

**פתרונות:**

**שאלה 1 א.**

צריך לחשב את התנאי של טבעת דקה ברדיוס  $R$ , שמסתובבת עם זמן מהזור  $T$  ושוקלת  $m$ .  
בפתרון הרשמי הם פותרים את זה بصورة קצרה לאינטואיטיבית, הם לוקחים את התנאי של מסה נקודתית, עושים את החלפה:

$$v = \omega R = 2\pi f R = \frac{2\pi R}{T}$$

מציבים בנוסחה עבור תנאי נקודתי:

$$L = mvR = \frac{2\pi m R^2}{T}$$

וזו התשובה.

אני רוצה להראות דרך כיצד יותר מרכיבת אבל היא מתאימה למגוון רחב יותר של צורות.  
נניח שהtan'ז של קטע אינטיפיסימלי בטבעת שווה ל  $dL = dm v$ .

נתנו לכתוב את  $dm$  כ-  $dm = \rho dl$ , והוא הצעה הצפיפות של הטבעת -  $\rho = \frac{m}{2\pi R}$ . זה כמוובן קטע אינפיטיסימלי בטבעת שניינו לכטוב כ-  $dl = Rd\theta$ .

מכאן שהtan'ז עבור קטע קטן בטבעת הוא (עם  $v$  שמצוינו קודם):

$$dL = \frac{m}{2\pi R} \frac{2\pi R}{T} R^2 d\theta$$

נותר לקחת את האינטגרל על פני כל הטבעת וקיבלנו את התשובה:

$$L = \frac{m}{2\pi R} \frac{2\pi R}{T} R^2 \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2\pi m R^2}{T}$$

**ב.** המומנט המגנטי  $M$  מוגדר כ-  $M = IA$ , כאשר  $A$  השטח פנים שהמעגל שעליו הטבעת נמצא.

$$I = Qf = \frac{Q}{T}$$

$$M = \frac{Q}{T} \pi R^2$$

.ג

$$\alpha = \frac{M}{L} = \frac{Q}{2m}$$

.ד  
 $\alpha$  תלוי רק ב-  $Q$  ו-  $m$ , ולא בתכונות הגיאומטריות שלו. לכן ההיחס פרופורציה של כדור יהיה ליחס שמצוינו בג'.

.2

בסעיפים א'-ג' מדובר על אפקט קומפטון למרות שלא אומרים את זה באופן מפורש. אפקט קומפטון מדבר על השינוי באורך גל של פוטון שפוגע בגוש חומר מסוים. אבל הנוסחאות שבעזרתן מחשבים את השינוי באורך גל מגוונות משימור אנרגיה וシימור תנע שבין ההנחה היא שהאלקטרון חופשי (לא בתוך חומר) ובמנוחה. אם האנרגיה של הפוטון גבוהה מאוד, כמו בקרני-X, והאנרגיה שקשורה את האלקטרון לאטום זיניות באופן יחסי, ניתן להניח שהאלקטרון במנוחה וחופשי.

א נתנו:

$$\lambda(\theta) = 1.1\lambda_0$$

נציב ב:

$$\begin{aligned}\lambda(\theta) - \lambda_0 &= \frac{h}{m_e c} (1 - \cos(\theta)) \Big|_{\theta=\pi} \\ \lambda_0 &= \frac{2h}{0.1m_e c} = 0.0486 \text{ nm} = 0.4861 \text{ \AA}\end{aligned}$$

ב. האנרגיה המקסימלית שהאלקטרון "הרוייח" היא האנרגיה שהפוטון איבד:

$$E = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda(\theta)} = \frac{hc}{\lambda_0} \left(1 - \frac{1}{1.1}\right) = 2.32 \text{ keV}$$

.3

אורך גל דה ברולי של האלקטרון הוא :

$$\lambda = \frac{h}{p}; \quad E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2m_e E}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e E}} = 0.2551 \text{ \AA}$$

.4

הניסוח פה נראה מבלבל, כשהאומרים עקיפה חושבים בד"כ על קרן שעברה בתחום חומר מסוים ויצאה מהצד השני שלו (בערך כמו ניסוי יאנג). בעקיפה בגביש הכוונה היא שהקרן חדרה את השכבה הראשונה של האטומים ובין השכבה הראשונה לשניה יש התאבכות. הקרן מוחזרת משכבה השנייה של האטומים לשכבה הראשונה והחוצה ממנה וזה בעצם החזרה בגביש.

