

Отчёт по лабораторной работе №3
***«Определение момента инерции крестовины при различном
расположении грузов»***

Выполнил: Федюкович С. А.

Факультет: МТУ “Академия ЛИМТУ”

Группа: S3100

Проверил: Пшеничников В. Е.

Цель работы

Измерить момент инерции крестовины при заданном расположении грузов на спицах относительно оси вращения.

Теоретические основы лабораторной работы

Момент инерции вращающейся системы зависит от распределения массы относительно оси вращения. Эта зависимость имеет вид $I \sim R^2$. В данной работе R — расстояние от центра груза на спице до оси вращения. Положение груза на первой риске соответствует $R = 67$ мм, расстояние между рисками 25 мм.

Основное уравнение динамики вращательного движения в проекции на ось вращения для вращающейся крестовины записывается следующим образом:

$$M_{\text{н}} - M_{\text{тр}} = I, \varepsilon \quad (1)$$

где $M_{\text{н}}$ — момент силы натяжения нити, вызывающей вращение; $M_{\text{тр}}$ — момент сил трения; ε — угловое ускорение, I — момент инерции системы.

Вращение крестовины вызвано поступательным движением каретки с шайбами. Это движение описывается следующим уравнением динамики:

$$mg - F_{\text{н}} = ma, \quad (2)$$

Здесь m — масса каретки с шайбами, $F_{\text{н}}$ — сила натяжения нити.

Сила натяжения из уравнения (2):

$$F_{\text{н}} = mg - ma \quad (3)$$

Считая движение каретки равноускоренным, можно вычислить ускорение по формуле:

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (4)$$

Подстановка выражения (4) в формулу (3) даёт:

$$F_{\text{н}} = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \quad (5)$$

Соответственно момент силы натяжения:

$$M_{\text{н}} = F_{\text{н}}r, \quad (6)$$

Где r — радиус ступицы.

Выражая радиус ступицы через её диаметр $r = \frac{d}{2}$ и учитывая формулу (5), получаем:

$$M_{\text{н}} = \frac{md}{2}\left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \quad (7)$$

При отсутствии проскальзывания нити, угловое ускорение, с которым вращается система, связано с линейным ускорением через радиус:

$$a = \varepsilon r = \varepsilon \frac{d}{2}, \quad (8)$$

где d – диаметр ступицы, $d = 46,0$ мм.

Объединение формул (4) и (8) даёт расчётную формулу для углового ускорения:

$$\varepsilon = \frac{4h}{dt^2}. \quad (9)$$

Из уравнения динамики (1) вращающий момент силы натяжения

$$M_{\text{н}} = M_{\text{тр}} + I\varepsilon. \quad (10)$$

График функции $M_{\text{н}} = f(\varepsilon)$ представляет собой прямую линию.

Экспериментальные данные

Часть 1

Таблица 1

Определяемая величина	Количество шайб на каретке, k			
	4	3	2	1
t , с	4,65	9,95	11,81	14,72

Исходные данные: $H_0 = 0$ м; $m_{\text{к}} = 132,0$ г;
 $h = 0,7$ м; $\Delta_{\text{итк}} = \Delta_{\text{итш}} = 1,0$ г; $m_{\text{ш}} = 200$ г.

Часть 2

Таблица 2

Определяемая величина	Номер риски на спице					
	1	2	3	4	5	6
t , с	6,85	8,01	8,98	9,48	10,7	12

Обработка результатов измерений

Часть 1

1. Рассчитаем массу каретки с шайбами для $k = 1 \dots 4$ по формуле: $m = m_k = km_{\text{ш}}$, где $m_k, m_{\text{ш}}$ — массы каретки и шайбы, значения которых приведены в таблице 1. Результаты занесём в таблицу 3:

Определяемая величина	Количество шайб на каретке, k			
	4	3	2	1
m , г	932	732	532	332
ε , рад/с ²	2,81	0,61	0,43	0,28
M_H , Н · м	0,2	0,16	0,12	0,07

2. Рассчитываем угловое ускорение ε по формуле (9) и вращающий момент M_H по формуле (7). Результаты занесём в таблицу 3.
3. По результатам расчетов строим график зависимости $M_H = f(\varepsilon)$; Экстраполируем полученную прямую до пересечения с осью и определяем момент силы трения $M_{\text{тр}}$:

Часть 2

1. Рассчитаем значение R^2 и занесём в таблицу 4:

Определяемая величина	Номер риски на спице					
	1	2	3	4	5	6
R , м	0,06	0,09	0,12	0,14	0,17	0,19
R^2 , м ²	0,004	0,008	0,013	0,020	0,027	0,036
$(M_H - M_{тр})$, Н · м	0,01					
ε , рад/с ²	1,297	0,949	0,755	0,677	0,532	0,423
I , кг · м ²	0,008	0,010	0,013	0,015	0,018	0,023

2. Берём из таблицы 3 значение момента M_H для опыта с двумя шайбами и с учётом определенного в п.3 первой части обработки результатов измерений момента силы трения $M_{тр}$, записываем в таблицу 4 значение: $M_H - M_{тр} \approx 0,01$.
3. Рассчитаем угловое ускорение по формуле (9) и момент инерции по формуле:
$$I = \frac{M_H - M_{тр}}{\varepsilon}$$
4. Построим график зависимости $I = f(R^2)$
5. Экстраполируем полученную прямую до пересечения с осью ординат и определяем момент инерции ступицы со спицами $I_{ст.}$. Сравниваем полученное значение с расчетным ($I_{ст.расч} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$).

Вывод

Сравнивая полученное значение ($I_{\text{ст}} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$) с расчетным ($I_{\text{ст.расч}} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$), видим, что разница совсем незначительная. Она вызвана погрешностью в измерении. Кроме того на графике зависимости момента инерции ступицы со спицами от квадрата расстояния груза до оси вращения мы действительно наблюдаем линейную зависимость двух величин. Таким образом, экспериментально было доказано, что момент инерции пропорционален квадрату расстояния до центра массы.