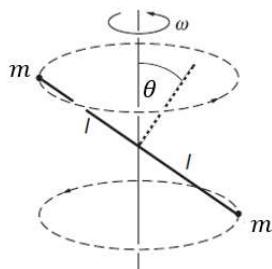


מטלה מנהה (ממ"א) 03

קורס: מכנית אנליטית 20422

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4+5 (חוץ מ-5.8 ו-5.9)

שאלה 1



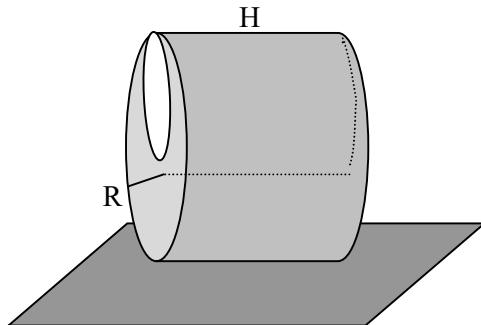
נתון מוט חסר מסה שאורכו ℓ ובכל אחד מקצתו מסה נקודתית m . המוט מאולץ להסתובב בתדרות זוויתית קבועה ω סיבוב ציר העובר דרך מרכזו ויוצר עם המוט זווית קבועה θ .

בחרו 2 מערכות ציריים:

1. מערכת אינרציאלית S שבה ציר הסיבוב הוא ציר z ומישור yx ניצב לו. ברגע $t = 0$ המוט נמצא במישור zx .
2. מערכת \bar{S} המסתובבת עם המוט שבה ציר \bar{z} מתלכד עם ציר z בכל זמן וציריים \bar{x}, \bar{y} מתלכדים עם הציריים yx בזמן $t = 0$.
 - א. חשבו את רכיבי טנזור ההתמדה I במערכת \bar{S} .
 - ב. חשבו את הערכיים העצמיים של I . הסבירו מה קיבלתם.
 - ג. מצאו את וקטור התנוע הזוויתי במערכת \bar{S} המסתובבת עם המוט.
 - ד. מצאו את וקטור התנוע הזוויתי במערכת האינרציאלית S .

שאלה 2

בגליל ברדיוס $R = 2R_0$ ואורך $H = \sqrt{3}R_0$ העשו מחרומר שצפיפותו (אחדה) ρ יש חלל בצורת גליל באותו אורך אולם ברדיוס R_0 . הגליל מונח בשיווי משקל על שולחן כמוראה באיזה.



- א. מצאו את מקומו של מרכז המסה של הגוף.
בטאו תשובותכם כתלות במרחק ממרכז הגליל הגדל. (אין צורך לחשב אינטגרלים לשם פתרון הבעיה.).
- ב. העזרו במשפט שטיינר, וחשבו את מומנטי ההתמד הראשיים של הגליל ביחס לקו המגע עם השולחן.
- ג. הגiley מתגלגל על השולחן ללא החלקה. כתבו את הלגראנזיאן של הגiley הנע.
- ד. קבלו את משוואות התנועה של הגiley. האם מהירות הזרויתית של הגiley קבועה? הסבו.

שאלה 3

- א. רשמו את הלגראנזיאן של סיבון סימטרי חופשי ($I_1 = I_2 \neq I_3$) כאשר הקואורדינטות המוכללות הן זויות אוילר.
- ב. רשמו את התנע הצמוד לכל אחת מהקואורדינטות.
- ג. האם יתכן מצב שבו $P_\phi = P_\psi$? אם לא – נמקו, אם כן – מצאו זויות אוילר עבורן מתקיים השוויון.

שאלה 4

גליל שרדיוסו R , גובהו L ומסתו M מסתובב סביב מרכז המסה שלו.

סיבוב הגליל סביב מרכז המסה שלו נתון ע"י

$$\phi(t) = \alpha t ; \quad \theta(t) = \beta t^2$$

(הזרויות $\dot{\phi}, \ddot{\phi}, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ הן זירות אoilר והן מוגדרות בעמודים 209-210 בספר הלימוד.)

א. רשמו את תנועת התumed של הגליל

ב. קובלו ביטוי ליקטור המהירות הזרותית $\dot{\phi}$ כפונקציה של הזמן במערכת הגליל.

ג. העזרו במשוואות אוילר, וחשבו מהו המומנט החיצוני \vec{N} שיש להפעיל על הגליל כדי שסיבובו סביב מרכז המסה שלו יתואר לפי סעיף ב.

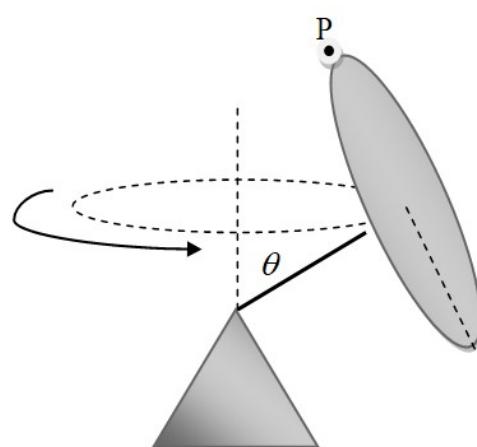
1. במערכת הגוף (x_1, x_2, x_3)

2. במערכת המעבדה (x, y, z)

במערכת המעבדה אין צורך לקבל את הביטויים הסופיים עבור \vec{N} . מספיק להסביר איך מתקבלים אותם.

שאלה 5

דיסקה איחידה שמסתה M ורדיוסה R , מחוברת במרכזה למוט חסר מסה שאורכו l . קצה אחד של המוט מחובר למרכז הדיסקה והקצה השני של המוט מחובר לנקודה קבועה (ראו איור). הנקודה P נמצאת במקום הגבוה ביותר בדיסקה. מסובבים את הדיסקה ב מהירות זוויתית Ω , באופן כך שהזרות שיצרת המוט עם האxis θ הוא קבוע ושהנקודה P נשארת הנקודה הגבוהה ביותר בדיסקה. (שים לב - הדיסקה לא יכולה להסתובב סביב המוט.)



רשמו את רכיבי וקטור המהירות הזרותית במערכת הצירים הראשיים של הדיסקה.

א. מהו התנע הזוויתי של הדיסקה?

ב. השתמשו במשוואת אוילר ומיצאו את המהירות הזרותית Ω המאפשרת תנועה זו.

מה התנאי שציר לק"מ היחס l/R כדי שהתנעזה תתאפשר?