基于全忆阻神经网络的复杂模式形成

杭州电子科技大学电子信息学院电子信息工程专业

指导教师：董玉皎　答辩人：丁羿然

时间：2024-6

目录

- **1. 研究背景及意义**
- **2. 研究内容，方法和仿真**
  - 2.1 三阶神经元电路模型及其状态分析
    - 2.1.1 简化 CCM 的三阶神经元电路模型
    - 2.1.2 模型的动力学机制分析
    - 2.1.3 模型的状态仿真
  - 2.2 基于三阶神经元电路的环状神经网络
    - 2.2.1 LAM 忆阻器模型
    - 2.2.2 环状网络的连接模式和数学模型
    - 2.2.3 环状网络的状态度量
    - 2.2.4 基于环状神经网络的时空图案
- **3. 总结**

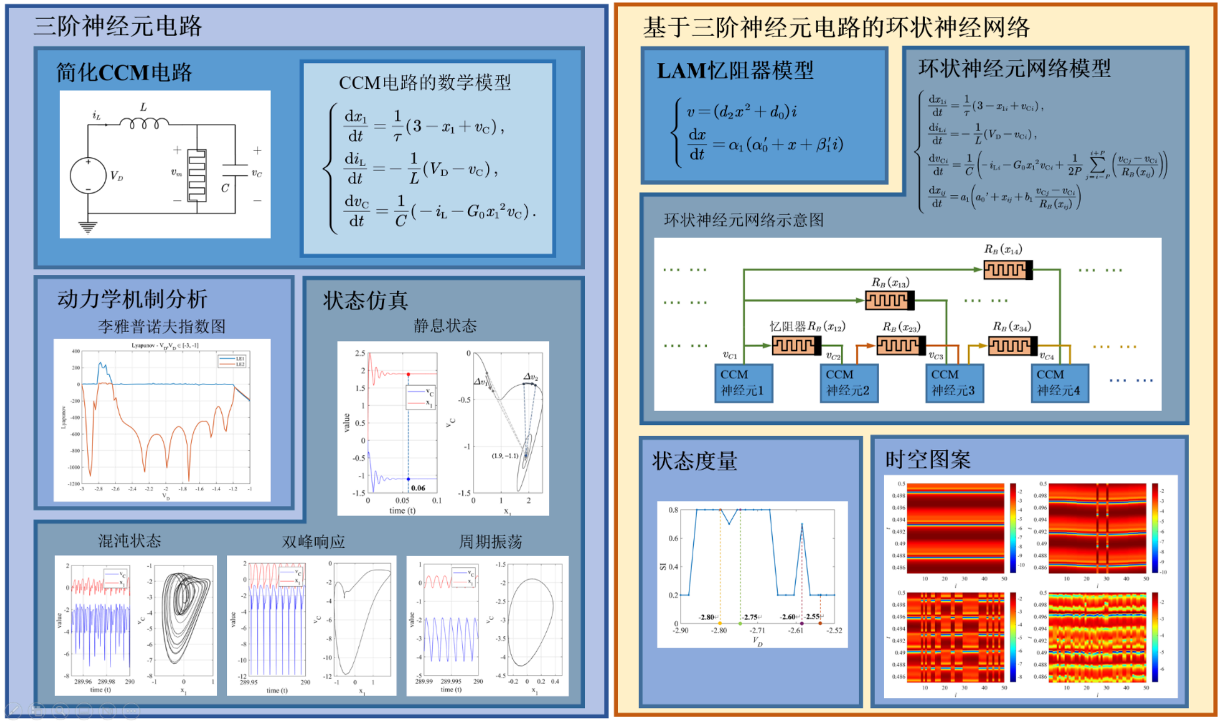


图 1: 目录结构

1. 研究背景及意义

霍奇金-赫胥黎(HH)神经元模型[1]及其变体是研究神经元动态响应的重要工具，但由于该模型**异常复杂**，理论分析和计算解析解非常困难。因此，研究者构建出的三维 Hindmarsh-Rose(HR)神经元模型更加**简单**，且能模拟多种膜电位的放电活动，包括混沌和周期性的尖峰和爆发性放电[2]、爆发性和尖峰放电的转变[3]。

研究[4]表明，神经元在“**混沌边缘**”的状态下运行，是大脑的**复杂性**和**适应性**形成的条件之一。忆阻器作为一种新型电子元件，其在特定电磁条件下的电流状态与神经元膜电位活动模式相似。于是研究人员将忆阻器引入经典神经元模型，揭示了**模式转换**和**同步转换**等复杂动力学行为[5–7]。基于忆阻器的混沌电路和神经网络开发取得了显著进展，观察到复杂的动力学现象[8–10]。

