

## PRÁCTICA DE LABORATORIO 3 – $\lambda$ -CÁLCULO

### INTRODUCCIÓN

El objetivo de esta práctica es implementar una aritmética de números racionales mediante lambda cálculo en Scheme, basándose en la aritmética de números enteros proporcionada.

### ARITMÉTICA ENTERA

Codificar enteros tomando como base una codificación de los naturales es relativamente sencillo. Para ello, dado un par  $(m, n)$ , con  $m, n \in N$  consideraremos que representa al entero  $m - n$ . Al igual que ocurre con otras codificaciones de los enteros, los pares no representan a los enteros de manera única, p.e.  $(n, m)$  codifica el mismo entero que  $(n + k, m + k)$ .

En el fichero *enteros.rkt* que acompaña a la práctica se puede ver una codificación de los enteros usando  $\lambda$ -Cálculo e implementada empleando Scheme. Dicha codificación incluye las siguientes operaciones:

- Suma y resta
- Multiplicación
- División euclídea
- Cálculo del máximo común divisor
- Relaciones de igualdad y de orden
- Reducción a representante canónico, tomando  $(n, 0)$  ó  $(0, n)$  como representantes canónicos.

### OBJETIVOS DE LA PRÁCTICA

El conjunto de los números racionales es el conjunto cociente de  $Z$  mediante la relación de equivalencia  $R$ :  $(n, m) R (n', m')$  si y solo si  $n * m' = m * n'$

Teniendo en cuenta lo anterior y la codificación, relaciones de orden y operaciones de enteros definidas en el fichero *enteros.rkt* mencionado, se pide codificar los racionales en  $\lambda$ -cálculo mediante  $\lambda$ -términos currificados. Dicha codificación debe incluir las siguientes operaciones:

- a) Reducción a representante canónico
- b) Aritmética: suma, producto, resta de racionales y cálculo de inverso.
- c) Relaciones de orden e igualdad.

Codificada la aritmética racional, se pide codificar las matrices  $2x2$  en  $R$  mediante  $\lambda$ -términos currificados. Esta codificación debe incluir las siguientes operaciones:

- a) Suma y producto.
- b) Determinante.
- c) Decisión sobre inversibilidad y cálculo de la inversa y del rango.
- d) Cálculo de potencias naturales de matrices. Este cálculo se tiene que hacer usando el algoritmo binario para el cálculo de potencias, también conocido como exponentiación binaria.

**NOTA:** Los únicos  $\lambda$ -términos no currificados que se admitirán en la práctica son los booleanos que aparecen al principio del fichero *enteros.rkt*.

## SCHEME Y LAMBDA CÁLCULO – DEFINICION DE TÉRMINOS

Las necesidades de Scheme para esta práctica quedan cubiertas, salvo en el caso de la recursión, con la siguiente observación: el  $\lambda$ -término  $\lambda x. M$  se codifica en Scheme mediante `(lambda (x) M)`. En el caso de que necesitáramos dar un nombre a un término para su posterior reutilización, la forma de hacerlo sería la siguiente `(define termino (lambda (x) M))`.

Por ejemplo, siguiendo lo visto en clase uno puede definir:

```
(define true (lambda (x y) x))  
(define false (lambda (x y) y))  
(define if (lambda (p x y) (p x y)))  
...
```

## SCHEME Y LAMBDA CÁLCULO – RECURSIVIDAD

El combinador de punto fijo  $\mathbf{Y}$  ha de definirse aplicando una  $\eta$ -expansión (líneas 23 a 29 del fichero *enteros.rkt*). Aun definiendo así  $\mathbf{Y}$ , la recursividad no funciona tal cual se ha visto en clase. Ejemplos de cómo se puede simular la recursión se encuentran en el fichero *enteros.rkt*. Por ejemplo, en la definición del resto de la división euclídea (líneas 135-153).

La simulación de la recursividad se ha extraído de: [www.shlomifish.org/lecture/Lambda-Calculus/slides/lc\\_church\\_div.scm.html](http://www.shlomifish.org/lecture/Lambda-Calculus/slides/lc_church_div.scm.html)

## DETALLES DE LA ENTREGA

La práctica se podrá realizar en equipos de hasta 3 personas.

Además del código fuente del programa, convenientemente estructurado y comentado, se deberá incluir un documento de una página indicando los miembros del equipo, el grado de cumplimiento de cada uno de los requisitos, indicando errores o aspectos no implementados, así como aspectos especialmente destacables del trabajo realizado.

La entrega se realizará digitalmente por Blackboard con fecha límite del **13 de mayo de 2020 a las 23:59**. Una vez recibidos los trabajos y establecido el número de equipos, se publicará una fecha con la hora de defensa para cada equipo.