



ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES

15points

Exercice 1 : 05 points

Soit la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$, $u_{n+1} = \frac{1}{4}(u_n^3 + 1)$

1. On définit sur l'intervalle $I = [0; 1]$, la fonction f par $f(x) = \frac{1}{4}(x^3 + 1)$:
 - (a) Étudier les variations de f sur I . 0,5pt
 - (b) Montrer que $f(I) \subset I$. 0,5pt
 - (c) Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n \in I$. 0,75pt
2. Soit φ la fonction définie sur I par $\varphi(x) = f(x) - x$
 - (a) Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet sur I une solution unique α . 0,75pt
 - (b) Donner un encadrement de α à 0.1 près. 0,5pt
3. Montrer que pour tout $x \in I$, $|f'(x)| \leq \frac{3}{4}$. 0,5pt
4. Montrer que pour tout entier naturel n , on a $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{3}{4}|u_n - \alpha|$. 0,5pt
5. En déduire que pour tout entier naturel n , on a $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$. 0,5pt
6. En déduire de ce qui précède que la suite (u_n) est convergente et préciser sa limite. 0,5pt

Exercice 2 : 03 points

On considère l'endomorphisme g de l'espace vectoriel \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base canonique

$$\text{est : } M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -3 & 3 & -3 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Montrer que $\ker g$ est un plan vectoriel dont on donnera une base (\vec{u}, \vec{v}) . 0,5pt
2. Montrer que $\text{Im } g$ est une droite vectorielle dont on donnera une base \vec{w} . 0,5pt
3. Montrer que $\text{Im } g$ est inclus dans $\ker g$. 0,5pt
4. En déduire que pour tout vecteur $\vec{e} \in \mathbb{R}^3$, $g^2(\vec{e}) = \vec{0}$. 0,5pt
5. Montrer que pour tout entier $n \geq 2$, $M^n = 0$. 1pt

Exercice 3 : 03points

On considère les nombres complexes suivants : $z_1 = i\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$, $z_2 = -\sqrt{6} - i\sqrt{2}$ et $z_3 = z_1 \times z_2$.

1. Écrire z_3 sous la forme algébrique. 0,5pt
2. Vérifier que $z_3 = 12\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$. 1pt
3. Déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$. 0,5pt
4. Déterminer les entiers naturels n tels que :
 - (a) z^n soit un réel. 0,5pt
 - (b) z^n soit un imaginaire pur. 0,5pt

Exercice 4 : 04points

L'unité de longueur est le centimètre. L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne $E(1; -1; 0)$, $F(2; 1; 3)$, $G(1; 0; 2)$, $K(0; -2; -1)$ et $H(0; 0; 1)$.

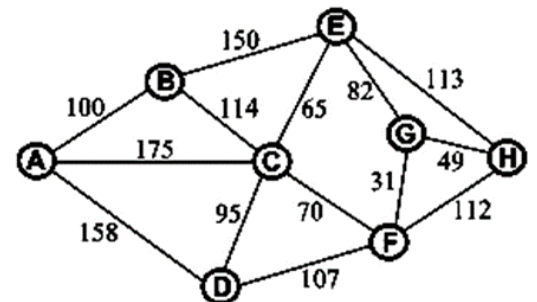
1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{EF} \wedge \overrightarrow{EG}$. 0,5pt
2. (a) Vérifier que les points E , F et G définissent un plan. 0,5pt
 (b) Écrire une équation cartésienne du plan. 0,75pt
3. Vérifier que $EFGH$ est un tétraèdre puis calculer son volume. 0,75pt
4. Montrer que $EFGK$ est un parallélogramme et calculer son aire. 0,75pt
5. Déterminer la distance du point F à la droite (EG) . 0,75pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

04.5points

SITUATION :

Une société fabrique et commercialise les produits cosmétiques, les relevés, en millions de *FCFA* des frais publicitaires mensuels de la société et de son chiffre d'affaires mensuel sont consignés dans le tableau ci-dessous. Le directeur commercial veut investir d'avantage dans la publicité pour que le chiffre d'affaires mensuel atteigne 100 millions de *FCFA*.



Le directeur commercial de cette société rend visite ses fournisseurs. Il se rend du site A au site H et souhaite effectuer le moins de kilomètres possibles. Son assistant dresse un graphe qui schématise les trajets, en *Km*, entre les six sites de la région, notées A, B, C, D, E, F, G et H .

Le directeur général de cette société veut faire un don d'art à la mairie de Yaounde 2. Le directeur général demande à son ami architecte de lui réaliser une maquette d'art donc les caractéristiques sont les suivantes : le dessin doit être réalisé dans un espace carré à l'aide de la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0, 1]$ par $f(x) = \sqrt{x}$, de sa réciproque f^{-1} , puis de leurs symétriques par rapport aux axes de coordonnées et à l'origine du repère. (Unité graphique : 5cm).

Année	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Frais publicitaires : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Chiffre d'affaires : y_i	266	281	a	334	355	b	395

Tâches :

1. Présenter la maquette du don du directeur général. 1,5 pt
2. Aider le directeur commercial à retrouver les valeurs a et b . 1,5 pt
3. Déterminer l'itinéraire le plus court reliant les deux A et H et indiqué sa longueur. 1,5 pt

Bonne et heureuse année 2025

Présentation : 0,5pt