# Das Rechnen mit Potenzen(Potenzieren)

Ioannis Christodoulakis

26. September 2020

# Inhaltsverzeichnis

| 1 | Res | sourcen gemäss KoRe  | 4  |
|---|-----|--|----|
| 2 | Ein | leitung und Übersicht  | 4  |
| 3 | Pot | enzbegriff   | 5  |
|   | 3.1 | Definition   | 5  |
|   | 3.2 | Übungen  | 6  |
| 4 | Rec | chnen mit Potenzen   | 8  |
|   | 4.1 | Potenzen mit gleichen Basen multiplizieren   | 8  |
|   | 4.2 | Potenzen mit gleichen Basen dividieren   | 9  |
|   | 4.3 | Ein Produkt potenzieren  | 11 |
|   | 4.4 | Ein Bruch potenzieren  | 11 |
|   | 4.5 | Eine Potenz potenzieren  | 12 |
|   | 4.6 | Zusammenfassung der Potenzgesetze  | 13 |
|   | 4.7 | Übungen  | 14 |
|   | 4.8 | Übungen aus: [KG,259/15.1] Potenzen mit ganzen Zahlen als Exponenten $\ \ldots \ \ldots$ | 16 |
| 5 | Rec | chen mit Zehnerpotenzen und SI-Vorsätzen   | 17 |
|   | 5.1 | Darstellungsregeln   | 17 |
|   | 5.2 | Verwendung des Taschenrechners(TR)   |    |
|   | 5.3 | Übungen  |    |
|   | 5.4 | Vertiefungsaufgabe   |    |
|   | 5.5 | Streckenmasse umrechnen  |    |
|   | 5.6 | Flächenmasse umrechnen   | 21 |
|   | 5.7 | Volumenmasse umrechnen   |    |
|   | 5.8 | Übungen  |    |
|   | 5.9 | Vertiefungsaufgabe   |    |
| 6 | Pot | enzieren von Summen und Differenzen  | 23 |
|   | 6.1 | Binomische Formeln   | 23 |
|   | 6.2 | Übungen  |    |
| 7 | Fak | torzerlegung an Termen mit Potenzen  | 24 |

|    | 7.1                        | Vorgehen  | 24              |
|----|----------------------------|---|-----------------|
|    | 7.2                        | Übungen   | 24              |
|    | 7.3                        | Übungen aus: [KG, 262/15.2] Faktorzerlegung an Termen mit Potenzen                                  | 32              |
| 8  | Pote                       | enzfunktionen   | 33              |
|    | 8.1                        | Potenzfunktionen mit positiv-ganzzahligen Exponenten  | 33              |
|    | 8.2                        | Potenzfunktionen mit negativ-ganzzhligen Exponenten   | 34              |
|    | 8.3                        | Übungen   | 35              |
|    | 8.4                        | Übungen aus: [KG, 266/ 15.3] Potenzfunktionen der Form $y(x) = a \cdot x^n \ \ . \ \ . \ \ . \ \ .$ | 35              |
| 9  | Pote                       | enzen mit rationalen Zahlen als Exponenten  | 36              |
|    | 9.1                        | Formeln   | 36              |
|    | 9.2                        | Übungen   | 36              |
|    | _                          | obungen   |                 |
|    | 9.3                        | Übungen aus: [KG, 270 /15.4] Potenzen mit rationalen Zahlen als Exponenten                          | 40              |
| 10 | 9.3                        | -   |                 |
| 10 | 9.3<br>Glei                | Übungen aus: [KG, 270 /15.4] Potenzen mit rationalen Zahlen als Exponenten                          | 40<br><b>41</b> |
| 10 | 9.3<br><b>Glei</b><br>10.1 | Übungen aus: [KG, 270 $/15.4$ ] Potenzen mit rationalen Zahlen als Exponenten ichungen mit Potenzen | 40<br>41<br>41  |

## 1 Ressourcen gemäss KoRe

Todo...

