CentraleSupélec
COURS Système de décision (2022/2023)

Project SDP

Yoan Gabison
Flavien Deseure–Charron
Martin Bridoux

Référent
Vincent Mousseau

Table des matières

1. Présentation du projet

CompuOpti est une entreprise qui emploie des ingénieurs-développeurs pour travailler sur les projets de ses clients. Chaque projet nécessite des compétences spécifiques telles que l'optimisation, la gestion de projet, le développement web, etc. L'affectation du personnel aux projets et leur planification est un enjeu crucial pour CompuOpti. L'objectif est de permettre de planifier efficacement son personnel sur les projets.

Les critères sont multiples :

- Maximiser les bénéfices de l'entreprise (incluant d'éventuelles pénalités),
- Minimiser le nombre de projets affectés du collaborateur avec le plus grand nombre de projets,
- Minimiser la durée de réalisation du projet le plus long.

Dans la constitution du planning, un certain nombre de contraintes sont à respecter :

- Un membre du personnel ne peut être affecté à une qualification d'un projet que s'il possède cette qualification (contrainte de qualification du personnel),
- A tout instant, un membre du personnel ne peut être affecté qu'à un seul projet et qu'à une seule qualification intervenant dans ce projet (contrainte d'unicité de l'affectation quotidienne du personnel),
- Un membre de personnel ne peut pas être affecté à une qualification de projet un jour de congé (contrainte de congé),
- Un projet n'est considéré réalisé que si tous les jours de travail dédiés à chacune des qualifications intervenant dans le projet ont été couverts par des membres du personnel (contrainte de couverture des qualifications du projet),
- Enfin, un projet ne peut être réalisé qu'une fois sur une période de temps donnée (contrainte d'unicité de la réalisation d'un projet),

Ce projet sera constitué de deux parties :

- Développement d'un modèle permettant de calculer la surface des solutions non-dominées du problème d'optimisation multiobjectif,
- Développement un modèle de préférence permettant de discriminer entre les solutions de la surface des solutions non-dominées.

2. Détermination de la surface des solutions non-dominées

2.1 Modélisation

2.1.1 Notations

Notations relatives aux paramètres d'une instance :

- $H = \{1, ..., h\}$ avec, $h \in \mathbb{N} \backslash \{0\}$ horizon de temps,
- $Q = \{1, ..., q\}$ est l'ensemble des qualifications,
- $S = \{1, ..., n\}$ est l'ensemble du personnel,
- Pour $i \in S$, un membre du personnel i est caractérisé par :
  — un sous-ensemble de qualifications $Q_i^S \subseteq Q$,
  — un sous-ensemble de jours de congés $V_i^S \subseteq H$
- $J = \{1, ..., m\}$ est l'ensemble des projets
- Pour $j \in J$, un projet j est caractérisé par :
  — un sous-ensemble de qualifications $Q_j^J \subseteq Q$,
  — des nombres de jours/personnes $n_{j,k} \in \mathbb{N}$ pour chaque qualification d'intérêt $k \in Q_j^J$
  — un gain $g_i \in \mathbb{N}$ obtenu si le projet est accompli
  — une pénalité financière par journée de retard $c_j \in \mathbb{N}$.
  — une date d'échéance $d_j \in H$

2.1.2 Variables

- $X_{i,j,k,t} \in \{0, 1\}$ vaut 1 si la personne i réalise une qualification q pour le projet j pendant la journée t, 0 sinon, pour $i \in S$, $j \in J$, $k \in Q$, $t \in H$.
- $Y_j \in \{0, 1\}$ vaut 1 si le projet j est réalisé totalement, 0 sinon, $j \in J$
- $L_j \in \mathbb{N}$ nombre de jours de retard pour le projet $j \in J$
- $E_j \in H$ date de fin de réalisation du projet $j \in J$
- $B_j \in H$ date de début de réalisation du projet $j \in J$

- $Z_{i,j} \in \{0, 1\}$ vaut 1 si la personne i a travaillé sur le projet j, 0 sinon, pour $i \in S$, $j \in J$.

