Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

ОТЧЁТ
ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2

«Определение длины световой волны по картине дифракции на круглом отверстии»

Проверил:
Пшеничнов В.Е. ____________
«______» ______________ 2019г.

Выполнил:
Студент группы P3255
Федюкович С. А. ______________

Санкт-Петербург
2019

Цель работы

Определение длины световой волны по картине дифракции на круглом отверстии в экране.

Теоретические основы

При прохождении пучка параллельных лучей света через круглое отверстие в экране свет заходит в область геометрической тени. За экраном наблюдается дифракционная картина в виде чередующихся светлых и тёмных колец.

Распределение интенсивности света в дифракционной картине можно рассчитать на основе принципа Гюйгенса-Френеля, через метод зон Френеля.

Пусть на экран с круглым отверстием радиусом OB падает плоская монохроматическая волна. В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля действие этой волны можно заменить действием когерентных точечных источников света. Определим действие этой волны в точке P, лежащей на прямой SS', проходящей через центр отверстия. Для этого разделим часть волновой поверхности на кольцевые зоны (зоны Френеля), чтобы расстояния от края следующей зоны до точки P отличались друг от друга на половину длины волны $\lambda/2$:

$$r_1 = r_0 + \frac{\lambda}{2};\, r_2 = r_1 + \frac{\lambda}{2} = r_0 + 2\frac{\lambda}{2}; \ldots ; r_k = r_0 + k\frac{\lambda}{2}. \tag{1}$$

При таком делении фазы колебаний, приходящих в точку P от соседних зон, отличаются на π , т.е. противоположны. Если амплитуды колебаний от $1, 2, \ldots, k$-ой зон обозначить $a_1, a_2, \ldots, a_k$, то амплитуда результирующего колебания в точке P:

$$A = a_1 - a_2 + a_3 + \cdots + (-1)^{k+1} \cdot a_k \tag{2}$$

Амплитуда колебаний, приходящих от отдельной зоны, зависит от площади зоны ΔS, от расстояния r_k от зоны до точки P и от угла наклона α между r_k и нормалью к поверхности. При при таком способе деления площадь k-ой зоны:

$$S_k = \pi\rho_{k+1}^2 - \pi\rho_k^2, \tag{3}$$

где ρ_{k+1} и ρ_k — радиусы k-ой и $k+1$-ой зон. Радиусы зон Френеля определяются соотношениями:

$$\rho_k^2 = (r_0 + k\frac{\lambda}{2})^2 - r_0^2;\, \rho_{k+1}^2 = (r_0 + (k+1)\frac{\lambda}{2})^2 - r_0^2; \tag{4}$$

Учитывая, что $r_0 >> \lambda$, получим $\rho_{k+1}^2 - \rho_k^2 = r_0\lambda$, а площадь к-й зоны $S_k = \pi r_0 \lambda$, т.е. площадь зоны Френеля не зависит от номера зоны k. Следовательно, амплитуды колебаний зависят лишь от расстояния r и от угла α .

Монотонное убывание амплитуд позволяет приближенно выразить амплитуду А суммарного колебания в точке P:

$$A = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2}\right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2}\right) + \left(\frac{a_1}{2} - \ldots\right) \tag{5}$$

Так как слагаемые, выделенные скобками, равны нулю, результирующая амплитуда при нечетном $k : A = \frac{a_1}{2} + \frac{a_k}{2}$, а при четном $k : A = \frac{a_1}{2} - \frac{a_k}{2}$. Объединяя, получаем $A = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2}$, где знак « $+$ » относится к нечетному, а знак « $-$ » — к четному числу зон Френеля.

При свободном распространении, когда не происходит ограничение фронта волны, $k \to \infty$ и $a_k \to \infty$. Тогда при открытом фронте амплитуда суммарного колебания в точке P определяется половиной амплитуды первой зоны.

Если отверстие открывает одну зону или их небольшое нечетное число, то в результате интерференции в точке P будет виден свет, причем более интенсивный, т.е. образуется дифракционный максимум. При небольшом четном числе открытых зон освещенность в точке P будет минимальной.

Пусть для точки наблюдения P открыто m зон. Тогда при соблюдении предложенного Френелем правила разбиения на зоны, в открытой отверстием части волнового фронта будет умещаться большее число зон.

$$R^2 = m\lambda d \tag{6}$$

Из выражений (6) расстояние от плоскости отверстия до точки наблюдения:

$$d = \frac{R^2}{m\lambda} \tag{7}$$

Это соотношение служит для вычисления длины волны. Для повышения точности определения длины волны расстояние d измеряется несколько раз при разном числе открытых зон m. Как видно из уравнения (7), зависимость от $1/m$ является линейной, а коэффициент наклона графика этой зависимости $k = R^2/\lambda$.

Построив график зависимости d от $1/m$ можно убедиться в том, что зависимость действительно линейна, а по коэффициенту наклона получившейся прямой и известному значению радиуса отверстия R определить длину волны.

Ход работы

1. Установить объектив M так, чтобы на экране была видна дифракционная картина от отверстия, соответствующая открытым двум зонам Френеля. Записать координату X по шкале.

2. Передвигая объектив по направлению к лазеру, наблюдать за сменой освещенности в центре дифракционной картины. Для каждого числа открытых зон записывать координату объектива. Также записать координату выходного окна X_∞ Заполнить таблицу (1). Повторить $1-3$ раза.

