

מטלת מנחה (ממ"ל) 01

קורס: מכנית אנליטית 20422

חומר הלימוד למטלת: פרקים 1+2

שאלה 1

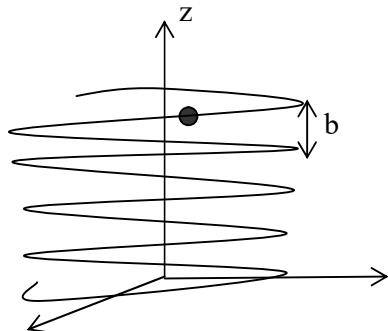
- a. כתבו את הלגראנז'יאן של אונסיצילטור הרמוני חד-ממדי וցור ממנו את משוואות התנועה שלו.
b. קבלו את משוואות התנועה מן הלגראנז'יאן הבא

$$L = \left(\frac{m}{2} \dot{x}^2 - \frac{K}{2} x^2 \right) e^{\gamma t}$$

מהי המערכת המתוארת על-ידי לגראנז'יאן זה?

שאלה 2

חרוז בעל מסה m מחליק תחת השפעת הכבידה על סליל בעל רדיוס a . המרחק בין הלוואות b (ראה איור).



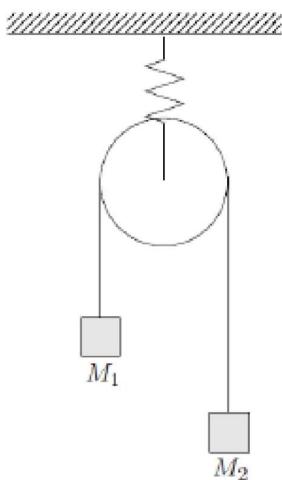
$$z = \frac{\theta b}{2\pi}$$

1. כתבו את הלגראנז'יאן של המערכת בקואורדינטות גליליות.
2. כתבו את משוואת התנועה של המערכת (עבור זווית θ)
ופתרו אותה.
3. בדקי את התוצאה של הסעיף הקודם עבור המקרים הבאים:

$a > b$.1

$a < b$.2

שאלה 3



נתונה מערכת בעלת שלושה גופים: מסות M_1 ו- M_2 הקשורות בינהן בחוט חסר מסה (בעל אורך קבוע L) וגלגלת בעלת מסה M ורדיוס R התלויה בקפיץ בעל קבוע K ואורך מנוחה l_0 . מומנט האינרגזיה של הגלגלת J .

1. הגדרו קואורדינטות מוכללות נוחות לבעיה וכתבו את הלגראנז'יאן כפונקציה של הקואורדינטות שבחורתם ונגזרותיהם.
2. מצאו את שתי משוואות התנועה.
3. פתרו את משוואות התנועה כאשר הקפיץ תקין והגלגלת אינה יכולה לנוע בכיוון האנכי.

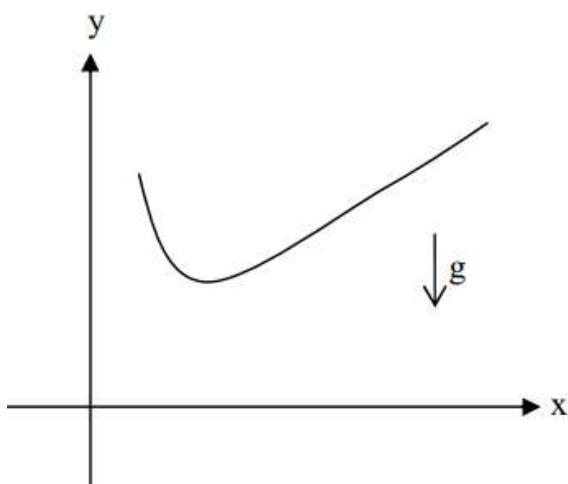
שאלה 4

אלקטرون (מסה m ומטען (e) -יחסותי נع בשדה חשמלי אחיד וקבוע \mathbf{E}). תנועתו נקבעת על-ידי הלגראנז'יאן היחסותי המתאים:

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \dot{\mathbf{r}}^2/c^2} - e\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}$$

1. גזרו את משוואות התנועה בשדה בעל כוון כללי.
2. קבלו את משוואות התנועה במערכת צירים שנבחרה כך שציר Z הוא בכוון השדה. האם בחירה זו מגבילה את הכלליות?
3. הראו כי שני רכיבי התנועה היחסותי הניצבים לכיוון השדה החשמלי הם קבועים.
4. פתרו את משוואות התנועה כאשר הגוף מתחילה לנוע מראשית הצירים מנוחה.

שאלה 5



שרשרת שאורכה l ומסתה ליחידת אורך μ ,

תלויה בקצוותיה בנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2)

. על שרשרת פועל כוח הכבידה (ראו ציור).

מצאו את הצורה של שרשרת בעזרת עיקנון הוריינטי, על פי השלבים הבאים:

1. הראו כי האנרגיה הפוטנציאלית של

שרשרת היא:

$$U = \mu g \int_{x_1}^{x_2} y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} dx$$

2. מצאו את צורתה של שרשרת.

הדרכה: שרשרת תשאף להקטין את האנרגיה הפוטנציאלית שלה, תחת האילוץ שאורכה

הcoil נקבע.