2.1.3 Fonctions objectifs

- Maximiser le bénéfice total de l'entreprise

$$Maximize(\sum_{j \in J}(Y_j \times g_j - L_j \times c_j))$$

- Minimiser le nombre de projets affectés du collaborateur avec le plus grand nombre de projets

$$Minimize(max(\sum_{j \in J} Z_{i,j}) \ \ \forall i \in S)$$

- Minimiser la durée de réalisation du projet le plus long

$$Minimize(max(E_j - B_j) \ \ \forall j \in J)$$

2.1.4 Constantes

Constantes rajoutées pour la conversion du problème multiobjectif en problème mono-objectif en transformant les deux fonctions objectifs de minimisation en contraintes.

- $max\_number\_project\_per\_employee$ qui correspond au nombre de projets maximum pouvant être affecté à un collaborateur
- $max\_duration\_project$ qui correspond à la durée de réalisation maximum d'un projet

2.1.5 Contraintes

- Contrainte d'unicité de l'affectation quotidienne du personnel

$$\sum_{\substack{j \in J \\ k \in Q}} X_{i,j,k,t} \leq 1 \quad \forall i \in S, \forall t \in H$$

- Contrainte de congés

$$\sum_{\substack{j \in J \\ k \in Q}} X_{i,j,k,t} = 0 \quad \forall i \in S, \forall t \in V_i$$

- Contrainte de qualification du personnel

$$X_{i,j,k,t} = 0 \quad \forall i \in S, \forall j \in J, \forall k \in Q \mid k \notin Q_i^S \vee k \notin Q_j^J, \forall t \in H$$

- Contraintes de couverture des qualifications du projet
  - Les jours travaillés doivent être supérieurs ou égaux au nombre de jours requis pour l'exécution du travail.

$$Y_j \times n_{j,k} \leq \sum_{\substack{i \in S \\ t \in H}} X_{i,j,k,t} \quad \forall\, j \in J,\, \forall\, k \in Q_j^J$$

  - Les jours travaillés par qualification doivent être inférieurs ou égaux aux jours requis.

$$\sum_{\substack{i \in S \\ t \in H}} X_{i,j,k,t} \leq n_{j,k} \quad \forall\, j \in J,\, \forall\, k \in Q_j^J$$

- Contraintes sur les pénalités
  - Contrainte pour le calcul la date de fin d'un projet

$$X_{i,j,k,t} \times t \leq E_j \quad \forall\, i \in S,\, \forall\, j \in J,\, \forall\, k \in Q,\, \forall\, t \in H$$

  - Contrainte pour le calcul des pénalités

$$E_j - d_j \leq L_j \quad \forall\, J \in J$$

- **Contraintes pour l'intégration des deux fonctions objectifs :**
  - Minimiser le nombre de projets affectés du collaborateur avec le plus grand nombre de projets
    - Contraintes de liaison des variables Z et X

$$Z_{i,j} \leq \sum_{\substack{t \in H \\ k \in Q}} X_{i,j,k,t} \quad \forall\, i \in S,\, \forall\, j \in J$$

$$X_{i,j,k,t} \leq Z_{i,j} \quad \forall\, i \in S,\, \forall\, j \in J,\, \forall\, k \in Q,\, \forall\, t \in H$$

    - Contrainte représentant la fonction objectif

$$\sum_{j \in J} Z_{i,j} \leq max\_number\_project\_per\_employee \quad \forall\, i \in S$$

  - Minimiser la durée de réalisation du projet le plus long
    - Contrainte pour le calcul de la date de début du projet

$$B_j \times X_{i,j,k,t} \leq t \quad \forall\, i \in S,\, \forall\, j \in J,\, \forall\, k \in Q,\, \forall\, t \in H$$