奇美拉状态描述了**同步**和**异步**群集在耦合振荡器网络中的共存现象，在生物系统中有所体现[11–13]。研究奇美拉状态有助于理解神经网络的复杂行为和潜在应用[14–16]。

综上，通过研究忆阻器神经元模型的奇美拉状态，能够深入理解生物神经元的放电活动及其混沌动力学状态，并在构建具有复杂动力学特性的神经网络和电路方面取得一定进展。

2.1 三阶神经元电路模型及其状态分析

2.1.1 简化 CCM 的三阶神经元电路模型

本文旨研究全忆阻神经网络的动力学复杂模式的形成，电路需要有三阶的复杂度，并着力研究处于混沌状态的特性。考虑在局部有源区域内，根据工作点对应的状态变量范围对 CCM 的数学模型进行简化处理。采用简化后[17]的 CCM 模型，可以构建出如图 2 所示的神经元电路。该电路的数学模型可描述为：

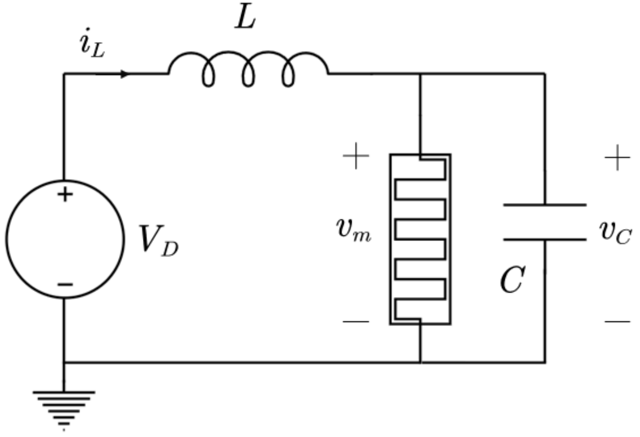


图 2: 三阶神经元电路

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{\tau}(3 - x_1 + v_\mathrm{C}), \\ \dfrac{\mathrm{d}i_\mathrm{L}}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{1}{L}(V_\mathrm{D} - v_\mathrm{C}), \\ \dfrac{\mathrm{d}v_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{C}(-i_\mathrm{L} - G_0 x_1^2 v_\mathrm{C}). \end{cases} \tag{1}$$

2.1.2 模型的动力学机制分析

假设(1) 中等式左侧均为 0 时，我们可得到该三阶电路系统的平衡点，即

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = 3 + \hat{v}_{\mathrm{C}}, \\ \hat{v}_{\mathrm{C}} = V_{\mathrm{D}}\,, \\ \hat{i}_{\mathrm{L}} = -G_0 \hat{x}_1^2 \hat{v}_{\mathrm{C}} \end{cases} \tag{2}$$

式(2) 中可以发现，平衡点 Q 的位置只与偏置电压 有关系。如果系统展示出混沌吸引子，需要满足以下三个条件：

- 1) **存在至少一个正的李雅普诺夫指数**。
- 2) **至少有一个李雅普诺夫指数为零**。
- 3) **李雅普诺夫指数谱的总和为负**。

对于三阶混沌系统，根据上述分析，其李雅普诺夫指数谱符号唯一，即$(-, 0, +)$，满足 **LE1 < –LE3**。

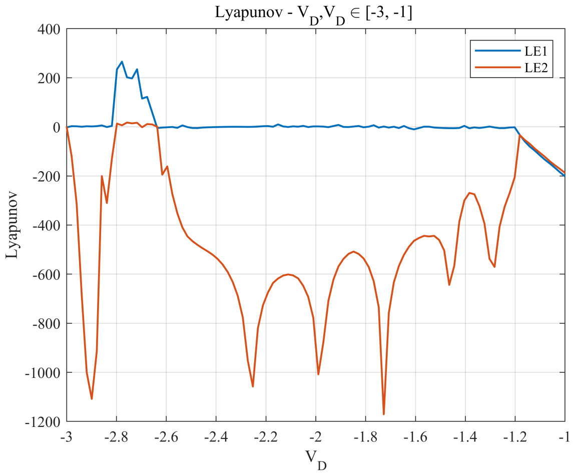


图 3: 李雅普诺夫指数图

在 L = 0.6 H，C = 68 nF 的条件下，计算得到李雅普诺夫指数图，如图 3 所示。参数范围[–2.82 V，–2.62 V]内满足产生混沌的条件：

0 < LE1 < –LE3，LE2 接近 0。

2.1.3 模型的状态仿真

如图 4(a)，在左侧时域图中，蓝色、橙色的图形分别代表电压v_C，状态变量x_1的变化趋势。在右侧相位图体现了电压v_C与 CCM 器件状态变量x_1之间的关系，由此可以清晰的评估系统的动力学现象。