מעבר החזרה בגביש:

$$2d \sin \phi = n\lambda$$

$$d = \frac{0.486 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 1 \cdot \sin(15^\circ)} = 0.094 \text{ nm}$$

.5

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{2d}$$

$$n = 1 \Rightarrow \theta = 15^\circ$$

$$n = 2 \Rightarrow \theta = 31^\circ$$

$$n = 3 \Rightarrow \theta = 51^\circ$$

ו. האנרגיה של האלקטרון תלוייה מן הסתם באורך גל שלו. אומרים שימושים באותו גביש כמו בסעיף ד', ומתקבלים עקיפה עם החזרה מקסימלית באותה זווית כמו סעיף ד'. ככלומר האורך גל חייב להיות זהה לבעה בסעיף ד', וזה בעצם האורך גל שיחסבונו בסעיף א'.

$$\lambda_0 = 0.4861 \text{ \AA}$$

את האנרגיה של האלקטרון אפשר למצוא בעזרה:

$$E = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{h^2}{2m_e \lambda^2} = 652.9 \text{ ev}$$

נבדוק האם יש צורך לחשב את האנרגיה היחסותית של האלקטרון. האנרגיית מנוחה של אלקטרון יחסותי היא  $\text{GeV}$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{652.9}{512000} = 0.128\%$$

נמצא בהרבה מ 10% ולכן אין צורך באנרגיה ייחסותית.

שאלה 3.  
א.

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = 3 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

$$\lambda_f = \lambda_0 + A(1 - \cos \theta)|_{\theta=\pi} = 1 \cdot 10^{-10} + 2 \cdot 0.00243 \text{ nm} = 1.0491 \text{ \AA}$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda_f} = 2.86 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

ב. (i) לפי שימור תנע, אם כל התנוע המקורי של הפוטון בכיוון  $\hat{x}$ , אז כל התנוע הסופי שלו יהיה בכיוון  $\hat{x}$ . אם לאלקטרון תנע המקורי, אז לאחר מכן תנע שלו יהיה רק בכיוון  $\hat{x}$ . (ii)

$$h\nu_0 + m_e c^2 = h\nu + \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

(iii)

$$\frac{h}{c}\nu_0 + 0 = -\frac{h}{c}\nu + \frac{m_e v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

ג. מהמשועה לשימור אנרגיה:

$$\frac{h(\nu_0 - \nu) + m_e c^2}{m_e c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$v^2/c^2 = 1 - \frac{m_e^2 c^4}{(h(\nu_0 - \nu) + m_e c^2)^2}$$

$$v = 1.42 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.047 \text{ c}$$

.4

$$-\frac{h}{c}(\nu + \nu_0) + \frac{m_e v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = -1.295 \cdot 10^{-23} + 1.295 \cdot 10^{-23} = 0$$

שאלה 4.

א. נחשב את  $r_n$  באותה צורה שחישבו בספר:

$$E = \frac{-ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow E = E_p + \frac{1}{2}|E_p|$$

$$E = -\frac{ze^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

תנאי הקוונטיציה הוא:  $L = mvr = \hbar n$ 

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{ze^2}{8\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow v = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar b}$$

$$r_n = \frac{\hbar n}{mv} = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{z\pi m_e e^2}$$

.5.

$$E = \frac{-ze^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} = \frac{-z^2 e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} \Big|_{z=2} = -\frac{1}{n^2} \frac{e^4 m_e}{2\epsilon_0^2 h^2}$$

.6.

$$E_{n_2 \rightarrow n_1} = E_{n_2} - E_{n_1} = hf = h \frac{c}{\lambda}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{z^2 e^4 m}{8\epsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n_2^1} - \frac{1}{n_1^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \underbrace{\frac{z^2 e^4 m}{8\epsilon_0^2 h^3 c}}_{R'_\infty} \left( \frac{1}{n_2^1} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

אפשר לחשב גםigan את המסה המצוומצמת של המערכת, אבל היא שווה ל-  $m' = 0.9998m_e$ . קבוע RIDBRG שווה ל-  $R_\infty = \frac{m' e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = \frac{0.99945 m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$ .

$$\frac{R'_\infty}{R_\infty} = Z^2 \Rightarrow R'_\infty \Big|_{z=4} = 4R_\infty = 4.3895 \cdot 10^7$$

.7. עברו אורק הגל הראשון בסדרת לימן:

$$\frac{1}{\lambda} = R'_\infty \left( 1 - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda = 30.4 \text{ nm}$$

ואורק הגל של הקו הראשון בסדרת פאשן הוא:

$$\frac{1}{\lambda} = R'_\infty \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) \Rightarrow \lambda = 468.7 \text{ nm}$$

## שאלה 5

א.+ב. נפתר את השאלה באותה הצורה כמו בשאלת הקודמת, נמצא ביטוי לאנרגיה הכוללת שתלו依 רק ב- $r$ , נשווה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית ונמצא את  $r_n$  בעזרת תנאי הקונטיזציה:

$$\begin{aligned} E_T &= \underbrace{\frac{1}{2}kr^2}_{E_p} + \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{E_k} \\ F_r : -kr &= ma_r = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow -kr = mv^2 \\ E_k &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}| -kr | = \frac{1}{2}kr = |E_p| \\ E_T &= 2E_p = kr^2 \end{aligned}$$