## 2 Einleitung und Übersicht

In einem ersten Schritt werden wir uns den Begriff der "Potenz annähern und erkennen, dass die Potenzschreibweise eine Kurzform eines mathematischen Terms ist. Und wenn man schon eine Kurzform einführt, so muss man auch mit dieser Kurzform rechen können. Dies lernen wir in einem zweiten Schritt, nämlich das Rechen mit Potenzen. Eine besondere Stellung nimmt darin das Rechnen mit 10er-Potenzen ein,denn mit 10 er-Potenzen stellen wir in der Elektrotechnik und Elektronik die Werte von Strömen, Spannungen, Widerständen, Kapazitäten, Zeiten und vieles mehr dar. Wir lernen aber auch, wie man die Schreibweise mit 10er-Potenzen noch eleganter durch die Schreibweise mit SI-Vorsätzen darstellen kann. Mit der Einführung der SI-Vorsätze können wir nämlich den Zahlenbereich von Grössen mit Buchstaben wie "m"für Mili (ein Tausendstel) oder "k"für Kilo (Tausend) übersichtlich darstellen.

Und natürlich darf auch die **Handhabung des Taschenrechners** nicht fehlen, denn wenn man schon eine verkürzte Schreibweise einführt, so soll man den Taschenrechner zu Rechenzwecken auch dafür vorteilhaft einsetzen können.

## 3 Potenzbegriff

Den Potenzbegriff erötern wir am besten an einem konkretem Beispiel, nämlich der Volumenberechnung eines Würfels, dessen Kanten eine Länge a=4 cm haben. Das Volumen berechnen wir nun wie folgt:

$$V = a \cdot a \cdot a = 4cm \cdot 4cm \cdot 4cm = 64cm^3$$

Hierfür kennen wir aber auch die folgende Kurzschreibweise:

$$V = a^3 = (4cm)^3 = 64cm^3$$

Sie sehen also, dass die Potenzschreibweise nur eine Kurzform eines mathematischen Terms ist. Somit können wir folgendes definieren:

#### 3.1 Definition

#### Todo...

Besteht ein Produkt aus lauter gleichen Faktoren, so drückt man es verkürzt als Potenz aus. Der Exponent gibt an, wie oft die Basis als Faktor gesetzt werden muss.

#### Besonderheiten:

 $a^1 = a$  (der Exponent wird nicht geschrieben)

 $a^0 = 1$  (jede Zahl hoch Null ergibt eins)

Beispiele

a) 
$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

b) 
$$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^4 = (-1)^4 \cdot (3)^4 = +(3^4) = 81$$

c) 
$$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^3 = (-1)^3 \cdot (3)^3 = -(3^3) = -27$$

d) 
$$(a-b) \cdot (a-b) \cdot (-b) = (a-b)^3$$

#### Merke:

$$\bullet \ (+a)^n = a^n$$

• 
$$(-a)^{2n} = a^{2n}$$
 aber  $-(a)^2 n = -a^{2n}$ 

$$\bullet$$
  $(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$ 

# 3.2 Übungen

Berechnen Sie ohne Taschenrechner.

1. 
$$(-2)^4$$

2. 
$$-(3)^2$$

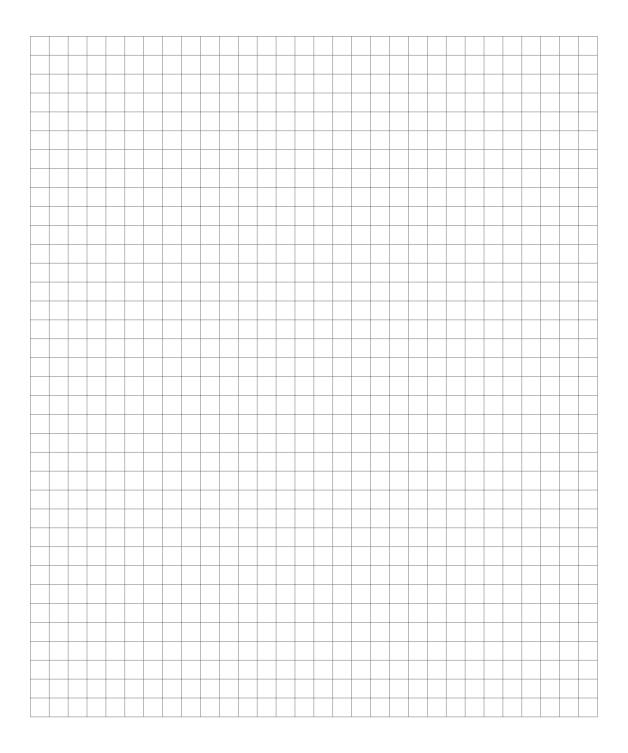
3. 
$$(-b)^2$$

4. 
$$(3-5)^3$$

5. 
$$(5-3)^3$$

6. 
$$-(2)^5$$

7. 
$$-(2)^{5-4}$$



## 4 Rechnen mit Potenzen

## 4.1 Potenzen mit gleichen Basen multiplizieren

XXX

Be is piele

a) 
$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 denn : 2^2 \cdot 2^3 = (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$$

b) 
$$7^3 \cdot 7^4 = 7^{3+4} = 7^7 denn : 7^3 \cdot 7^4) = (7 \cdot 7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^7$$