在特定参数(L = 600 mH，C = 68 nF)下，该三阶 CCM 神经元电路展现的神经行为包括：**静息状态(a)，周期尖峰(b)，混沌状态(c)，双峰响应(d)，周期振荡(e)和倍周期现象(f)**。

当外加偏置电压V_D为 –2.82 V 时，如图 4(f)所示，在$t \in [299.99, 300]$时，v_C波形的周期约为 3 个，相位图显示神经元处于周期振荡状态，周期为$V_D = -2.9V$ (图 4(e))时的 2 倍。

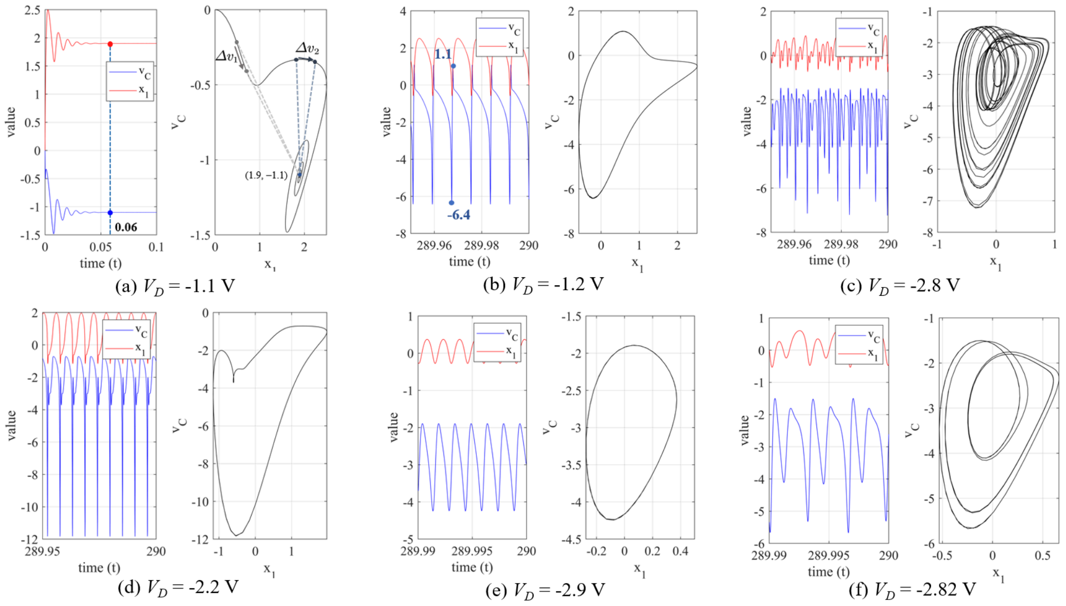


图 4: V_D不同时的对应的模型状态

2.2 基于三阶神经元电路的环状神经网络

2.2.1 LAM 忆阻器模型

根据基于 Chua's 展开定理[18]设计的忆阻系统[19]的数学框架，一个通用的电流控制型忆阻器可以描述为：

$$\begin{cases} v = R_{\mathrm{M}}(x)i = \left(\sum_{k=0}^{r} d_k x^k\right) i \\ \dfrac{dx}{dt} = f(x,i) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k + \sum_{k=0}^{m} \beta_k i^k + \sum_{k=0}^{p} \sum_{l=0}^{q} \delta_{kl} i^k x^l \end{cases} \tag{3}$$

经过近似和化简[20]，得到简单的 S 型电流控制 LAM 模型如下

$$\begin{cases} v = (d_2 x^2 + d_0) i \\ \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \alpha_1(\alpha_0' + x + \beta_1' i) \end{cases} \tag{4}$$

2.2.2 环状网络的连接模式和数学模型

考虑到研究了上述忆阻器构成的的环状三阶神经元网络。环形连接模式如图 5 所示，其中最后一个子网络连接到第一个子网络，形成一个完全封闭的环网络。环网络由 N 个子网络组成，x_{1i} 表示第 i 个子网络的状态变量。

