

Отчёт по лабораторной работе №2
«Изучение центрального соударения тел.
Проверка второго закона Ньютона»

Выполнил: Федюкович С. А.

Факультет: МТУ “Академия ЛИМТУ”

Группа: S3100

Проверил: Пшеничников В. Е.

Цель работы

1. Экспериментальная проверка законов упругого и неупругого центрального соударения для системы двух тележек, движущихся с малым трением.
2. Исследование зависимости ускорения тележки от приложенной силы и массы тележки.

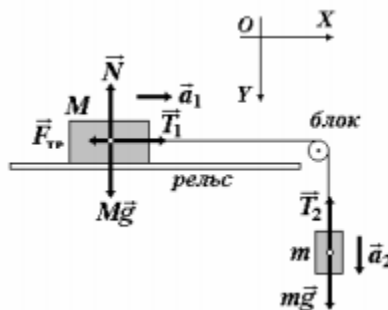
Теоретические основы лабораторной работы

Часть 1

Рассмотрим абсолютно упругое центральное соударение двух тел массами m_1 и m_2 , при таком соударении в замкнутой системе двух тел выполняются законы сохранения импульса и энергии. Пусть до соударения движется только первое тело, тогда уравнения законов имеют вид:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_{10} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \\ \frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \end{cases}, \quad (1)$$

где \vec{v}_{10} — скорость первого тела до удара, \vec{v}_1 и \vec{v}_2 — соответственно, скорости первого и второго тел после удара. Считая скорость \vec{v}_{10} известной, найдем скорости обоих тел после удара. Пусть условия соударения таковы, что после удара оба тела продолжают двигаться параллельно той прямой, по которой двигалось первое тело до удара.



Введем координатную ось OX , сонаправленную с вектором \vec{v}_{10} . Для проекций скоростей v_1, v_2 из уравнений (1) получим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} m_1 v_{10} = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} \\ \frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{m_1 v_{1x}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2x}^2}{2} \end{cases} \quad (2)$$

Умножим все слагаемые второго уравнения на два, и перенесем налево в обоих уравнениях слагаемые, характеризующие импульс и энергию первого тела:

$$\begin{cases} m_1 (v_{10} - v_{1x}) = m_2 v_{2x} \\ m_1 (v_{10}^2 - v_{1x}^2) = m_2 v_{2x}^2 \end{cases} \quad (3)$$

После удара скорость первого тела должна измениться. Поэтому содержимое скобок в левых частях уравнений (3) отлично от нуля, и для упрощения системы можно поделить левые и

правые части нижнего уравнения на соответствующие части верхнего уравнения. Результат деления сделаем вторым уравнением системы:

$$\begin{cases} m_1(v_{10} - v_{1x}) = m_2v_{2x} \\ v_{10} - v_{1x} = v_{2x} \end{cases} \quad (4)$$

Отсюда нетрудно найти окончательные выражения для скоростей:

$$\begin{cases} v_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)v_{10}}{m_1 + m_2} \\ v_{2x} = \frac{2m_1v_{10}}{m_1 + m_2} \end{cases} \quad (5)$$

Из первого уравнения (5) следует, что в зависимости от соотношения масс первое тело после соударения может:

- а) продолжить движение вперед ($m_1 > m_2, v_{1x} > 0$);
- б) остановится ($m_1 = m_2, v_{1x} = 0$);
- в) поменять направление движения на противоположное ($m_1 < m_2, v_{1x} < 0$).

При абсолютно неупругом соударении рассмотренных выше тел, оба тела после удара двигаются как одно целое с суммарной массой. В этом случае законы сохранения импульса и энергии принимают вид:

$$\begin{cases} m_1\vec{v}_{10} = (m_1 + m_2)\vec{v} \\ \frac{m_1v_{10}^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + W_{\text{пот}} \end{cases} \quad (6)$$

Здесь \vec{v} – скорость тел после соударения, $W_{\text{пот}}$ – потери механической энергии при соударении.