    - Contrainte représentant la fonction objectif

$$E_j - B_j \leq max\_duration\_project - 1 \quad \forall\, J \in J$$

2.2 Résultats

2.2.1 Jeux de données small

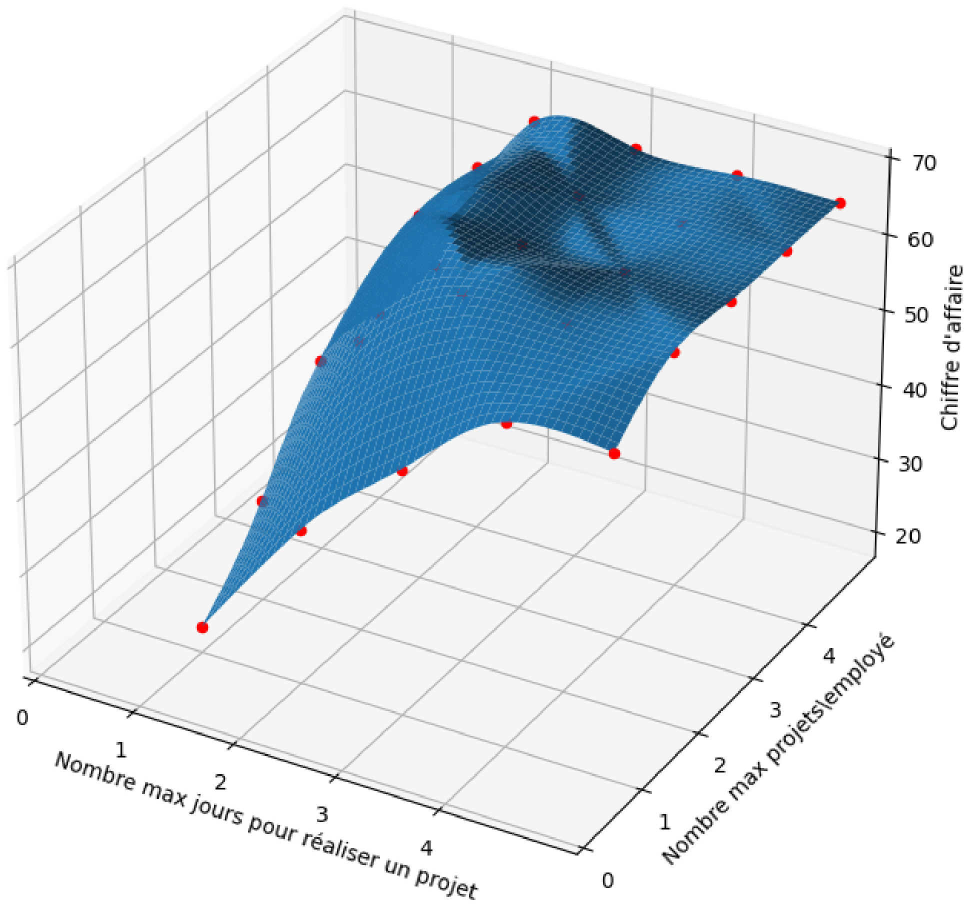

Figure 2.1 – Pareto Surface pour le jeux de données small

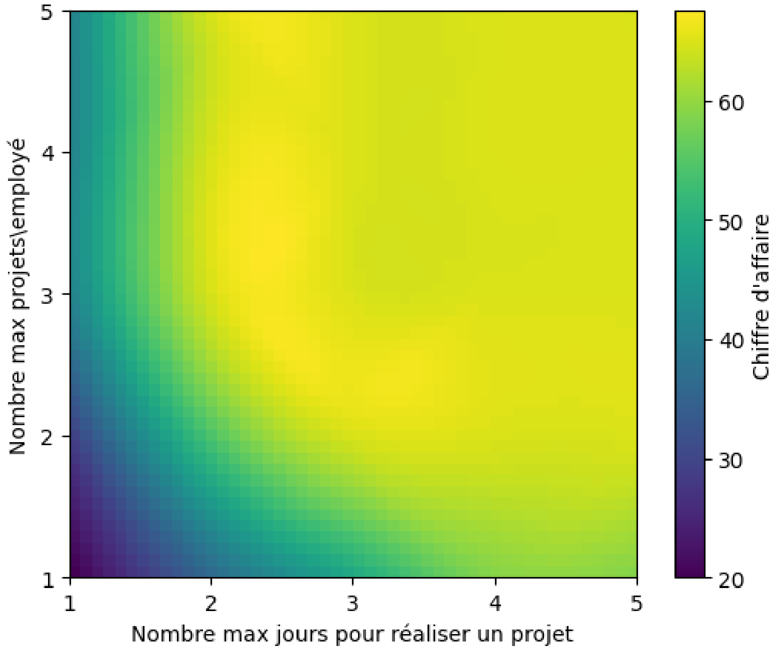

FIGURE 2.2 – Heatmap Pareto Surface pour le jeux de données small

2.2.2 Jeux de données medium

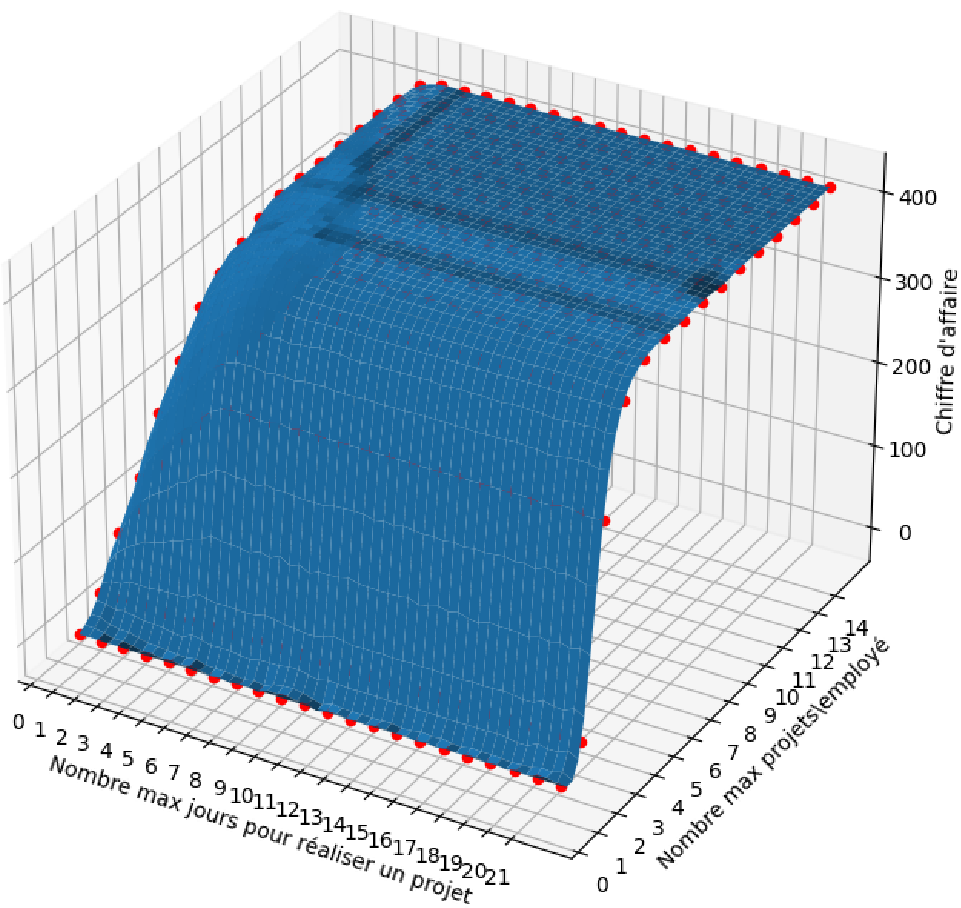

Figure 2.3 – Pareto Surface pour le jeux de données medium

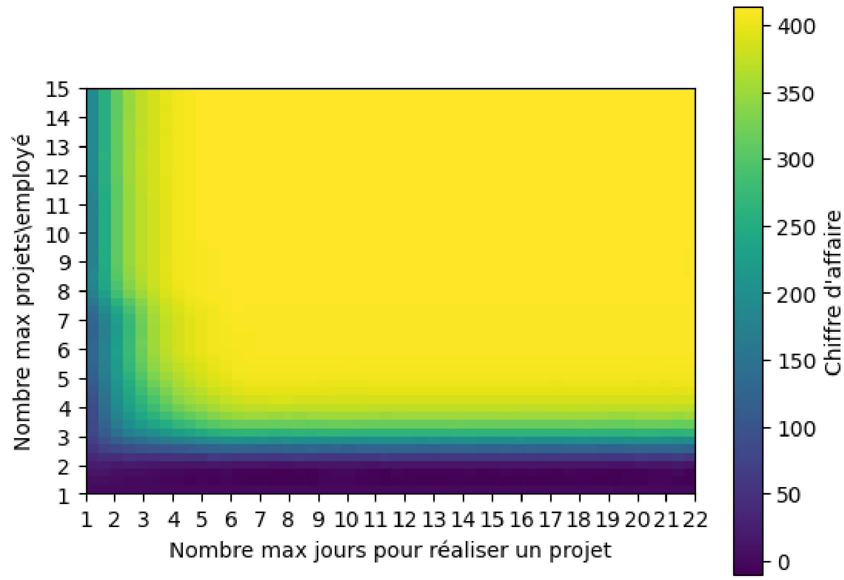

Figure 2.4 – Heatmap Pareto Surface pour le jeux de données medium

2.2.3 Jeux de données large

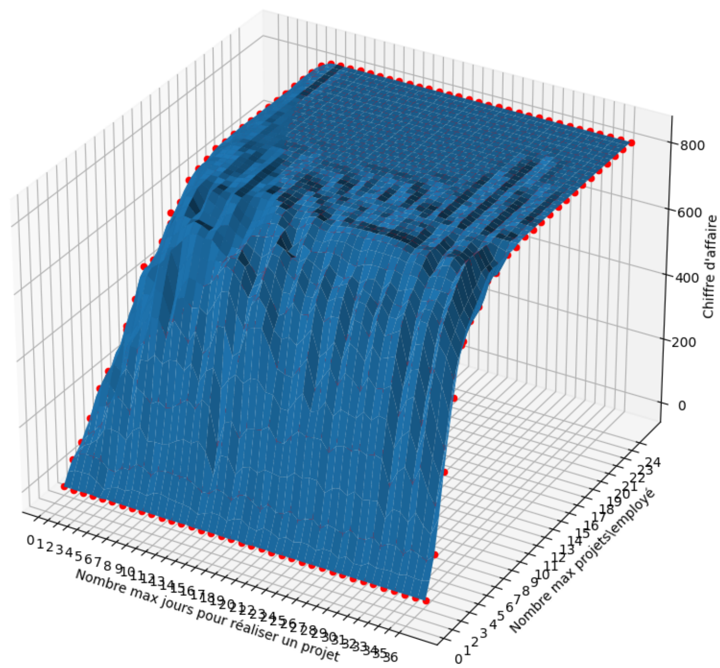