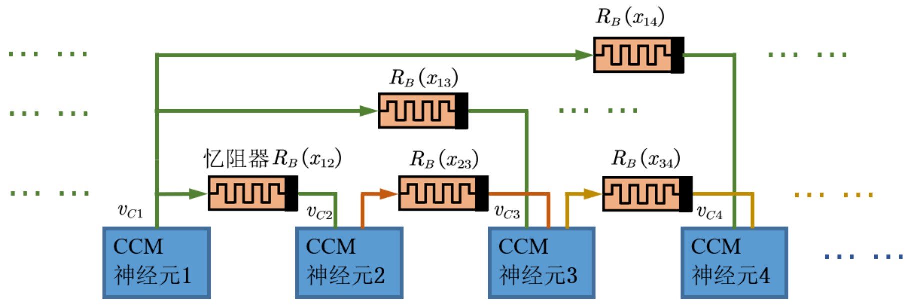


图 5: 环状神经元网络示意图

由此，我们得到如下方程：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x_{1i}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\tau}(3 - x_{1i} + v_{\mathrm{C}i}), \\ \dfrac{\mathrm{d}i_{\mathrm{L}i}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{L}(V_{\mathrm{D}} - v_{\mathrm{C}i}), \\ \dfrac{\mathrm{d}v_{\mathrm{C}i}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{C}\left(-i_{\mathrm{L}i} - G_0 x_1^2 v_{\mathrm{C}i} + \frac{1}{2P}\sum_{j=i-P}^{i+P}\left(\frac{v_{\mathrm{C}j}-v_{\mathrm{C}i}}{R_B(x_{ij})}\right)\right) \\ \dfrac{\mathrm{d}x_{ij}}{\mathrm{d}t} = a_1\left(a_0{}' + x_{ij} + b_1\frac{v_{\mathrm{C}j}-v_{\mathrm{C}i}}{R_B(x_{ij})}\right) \end{cases} \tag{5}$$

其中 $R_B(x_{ij}) = (d_2 x_{ij}^2 + d_0)$，$i = 1, 2, ..., N$，每个三阶神经元与其最近的 $2P$ 个邻居对称耦合，即与其左右邻居中的 P 个相互作用，并且通过x_{ij}相互连接。

2.2.3 环状网络的状态度量

为了定量描述环状三阶神经元网络中揭示的**集体行为**，采用不一致性强度(SI)[20,21]。将变换变量w_{1i}定义为$w_{1i}=x_{1(i+1)}-x_{1i}$，对于$i=1,2,...,N$。根据文献[20,22]的分析结果，将神经元子网络的数量分为 M 个相等长度的箱，即$n=N/M$。定义局部标准差$\sigma(m)$为

$$\sigma(m)=\left\langle\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{j=n(m-1)+1}^{mn}\left(w_{1j}-\langle w_1\rangle\right)^2}\right\rangle_t, \quad (6)$$

其中$m=1,2,...,M)$，$\langle w_1\rangle=(1/N)\Sigma_{i=1}^{N}w_{1i}(t)$，$\langle...\rangle_t$ 表示时间平均。因此，SI 可以通过以下方式计算

$$\mathrm{SI}=1-\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\Theta[\delta-\sigma(m)] \quad (7)$$

V_D在$[-3V,-1V]$下的 SI 呈现在图 6 中。**所有点都处于奇美拉态**，在 $[-2.88V,-2.62V]$的情况下，环状网络比较**倾向于部分不同步**，与前文针对李雅普诺夫指数图的分析结论一致。其余点**倾向于部分同步**。