В первом уравнении (6) равенство векторов означает равенство их модулей, и для модуля скорости тел после соударения из этого уравнения находим:

$$v = \frac{m_1v_{10}}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

Подставив во второе уравнение системы (6) вместо скорости v правую часть уравнения (7), получим следующее выражение для потерь механической энергии при соударении:

$$W_{\text{пот}} = \frac{m_1m_2v_{10}^2}{2(m_1 + m_2)} \quad (8)$$

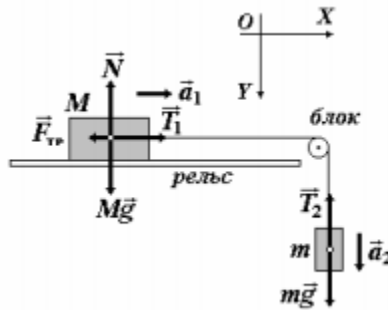
Относительные потери механической энергии при неупругом соударении вычисляются по формуле:

$$\frac{W_{\text{пот}}}{\frac{m_1v_{10}^2}{2}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (9)$$

В качестве соударяющихся тел в лабораторной работе выступают две тележки, скользящие с малым трением по горизонтальному рельсу.

Часть 2

Рассмотрим систему, состоящую из тележки M и гирьки m , соединенных невесомой нерастяжимой нитью. Тележка с небольшим трением скользит по горизонтальному рельсу. Масса блока, через который перекинута нить, пренебрежимо мала.



Уравнения второго закона Ньютона для тележки и гирьки, соответственно, имеют вид:

$$M\vec{a}_1 = M\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{\text{тр}} \quad (10)$$

$$m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{T}_2 \quad (11)$$

Здесь \vec{a}_1, \vec{a}_2 — ускорения тележки и гирьки; \vec{N} — сила реакции опоры, \vec{T}_1, \vec{T}_2 — силы натяжения нити, $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила трения. Из-за нерастяжимости нити модули обоих ускорений равны друг другу, обозначим их одной буквой: $a_1 = a_2 = a$. Из-за невесомости нити и блока можно также принять: $T_1 = T_2 = T$. Для проекций векторов на координатные оси из уравнения (10) получаем:

$$\begin{cases} OY : N = Mg \\ OX : Ma = T - F_{\text{тр}} \end{cases} ; \quad (12)$$

из уравнения (11):

$$\begin{cases} OY : ma = mg - T \end{cases} . \quad (13)$$

Экспериментальные данные

Упражнение 1

Таблица 1.1. Зависимость скорости тел при абсолютно упругом соударении без утяжелителя

| № | Тело 1 | Тело 2 | v_{10x} , м/с | v_{1x} , м/с | v_{2x} , м/с |
|---|-------------------------------|-------------------------------|-----------------|----------------|----------------|
| 1 | Тележка 1 + втулка с рогаткой | Тележка 2 + втулка с рогаткой | 0,53 | 0,06 | 0,43 |
| 2 | | | 0,54 | 0,06 | 0,43 |
| 3 | | | 0,57 | 0,07 | 0,43 |
| 4 | | | 0,55 | 0,05 | 0,47 |
| 5 | | | 0,55 | 0,05 | 0,45 |

Приборные погрешности: $\Delta v_{10} = \Delta v_1 = \Delta v_2 = 0,01$ м/с.

