

# Natural Cubic Spline

Vitor Peres de Brito

Novembro de 2023

## Contents

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Aproximação de Padé</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Eliminação de Gauss</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Geração de Pontos</b>	<b>2</b>
<b>5</b>	<b>Main</b>	<b>2</b>
<b>6</b>	<b>A Interface</b>	<b>3</b>
<b>7</b>	<b>Resultados e Conclusões</b>	<b>3</b>
<b>8</b>	<b>Fontes</b>	<b>6</b>

## 1 Introdução

O EP consiste em realizar uma aproximação de Padé com  $N = 6$  com todas as possibilidades de m e n para as seguintes funções:

$$e^x \cos(x) \sin(x)$$

$$\frac{e^x \sin(x)}{\cos^2(x)}$$

Essas funções foram definidas seguindo as instruções propostas no enunciado, a primeira é igual para os estudos de todos os alunos enquanto a segunda foi uma escolha arbitrária minha que possui alguns resultados interessantes que valem a pena serem discutidos.

## 2 Aproximação de Padé

A aproximação de Padé é uma técnica matemática usada para representar uma função complexa como a razão de dois polinômios. Essa abordagem é frequentemente utilizada em análise numérica e teoria de aproximação para simplificar expressões matemáticas complexas, proporcionando uma representação mais fácil de manipular. Em resumo, a aproximação de Padé é uma ferramenta útil para simplificar e aproximar funções matemáticas complexas. O código para a implementação da aproximação é o descrito nos materiais de aula combinado de um algoritmo de resolução de sistemas para obter todos os coeficientes do polinômio racional, para obtenção das derivadas a biblioteca sympy foi utilizada conforme o sugerido no enunciado.

## 3 Eliminação de Gauss

O algoritmo de resolução escolhido foi o método de eliminação de Gauss que consiste em transformar a matriz ampliada do sistema (matriz dos coeficientes concatenada com a matriz dos termos independentes) em uma forma triangular superior por meio de operações elementares. Esse processo consiste em eliminar gradualmente as incógnitas abaixo da diagonal principal, levando a um sistema equivalente mais simples de resolver. O código implementando encontra-se no módulo `eliminacao_de_gauss.py`, ele contém uma função de resolução de sistemas implementada a mão que utiliza-se apenas de numpy arrays e produtos internos, a função recebe a matriz do sistema e retorna as soluções. Esta função é chamada pelo módulo `pade.py` para resolver o output do algoritmo proposto em aula.

## 4 Geração de Pontos

A geração de pontos foi feita no módulo `generatepoints.py` que consiste em gerar 100 valores de  $x \in [0, 1]$  baseado numa distribuição uniforme a função geradora recebe como parâmetro uma seed que nos ajuda a fixar os pontos para teste e conclusões.

## 5 Main

O modulo principal é responsável pela interface de interação com o usuário, plot dos gráficos e outputs do programa que são: o Erro médio(em módulo), a norma L2 e o erro máximo.

Para rodar o programa basta apenas inicializar `main.py` desde que os outros módulos estejam no mesmo diretório.

## 6 A Interface

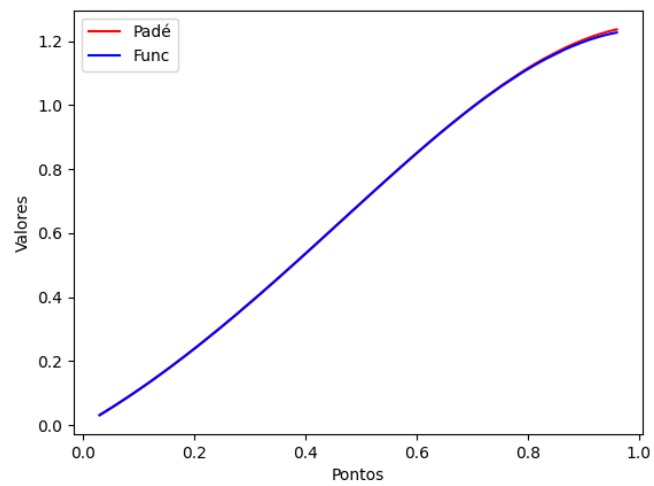
A interface exibirá qual função está sendo aproximada e solicitará ao usuário os valores de  $m$  e  $n$  que deseja utilizar, após os outputs o programa perguntará se deseja continuar ou finalizar a aproximação para aquela função caso deseja continuar basta digitar "s" que poderá escolher outros valores de  $m$  e  $n$  e basta digitar "n" caso queira encerrar o loop.

