

PRÁCTICA DE LABORATORIO 3 – λ -CÁLCULO

INTRODUCCIÓN

El objetivo de esta práctica es implementar una aritmética de números racionales mediante lambda cálculo en Scheme, basándose en la aritmética de números enteros proporcionada.

ARITMÉTICA ENTERA

Codificar enteros tomando como base una codificación de los naturales es relativamente sencillo. Para ello, dado un par (m, n) , con $m, n \in \mathbb{N}$ consideraremos que representa al entero $m - n$. Al igual que ocurre con otras codificaciones de los enteros, los pares no representan a los enteros de manera única, p.e. (n, m) codifica el mismo entero que $(n + k, m + k)$.

En el fichero *enteros.rkt* que acompaña a la práctica se puede ver una codificación de los enteros usando λ -Cálculo e implementada empleando Scheme. Dicha codificación incluye las siguientes operaciones:

- Suma y resta
- Multiplicación
- División euclídea
- Cálculo del máximo común divisor
- Relaciones de igualdad y de orden
- Reducción a representante canónico, tomando $(n, 0)$ ó $(0, n)$ como representantes canónicos.

OBJETIVOS DE LA PRÁCTICA

El conjunto de los números racionales es el conjunto cociente de \mathbb{Z} mediante la relación de equivalencia $R: (n, m) R (n', m')$ si y solo si $n * m' = m * n'$

Teniendo en cuenta lo anterior y la codificación, relaciones de orden y operaciones de enteros definidas en el fichero *enteros.rkt* mencionado, se pide codificar los racionales en λ -cálculo mediante λ -términos currficados. Dicha codificación debe incluir las siguientes operaciones:

- a) Reducción a representante canónico
- b) Aritmética: suma, producto, resta de racionales y cálculo de inverso.
- c) Relaciones de orden e igualdad.

Codificada la aritmética racional, se pide codificar las matrices 2×2 en R mediante λ -términos currficados. Esta codificación debe incluir las siguientes operaciones:

- a) Suma y producto.
- b) Determinante.
- c) Decisión sobre inversibilidad y cálculo de la inversa y del rango.
- d) Cálculo de potencias naturales de matrices. Este cálculo se tiene que hacer usando el algoritmo binario para el cálculo de potencias, también conocido como exponenciación binaria.

NOTA: Los únicos λ -términos no currficados que se admitirán en la práctica son los booleanos que aparecen al principio del fichero *enteros.rkt*.

SCHEME Y LAMBDA CÁLCULO – DEFINICION DE TÉRMINOS

Las necesidades de Scheme para esta práctica quedan cubiertas, salvo en el caso de la recursión, con la siguiente observación: el λ -término $\lambda x. M$ se codifica en Scheme mediante `(lambda (x) M)`. En el caso de que necesitáramos dar un nombre a un término para su posterior reutilización, la forma de hacerlo sería la siguiente `(define termino (lambda (x) M))`.

Por ejemplo, siguiendo lo visto en clase uno puede definir:

```
(define true (lambda (x y) x))  
(define false (lambda (x y) y))  
(define if (lambda (p x y) (p x y)))  
...
```

SCHEME Y LAMBDA CÁLCULO – RECURSIVIDAD

El combinador de punto fijo **Y** ha de definirse aplicando una η -expansión (líneas 23 a 29 del fichero *enteros.rkt*). Aun definiendo así **Y**, la recursividad no funciona tal cual se ha visto en clase. Ejemplos de cómo se puede simular la recursión se encuentran en el fichero *enteros.rkt*. Por ejemplo, en la definición del resto de la división euclídea (líneas 135-153).

La simulación de la recursividad se ha extraído de: www.shlomifish.org/lecture/Lambda-Calculus/slides/lc_church_div.scm.html

DETALLES DE LA ENTREGA

La práctica se podrá realizar en equipos de hasta 3 personas.

Además del código fuente del programa, convenientemente estructurado y comentado, se deberá incluir un documento de una página indicando los miembros del equipo, el grado de cumplimiento de cada uno de los requisitos, indicando errores o aspectos no implementados, así como aspectos especialmente destacables del trabajo realizado.

La entrega se realizará digitalmente por Blackboard con fecha límite del **13 de mayo de 2020 a las 23:59**. Una vez recibidos los trabajos y establecido el número de equipos, se publicará una fecha con la hora de defensa para cada equipo.