Таблица 1.2. Зависимость скоростей тел при абсолютно упругом столкновении с утяжелителем

| № | Тело 1 | Тело 2 | v_{10x} , м/с | v_{1x} , м/с | v_{2x} , м/с |
|---|-------------------------------|---|-----------------|----------------|----------------|
| 1 | Тележка 1 + втулка с рогаткой | Тележка 2 + втулка с рогаткой + утяжелитель | 0,55 | -0,08 | 0,28 |
| 2 | | | 0,54 | -0,10 | 0,26 |
| 3 | | | 0,55 | -0,09 | 0,26 |
| 4 | | | 0,53 | -0,09 | 0,28 |
| 5 | | | 0,52 | -0,08 | 0,25 |

Таблица 2.1. Зависимость скоростей тел при абсолютно неупругом столкновении без утяжелителя

| № | Тело 1 | Тело 2 | v_{10x} , м/с | v , м/с |
|---|-------------------------------|-------------------------------|-----------------|-----------|
| 1 | Тележка 1 + втулка с липучкой | Тележка 2 + втулка с липучкой | 0,56 | 0,23 |
| 2 | | | 0,54 | 0,21 |
| 3 | | | 0,47 | 0,19 |
| 4 | | | 0,48 | 0,20 |
| 5 | | | 0,49 | 0,20 |

Таблица 2.2. Зависимость скоростей тел при абсолютно неупругом столкновении с утяжелителем

| № | Тело 1 | Тело 2 | v_{10x} , м/с | v , м/с |
|---|-------------------------------|---|-----------------|-----------|
| 1 | Тележка 1 + втулка с липучкой | Тележка 2 + втулка с липучкой + утяжелитель | 0,56 | 0,11 |
| 2 | | | 0,56 | 0,13 |
| 3 | | | 0,53 | 0,15 |
| 4 | | | 0,49 | 0,07 |
| 5 | | | 0,50 | 0,15 |

Упражнение 2

$x_1 = 0,150$ м; $x_2 = 0,800$ м. Погрешности координат примем $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 5$ мм

Таблица 3.1. Зависимость времени от количества шайб без утяжелителя

| № | Состав подвески | t_1 , с | t_2 , с |
|---|------------------|-----------|-----------|
| 1 | крючок | 0,29 | 0,69 |
| 2 | крючок + 1 шайба | 0,36 | 0,84 |
| 3 | крючок + 2 шайба | 0,41 | 0,96 |
| 4 | крючок + 3 шайба | 0,46 | 1,07 |

Приборные погрешности: $\Delta t_1 = \Delta t_2 = 0,05$ с.

Таблица 3.2. Зависимость времени от количества шайб с утяжелителем

| № | Состав подвески | t_1 , с | t_2 , с |
|---|--------------------------------|-----------|-----------|
| 1 | крючок + утяжелитель | 0,19 | 0,48 |
| 2 | крючок + утяжелитель + 1 шайба | 0,24 | 0,59 |
| 3 | крючок + утяжелитель + 2 шайбы | 0,29 | 0,68 |
| 4 | крючок + утяжелитель + 3 шайбы | 0,32 | 0,76 |

Обработка результатов измерений

Упражнение 1

- Оценим относительные потери импульса и кинетической энергии за счет трения по формулам:

$$\partial_p^{(\text{тр})} = \frac{\Delta p}{p} = \frac{v'}{v} - 1; \partial_W^{(\text{тр})} = \frac{\Delta W_K}{W_K} = \frac{v'^2}{v^2} - 1. \quad (14)$$

- С помощью таблицы масс для таблицы 1.1 рассчитаем массы m_1 , m_2 соударяющихся тел. Найденные значения занести в таблицу 4.1. По данным таблицы 1.1 рассчитаеи и занесем в таблицу 4.1 импульсы тел:

$$p_{10x} = m_1 v_{10x}, p_{1x} = m_1 v_{1x}, p_{2x} = m_2 v_{2x}. \quad (15)$$

| № | m_1 , г | m_2 , г | p_{10x} , мН · с | p_{1x} , мН · с | p_{2x} , мН · с | ∂_p | ∂_W |
|---|-----------|-----------|--------------------|-------------------|-------------------|--------------|--------------|
| 1 | 49,5 | 51,5 | 26,23 | 2,97 | 22,14 | -0,04 | -0,30 |
| 2 | | | 26,73 | 2,97 | 22,14 | -0,06 | -0,39 |
| 3 | | | 28,21 | 3,46 | 22,14 | -0,09 | -0,39 |
| 4 | | | 27,22 | 2,47 | 24,20 | -0,02 | -0,23 |
| 5 | | | 27,22 | 2,47 | 23,17 | -0,05 | -0,29 |

