**数字货币兑换路径优化研究**

# 1. 研究简介

数字货币种类繁多、兑换汇率随货币当前存量和交易兑换量而变化，选择不同兑换路径（包括中间币种和汇兑渠道）将产生不同收益。因此，在多币种兑换过程中存在套利机会。具体而言，以一定数量的货币A兑换成货币B，可经不同的渠道（交易所/合约）兑换不同数量的中间货币；采用优化算法可得到一条当前情况下的最优兑换路径，使最终得到的货币B数量最多。

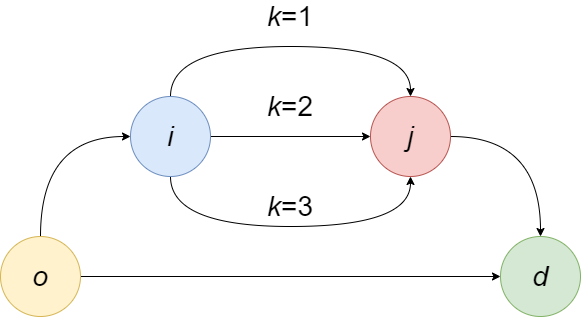
由于套利机会转瞬即逝，因此需要在给定各个渠道的每种货币存量的情况下，快速计算兑换路径。为此，拟建立基于网络图的路径规划模型，**以兑换货币量最大为目标，考虑汇兑路径特征和可行性、手续费预算等，针对不同问题规模和效率要求，提出一系列精确和近似求解方法**。

# 2. 数学模型

考虑*N*种货币，*K*个渠道（交易所/合约），需要决策从初始货币*o*到最终货币*d*，经过哪些中间币种，以何种渠道进行兑换。相关假设如下：

（1）每步兑换过程中相关渠道下所有币种的存量，**不受除当前操作以外的交易行为影响**（即兑换过程瞬间完成）。

（2）任意两个不同货币之间都可用每个渠道进行兑换，示意图如下：



首先定义所需的下标、变量和参数，而后给出优化目标和约束的表达式，并基于此构建数学规划模型。

## 2.1 定义

（1）下标

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 含义 |
| *i*, *j* | 某种货币，取值属于[1,*N*]之间，整数 |
| *k* | 某个渠道，取值属于[1,*K*]之间，整数 |
| *o* | 初始货币 |
| *d* | 最终货币 |

（2）变量

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 含义 |
|  | 为经渠道*k*兑换成货币*j*，使用货币*i*的数量，非负连续变量 |
|  | 是否从渠道*k*将货币*i*兑换成货币*j*，0-1变量 |
|  | 是否将货币*i*兑换成货币*j*，0-1变量 |
|  | 货币*i*的访问序号，非负连续变量 |

（3）参数

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 含义 |
|  | 渠道*k*中货币*i*的存量，非负数 |
|  | 待兑换的货币*o*的总量，非负数 |
|  | 从渠道*k*将货币*i*兑换成货币*j*的手续费，与渠道有关，非负数 |
|  | 从渠道*k*将货币*i*兑换成货币*j*的手续费，与交易量有关，非负数 |
| *GasBudget* | 手续费上限，正数 |
| *M* | 建模所需，一个足够大的正数 |

## 2.2 目标

由于计算货币兑换量需要对汇率的表达式，故此处先对汇率形成机理进行分析。在某个渠道*k*下的两种不同货币*i*和*j*，其当前存量分别为和，根据Uniswap协议，二者的乘积应保持恒定值。假设使用 的货币*i*能兑换出的货币*j*，则有如下关系成立： ，进一步推导可得：



在此基础上，最大化从各个渠道的所有币种兑换成币种*d*的量，即为目标：



## 2.3 约束

将初始货币和最终货币分别看做网络图的起点和终点，则可以得到对于网络中各个节点的“流限制”约束，以表示各个节点的性质和节点之间的关系。

**（1）起点和终点要求**

起点不能有“流入”，即不存在某个货币兑换成货币*o*。同理，终点不能有“流出”，即一旦换成货币*d*就不能继续兑换了。此外，起点需将持有的所有货币*o*兑换出去。







**（2）中间货币要求**

对于任意中间货币，兑换得到的量一定等于从此种货币继续兑换出的量，也即流平衡约束。同时，不允许存在同种货币的自循环式兑换。





**（3）手续费预算**

由于手续费相比交易量来说较小，故将其作为约束考虑。客户一般存在可以承受的交易手续费的上限。手续费和所用渠道以及交易量有关，因此需借助相应的0-1变量表达预算限制。同时，给出和的关系。

