

# EJERCICIOS:

## Métodos de planificación temporal

### Gestión de proyectos Tema 2. Planificación del tiempo



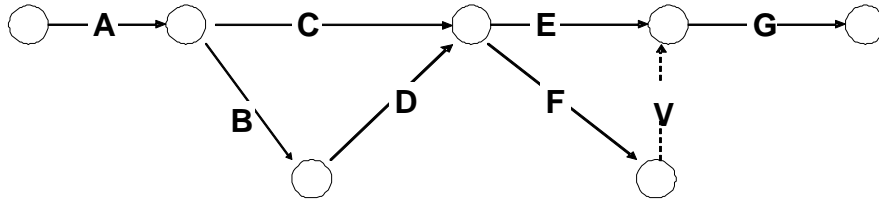
Curso 2019-2020

#### EJERCICIO 1

Actividad	Nodo	Predecesor	T. optimista	T. más probable	T. Pesimista
Diseño	A	-	10	22	28
Construcción de un prototipo	B	A	4	4	10
Instalar y evaluar equipos	C	A	4	6	14
Documento de pruebas del prototipo	D	B	1	2	3
Documento de especificación de los equipos	E	C, D	1	5	9
Probar el prototipo	F	C, D	7	8	9
Documentación final	G	E, F	2	2	2

(El tiempo está dado en semanas)

1. Dibujar el diagrama correspondiente a la tabla anterior
2. Considere primeramente uno de los métodos: PERT o CPM y posteriormente el otro.  
¿Cuál es la duración del proyecto en cada uno de los casos? Si necesita en alguno de los métodos el valor de la duración de cada tarea, considere el valor medio encontrado en la otra.
3. Utilizando el método PERT ¿Cuál es la probabilidad de que la duración del proyecto sea un 10% más de lo calculado?
4. Reducir la duración de cada actividad en un 20% tiene un coste de 1000€ por actividad. Si queremos reducir el máximo posible el tiempo total del proyecto al menor coste ¿Cuántas actividades debemos reducir? Calcule para esta nueva reducción la probabilidad indicada en el apartado 3).

**EJERCICIO 1: Solución ...****1. Diagrama**

Actividad	Nodo	Predecesor
Diseño	A	-
Construcción de un prototipo	B	A
Instalar y evaluar equipos	C	A
Documento de pruebas del prototipo	D	B
Documento de especificación de los equipos	E	C, D
Probar el prototipo	F	C, D
Documentación final	G	E, F

**EJERCICIO 1: Solución ...**

2. Para calcular la duración del proyecto necesitamos saber la duración de cada tarea. Para el caso de PERT, necesitaremos hacer un cálculo del Tiempo Medio (dado que es un método probabilístico):

Actividad	Nodo	Predecesor	T. optimista	T. más probable	T. Pesimista
Diseño	A	-	10	22	28
Construcción de un prototipo	B	A	4	4	10
Instalar y evaluar equipos	C	A	4	6	14
Documento de pruebas del prototipo	D	B	1	2	3
Documento de especificación de los equipos	E	C, D	1	5	9
Probar el prototipo	F	C, D	7	8	9
Documentación final	G	E, F	2	2	2

**EJERCICIO 1: Solución ...**

$$\bullet \text{ Tiempo medio} = (t_{\text{pesim}} + 4t_{\text{probable}} + t_{\text{óptimo}})/6$$

Actividad	Nodo	Predecesor	T. optimista	T. más probable	T. Pesimista	T. Medio (PERT) ó Tiempo (CPM)
Diseño	A	-	10	22	28	21
Construcción de un prototipo	B	A	4	4	10	5
Instalar y evaluar equipos	C	A	4	6	14	7
Documento de pruebas del prototipo	D	B	1	2	3	2
Documento de especificación de los equipos	E	C, D	1	5	9	5
Probar el prototipo	F	C, D	7	8	9	8
Documentación final	G	E, F	2	2	2	2

**EJERCICIO 1: Solución ...**

$$\bullet \text{ Varianza} = [(t_{\text{pésimo}} - t_{\text{óptimo}})/6]^2$$

Actividad	Nodo	Predecesor	T. optimista	T. más probable	T. Pesimista	T. Medio (PERT) ó Tiempo (CPM)	Varianza
Diseño	A	-	10	22	28	21	9,00
Construcción de un prototipo	B	A	4	4	10	5	1,00
Instalar y evaluar equipos	C	A	4	6	14	7	2,78
Documento de pruebas del prototipo	D	B	1	2	3	2	0,11
Documento de especificación de los equipos	E	C, D	1	5	9	5	1,78
Probar el prototipo	F	C, D	7	8	9	8	0,11
Documentación final	G	E, F	2	2	2	2	0,00



