练习 20　静电场(一) 参考答案

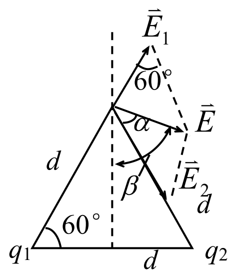
1. B

2. C

3. $-3\sigma/(2\varepsilon_0)$，　$-\sigma/(2\varepsilon_0)$，　$3\sigma/(2\varepsilon_0)$.

4. d>>a

5. 解：　$E_1=\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$，　$E_2=\dfrac{|q_2|}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$



∵　$2q_1=|q_2|$，　∴　$2E_1=E_2$　由余弦定理：

$$E=\sqrt{E_1^2+E_2^2-2E_1E_2\cos 60^\circ}=\sqrt{3}E_1$$

$$=\sqrt{3}\,\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 d^2}=3.11\times 10^6\ \mathrm{V/m}$$

由正弦定理得：

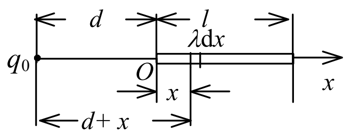
$$\frac{E}{\sin 60^\circ}=\frac{E_1}{\sin\alpha},\quad \sin\alpha=\frac{E_1}{E}\sin 60^\circ=\frac{1}{2}$$

$$\alpha=30^\circ$$

∴ $\vec{E}$ 的方向与中垂线的夹角β＝60°，如图所示.

6. 解：选杆的左端为坐标原点，x 轴沿杆的方向．在 x 处取一电荷元λdx，它在点电荷所在处产生场强为：

$$\mathrm{d}E=\frac{\lambda\,\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0(d+x)^2}$$



整个杆上电荷在该点的场强为：

$$E=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^l\frac{\mathrm{d}x}{(d+x)^2}=\frac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 d(d+l)}$$

点电荷 q_0 所受的电场力为：

$$F=\frac{q_0\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 d(d+l)}=0.90\ \mathrm{N}$$　　沿 x 轴负向

练习 21　静电场(二) 参考答案

1. D

2. B

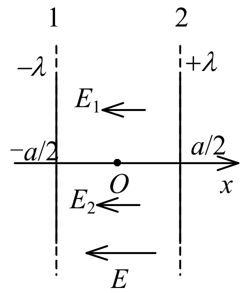
3. $q/(6\varepsilon_0)$

4. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$，　　0

5．解：(1) 一根无限长均匀带电直线在线外离直线距离 r 处的场强为：

$E=\lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)$　　　　2 分

根据上式及场强叠加原理得两直线间的场强为



$$E=E_1+E_2=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(\frac{a}{2}-x\right)}+\frac{1}{\left(\frac{a}{2}+x\right)}\right]$$

$$=\frac{2a\lambda}{\pi\varepsilon_0\left(a^2-4x^2\right)}$$，　方向沿 x 轴的负方向　　3 分

(2) 两直线间单位长度的相互吸引力

$F=\lambda E=\lambda^2/(2\pi\varepsilon_0 a)$　　　　2 分

6. 解：在球内取半径为 r、厚为 dr 的薄球壳，该壳内所包含的电荷为

$$\mathrm{d}q=\rho\,\mathrm{d}V=Ar\cdot 4\pi r^2\,\mathrm{d}r$$

在半径为 r 的球面内包含的总电荷为

$$q=\int_V \rho dV=\int_0^r 4\pi A r^3\,\mathrm{d}r=\pi A r^4 \quad (r\leqslant \mathrm{R})$$

以该球面为高斯面，按高斯定理有　$E_1\cdot 4\pi r^2=\pi A r^4/\varepsilon_0$

得到　　$E_1=Ar^2/\left(4\varepsilon_0\right)$，　$(r\leqslant R)$

方向沿径向，$A>0$ 时向外, $A<0$ 时向里．

在球体外作一半径为 r 的同心高斯球面，按高斯定理有

$$E_2\cdot 4\pi r^2=\pi A R^4/\varepsilon_0$$

得到　　$E_2=AR^4/\left(4\varepsilon_0 r^2\right)$，　$(r>R)$

方向沿径向，$A>0$ 时向外，$A<0$ 时向里．

练习 22　静电场(三) 参考答案

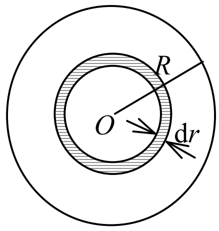
1.　D

2.　A

3.　1.5×10^{6} V

4. -8×10^{-15}　J，　-5×10^{4} V

5. 解：在圆盘上取一半径为 $r\to r+\mathrm{d}r$ 范围的同心圆环．其面积为



$$\mathrm{d}S=2\pi r\mathrm{d}r$$

其上电荷为　　　　　　$\mathrm{d}q=2\pi\sigma r\mathrm{d}r$

它在 O 点产生的电势为

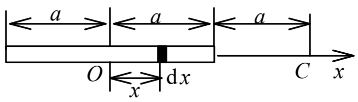
$$\mathrm{d}U=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{\sigma\,\mathrm{d}r}{2\varepsilon_0}$$

总电势　　　　$$U=\int_S \mathrm{d}U=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R \mathrm{d}r=\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

6. 解：(1) 在杆上取线元 dx，其上电荷

$$\mathrm{d}q=Q\mathrm{d}x/(2a)$$

设无穷远处电势为零，dq 在 C 点处产生的电势



$$dU=\frac{Q\,\mathrm{d}x/(2a)}{4\pi\varepsilon_0(2a-x)}$$

整个带电杆在 C 点产生的电势

$$U=\int_L \mathrm{d}U=\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 a}\int_{-a}^{a}\frac{\mathrm{d}x}{2a-x}=\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 a}\ln3$$

带电粒子在 C 点时，它与带电杆相互作用电势能为

$$W=qU=qQ\ln3/(8\pi\varepsilon_0 a)$$

(2) 带电粒子从 C 点起运动到无限远处时，电场力作功，电势能减少．粒子动能增加．

$$\frac{1}{2}mv_\infty^2-\frac{1}{2}mv^2=qQ\ln3/(8\pi\varepsilon_0 a)$$

由此得粒子在无限远处的速率

$$v_\infty=\left[\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 am}\ln3+v^2\right]^{1/2}$$

练习 23　静电场(四) 参考答案

1.　B

2.　A

3.　$-q$，　　球壳外的整个空间.

4.　不变,　　减小

5. 解：(1) 由静电感应，金属球壳的内表面上有感生电荷$-q$，外表面上带电荷 $q+Q$.

(2) 不论球壳内表面上的感生电荷是如何分布的，因为任一电荷元离 O 点的距离都是 a，所以由这些电荷在 O 点产生的电势为

$$U_{-q}=\frac{\int dq}{4\pi\varepsilon_0 a}=\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

(3) 球心 O 点处的总电势为分布在球壳内外表面上的电荷和点电荷 q 在 O 点产生的电势的代数和

$$U_O=U_q+U_{-q}+U_{Q+q}$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 b}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r}-\frac{1}{a}+\frac{1}{b})+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b}$$

6.　解：在圆柱导体内、外分别作半径为 r、长为 L 的同轴圆柱形高斯面，并应用 $\vec{D}$ 的高斯定理.

圆柱内：　$2\pi rLD=0$

得　$D=0$　$(r<a)$

$E=0$　$(r>a)$

圆柱外：　$2\pi rLD=\lambda L$

得　诚 $\vec{D}=\left[\lambda/(2\pi r)\right]\vec{r}_0$ ，　$(r>a)$　$\vec{r}_0$ 为径向单位矢量

$\vec{E}_1=\vec{D}/(\varepsilon_0\varepsilon_r)=\left[\lambda/(2\pi\ \varepsilon_0\varepsilon_r r)\right]\vec{r}_0$　$(a<r<b)$

谌　$\vec{E}_2=\vec{D}/\varepsilon_0=\left[\lambda/(2\pi\ \varepsilon_0 r)\right]\vec{r}_0$　$(r>b)$

练习 24　静电场(五) 参考答案

1. D

2. A

3. σ,　$\sigma/(\varepsilon_0\,\varepsilon_r)$

4. $\varepsilon_r C_0$　　W_0/ε_r

5. 解：(1) 设内、外球壳分别带电荷为$+Q$和$-Q$，则两球壳间的电位移大小为

$$D=\frac{Q}{4\pi r}$$

场强大小为
$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$$

两球壳间电势差
$$U_{12}=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})=\frac{Q(R_2-R_1)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1R_2}$$

电容
$$C=\frac{Q}{U_{12}}=\frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1R_2}{R_2-R_1}$$

(2) 电场能量
$$W=\frac{CU_{12}^2}{2}=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1R_2U_{12}^2}{R_2-R_1}$$

6. 解：在两极板电荷不变下，有电介质时的场强为

$$E_1=\sigma/(\varepsilon_0\varepsilon_r)$$

取出电介质后的场强为　$E_2=\sigma/\varepsilon_0$

抽电介质前后电场能量变化

$$\Delta W=\left(\frac{1}{2}\varepsilon_0E_2^2-\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_rE_1^2\right)Sd=\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)Sd$$

外力作功等于电容器中电场能量的增量

$$A=\Delta W=\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)Sd$$