2.设是E上的可测函数列，证明收敛点集和发散点集都是可测的。证明如下：



3.设E是[0,1]中的不可测集，令

问在[0,1]上是否可测？是否可测？

解：若，则不可测。若，则不可测，所以总不可测。而连续，所以可测。

6. 设f(x) 是E 上的可测函数，*φ*(*y*) 为f(E) 上的单调函数，则*φ*(*f*(*y*)) 是

E 上的可测函数。

证：不妨设*φ*(*y*) 单调增加，*∀a ∈ R, s* = *inf {y|φ*(*y*) *≥ a}*,

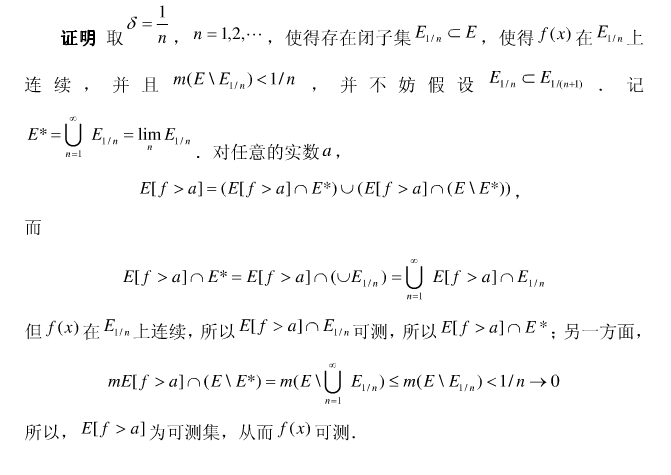
若*s ∈ {y|φ*(*y*) *≥ a}*,则*{x|φ*(*f*(*x*)) *≥ a}* = *{x|f*(*x*) *≥ s}*，

若*s* /*∈ {y|φ*(*y*) *≥ a}*, 则*{x|φ*(*f*(*x*)) *≥ a}* =*{x|f*(*x*) *> s}*.

由于f(x) 是E 上的可测函数，则*E*[*f > s*]*,E*[*f ≥ s*] 均可测。

故*E*[*φ*(*f*(*x*)) *≥ a*] 可测，进而有*φ*(*f*(*y*)) 是E 上的可测函数。

1. 试证明鲁津定理逆定理成立

 鲁津定理逆定理：设f(x)是E上a.e.有限实函数，存在闭集,使得m(E-)<,且f(x)在上连续，则f(x)是E上的可测函数。