FIGURE 2.5 – Pareto Surface pour le jeux de données small

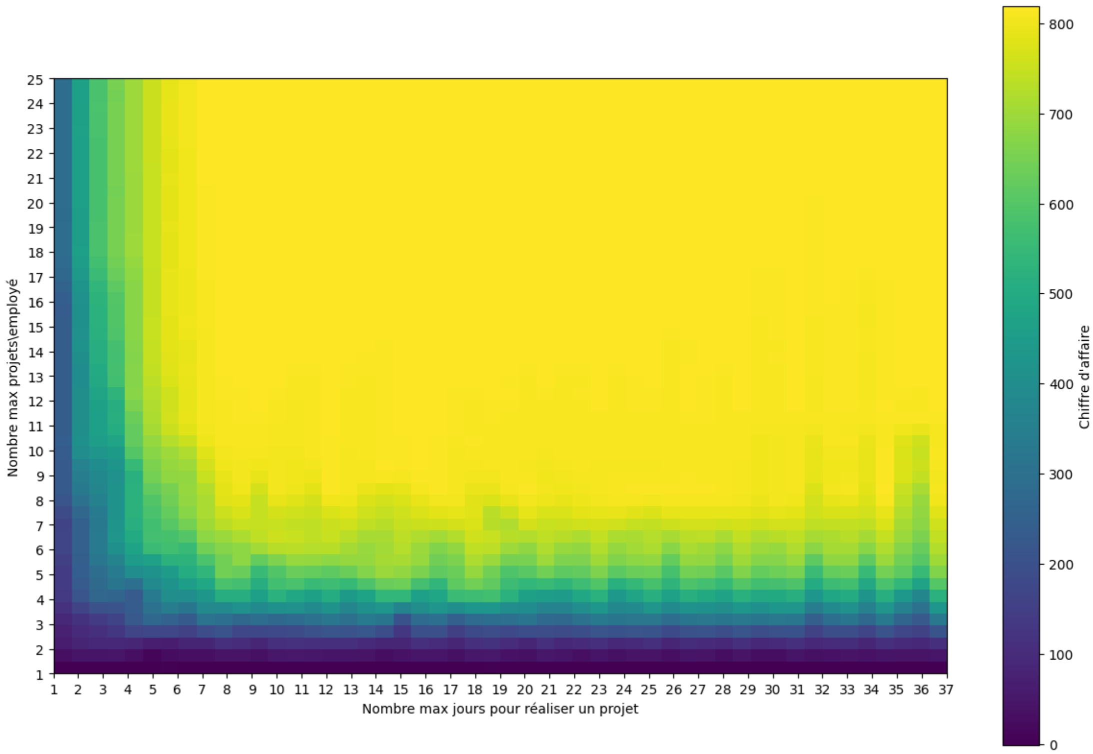

FIGURE 2.6 – Heatmap Pareto Surface pour le jeux de données small

3. Discrimination entre les solutions de la surface de Pareto

3.1 Modélisation

L'objectif est de catégoriser nos solutions non-dominées (emplois du temps) en trois classes :

- Satisfaisante
- Correcte
- Inacceptable

Pour ce faire, nous allons déterminer une fonction qui attribuera un score pour chaque emploi du temps et faire correspondre ce score à nos trois classes. Nous avons fait le choix d'une somme pondérée afin de diminuer la complexité algorithmique.