3. Вычислим для каждой строки 4.1 относительные изменения импульса и кинетической энергии системы при соударении по формулам:

$$\partial_p = \Delta P_x / p_{10x} = \frac{p_{1x} + p_{2x}}{p_{10x}} - 1 \quad (16)$$

$$\partial_p = \Delta W_k / W_{k0} = \frac{m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2}{m_1 v_{10x}^2} - 1 \quad (17)$$

Занесем результаты в таблицу. Рассчитаем средние значения $\bar{\partial}_p, \bar{\partial}_W$ относительных потерь импульса и энергии по двум последним колонкам таблицы 4.1:

$$\bar{\partial}_p = \frac{\sum_{i=1}^N \partial_{pi}}{N} \approx -0,5; \bar{\partial}_W = \frac{\sum_{i=1}^N \partial_{Wi}}{N} \approx -0,32. \quad (18)$$

Здесь i – номер опыта, N общее число опытов. По разбросу отдельных значений ∂_p, ∂_W найдем погрешности их средних значений:

$$\Delta \bar{\partial}_p = K_S(\alpha_{\text{дов}}, N) \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\partial_{pi} - \bar{\partial}_p)^2}{N(N-1)}} \approx 0,01; \Delta \bar{\partial}_W = K_S(\alpha_{\text{дов}}, N) \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\partial_{Wi} - \bar{\partial}_W)^2}{N(N-1)}} \approx 0,04, \quad (19)$$

где $K_S(\alpha_{\text{дов}}, N)$ – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности $\alpha_{\text{дов}} = 0,7$ и количества измерений N . Сравним разности $\bar{\partial}_p - \partial_p^{(\text{тр})}, \bar{\partial}_W - \partial_W^{(\text{тр})}$ соответствующими неопределенностями (19).

4. По данным таблиц 1.2 вычислим импульсы (15) и относительные изменения импульса и энергии (16), (17). Результаты представим в таблицах 4.2:

По двум последним колонкам таблицы 4.2 найдём средние значения $\bar{\partial}_p, \bar{\partial}_W$ и сравним их, соответственно, с $\bar{\partial}_p^{(\text{тр})}, \bar{\partial}_W^{(\text{тр})}$

5. По данным из таблицы 2.1 заполнить следующую таблицу .

Здесь m_1, m_2 – массы соударяющихся тел;

$$p_{10} = m_1 v_{10} - \text{импульс системы до соударения}; \quad (20)$$

$$p = (m_1 m_2) v - \text{импульс системы после соударения}; \quad (21)$$

$$\partial_p = \Delta p / p_{10} = \left(\frac{p_1}{p_{10}} - 1 \right) - \text{относительное изменение импульса}; \quad (22)$$

$\partial_W^{(\text{э})}$ – экспериментальное значение относительного изменения механической энергии, вычисляемое по формуле:

$$\partial_W^{(\text{э})} = \Delta W_k / W_{k0} = \frac{(m_1 + m_2) v_2^2}{m_1 v_{10}^2} - 1, \quad (23)$$

$\partial_W^{(\text{т})}$ – теоретическое значение относительного изменения механической энергии, вычисляемое по формуле (9). Вычислим средние значения $\bar{\partial}_p$ и $\bar{\partial}_W^{(\text{э})}$. Сравним $\bar{\partial}_p$ и $\partial_p^{(\text{тр})}$. Найдем разность между величинами $\bar{\partial}_W^{(\text{э})}$ и $\partial_W^{(\text{т})}$, сравнить её с величиной $\partial_W^{(\text{тр})}$.

6. Выполнить вычисления пункта 5 для данных из таблицы 2.2, заполнив таблицу 5.2: