

# מטלת מנחה (ממ"ן) 01

קורס: מכניקה אנליטית 20422

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1+2

---

## שאלה 1

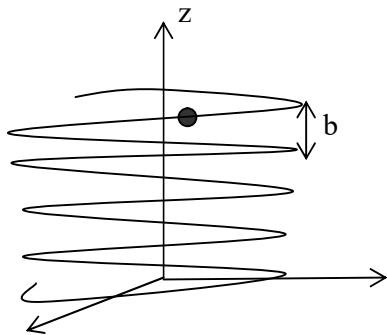
- א. כתבו את הלגרנז'יאן של אוסצילטור הרמוני חד-ממדי וגזרו ממנו את משוואות התנועה שלו.  
ב. קבלו את משוואות התנועה מן הלגרנז'יאן הבא

$$L = \left( \frac{m}{2} \dot{x}^2 - \frac{K}{2} x^2 \right) e^{\gamma t}$$

מהי המערכת המתוארת על-ידי לגרנז'יאן זה?

## שאלה 2

חרוז בעל מסה  $m$  מחליק תחת השפעת הכבידה על סליל בעל רדיוס  $a$ . המרחק בין הלולאות  $b$  (ראה איור).

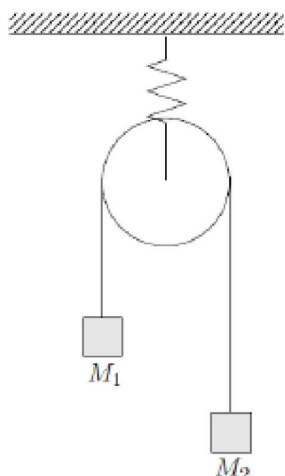


$$z = \frac{\theta b}{2\pi}$$

משוואת הסליל .

- כתבו את הלגרנז'יאן של המערכת בקואורדינטות גליליות.
- כתבו את משוואות התנועה של המערכת (עבור  $\theta$  זא  $\theta$ ) ופתור אותה.
- בדקו את התוצאה של הסעיף הקודם עבור המקרים הבאים:
  - $a \gg b$
  - $a < b$

### שאלה 3



נתונה מערכת בעלת שלושה גופים: מסות  $M_1$  ו-  $M_2$  הקשורות ביניהן בחוט חסר מסה (בעל אורך קבוע  $L$ ) וגלגלת בעלת מסה  $M$  ורדיוס  $R$  התלויה בקפיץ בעל קבוע  $k$  ואורך מנוחה  $y_0$ . מומנט האינרציה של הגלגלת  $I$ .

1. הגדירו קואורדינטות מוכללות נוחות לבעיה וכתבו את הלגרנז'יאן כפונקציה של הקואורדינטות שבחרתם ונגזרותיהם.
2. מצאו את שתי משוואות התנועה.
3. פתרו את משוואות התנועה כאשר הקפיץ תקוע והגלגלת אינה יכולה לנוע בכיוון האנכי.

### שאלה 4

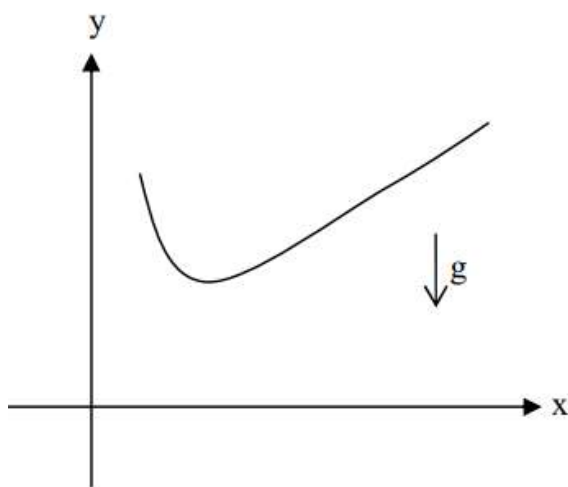
אלקטרון (מסה  $m$  ומטען  $-e$ ) יחסותי נע בשדה חשמלי אחיד וקבוע  $E$ . תנועתו נקבעת על-ידי הלגרנז'יאן היחסותי המתאים:

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \dot{\mathbf{r}}^2/c^2} - e\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}$$

$c$  היא מהירות האור.

1. גזרו את משוואות התנועה בשדה בעל כוון כללי.
2. קבלו את משוואות התנועה במערכת צירים שנבחרה כך שציר  $z$  הוא בכוון השדה. האם בחירה זו מגבילה את הכלליות?
3. הראו כי שני רכיבי התנע היחסותי הניצבים לכוון השדה החשמלי הם קבועים.
4. פתרו את משוואות התנועה כאשר הגוף מתחיל לנוע מראשית הצירים ממנוחה.

## שאלה 5



שרשרת שאורכה  $l_0$  ומסתה ליחידת אורך  $\mu$ ,

תלויה בקצותיה בנקודות  $(x_1, y_1)$  ו-  $(x_2, y_2)$

. על השרשרת פועל כוח הכובד (ראו ציור).

מצאו את הצורה של השרשרת בעזרת עיקרון

הוריאציה, על פי השלבים הבאים:

1. הראו כי האנרגיה הפוטנציאלית של

השרשרת היא:

$$U = \mu g \int_{x_1}^{x_2} y \sqrt{1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2} dx$$

2. מצאו את צורת השרשרת.

הדרכה: השרשרת תשאף להקטין את האנרגיה הפוטנציאלית שלה, תחת האילוץ שאורכה

הכולל נתון.