Nous allons déterminer les poids en prenant un compte un classement d'un sous ensemble des emplois du temps déterminé par nos soins.

3.1.1 Notations

Notations relatives aux paramètres d'un emploi du temps :

- $H = \{1, ..., h\}$ avec, $h \in \mathbb{N} \backslash \{0\}$ horizon de temps,
  - — un nombre maximum de jours e_0 pour réaliser un projet $n \in H$
  - — un nombre maximum de projet surlequel un employé peut être affecté $e_1 \in \mathbb{N}$
  - — un gain $e_2 \in \mathbb{N}$ obtenu

3.1.2 Variables

- $W_i \in [0, 1]$ le poids du i^{eme} paramètre dans la somme pondéré du score
- $d_j^+ \in [0, 1]$ l'erreur du sur-estimation du j^{eme} emploi du temps
- $d_j^- \in [0, 1]$ l'erreur du sous-estimation du j^{eme} emploi du temps

3.1.3 Fonction de score

$$s(e) = \frac{\sum_{i \in \{0,1,2\}} W_i \times e_i}{max(e)} - d_e^+ + d_e^- \quad \forall\, e \in E$$

3.1.4 Fonction objectif

$$Maximize(\sum_{e \in E} d_e^+ + d_e^-)$$

3.1.5 Contraintes

- Normalisation

$$\sum_{i \in \{0,1,2\}} W_i = 1$$

- Contraintes liés aux classes qui correspondent au classement donné par l'utilisateur :
  - Classe **Satisfaisante**
    Pour $e \in E, \quad s(e) \geq \frac{2}{3}$
  - Classe **Correcte**
    Pour $e \in E, \quad s(e) \leq \frac{2}{3}, \quad s(e) \geq \frac{1}{3}$
  - Classe **Inacceptable**
    Pour $e \in E, \quad s(e) \leq \frac{1}{3}$