**EJERCICIO 1: Solución ...**

Para PERT:

**CC1:** Duración =  $21 + 5 + 2 + 8 + 2 = 38$  semanas

Varianza =  $9 + 1 + 0,11 + 0,11 + 0 = 10,22$

Desviación =  $\sqrt{10,22} = 3,20$  semanas

**CC2:** Duración =  $21 + 7 + 8 + 2 = 38$  semanas

Varianza =  $9 + 2,78 + 0,11 + 0 = 11,89$

Desviación =  $\sqrt{11,89} = 3,45$  semanas

Para CPM:

**CC1:** Duración =  $21 + 5 + 2 + 8 + 2 = 38$  semanas

**CC2:** Duración =  $21 + 7 + 8 + 2 = 38$  semanas

La única diferencia consiste en que en **PERT la duración del proyecto es una variable probabilística**, y en **CPM es una variable determinística**.

**EJERCICIO 1: Solución ...**

3. Utilizando el método PERT ¿Cuál es la probabilidad de que la duración del proyecto sea un 10% más de lo calculado?

A) **CC1:** Duración = 38 semanas  
Varianza = 10,22; Desviación = 3,20 semanas

B) **CC2:** Duración = 38 semanas  
Varianza = 11,89; Desviación = 3,45 semanas

10% adicional:  $38 \cdot (1,1) = 41,8$  semanas

**P (t < 41,8 semanas)?**

- El camino CC1 tiene más probabilidad de terminar en 41,8 semanas que el CC2:

**88,2% > 86,5%**

	CC1	CC2
valor: T	41,8	41,8
media	38	38
sigma	3,2	3,45
Normalizada		
valor_nor	1,19	1,10
media_nor	0	0
sigma_nor	1	1
Prob(t<T)	88,2%	86,5%

## EJERCICIO 1: Solución ...

Funcion de Distribucion Normal Estandar F.D. $P[Z \leq z] \rightarrow N(0,1)$									
	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993
1,1	0,86414	0,86650	0,86884	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896

	CC1	CC2
valor: T	41,8	41,8
media	38	38
sigma	3,2	3,45
Normalizada		
valor_nor	1,19	1,10
media_nor	0	0
sigma_nor	1	1
Prob(t<T)	88,2%	86,5%

## EJERCICIO 1: Solución ...

4. Reducir la duración de cada actividad en un 20% tiene un coste de 1000€ por actividad. Si queremos reducir el máximo posible el tiempo total del proyecto al menor coste ¿Cuántas actividades debemos reducir?

Actividad	Nodo	T. Medio (PERT)	Varianza
Diseño	A	21	9,00
Probar el prototipo	F	8	0,11
Instalar y evaluar equipos	C	7	2,78
Documento de especificación de los equipos	E	5	1,78
Constricción de un prototipo	B	5	1,00
Documento de pruebas del prototipo	D	2	0,11
Documentación final	G	2	0,00

Las tareas con **mayores tiempos medios de ejecución y desviaciones** serán los criterios para seleccionar las tareas que con mayor prioridad deben disminuir sus tiempos:

- Las actividades de los nodos D y G no necesitan reducción
- Las primeras en abordar su reducción serán la A, C y F en este orden
- Con diferencia la tarea A: Diseño con 21 semanas de tiempo medio y 9 semanas de desviación es la más prioritaria.

**EJERCICIO 1: Solución ...**

- Con diferencia la tarea A: Diseño con 21 semanas de tiempo medio y 9 meses de desviación es la más prioritaria.: suponemos una reducción del 20% en todos los tiempos (optimista, pesimista y probable)

Actividad	Nodo	T. optimista	T. más probable	T. Pesimista	T. Medio (PERT)	Varianza
Diseño	A	10	22	28	21	9
Diseño (<20%)	A	8	17,6	22,4	16,8	5,8

**CC1:** Duración =  $16,8 + 5 + 2 + 8 + 2 = 33,8$  semanas

Varianza =  $5,8 + 1 + 0,11 + 0,11 + 0 = 7,02$

Desviación = 2,65 semanas

**CC2:** Duración =  $16,8 + 7 + 8 + 2 = 33,8$  semanas

Varianza =  $5,8 + 2,78 + 0,11 + 0 = 8,69$

Desviación = 2,95 semanas

**EJERCICIO 1: Solución ...**

Calcule para esta nueva reducción la probabilidad indicada en el apartado 3) [Utilizando el método PERT ¿Cuál es la probabilidad de que la duración del proyecto sea un 10% más de lo calculado?]

A) **CC1:** Duración = 38 semanas

Varianza = 10,22; Desviación = 3,20 semanas

10% adicional:  $38 \cdot (1,1) = 41,8$  semanas

**P ( $t < 41,8$  semanas)?**

- El camino CC1 después de la reducción realizada en la tarea A tiene una probabilidad de terminar antes de las 41,8 semanas de: **99,9%**

A normalizar		
valor: T	41,8	41,8
media	38	33,8
sigma	3,2	2,65
Normalizada		
valor	1,19	3,02
media_nor	0	0
sigma_nor	1	1
Prob<T	88,2%	99,9%

## EJERCICIO 1: Solución ...

Funcion de Distribucion Normal Estandar F.D. $P[Z \leq z] = \Phi(z) \rightarrow N(0,1)$												
	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09		
0,00	0,50000	0,50398	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586		
0,10	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535		
0,20	0,57926	0,58311	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409		
0,30	0,61791	0,62177	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173		
0,40	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793		
0,50	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240		
0,60	0,72575	0,72910	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490		
0,70	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524		
0,80	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327		
0,90	0,81594	0,81855	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891		
1,00	0,84134	0,84377	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214		
1,10	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298		
1,20	0,88493	0,88688	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147		
1,30	0,90320	0,90494	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774		
1,40	0,91924	0,92071	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189		
1,50	0,93319	0,93444	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408		
1,60	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449		
1,70	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327		
1,80	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062		
1,90	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670		
2,00	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169		
2,10	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574		
2,20	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899		
2,30	0,98928	0,98955	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158		
2,40	0,99180	0,99200	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361		
2,50	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520		
2,60	0,99534	0,99549	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643		
2,70	0,99653	0,99666	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736		
2,80	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807		
2,90	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861		
3,00	0,99865	0,99868	0,99871	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896		

A normalizar		
valor: T	41,8	41,8
media	38	33,8
sigma	3,2	2,65

Normalizada		
valor	1,19	3,02
media_nor	0	0
sigma_nor	1	1
Prob<T	88,2%	99,9%

## EJERCICIO 2

Una compañía española que desarrolla juegos para móviles y consolas, pretende introducir sus productos en el mercado japonés. Para ello se ha planificado un proyecto del cual conocemos las siguientes fases, con la duración en meses que indica la Tabla 1.

Tabla 1	
Actividades	Tiempo
Etapas A: estudio de la población japonesa	2 meses
Etapas B: estudio de la legislación	1 mes
Etapas C: estudio de la competencia	1,5 meses
Etapas D: contactos con organizaciones japonesas	2 meses
Etapas E: contactos con empresas de importación-exportación	4 meses
Etapas F: formación de nuestros empleados que enviaremos a Japón	9 meses
Etapas G: búsqueda de solares para implantar la empresa	0,5 meses

Tras un estudio detallado de las actividades que se pueden realizar en paralelo y el orden entre las diferentes etapas o actividades se ha obtenido los valores de la Tabla 2

Tabla 2	
Actividad	Actividad precedente
A	-
B	-
C	-
D	A
E	B
F	C
G	D, E



## EJERCICIO 2 ...

- ¿En qué tiempo se terminará el proyecto si todas las tareas se ejecutan en serie encadenadas por procesos tipo FC y tomando los tiempos que aparecen en la Tabla1?
- Analizando la tabla 2 indique qué tareas pueden realizarse de forma paralela.
- Represente la red PERT/CPM
- Determine el tiempo mínimo esperado necesario para terminar todas las tareas.
- Determine las holguras libre y total de cada tarea. ¿Qué actividades componen el camino crítico?

## EJERCICIO 2: Solución

- **¿En qué tiempo se terminará el proyecto si todas las tareas se ejecutan en serie encadenadas por procesos tipo FC y tomando los tiempos que aparecen en la Tabla1?**

Según la tabla 1, si planificamos las tareas una tras la otra, necesitaremos 20 meses para acabar el proyecto (casi dos años) para implantar la empresa en Japón.

Si se pudieran paralelizar tareas se ahorraría un tiempo considerable (Tabla 2).

- **Analizando la tabla 2 indique qué tareas pueden realizarse de forma paralela.**

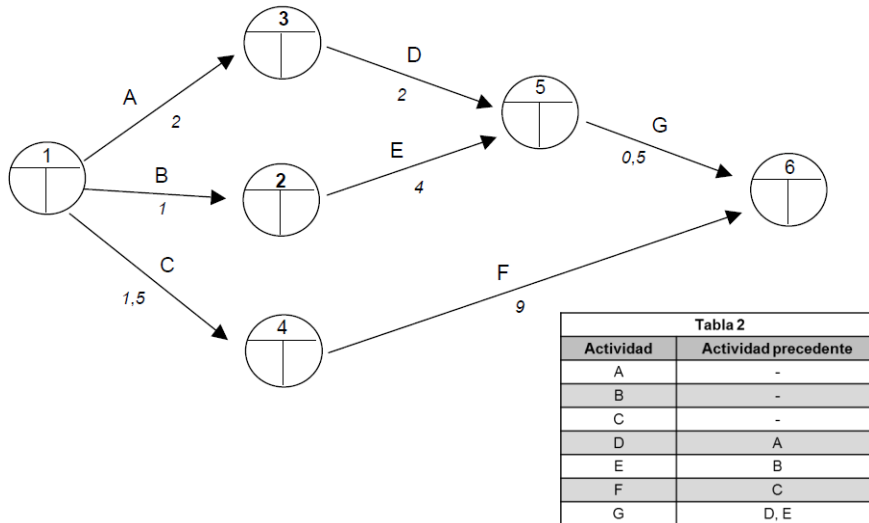
De la tabla 2 podemos concluir que la actividad A, B y C no necesitan antecedentes, es decir que se pueden hacer de forma paralela.

A su vez; la actividad D, no podrá empezar hasta que la actividad A esté acabada. A la tarea B le sucederá lo mismo con la E, que no empezará hasta que la B no esté acabada. Para empezar la realización de la F necesitamos que la C esté acabada y para empezar la G, necesitamos que D y E, se hayan concluido.

## EJERCICIO 2: Solución ...

### • Represente la red PERT/CPM

Si ahora trasladamos este razonamiento a un grafo PERT obtendríamos:



## EJERCICIO 2: Solución ...

- **Determine el tiempo mínimo esperado necesario para terminar todas las tareas.**

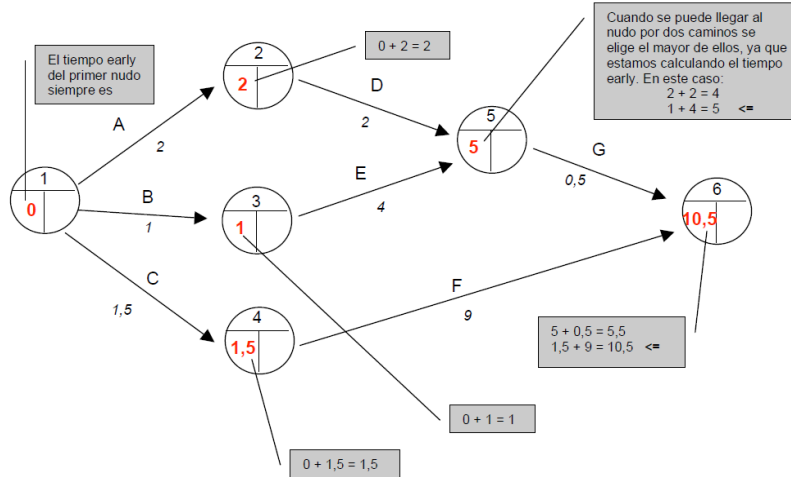
Early Time,  $T_E$ , de una tarea representa el tiempo más breve en el que puede llevarse a cabo una tarea. Viene representado por el camino de mayor consumo de tiempo.

Es el tiempo que como máximo se necesita para realizar las actividades que tenemos a la izquierda de este nodo. Se empieza a calcular desde el primer nodo hasta el último y se sitúa en la cuadrícula izquierda de cada nodo. El  $T_E$  del primer nodo es cero y los posteriores se calculan sumando el  $T_E$  del nodo anterior más la el tiempo empleado en la actividad que hay entre los nodos.

