FAKULTÄT FÜR INFORMATIK UND MATHEMATIK
OTH Regensburg · D-93053 Regensburg
http://www.oth-regensburg.de/

OSTBAYERISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE REGENSBURG
INFORMATIK UND MATHEMATIK

Prof. Dr. Carsten Kern

Algorithmen und Datenstrukturen

– Übungsblatt 2 –

WS 2018/19

Votierung und Abgabe bis zum **15.10.2018, 23:00 Uhr**

Hinweis:
- Falls Sie bei der Bearbeitung einer Aufgabe größere Schwierigkeiten hatten und deswegen die Bearbeitung abgebrochen haben, so versuchen Sie bitte, Ihre Schwierigkeiten in Form von Fragen festzuhalten. Bringen Sie Ihre Fragen einfach zur Vorlesung oder zur Übung mit!

Aufgabe 1 (Registermaschinensimulator)

a) Schreiben Sie ein Registermaschinenprogramm (inkl. Kommentierung), das bei Eingabe von $n \in \mathbb{N}$ den Wert $\sum_{i=0}^{n} i^2 \in \mathbb{N}$ berechnet.

b) Implementieren Sie zum Testen Ihres Registermaschinenprogramms ein Programm in einer Programmiersprache Ihrer Wahl (`C`, `C++`, `Java` oder `C#`), das ein Registermaschinenprogramm aus einer Textdatei einliest und anschließend simuliert.

Aufgabe 2 (O-Notation)

Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

a) $34 + 23 + 17 = O(1)$

b) $2n^3 + 6n^2 + 5n + 47 = O(n^3)$

c) $2^{n+1} = O(2^n)$ und $2^{2n} = O(2^n)$

d) $\log(n!) = \Theta(n \log(n))$

e) $2^n = O(n!)$ und $n! = O(n^n)$

f) $10^{-3} n^{1,025} = \Theta(\sqrt{n})$

Hinweis: Für $n \to \infty$ gilt: $n! \sim \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$ (Stirling-Formel: näherungsweise Berechnung von $n!$ für große n)

Aufgabe 3 (O-Notation)

Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2}{2^k} = O(1)$$

Aufgabe 4 (Implementierung einer Funktion)

a) Implementieren Sie die Funktion $f : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ einmal mit und einmal ohne Verwendung von Rekursion:

$$f(n,m) = \begin{cases} m+1, & \text{für } n = 0 \\ f(n-1,1), & \text{für } m = 0 \text{ und } n \geq 1 \\ f(n-1, f(n, m-1)), & \text{sonst} \end{cases}$$

Tipp: Verwenden Sie bei der iterativen Implementierung einen Stapel für natürliche Zahlen.

b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass $f(n,m)$ für alle $n,m \in \mathbb{N}_0$ definiert ist.

c) Ermitteln Sie anhand Ihrer Implementierung möglichst viele Werte $f(n,m)$.