3. Определить для каждого m расстояния d с учетом того, что $d = l - b = X - X_\infty$. Результаты добавить в таблицу (1).

Таблица 1: Экспериментальные данные

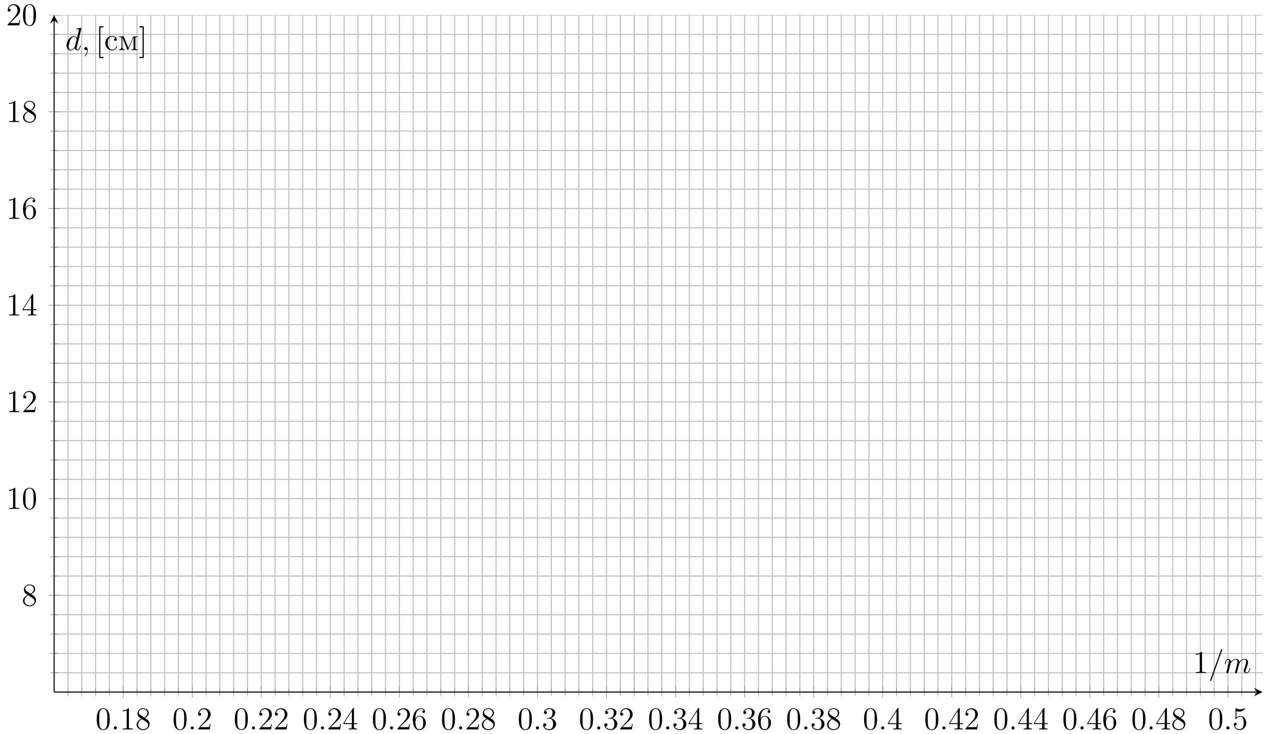
m	$1/m$	X_1, [см]	d_1, [см]	X_2, [см]	d_2, [см]	X_3, [см]	d_3, [см]

4. Построить график зависимости расстояния d от $1/m$. По коэффициенту наклона k аппроксимирующей прямой и радиусу отверстия r определить длину волны источника:

Уравнение прямой:

$$\lambda = \frac{r^2}{k} =$$

Рис. 1: График зависимости расстояния d от $1/m$



5. Рассчитать погрешность наклона Δk и, исходя из нее и погрешности радиуса r найти погрешность $\Delta\lambda$:

$$\frac{k}{\Delta k} = \frac{1}{y_b - y_a}\sqrt{\frac{2}{N-2}\cdot\sum_{i=1}^{N}(y_i - y_{\text{ср}})^2} =$$

$$= \frac{1}{0,039 - 0,230}\sqrt{\frac{2}{3}\cdot(0,780^2 + 0,770^2 + 0,290^2 + 0,460^2 + 0,860^2)} = 0,018$$

$$\Delta k = 0,018 \cdot 37,730 \cdot 10^{-2} = 0,006[]$$

$$\Delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda}{\partial k}\Delta k\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial r}\Delta r\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{r^2}{k^2}\Delta k\right)^2 + \left(\frac{2r}{k}\Delta r\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{0,001}{0,377^2}\cdot 0,006\right)^2 + \left(\frac{2\cdot 0,001}{0,377}\cdot 0,001\right)^2} = 53,3[\text{нм}]$$

Вывод

В ходе работы я определил длину световой волны по картине дифракции на круглом отверстии на основе принципа Гюйгенса-Френеля, с помощью метода зон Френеля.

Диапазон красного цвета спектра определяют длиной волны 620—740[нм], поэтому, значение $\lambda = 662,596 \pm 53,3$[нм] полученное в результате выполнения лабораторной работы попадает под заданные значения диапазона.

Погрешность составила около $8,5\%$, что является приемлемой погрешностью. Вызвана она в связи с неточностью измерений маленьких величин, а так же погрешностью при расчетах.