## EJERCICIO 2: Solución ...

- Determine el tiempo mínimo esperado necesario para terminar todas las tareas .....

Calculándolo para el ejercicio:

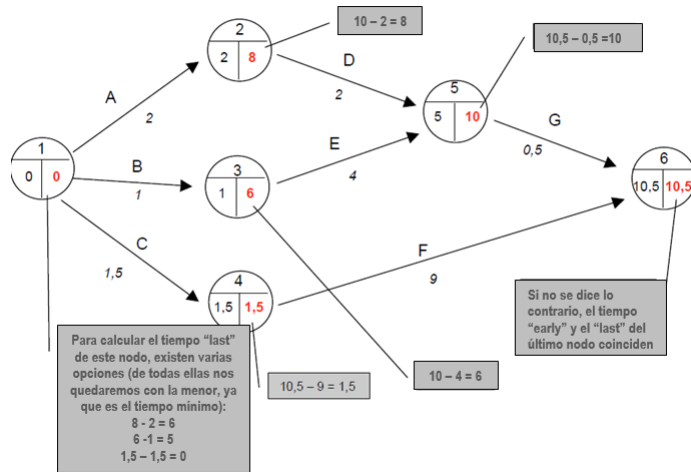


## EJERCICIO 2: Solución ...

- El siguiente paso es determinar los tiempos máximos permitidos para finalizar cada tarea, que denominaremos Last Time ( $T_L$ ). Los calcularemos siguiendo el sentido contrario de la red PERT. Para ello empezaremos por el último acontecimiento y terminaremos por el primero. Si no nos dicen los contrario, por construcción del grafo PERT. el tiempo last del último nodo será igual que su tiempo early.
- Para calcular el TL de un acontecimiento se resta el valor  $T_e$  del valor TL del acontecimiento sucesor, y si se obtiene más de un valor TL se elige el mínimo valor.

## EJERCICIO 2: Solución ...

En nuestro ejemplo tendremos los siguientes cálculos:



- El proyecto se puede acabar en menos de un año (10,5 meses).
- Si lo comparamos con la duración inicial, se observa que hemos ganado 9.5 meses (20 - 10.5)

## EJERCICIO 2: Solución ...

- Determine las holguras libre y total de cada tarea. ¿Qué actividades componen el camino crítico?

$$H_{Tij} = T_{Lj} - T_{Ei} - T_{ij}$$

Holgura total: máximo retraso sin afectar a fecha de final del proyecto)

$$H_{Lij} = T_{Ej} - T_{Ei} - T_{ij}$$

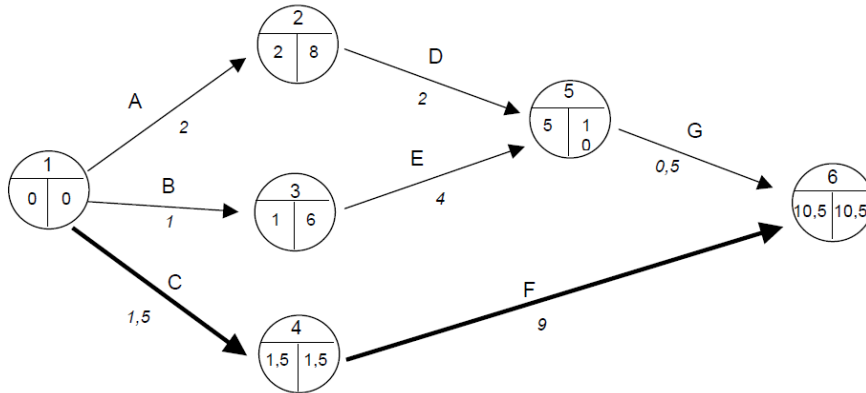
Holgura libre: máximo retraso sin afectar a las actividades siguientes y sin retrasar proyecto.

Tareas	$T_{ij}$	$T_{Ei}$	$T_{Li}$	$T_{Ej}$	$T_{Lj}$	$H^L$	$H^T$
A	2	0	0	2	8	0	6
B	1	0	0	1	6	0	5
C	1,5	0	0	1,5	1,5	0	0
D	2	2	8	5	10	1	6
E	4	1	6	5	10	0	5
F	9	1,5	1,5	10,5	10,5	0	0
G	0,5	5	10	10,5	10,5	5	5

\*Tiempo en meses.