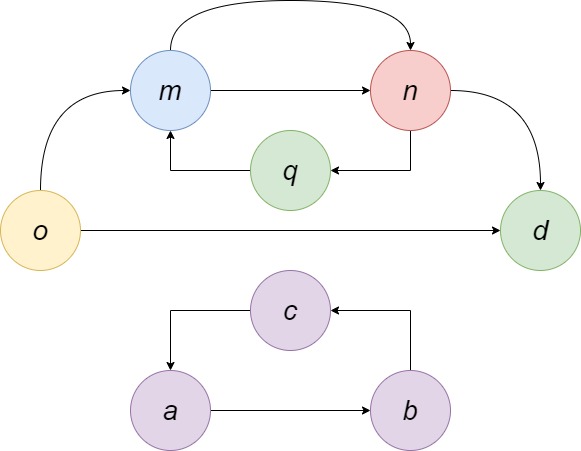






**（4）兑换路径子环路消除**

子环路即独立形成闭环的环路，如下图中的m-n-q-m或a-b-c-a。子环路最好在建模过程中去除，以减少求解时候的搜索空间，提升求解效率。



上图中的子环路**一定**对目标函数无正向贡献（如m-n-q-m），**可能**与初始持有货币量无关（如a-b-c-a）。因此，在不超过手续费约束的情况下，将可能不受到限制。但这种兑换操作显然不合理，故应借助0-1变量引入相关约束，去掉此种情况。同时引入和的关系：







注意，如果考虑到汇兑过程中货币之间汇率的时变性，则子环路可能对目标函数产生正向贡献，即使用给定数量的某种货币开始兑换，最终兑换回本币得到的数量多于初始持有量。当然，孤立于正常兑换路径之外的子环路仍然需要避免。

**（5）变量上限约束**

为保证精确求解时候的数值稳定性，拟增加针对部分决策变量的上限约束。对于初始货币，每次向外兑换的量都不超过总持有货币量 。对于非初始货币，每次兑换所消耗的货币量应小于所有货币池中该货币的总量。同理，根据流平衡关系，每次兑换所得货币量应不超过所有目标货币池中的总量。



## 2.4 模型

由此我们得到一个**带有分式项的非线性混合整数规划模型**，如下所示：



# 3. 解决方案构想

针对上述数学模型，拟从**精确求解**和**近似求解**两方面来探索解决方案。

## 3.1 精确求解

精确求解是指将2.4节中的问题转化为商业求解器（如Gurobi等）可以直接处理的标准模型。例如，转化成混合整数二次规划模型Mixed Integer Quadratically Constrained Programming (MIQCP)。精确求解方案只适合于**小规模**案例。但是，如果降低精度要求，则计算效率可显著提升。

## 3.2 近似求解

对于**大规模**案例，为符合求解时间要求，只能采用近似求解方法。该类方法有很多选择，每种方法也需要进行尝试来得到最合适的参数配置。因此在有限的工作时间内，只能探索其中一些有潜力的方法，并逐步加以完善和创新。

（1）**凸转化**

采用分段线性函数等工具，或处理分式的经典松弛方法进行近似处理，将非线性规划（非凸规划）转变为线性规划（凸规划）。在此基础上，调用求解器求解，求解效率可显著提升，同时也可尽量降低精度损失。

（2）**数值优化方法**

使用数值优化方法，通过迭代方式对非线性（非凸）规划求局部最优解。而后有两种可能的选择（可根据试验结果选择）：

1）使用Multi-Start方法，改善求解质量。产生起点可以采用随机或网格采样，以及一些元启发式算法。

2）设计邻域搜索方法，基于随机跳动避免局部最优。

（3）**缩减可行域**

增加一些规则来缩减可行域，如分阶段得到时空网络（注意分解算法）、限制交易次数、每个币种向外兑换时使用渠道的个数、中转的币种总数等。另外，还可考虑增加有效不等式（比如子环路消除），来提升运算效率。

（4）**智能优化算法**

智能优化算法，如遗传算法、禁忌搜索、粒子群搜索等，可广泛适用于非凸优化问题的求解。相比局部搜索算法，能获得更高的精度，具备全局寻优性能。但是该类方法效率较低。

此外需要说明，该方法的适应性更广，不仅可以适用于目前静态问题的求解，也可用来求解动态问题（即汇兑过程中，受到外部环境影响，汇率也在实时变化）。

（5）**其他定制化启发式算法**

拟基于动态规划求解最短路问题，将结果作为初始解，而后通过邻域搜索进行改进。但此种方案目前并不成熟，后续将对其求解质量和效率展开进一步论证。