

Complexité basique:

- 1) L'algo énumère toutes les solutions une fois et il ne peut pas avoir une complexité plus grande que le nombre de solutions.

Soit : $O(wh^n)$

- 2) La factorielle apparaît si on considère que, quand l'annonceur 1 a été placé, on a, dans le pire case, une case de moins pour l'annonceur 2. Donc wh possibilité pour l'annonceur 1 ; $wh - 1$ pour l'annonceur 2, $wh - 2$ pour l'annonceur 3,...

Soit : $wh * (wh - 1) * (wh - 2) * (...) * (wh - n) = O((wh)! / n!)$

- 3) on peut dire encore mieux :

Soit : $wh * (wh - w1h1) * (w2 - w1h1 - w2h2) * (...) * (wh - \sum w_i h_i)$

(mais c'est plus difficile à formuler avec une fonction simple donc je ne vais pas élaborer plus cette méthode)

Complexité ou on prends en compte que l'annonceur 1 peut ne pas être placé :

Pour **$O(wh^n)$** c'est facile, cela signifie que chaque annonceur a wh possibilités.

Donc il suffit de dire que l'annonceur a maintenant $(wh+1)$ possibilités pour prendre en compte le cas où il n'est pas placé. ça nous donne simplement **$O((wh+1)^n)$** .

Pour **$O((wh)! / n!)$** il suffit de dénombrer les cas manquants et les ajoutés à la précédente équation. On va par tâtonnement faire pour $n=2$ et $n=3$.

pour $n=2$: $(wh)*(wh-1) + 1*wh$

à gauche de l'addition : les cas où on place l'annonceur 1 (vu précédemment)

à droite : les cas où on ne place pas a_1 ("1" car a_1 a une seule possibilité, ne pas être placé puis wh car wh possibilité pour a_2)

$n=3$: $(wh)*(wh-1)*(wh-2) + 1*wh*(wh-1)$

Complexité ou on prends en compte que l'annonceur 1 et l'annonceur 2 et l'annonceur 3 peut ne pas être placés :

Pour $n = 2$: $(wh)*(wh-1) + 1*wh + 1*1 + wh*1$

quand on place a_1 et a_2

quand on place pas a_1 mais pas a_2

quand on place ni a_1 ni a_2

quand on place a_1 mais pas a_2

Pour $n = 3$: $(wh)^*(wh-1)^*(wh-2) + 1*wh^*(wh-1) + 1*1*(wh) + (wh)^*1*(wh-1) + 1*1*1 + (wh)^*1*1 + (wh)^*(wh-1)*1 + 1*(wh)^*1$

(même idée)

Une formule de récurrence apparaît :

Pour $n = 2$, $P_2 = (wh)^*(wh-1) + 1*wh + 1*1 + wh*1 = wh * wh + 1 * (wh + 1) = wh^2 + wh + 1$

Pour $n = 3$,

$P_3 = (wh)^*(wh-1)^*(wh-2) + 1*wh^*(wh-1) + 1*1*(wh) + (wh)^*1*(wh-1) + 1*1*1 + (wh)^*1*1 + (wh)^*(wh-1)*1 + 1*(wh)^*1$

$= wh * (wh - 1) * (wh - 1) + 1 * wh * wh + wh * 1 * wh + 1 * 1 * (wh + 1)$

$= wh * ((wh - 1)^2 + wh) + 1 * (wh^2 + wh + 1)$

$= wh * (wh^2 - 2wh + 1 + wh) + wh^2 + wh + 1 = wh * (P_2 - 2wh) + P_2$

$= wh^3 - wh^2 + wh + wh^2 + wh + 1$

$= wh^3 + 2wh + 1$

On peut peut-être prouver que pour n annonceurs, on a un polynome $P_n = O(wh^n)$

Dans le calcul de $n = 3$, il y a une ligne où on retrouve plusieurs fois le polynome P_2

$P_3 = wh * (wh^2 - 2wh + 1 + wh) + wh^2 + wh + 1 = wh * (P_2 - 2wh) + P_2$

Donc on peut en déduire que : $P_{n+1} = wh^{(n+1)} - wh^n + wh + P_n$

On essaye entre P_1 et P_2 :

$P_1 = wh + 1$

On remplace P_1 dans P_2 avec la Formule de P_{n+1} :

$P_2 = wh^2 - wh + wh + (wh + 1) = wh^2 + wh + 1$

on remarque que ça fonctionne avec P_1 et P_2 aussi donc on va essayer de prouver cette formule.