## EJERCICIO 2: Solución ...

- El camino crítico es aquel camino con una holgura mínima (recordando siempre que el camino crítico va desde el nudo inicial hasta el final). El camino crítico es el que requiere el máximo tiempo para llegar al final del proyecto. Un retraso en el camino crítico equivale a un retraso en el proyecto final.
- En nuestro caso el camino crítico es el C-F.



## EJERCICIO 3

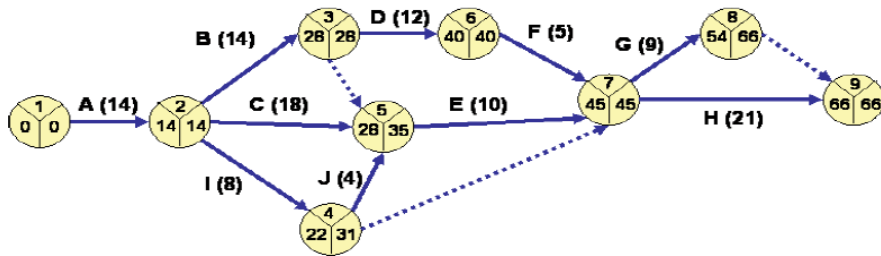
Un determinado proyecto está compuesto por diez actividades de duraciones respectivas en semanas: 14, 14, 18, 12, 10, 5, 9, 21, 8, 4. Las relaciones de precedencia aparecen recogidas en la siguiente tabla (la primera fila indica las actividades precedentes a las actividades de 1; fila central, mientras que la tercera muestra las actividades siguientes a las actividades de la fila central).

Precedente	-	A	A	B	B, C, J	D	E, F, I	E, F, I	A	I
Actividad	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Siguiente	B, C, I	D, E	E	F	G, H	G, H	-	-	G, H, J	E

Dibujar el correspondiente grafo PERT/CPM, calcular la duración del proyecto y el camino crítico.

### EJERCICIO 3 Solución

El grafo correspondiente a la relación de precedencias sería:



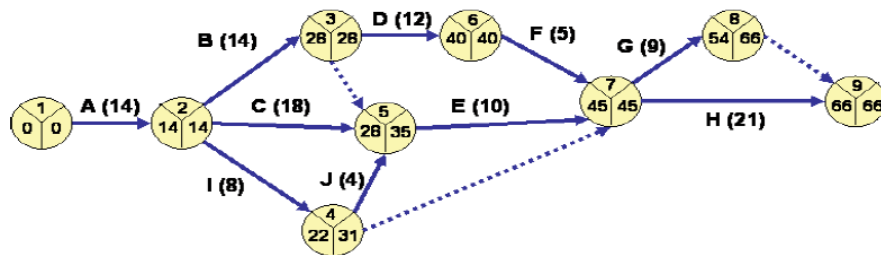
Precedente	-	A	A	B	B, C, J	D	E, F, I	E, F, I	A	I
Actividad	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Siguiente	B, C, I	D, E	E	F	G, H	G, H	-	-	G, H, J	E

La duración final del proyecto vendría dada por el "Early Time" del último nodo, por lo que en este caso esa duración será de 66 semanas.

### EJERCICIO 3 Solución ...

Por su parte para calcular el camino crítico determinaremos las holguras de las distintas actividades:

$$\begin{aligned}
 H(A) &= 14 - 0 - 14 = 0 \text{ (c. crítico)} & H(F) &= 45 - 40 - 5 = 0 \text{ (c. crítico)} \\
 H(B) &= 28 - 14 - 14 = 0 \text{ (c. crítico)} & H(G) &= 66 - 45 - 9 = 12 \\
 H(C) &= 35 - 14 - 18 = 3 & H(H) &= 66 - 45 - 21 = 0 \text{ (c. crítico)} \\
 H(D) &= 40 - 28 - 12 = 0 \text{ (c. crítico)} & H(I) &= 31 - 14 - 8 = 9 \\
 H(E) &= 45 - 28 - 10 = 7 & H(J) &= 35 - 22 - 4 = 9
 \end{aligned}$$