נשתמש בתנאי הקונטיזציה:

$$L = mvr = n\hbar \Rightarrow r = \frac{n\hbar}{mv}$$

$$\begin{aligned} E_p &= E_k \\ kr^2 &= mv^2 = \frac{n^2\hbar^2}{mr^2} \\ \Rightarrow r_n^4 &= \frac{n^2\hbar^2}{mk} = \frac{n^2\hbar^2}{m^2\omega^2} \end{aligned}$$

$$E_n = kr_n^2 = k \frac{n\hbar}{\sqrt{mk}} = \omega n\hbar$$

. אם האור היה נפלט כתוצאה ממוליכת עם פוטנציאל הרמוני, אורך הגל שהיינו מקבלים היו:

$$\begin{aligned} \frac{hc}{\lambda} &= \Delta E = \omega\hbar(n_f - n_i) \\ \lambda &= \frac{2\pi c}{\omega(n_f - n_i)} \end{aligned}$$

אבל אנחנו ידעים שאורך הגל של האור שנקלט מאטום מימן נתונים ע"י הביטוי שקיבלנו בשאלה 4. ז"א שכן, ניתן להבדיל ע"י בחינה של האור הנפלט.

**שאלה 6. א.** רוחב הסדקים: 3 cm  
המרווק בין הסדקים: 2.5 cm  
 $\theta_1 = 26^\circ$

$$n\lambda = d \sin \theta_n \quad (1)$$

$$\lambda = d \sin \theta_1 = 5.5 \cdot 10^{-2} \sin(26^\circ) = 2.41 \text{ cm} \quad (2)$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = 1.244 \cdot 10^{10} \text{ Hz} \quad (3)$$

*d* מייצג את הרוחב בין מרכז הנקודות ושווה לרוחב הסדקים + המרווח בין הסדקים.  
גלי מיקרו נמצאים בטווח  $m(10^{-1} - 10^{-3})$ .  $\lambda$  שמצאנו נמצא בטווח זהה.

.ב.

רוחב הסדקים: 0.06 mm  
מרווק בין הסדקים: 0.28 mm  
 $d = 0.06 \text{ mm} + 0.28 \text{ mm} = 0.34 \text{ mm}$

- חצי רוחב המסך (כלומר מסדר 0 של הליזר, עד לנקודה שבה נמדד המרווח בין המסך למשדר) שווה ל 13.5 cm (לפי הדף מילימטר).

- המרווח בין המשדר למסך שווה ל  $D = \sqrt{140^2 - 13.5^2} \text{ cm}$ .  
- סינוס הזווית בין המשדר לשדר השני של הליזר שווה ל-  $\sin \varphi = \frac{0.55}{\sqrt{140^2 - 13.5^2}}$ .

של מסך.

- נחשב את  $\lambda$  לפי  $\lambda = d \sin \varphi$

.ג.

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}d \sin \varphi = \frac{1}{2}0.34 \text{ mm} \frac{0.55}{\sqrt{140^2 - 13.5^2}} = 671 \text{ nm} \quad (4)$$

אור באורך גל בטווח nm (600 – 700) יהיה צבע כתום-אדום ומתאים לאור גל שמצאנו

.ה.

$$\frac{h}{e} = \frac{\Delta V}{\Delta f} = \frac{-0.34 + 0.76}{4.72 - 5.56} = -5 \cdot 10^{-15} \quad (5)$$

$$\frac{e}{h} = -2 \cdot 10^{-14} \quad \left[ \frac{e}{h} \right] = V^{-1}s^{-1} \quad (6)$$

$$V(f) = -\frac{1}{2}f + \frac{\Phi}{e} \quad (7)$$

$$\frac{\Phi}{e} = -0.76 + \frac{1}{2} \cdot 5.56 = 2.02 \quad (8)$$

לשני צידי המשוואה יש את אותן יחידות, לכן: volt

$$\Phi = 2.02 \text{ eV} \quad (9)$$

.ט.

הערך התיאורי של  $\frac{e}{h}$  שווה ל-  $2.418 \cdot 10^{14} \text{ V}^{-1}\text{s}^{-1}$  והסתדריה שווה ל-

$$\text{Error} = \left| \frac{2 - 2.418}{2.418} \right| \cdot 100 = 17.3\% \quad (10)$$

היה ניתן להעלות את כמות הדגימות ובכך להקטין את הטווח טעות.

.ט.

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e e V}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{ev}{2m_e c^2}}} = 0.0274 \text{ nm} \quad (11)$$

נניח קירוב זווית קטנות לנוסחא הבאה:

$$\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \approx 1 \quad \Rightarrow \quad a \approx \frac{\lambda}{2} \quad (12)$$

המרכיב  $a$  בין שכבות הגביש הוא מסדר גודל nm . 0.01