## 7 Resultados e Conclusões

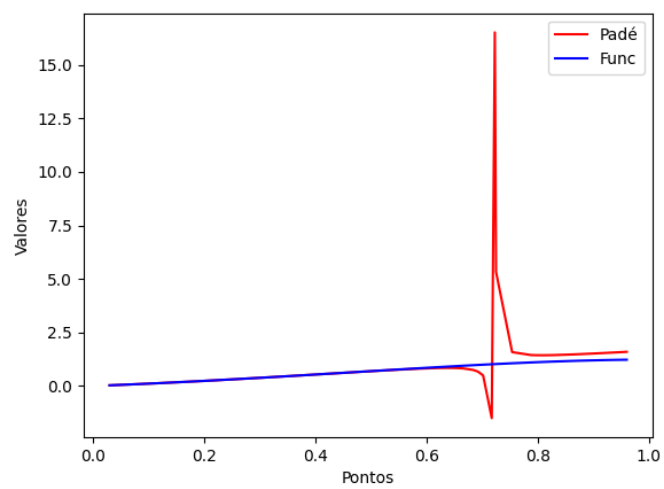
Para a função  $e^x \cos(x) \sin(x)$  a melhor aproximação ocorreu para  $m=2$  e  $n=4$  a seguir uma tabela com todos os erros. Para a função  $e^x \cos(x) \sin(x)$ , a melhor aproximação ocorreu para  $m = 2$  e  $n = 4$ . A seguir, uma tabela com todos os erros:

func 1	erro médio	erro máx	L2
m=1, n=5	3,82E-03	2,65E-02	7,58E-02
m=2, n=4	1,46E-03	9,76E-03	2,86E-02
m=3, n=3	3,31E-01	1,55E+01	1,64E+01
m=4, n=2	9,81E-03	6,76E-02	1,95E-01
m=5, n=1	5,11E-02	3,48E-01	1,00E+00

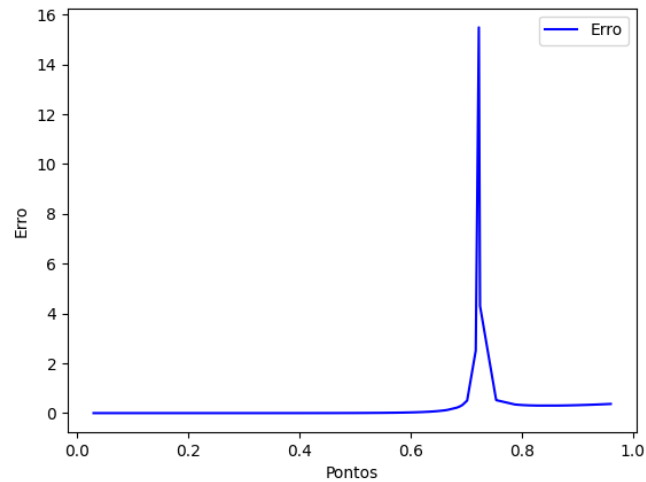
Note que  $m=3$ ,  $n=3$  gerou uma aproximação bem ruim a seguir os gráficos da melhor e da pior escolha dos valores de  $m$  e  $n$ .



**m=2 n=4**



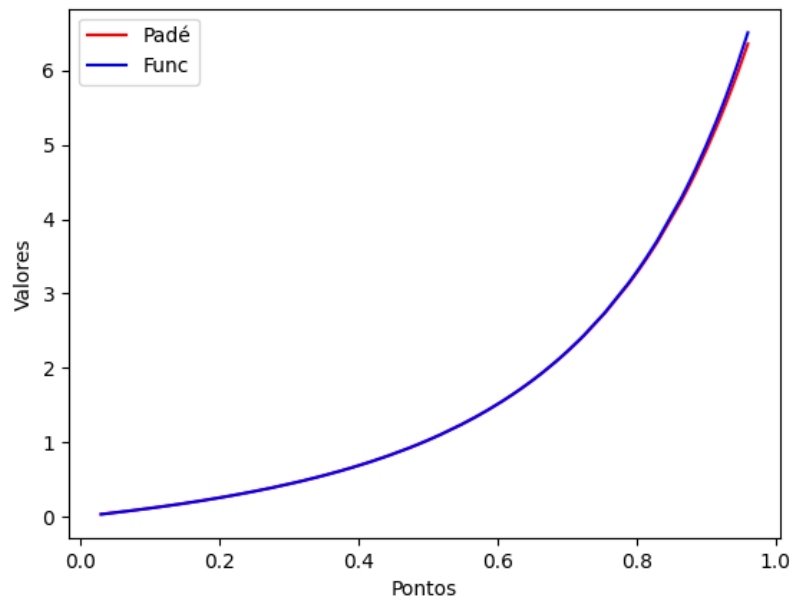
**m=3 n=3**



### função erro para m=3 e n=3

Para a função  $\frac{e^x \sin(x)}{\cos^2(x)}$  não tivemos nenhum erro absurdo mas não diria que foi uma aproximação satisfatória, provavelmente aumentar o grau do polinômio seja uma melhor decisão, a seguir a tabela com os erros e o gráfico da melhor aproximação que ocorre com m=3 e n=3:

func 2	erro médio	erro máx	L2
m=1, n=5	3,94E-02	3,36E-01	8,53E-01
m=2, n=4	1,04E-01	1,10E+00	2,47E+00
m=3, n=3	1,38E-02	1,50E-01	3,34E-01
m=4, n=2	2,43E-01	3,20E+00	6,31E+00
m=5, n=1	1,41E-01	1,71E+00	3,56E+00



## 8 Fontes

Numerical Analysys-Burden

Pade Approximants de George A. Baker, Peter (University Of Bradford)  
Graves-Morris e P.R.Graves- Morris