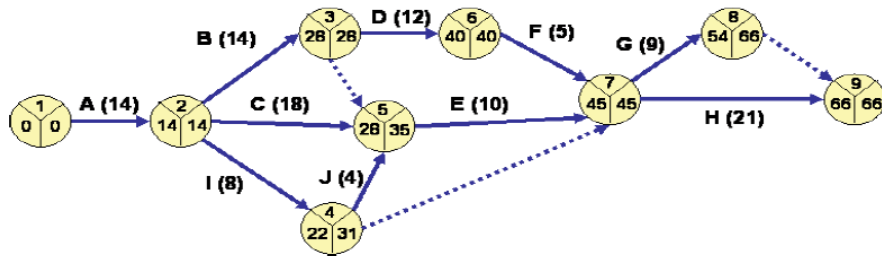


### EJERCICIO 3 Solución ...

Por su parte para calcular el camino crítico determinaremos las holuras de las distintas actividades:

$$\begin{aligned}
 H(A) &= 14 - 0 - 14 = 0 \text{ (c. crítico)} & H(F) &= 45 - 40 - 5 = 0 \text{ (c. crítico)} \\
 H(B) &= 28 - 14 - 14 = 0 \text{ (c. crítico)} & H(G) &= 66 - 45 - 9 = 12 \\
 H(C) &= 35 - 14 - 18 = 3 & H(H) &= 66 - 45 - 21 = 0 \text{ (c. crítico)} \\
 H(D) &= 40 - 28 - 12 = 0 \text{ (c. crítico)} & H(I) &= 31 - 14 - 8 = 9 \\
 H(E) &= 45 - 28 - 10 = 7 & H(J) &= 35 - 22 - 4 = 9
 \end{aligned}$$

Por tanto el camino crítico sería: A - B - D - F - H



### EJERCICIO 4

Raúl Prudencio, director de producción de NIEX, S.L. está desarrollando la planificación de un nuevo proyecto para lo cual debe llevar a cabo una serie de actividades cuyas duraciones(en días) respectivas son: A(12), B(13), C(16), D(8), E(22), F(15), G(9), H(9), I(6), J(8), K(10), L(10), M(12), N(3).

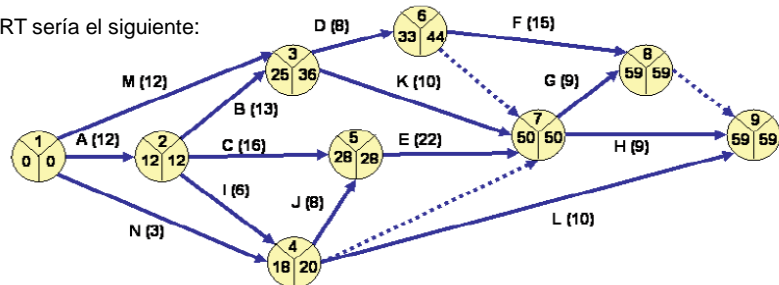
Las relaciones de precedencia entre dichas actividades son las recogidas en la siguiente tabla:

Precedente	-	A	A	B, M	C, J	D	D, E, I, K, N	D, E, I, K, N	A	I, N	B, M	I, N	-	-
Actividad	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
Siguiente	B, C, I	D, K	E	F, G, H	G, H	-	-	*	G, H, J, L	E	G, H	*	D, K	G, H, J, L

- Dibujar el correspondiente grafo PERT.
- Calcular el tiempo que empleará la empresa en finalizar el desarrollo del proyecto.
- ¿Cuál sería dicho tiempo, si la empresa consiguiese acortar la duración de la actividad C en una unidad?
- ¿Cuanto se podría incrementar la duración de la actividad B sin que se incrementase la duración global del proyecto?.

### EJERCICIO 4 Solución

a) El grafo PERT sería el siguiente:



b) La duración final del proyecto vendría dada por el "Early Time" del último nodo, por lo que en este caso esa duración será de 59 días.

c) Si la empresa consiguiese acortar la duración de la actividad C en una unidad la duración final del proyecto se reduciría también en una unidad, es decir, pasaría a ser 58 días, ya que la actividad C forma parte del camino crítico, es decir, es una actividad con holgura cero:

$$H(C) = 28 - 12 - 16 = 0$$

d) En primer lugar habría que calcular la holgura de la actividad B:

$$H(B) = 36 - 12 - 13 = 11$$

Por tanto, la actividad B podría incrementar su duración hasta 11 días sin que eso suponga una variación en la duración final del proyecto. Si el incremento fuese de 11 días, la actividad B se convertiría en crítica y cualquier incremento en su duración alteraría la duración final.