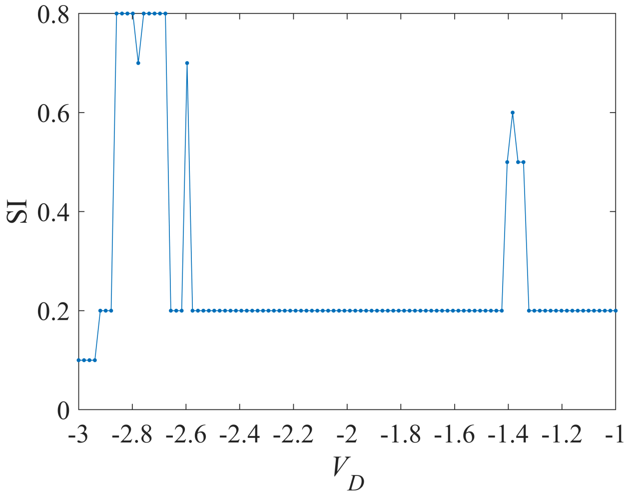
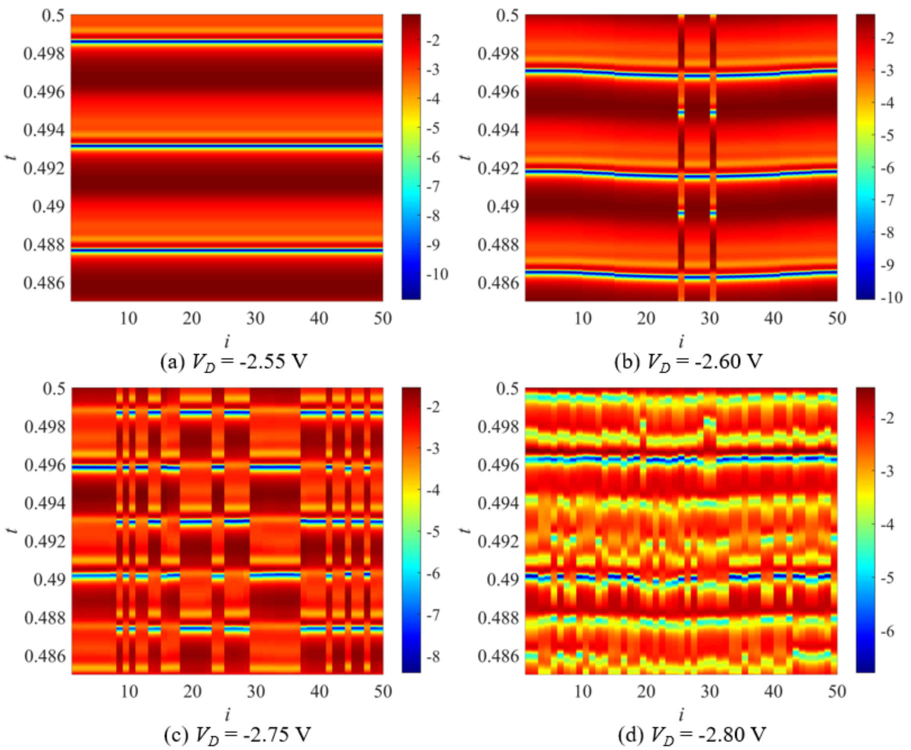


图 6: 环状网络不一致性强度

2.2.4 基于环状神经网络的时空图案

在这里，考虑三阶神经元电压V_D，以数值方式展示了当三阶神经元电压V_D变化时环网络中奇美拉(或多重奇美拉)、同步和不同步状态的转变。

- V_D调整为 –2.55 V，此时 SI = 0.2，为**同步状态**。图 7(a)显示环网络处于一个有序的单一一致状态
- V_D调整为 –2.60 V 时，此时 SI = 0.7，为**部分同步的奇美拉态**。图 7(b)显示，环网络以一种不完全同步的状态振荡。**序号为 25 和 30 的节点振荡处于不同步状态，而其余子网络几乎以一致或空间同步的状态振荡。**
- V_D调整为 –2.75 V 时，此时 SI = 0.8，为**部分不同步的奇美拉态**。图 7(c)显示，环网络以一种不完全同步的状态振荡。**有两组不完全相邻的节点群**(组 1 数量:组 2 数量=1:1)振荡处于不同步状态，每个节点群几乎以一致的状态振荡
- V_D调整为 –2.80 V 时，此时计算的 SI = 0.8，为**不同步状态**。



(a) V_D = -2.55 V (b) V_D = -2.60 V (c) V_D = -2.75 V (d) V_D = -2.80 V

图 7: V_D不同时的对应的时空图案

3. 总结

本文基于简化的 CCM 模型，验证了一种新型的**三阶神经元电路**。该电路在不同输入电压 V_D 控制下展示出丰富的动力学行为。 通过**相空间轨迹**和 **Lyapunov 指数**分析，研究了系统从有序到混沌的转变过程。相空间轨迹揭示了不同动力学状态的形态，而 Lyapunov 指数分析显示系统的稳定性和混沌特性。具体来说，当 Lyapunov 指数为(+,0,-)时，系统表现出混沌行为，其他情况下则为周期性和稳定状态。仿真验证表明，该电路展现了**静息状态**、**周期尖峰**、**混沌状态**和**双峰响应**等多种动力学行为，支持了 Lyapunov 指数的推断。

