy + xzdz$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-3(2). 29. 곡선 $X(t) = (t, t^2, t^3), 0 \leq t \leq 1$ 에 대하여 미분형식 $z^2 dx + 2y dy + xz dz$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-3(2). 30. 벡터장 $\mathbf{F}(x, y) = (3x - 5y, 7y - 5x)$ 에 대하여, 경로 $(1 + t^2 + t^3 + 2t^4, 3 - 2t^2 + t)$ 를 따라 적분한 값을 구하여라.