### EJERCICIO 5

Con la misma relación de precedencias que la indicada en el problema anterior para la empresa NIEX, S.L. y con la estimación de las duraciones de sus diferentes actividades indicadas en la tabla siguiente:

- Dibujar el grafo PERT/CPM
- Determinar la duración esperada del proyecto, así como su varianza esperada.
- ¿Cuál sería la probabilidad de que el proyecto dure menos de 65 días?.

Actividad	T. pesimista	T. probable	T. optimista	Actividad	T. pesimista	T. probable	T. optimista
A	15	12	10	H	15	9	7
B	20	13	10	I	10	6	5
C	17	16	13	J	15	8	7
D	12	8	7	K	16	10	7
E	30	22	18	L	13	10	9
F	19	15	12	M	20	12	10
G	12	9	8	N	8	3	2



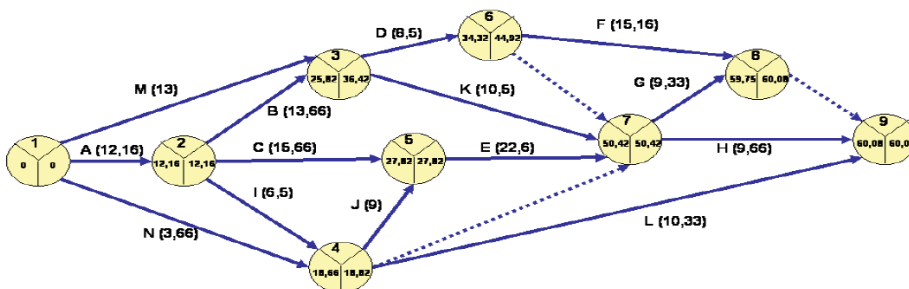
## EJERCICIO 5 Solución

- A partir de las tres estimaciones para cada duración calcularemos la media y varianza de la duración de cada actividad:

Actividad	T. pesimista	T. probable	T. optimista	T.medio	Varianza
A	15	12	10	12,17	0,69
B	20	13	10	13,67	2,78
C	17	16	13	15,67	0,44
D	12	8	7	8,50	0,69
E	30	22	18	22,67	4,00
F	19	15	12	15,17	1,36
G	12	9	8	9,33	0,44
H	15	9	7	9,67	1,78
I	10	6	5	6,50	0,69
J	15	8	7	9,00	1,78
K	16	10	7	10,50	2,25
L	13	10	9	10,33	0,44
M	20	12	10	13,00	2,78
N	8	3	2	3,67	1,00

## EJERCICIO 5: Solución ...

- El siguiente paso sería calcular los tiempos "Early Time" y "Last Time" y las holgas para cada una de las actividades del grafo, tal y como se muestra a continuación:



- Por tanto, la duración esperada del proyecto vendría dada por el "Early Time" del último nodo, por lo que en este caso esa duración será de 60,08 días.

## EJERCICIO 5 Solución ...

- Mientras que la varianza esperada se calculará como la suma de las varianzas de las actividades que forman parte del camino crítico (A-C-E-H):

$$\text{Varianza esperada} = \text{Var (A)} + \text{Var (C)} + \text{Var (E)} + \text{Var (H)} = 0,69 + 0,44 + 4 + 1,77 = 6,9$$

- Con esta información ya podemos calcular la probabilidad de finalizar el proyecto en menos de 65 días, sin más que suponer que la duración del proyecto sigue una distribución normal con media 60,08 y desviación típica 2,62 :

$$P(\text{Duración del proyecto} < 65) = P(z < (65 - 60,08)/2,62) = P(z < 1,87)$$

- Buscando en las tablas de la normal (ver apéndice estadístico) vemos que dicho valor es de: 0,96926.
- Por tanto, la probabilidad de que el proyecto se complete en menos de 65 días sería de más de un 96%.

## EJERCICIO 5 Solución ...

Funcion de Distribucion Normal Estandar F.D. P[Z<z]; z → N(0,1)										
	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,10	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,20	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,30	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,40	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,50	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,60	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,70	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,80	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,90	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,00	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,10	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,20	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,30	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,40	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,50	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,60	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,70	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,80	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,90	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,00	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,10	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,20	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,30	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,40	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,50	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,60	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,70	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,80	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,90	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,00	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900

$$T_{\text{norm}} = (65 - 60,08)/2,62 = 1,87$$

$$P(z < 1,87) = 0,96926 \approx 96,93$$