기울기 벡터장과 잠재함수

1-3(2). 1. 벡터장 (e^{xy}, e^{x+y}) 는 닫힌 벡터장인가?

1-3(2). 2. 벡터장 $\mathbf{F}(x,y) = (e^{-y} - y\sin xy, -xe^{-y} - x\sin xy)$ 의 잠재함수를 구하여라.

문제 3 10에서는 주어진 벡터장에 대하여 그 벡터장이 닫힌 벡터장인지 확인하고, 만약 그렇다면 잠재함수 하나를 구해야 합니다.

1-3(2). 3.
$$\mathbf{F}(x,y) = (xy + y^2, x^2 + 2xy)$$

1-3(2). 4.
$$\mathbf{F}(x,y) = (y^2 - 2x, 2xy)$$

1-3(2). 5.
$$\mathbf{F}(x,y) = (y^2 e^{xy}, (1+xy)e^{xy})$$

1-3(2). 6.
$$\mathbf{F}(x,y) = (ye^x, e^x + e^y)$$

1-3(2). 7.
$$\mathbf{F}(x,y) = (ye^x + \sin y, e^x + x \cos y)$$

1-3(2). 8.
$$\mathbf{F}(x,y) = (2xy + y^{-2}, x^2 - 2xy^{-3}), y > 0$$

1-3(2). 9.
$$\mathbf{F}(x,y) = (y^2 \cos x + \cos y, 2y \sin x - x \sin y)$$

1-3(2). 10.
$$\mathbf{F}(x,y) = (\ln y + y/x, \ln x + x/y)$$

11번부터 17번까지는 주어진 벡터장에 대하여 그 잠재함수를 구하고 이를 통하여 주어진 곡선을 따라 선적분한 값을 구하는 문제입니다.

1-3(2). 11.
$$\mathbf{F}(x,y) = (3 + 2xy^2, 2x^2y)$$
이며, $C = (1,1)$ 으로부터 $(4, \frac{1}{4})$ 까지 $y = 1/x$ 의 호

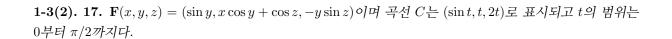
1-3(2). 12.
$$\mathbf{F}(x,y)=(x^2y^3,x^3y^2)$$
이며 C 는 $X(t)=(t^3-2t,t^3+2t)$ 로 표현되고, t 는 0 과 1 사이

1-3(2). 13. $\mathbf{F}(x,y) = ((1+xy)e^{xy}, x^2e^{xy})$ 이며 $C = 0 \le t \le \pi/2$ 에서 $(\cos t, 2\sin t)$ 를 따름

1-3(2). 14. $\mathbf{F}(x,y) = (yz,xz,xy+2z)$ 이며 $C \vdash (1,0,-2)$ 로부터 (4,6,3)으로 가는 선분

1-3(2). 15. $\mathbf{F}(x,y,z)=(y^2z+2xz^2,2xyz,xy^2+2x^2z)$ 이며 $C = 0 \le t \le 1$ 의 범위에서 $(\sqrt{t},t+1,t^2)$ 을 따름

1-3(2). 16. $\mathbf{F}(x,y,z) = (yze^{xz},e^{xz},xye^{xz})$ 이며 곡선 $C \succeq 0 \le t \le 2$ 에서 $X(t) = (t^2+1,t^2-1,t^2-2t)$ 를 따른다.



1-3(2). 18. $\mathbf{F}(x,y)=(x^3,y^3)$ 위에서 물체가 (1,0)에서 (2,2)로 이동할 때, 벡터장에 의해 행해진 일을 구하여라.

1-3(2). 19. 벡터장이 (2x+y,x)일 때, 점 (1,1)에서 (4,3)으로 이동할 때 물체의 작용한 일의 양을 구하시오.

전미분과 미분형식

1-3(2). 20. 경로 X(t)=(2t+1,4t+1)에 대하여, $0\leq t\leq 1$ 에서 $\int_X (x^2-y)dx+(x-y^2)dy$ 를 구하여라.

1-3(2). 21. 곡선 C가 $y^2 = x^3$ 이며 $-1 \le y \le 1$ 범위에서 정의될 때,

$$\int_C x^2 y dx - xy dy$$

의 값을 구하여라.

1-3(2). 22. 곡선 X(t)가 $X(t) = (3-t,(3-t)^2)$ 으로 주어지며 $0 \le t \le 3$ 일 때,

$$\int_X y dx - x dy$$

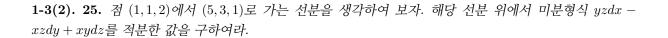
의 값을 구하여라.

1-3(2). 23. 곡선 C는 (-2,2)에서 (0,0)으로 가는 선분과 (0,0)에서 (1,1)로 가는 선분으로 이루어져 있다. C에 대하여 미분형식 $(x-y)^2dx+(x+y)^2dy$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-3(2). 24. 곡선 $X(t) = (2\sin t, 2\cos t)$ 에 대하여, $0 \le t \le \pi$ 에서

$$\int_C xy^2 dx - xy dy$$

를 구하여라.



1-3(2). 26. 곡선이 $X(t) = (2\cos t, 2\sin t, 4\cos^2 t)$ 로 주어진다고 할 때, t = 0부터 $t = 2\pi$ 일 때까지 곡선 X를 따라 미분형식 zdx + xdy + ydz를 적분한 값을 구하여라.

1-3(2). 27. 곡선 $y = x^2$ 에 대하여, 점 (0,0)부터 (1,1)까지에 대해 미분형식 $y^3 dx - x^2 dy$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-3(2). 28. 곡선 $X(t) = (t, t, t), 0 \le t \le 1$ 에 대하여 미분형식 $z^2 dx + 2y dy + xz dz$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-3(2). 29. 곡선 $X(t)=(t,t^2,t^3), 0 \le t \le 1$ 에 대하여 미분형식 $z^2dx+2ydy+xzdz$ 를 적분한 값을 구하여라.

1-3(2). 30. 벡터장 $\mathbf{F}(x,y)=(3x-5y,7y-5x)$ 에 대하여, 경로 $(1+t^2+t^3+2t^4,3-2t^2+t)$ 를 따라 적분한 값을 구하여라.