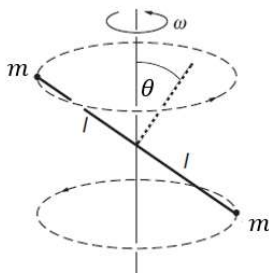


מטלת מנחה (ממ"ן) 03

קורס: מכניקה אנליטית 20422

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4+5 (חוץ מ-5.8 ו-5.9)

שאלה 1



נתון מוט חסר מסה שאורכו 2ℓ ובכל אחד מקצהו מסה נקודתית m . המוט מאולץ להסתובב בתדירות זוויתית קבועה ω סביב ציר העובר דרך מרכזו ויוצר עם המוט זווית קבועה θ .

בחרו 2 מערכות צירים:

1. מערכת אינרציאלית S שבה ציר הסיבוב הוא ציר z ומישור xy ניצב לו. ברגע $t = 0$ המוט נמצא במישור xz .

2. מערכת \bar{S} המסתובבת עם המוט שבה ציר \bar{z} מתלכד עם ציר z בכל זמן וצירים \bar{x}, \bar{y} מתלכדים עם הצירים x, y בזמן $t = 0$.

א. חשבו את רכיבי טנזור ההתמדה I במערכת \bar{S} .

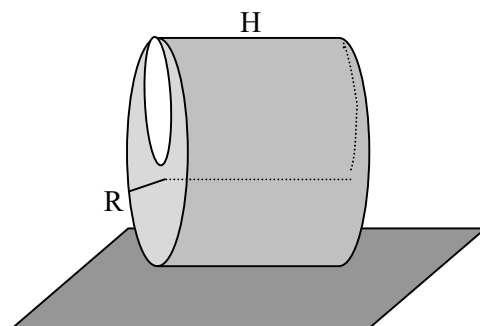
ב. חשבו את הערכים העצמיים של I . הסבירו מה קיבלתם.

ג. מצאו את וקטור התנע הזוויתי במערכת \bar{S} המסתובבת עם המוט.

ד. מצאו את וקטור התנע הזוויתי במערכת האינרציאלית S .

שאלה 2

בגליל ברדיוס $R = 2R_0$ ואורך $H = \sqrt{3}R_0$ העשוי מחומר שצפיפותו (אחידה) ρ יש חלל בצורת גליל באותו אורך אולם ברדיוס R_0 . הגליל מונח בשיווי משקל על שולחן כמראה באיור.



- א. מצאו את מקומו של מרכז המסה של הגוף.
- בטאו תשובתכם כתלות במרחק ממרכז הגליל הגדול. (אין צורך לחשב אינטגרלים לשם פתרון הבעיה.)
- ב. העזרו במשפט שטיינר, וחשבו את מומנטי ההתמד הראשיים של הגליל ביחס לקו המגע עם השולחן.
- ג. הגליל מתגלגל על השולחן ללא החלקה. כתבו את הלגרז'יאן של הגליל הנע.
- ד. קבלו את משוואות התנועה של הגליל. האם המהירות הזוויתית של הגליל קבועה? הסברו.

שאלה 3

- א. רשמו את הלגרנז'יאן של סביבון סימטרי חופשי ($I_1 = I_2 \neq I_3$) כאשר הקואורדינטות המוכללות הן זוויות אוילר.
- ב. רשמו את התנע הצמוד לכל אחת מהקואורדינטות
- ג. האם ייתכן מצב שבו $P_\psi = P_\phi$? אם לא – נמקו, אם כן – מצאו זוויות אוילר עבורן מתקיים השוויון.

שאלה 4

גליל שרדיוסו R , גובהו L ומסתו M מסתובב סביב מרכז המסה שלו. סיבוב הגליל סביב מרכז המסה שלו נתון ע"י

$$\phi(t)=0 ; \theta(t)=\alpha t ; \psi(t)=\beta t^2$$

(הזוויות ϕ, θ, ψ הן זוויות אוילר והן מוגדרות בעמודים 209-210 בספר הלימוד.)

א. רשמו את טנזור ההתמד של הגליל

ב. קבלו ביטוי לוקטור המהירות הזוויתית $\vec{\omega}$ כפונקציה של הזמן במערכת הגליל.

ג. העזרו במשוואות אוילר, וחשבו מהו המומנט החיצוני \vec{N} שיש להפעיל על הגליל כדי

שסיבובו סביב מרכז המסה שלו יתואר לפי סעיף ב.

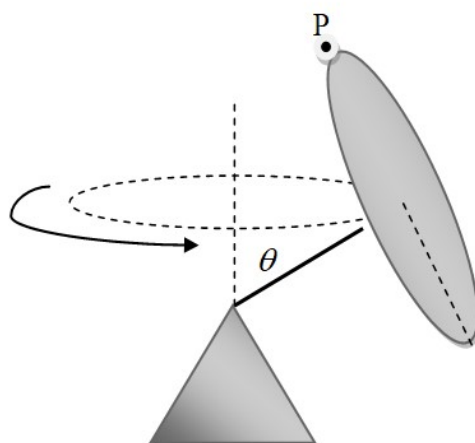
1. במערכת הגוף (x_1, x_2, x_3)

2. במערכת המעבדה (x, y, z)

במערכת המעבדה אין צורך לקבל את הביטויים הסופיים עבור \vec{N} . מספיק להסביר איך מקבלים אותם.

שאלה 5

דיסקה אחידה שמסתה M ורדיוסה R , מחוברת במרכזת למוט חסר מסה שאורכו l . קצה אחד של המוט מחובר למרכז הדיסקה והקצה השני של המוט מחובר לנקודה קבועה (ראו איור). הנקודה P נמצאת במקום הגבוה ביותר בדיסקה. מסובבים את הדיסקה במהירות זוויתית Ω , באופן כזה שהזווית שיוצר המוט עם האנך θ הוא קבוע ושהנקודה P נשארת הנקודה הגבוהה ביותר בדיסקה. (שימו לב- הדיסקה לא יכולה להסתובב סביב המוט.)



רשמו את רכיבי וקטור המהירות הזוויתית במערכת הצירים הראשיים של הדיסקה.

א. מהו התנע הזוויתי של הדיסקה?

ב. השתמשו במשוואות אוילר ומיצאו את המהירות הזוויתית Ω המאפשרת תנועה זו.

מה התנאי שצריך לקיים היחס R/l כדי שהתנועה תתאפשר?