3.2 Résultats

3.2.1 Jeux de données small

	Day	NbProject	Price	score	status
0	5.0	5.0	65.0	0.333333	Inacceptable
1	5.0	4.0	65.0	0.333333	Inacceptable
2	5.0	3.0	65.0	0.338753	Correcte
3	5.0	2.0	65.0	0.333333	Inacceptable
4	5.0	1.0	59.0	0.331220	Inacceptable
5	4.0	5.0	65.0	0.333333	Inacceptable
6	4.0	4.0	65.0	0.333333	Inacceptable
7	4.0	3.0	65.0	0.333333	Inacceptable
8	4.0	2.0	65.0	0.327913	Inacceptable
9	4.0	1.0	59.0	0.325249	Inacceptable
10	3.0	5.0	65.0	0.338753	Correcte
11	3.0	4.0	65.0	0.333333	Inacceptable
12	3.0	3.0	65.0	0.327913	Inacceptable
13	3.0	2.0	65.0	0.666667	Correcte
14	3.0	1.0	49.0	0.324152	Inacceptable
15	2.0	5.0	65.0	0.333333	Inacceptable
16	2.0	4.0	65.0	0.327913	Inacceptable
17	2.0	3.0	65.0	0.666667	Satisfaisante

FIGURE 3.1 – Score et classification pour le jeux de données small

3.2.2 Jeux de données medium

	Day	NbProject	Price	score	status
0	22.0	15.0	413.0	0.333333	Inacceptable
1	22.0	14.0	413.0	0.333333	Inacceptable
2	22.0	13.0	413.0	0.341564	Correcte
3	22.0	12.0	413.0	0.339918	Correcte
4	22.0	11.0	413.0	0.338272	Correcte
5	22.0	10.0	413.0	0.336626	Correcte
6	22.0	9.0	411.0	0.335052	Correcte
7	22.0	8.0	413.0	0.333333	Inacceptable
8	22.0	7.0	411.0	0.331743	Inacceptable
9	22.0	6.0	411.0	0.330089	Inacceptable
10	22.0	5.0	406.0	0.328537	Inacceptable
11	22.0	4.0	380.0	0.327321	Inacceptable
12	22.0	3.0	265.0	0.327861	Inacceptable
13	22.0	2.0	30.0	0.365487	Correcte
14	22.0	1.0	-0.0	0.030902	Inacceptable
15	21.0	15.0	413.0	0.344856	Correcte
16	21.0	14.0	413.0	0.343210	Correcte

FIGURE 3.2 – Score et classification pour le jeux de données small

3.2.3 Jeux de données large

	Day	NbProject	Price	score	status
0	37.0	25.0	817.0	0.347827	Correcte
1	37.0	24.0	817.0	0.333333	Inacceptable
2	37.0	23.0	817.0	0.346180	Correcte
3	37.0	22.0	817.0	0.345357	Correcte
4	37.0	21.0	817.0	0.344534	Correcte
5	37.0	20.0	817.0	0.343710	Correcte
6	37.0	19.0	817.0	0.342887	Correcte
7	37.0	18.0	817.0	0.342063	Correcte
8	37.0	17.0	817.0	0.341240	Correcte
9	37.0	16.0	817.0	0.340416	Correcte
10	37.0	15.0	817.0	0.339593	Correcte
11	37.0	14.0	817.0	0.338769	Correcte
12	37.0	13.0	817.0	0.337946	Correcte
13	37.0	12.0	817.0	0.337122	Correcte
14	37.0	11.0	810.0	0.336377	Correcte
15	37.0	10.0	810.0	0.335547	Correcte
16	37.0	9.0	806.0	0.334753	Correcte

FIGURE 3.3 – Score et classification pour le jeux de données small