## Merke:

Potenzen mit gleichen Basen werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis mit der Summe der Exponenten potenziert.

## 4.2 Potenzen mit gleichen Basen dividieren

XXX

Be is piele

a) 
$$\frac{x^5}{x^3}=x^{5-3}=x^2$$
 denn,  $\frac{x^5}{x^3}=\frac{x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x}{x\cdot x\cdot x}=x\cdot x=x^2$ 

#### Merke:

Potenzen mit gleichen Basen werden dividiert, indem man die Basis mit der Differenz der Exponenten potenziert.

b) 
$$\frac{a^3}{a^5} = \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a \cdot a} = \frac{1}{a^2}$$
 oder:  $\frac{a^3}{a^5} = a^{3-5} = a^{-2}$  deshalb gilt:  $\frac{1}{a^2} = a^{-2}$ 

XXX

Be is piele

#### Merke:

Eine beliebige Basis (ungleich null) potenziert mit dem Exponenten Null ergibt eins.

XXX

Beispiele: Das Darstellen von Einheiten

XXX

a) 
$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s^1} = s^{-1}$$

b) 
$$\frac{1}{s^2} = s^{-2}$$

c) 
$$\frac{m}{s} = m \cdot s^{-1}$$

$$d) \frac{mV}{K} = mV \cdot K^{-1}$$

Eigene Beispiele aus der Praxis



## 4.3 Ein Produkt potenzieren

XXX

Be is piele

a) 
$$(-3cy)^4 = (-3)^4 \cdot c^4 \cdot y^4 = 81c^4y^4$$

b) 
$$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$$
 sondern:  $(a+b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 

#### Merke:

Ein Produkt wird potenziert, indem jeder Faktor potenziert wird.

Oder umgekehrt: Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert, indem das Produkt der Basen mit dem gemeinsamen Exponenten potenziert wird.

#### 4.4 Ein Bruch potenzieren

XXX

Be is piele

a) 
$$\left(\frac{2c}{a}\right)^3 = \frac{(2c)^3}{a^3} = \frac{2^3c^3}{a^3} = \frac{8c^3}{a^3}$$

#### Merke:

Ein Bruch wird potenziert, indem der Zähler und der Nenner potenziert werden.

Oder umgekehrt: Potenzen mit gleichen Exponenten werden dividiert, indem der Quotient der Basen mit dem gemeinsamen Exponenten potenziert wird.

## 4.5 Eine Potenz potenzieren

XXX

Be is piele

a) 
$$(u^2)^3 = (u^3)^2 = u^{2 \cdot 3} = u^6$$
 denn:  $(u^2)^3 = u^2 \cdot u^2 \cdot u^2 = u^{2+2+2} = u^6$ 

#### Merke:

Eine Potenz wird potenziert, indem die Basis mit dem Produkt der Exponenten potenziert wird. Die Exponenten dürfen vertauscht werden.

Be is piele

b) 
$$(2^3)^3 = 2^{3 \cdot 3} = 2^9$$
 aber:

c) was ist (ist das gleich 
$$2^9$$
 oder  $2^{27}$ ?

## Wichtig:

Beim Potenzieren setzt man vorsichtigerweise immer Klammern.

## 4.6 Zusammenfassung der Potenzgesetze

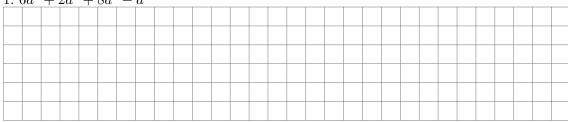
Wenn n und ganze Zahlen sind, dann gelten die folgenden Gesetze:

XXX

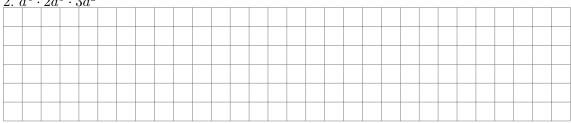
# 4.7 Übungen

Vereinfachen Sie folgende Terme so weit als möglich.

