19. 设

证明：由外测度的定义，易得，

对于任意集合T，.

有可测集定义知，-E是可测集，且显然有

22.设证明：任意

证明：由外测度的次可列可加性，任意=

另一方面，由于.综上，结论得证。

23.设,证明：

证明：显然有

另一方面，令

又由于,故

24.设可测，证明：

证明：由可测集的性质以次可列可加性，有

27.设，

证：因为，所以可测。于是，同理有。

注意到，以及

故

28.设，

证：注意到，故

=0

30.设可测，且,证明：=0

证：.令k,得

32.设，证明：E可测的充分必要条件是,存在可测集A，B,满足且

m(B-A)

证：

必要性。取A=E=B即可。

充分性。注意到,并且由A可测，

故有

综上，我们证明了。故E可测。

34.设，若,存在可测集A，使得,证明E可测。

证：, 可测集,使得。于是

。令,有。故可测。

注意到可测。故E可测。

35.设A为中的可测集，证明：∀B,

证：由A可测，。

令T=B,得.

再令T=A,得=

36. 设A,B,C为中的可测集,若，

证：由28题结论易得。

1. 证明：在E上为可测函数的充要条件是对任一有理数r，可测。如果可测，是否可测？

证明：

若对任一有理数r，可测，则对，记是大于a的一切有理数，则有，由可测可得可测，所以是E上的可测函数。

如果可测，不一定可测。

反例：如E=R，Z为R上的不可测集。对任意则对任意有理数r，是可测的，但不可测。因此f不可测。