在此基础上，本文引入 **LAM 忆阻器模型**，设计了一个**环状三阶神经元网络**。该网络由 N 个三阶神经元电路组成，每个神经元与其最近的 2P 个邻居对称耦合，形成封闭环结构。通过仿真研究了环状网络在不同初始条件下的动态行为，并采用**不一致性强度**(SI)等统计度量方法定量描述网络状态。仿真结果表明，通过调节电压V_D，该网络能够产生**同步**、**不同步**、**部分同步和部分不同步的奇美拉状态**。时空图像仿真提供了这些复杂状态的直观展示，支持了对网络动态行为的理解。

附录

[1]. Hodgkin A L，Huxley A F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve[J]. The Journal of physiology，1952，117(4): 500.

[2]. Gu H. Biological experimental observations of an unnoticed chaos as simulated by the Hindmarsh-Rose model[J]. PLoS One，2013，8(12): e81759.

[3]. Gu H，Pan B，Chen G，et al. Biological experimental demonstration of bifurcations from bursting to spiking predicted by theoretical models[J]. Nonlinear Dynamics，2014，78(1): 391-407.

[4]. Sangwan V K，Lee H S，Bergeron H，et al. Multi-terminal memtransistors from polycrystalline monolayer molybdenum disulfide[J]. Nature，2018，554(7693): 500-504.

[5]. Majhi S，Perc M，Ghosh D. Chimera states in a multilayer network of coupled and uncoupled neurons[J]. Chaos: an interdisciplinary journal of nonlinear science，2017，27(7).

[6]. Wang Y，Ma J，Xu Y，et al. The electrical activity of neurons subject to electromagnetic induction and Gaussian white noise[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos，2017，27(02): 1750030.

[7]. Xu Y，Jia Y，Ge M，et al. Effects of ion channel blocks on electrical activity of stochastic Hodgkin–Huxley neural network under electromagnetic induction[J]. Neurocomputing，2018，283: 196-204.

[8]. Itoh M，Chua L O. Memristor oscillators[J]. International journal of bifurcation and chaos，2008，18(11):3183-3206.

[9]. 包伯成，胡文，许建平，等. 忆阻混沌电路的分析与实现[J]. 物理学报，2011，60(12):8.

[10]. Teng L，Iu H H C，Wang X，et al. Chaotic behavior in fractional-order memristor-based simplest chaotic circuit using fourth degree polynomial[J]. Nonlinear Dynamics，2014，77(1-2):231-241.
[11]. Bera B K，Majhi S，Ghosh D，et al. Chimera states: effects of different coupling topologies[J]. Europhysics Letters，2017，118(1): 10001.
[12]. Wojewoda J，Czolczynski K，Maistrenko Y，et al. The smallest chimera state for coupled pendula[J]. Scientific reports，2016，6(1): 34329.
[13]. Rakshit S，Bera B K，Perc M，et al. Basin stability for chimera states[J]. Scientific reports，2017，7(1): 2412.
[14]. Abrams D M，Strogatz S H. Chimera states for coupled oscillators[J]. Physical review letters，2004，93(17): 174102.
[15]. Dudkowski D，Maistrenko Y，Kapitaniak T. Different types of chimera states: An interplay between spatial and dynamical chaos[J]. Physical Review E，2014，90(3): 032920.
[16]. Majhi S，Perc M，Ghosh D. Chimera states in uncoupled neurons induced by a multilayer structure[J]. Scientific reports，2016，6(1): 39033.
[17]. Guo H-M，Liang Y，Dong Y-J，等. Simplification of Chua corsage memristor and hardware implementation of its neuron circuit[J]. Acta Physica Sinica，2023，72(7): 070501.
[18]. Chua L. Resistance switching memories are memristors[J]. Handbook of memristor networks，2019: 197-230.
[19]. Ascoli A，Slesazeck S，Tetzlaff R，et al. Unfolding the local activity of a memristor[C]//2014 14th International Workshop on Cellular Nanoscale Networks and their Applications (CNNA). IEEE，2014: 1-2.
[20]. Rakshit S，Bera B K，Perc M，et al. Basin stability for chimera states[J]. Scientific reports，2017，7(1): 2412.
[21]. Gopal R，Chandrasekar V K，Venkatesan A，et al. Observation and characterization of chimera states in coupled dynamical systems with nonlocal coupling[J]. Physical review E，2014，89(5): 052914.
[22]. Majhi S，Perc M，Ghosh D. Chimera states in uncoupled neurons induced by a multilayer structure[J]. Scientific reports，2016，6(1): 39033.