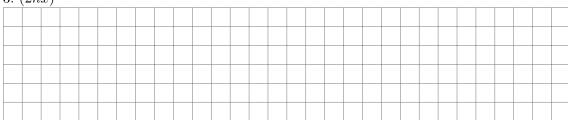
 $1. \ 6a^4 + 2a^2 + 8a^4 - a^2$ 



 $2. \ a^4 \cdot 2a^3 \cdot 3a^2$ 



3.  $(2nx)^3$ 



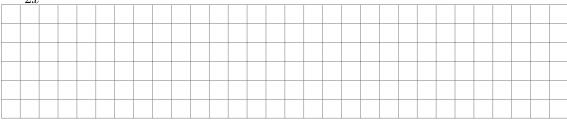
5.  $(-2^4)^3$ 



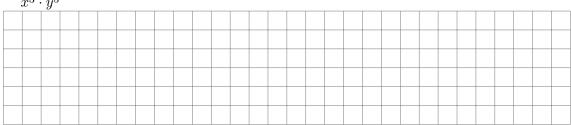
 $6. \ \frac{ab^2}{(ab)^2}$ 



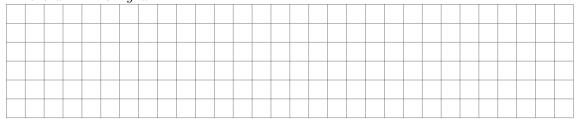
7.  $(\frac{3a^2}{2x^3})^3$ 



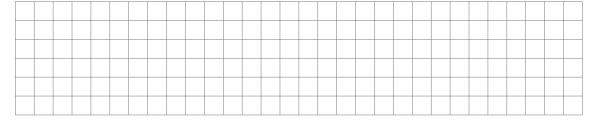
 $8. \ \frac{x^5 \cdot y^7}{x^3 \cdot y^5}$ 



9.  $\frac{a^{-2}x^4y^{-6}}{b^3c^4d^{-5}} \div \frac{a^{-3}b^{-3}x^3}{c^{-5}y^6d^{-6}}$ 

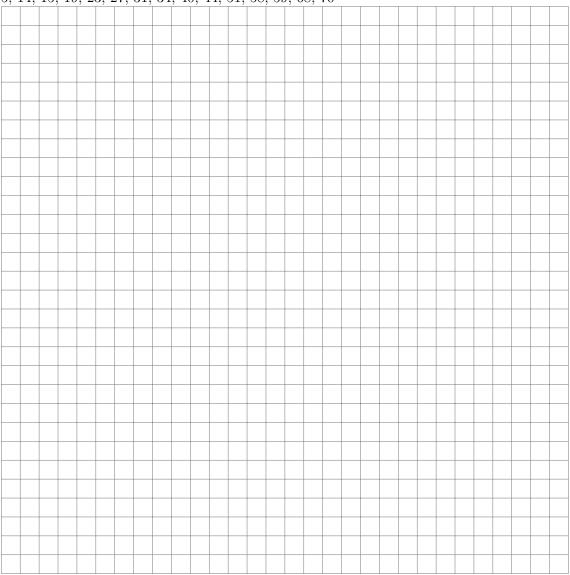


10.  $\frac{(a+b)^{m+1}}{(a+b)^{m-1}} \cdot \frac{(x+y)^{-n}}{(x+y)^{4-n}}$ 



# 4.8 Übungen aus: [KG,259/15.1] Potenzen mit ganzen Zahlen als Exponenten

5, 14, 15, 19, 23, 27, 31, 34, 40, 44, 51, 58, 59, 68, 70



## 5 Rechen mit Zehnerpotenzen und SI-Vorsätzen

Zehnerpotenzen werden verwendet um grosse und kleine Zahlen übersichtlich darzustellen. In der Praxis wird an ihren Stelle jedoch oft die Schreibweise mit SI-Vorsätzen bevorzugt. Die nachfolgende Tabelle zeigt die wichtigsten Zehnerpotenzen mit ihrem Namen und dem entsprechenden SI-Vorsatz.

