



ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

15points

Exercice 1 : 05 points

Soit la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$, $u_{n+1} = \frac{1}{4} (u_n^3 + 1)$

1. On définit sur l'intervalle $I = [0; 1]$, la fonction f par $f(x) = \frac{1}{4} (x^3 + 1)$:
 - (a) Étudier les variations de f sur I . 0,5pt
 - (b) Montrer que $f(I) \subset I$. 0,5pt
 - (c) Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n \in I$. 0,75pt
2. Soit φ la fonction définie sur I par $\varphi(x) = f(x) - x$
 - (a) Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet sur I une solution unique α . 0,75pt
 - (b) Donner un encadrement de α à 0,1 près. 0,5pt
3. Montrer que pour tout $x \in I$, $|f'(x)| \leq \frac{3}{4}$. 0,5pt
4. Montrer que pour tout entier naturel n , on a $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{3}{4} |u_n - \alpha|$. 0,5pt
5. En déduire que pour tout entier naturel n , on a $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$. 0,5pt
6. En déduire de ce qui précède que la suite (u_n) est convergente et préciser sa limite. 0,5pt

Exercice 2 : 03 points

On considère l'endomorphisme g de l'espace vectoriel \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique est : $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -3 & 3 & -3 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

1. Montrer que $\ker g$ est un plan vectoriel dont on donnera une base (\vec{u}, \vec{v}) . 0,5pt
2. Montrer que $\text{Im } g$ est une droite vectorielle dont on donnera une base \vec{w} . 0,5pt
3. Montrer que $\text{Im } g$ est inclus dans $\ker g$. 0,5pt
4. En déduire que pour tout vecteur $\vec{e} \in \mathbb{R}^3$, $g^2(\vec{e}) = \vec{0}$. 0,5pt
5. Montrer que pour tout entier $n \geq 2$, $M^n = 0$. 1pt

Exercice 3 : 03points

On considère les nombres complexes suivants : $z_1 = i\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$, $z_2 = -\sqrt{6} - i\sqrt{2}$ et $z_3 = z_1 \times z_2$.

- Écrire z_3 sous la forme algébrique. 0,5pt
- Vérifier que $z_3 = 12\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$. 1pt
- Déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$. 0,5pt
- Déterminer les entiers naturels n tels que :
 - z^n soit un réel. 0,5pt
 - z^n soit un imaginaire pur. 0,5pt

Exercice 4 : 04points

L'unité de longueur est le centimètre. L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne $E(1; -1; 0)$, $F(2; 1; 3)$, $G(1; 0; 2)$, $K(0; -2; -1)$ et $H(0; 0; 1)$.

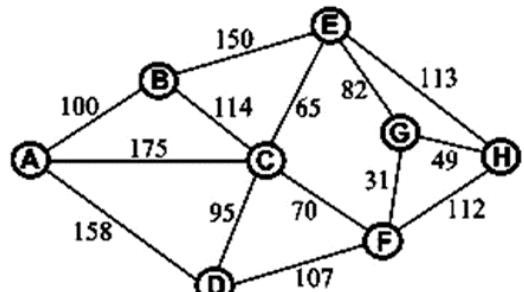
- Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{EF} \wedge \overrightarrow{EG}$. 0,5pt
- (a) Vérifier que les points E , F et G définissent un plan. 0,5pt
- (b) Écrire une équation cartésienne du plan. 0,75pt
- Vérifier que $EFGH$ est un tétraèdre puis calculer son volume. 0,75pt
- Montrer que $EFGK$ est un parallélogramme et calculer son aire. 0,75pt
- Déterminer la distance du point F à la droite (EG) . 0,75pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

04.5points

SITUATION :

Une société fabrique et commercialise les produits cosmétiques, les relevés, en millions de FCFA des frais publicitaires mensuels de la société et de son chiffre d'affaires mensuel sont consignés dans le tableau ci-dessous. Le directeur commercial veut invertir d'avantage dans la publicité pour que le chiffre d'affaires mensuel atteigne 100 millions de FCFA.



Le directeur commercial de cette société rend visite ses fournisseurs. Il se rend du site A au site H et souhaite effectuer le moins de kilomètres possibles. Son assistant dresse un graphe qui schématise les trajets, en Km , entre les six sites de la région, notées A, B, C, D, E, F, G et H .

Le directeur général de cette société veut faire un don d'art à la mairie de Yaounde 2. Le directeur général demande à son ami architecte de lui réalisé une maquette d'art donc les caractéristiques sont les suivantes : le dessin doit être réalisé dans un espace carré à l'aide de la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0, 1]$ par $f(x) = \sqrt{x}$, de sa réciproque f^{-1} , puis de leurs symétriques par rapport aux axes de coordonnées et à l'origine du repère. (Unité graphique : 5cm).

Année	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Frais publicitaires : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Chiffre d'affaires : y_i	266	281	a	334	355	b	395

Tâches :

- Présenter la maquette du don du directeur général. 1,5 pt
- Aider le directeur commercial à retrouver les valeurs a et b . 1,5 pt
- Déterminer l'itinéraire le plus court reliant les deux A et H et indiquer sa longueur. 1,5 pt

Bonne et heureuse année 2025

Présentation : 0,5pt