XXX

### 5.1 Darstellungsregeln

Für die Anwendung der SI-Vorsätze gelten einige Regelnd. Die Wichtigsten sind:

- Keine Einheit darf gleichzeitig mehr als einen Vorsatz erhalten. (falsch: mkm,  $Mk\Omega$ )
- $\bullet\,$  Die Kombination der SI-Vorsatzes und der Einheit gilt als ein Symbol(z.B.  $cm^2=c^2m^2$ )
- Vorsätze, die einer ganzzahligen Potenz von  $10^{3n}$  entsprechen, sind zu bevorzugen (z.B.  $(10^3, 10^{-6})$ .  $\rightarrow$  **Technisches Format** beim Taschenrechner  $\rightarrow$  **ENG**
- Die Vorsätze Hekto  $(h = 10^2)$ , Dezi  $(d = 10^{-1})$  und Zenti  $(c = 10^{-2})$  sollen nur bei Einheiten verwendet werden, bei denen sie bereits üblich sind.
- Die Einheiten von Ergebnissen sollen mit dem Vorsatz versehen werden, der den Zahlenwert möglichst in den Bereich 0,1...1000 bringt.
- Bei zusammengesetzten Einheiten kann jeder der Einheiten einen dezimalen Vorsatz haben. Angestrebt werden soll jedoch, möglichst nur einen Vorsatz, und diesen Zähler, zu verwenden. )z.B. km/h)

| 0.4 Verwending des Taschenrechnersch | 5.2 | Verwendung | des | Taschenrechners( | TR |
|--------------------------------------|-----|------------|-----|------------------|----|
|--------------------------------------|-----|------------|-----|------------------|----|

XXX

## 5.3 Übungen

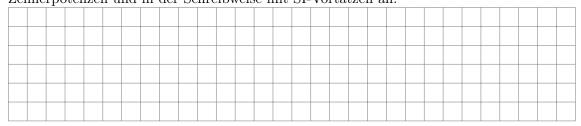
- 1) Ergänzen Sie untenstehende Tabelle zuerst noch ohne Taschenrechner.
- 2) Geben Sie die Werte vorteilhaft in den Taschenrechner ein. Werden sie auch im Technischen Format angezeigt?

XXX

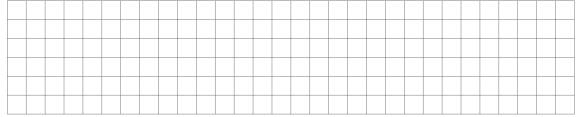
3) Geben Sie die Lichtgeschwindigkeit (c=300'000'000m/s)<br/>in der Schreibweise mit



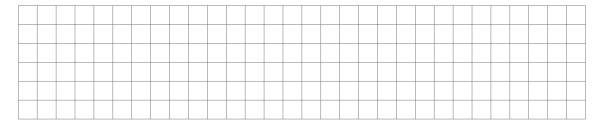
4) Geben Sie die Distanz Erde - Sonne (d=149'600'000'000m) in der Schreibweise mit Zehnerpotenzen und in der Schreibweise mit SI-Vortätzen an.



5) Geben Sie a<br/>) $1cm^3$ und b)  $(1\mu s)^{-1}$ gemäss den obigen Darstellungsregel<br/>n an.



6) Es sei  $C_1 = \frac{t_p}{0,7 \cdot R_{B1}}$  mit  $t_p = 1,05$  ms und  $R_{B1} = 100\Omega.BerechnenSieC_1ohneTR$ .



## 5.4 Vertiefungsaufgabe

Erstellen Sie auf einer halben A4-Seite ein eigenes Beispiel aus den Fachbereichen Elektrotechnik oder Elektronik inkl. Musterlösung )auf der Rückseite). Beachten Sie bitte, dass die Zahlenwerte so wählen sind, dass sie auch ohne Taschenrechner gelöst werden können.

#### 5.5 Streckenmasse umrechnen

Beispiele 1: mm in km umrechnen

$$\begin{split} 5mm &= 5 \cdot (10^{-3})m = 5 \cdot 10^{-3}m \\ &\mapsto 1m = \frac{1}{1000}km = \frac{1}{10^3}km = 10^{-3}km \end{split}$$

$$5mm = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}km = 5 \cdot 10^{-6}km$$

Beispiele 2: km in dm umrechnen

$$5km = 5 \cdot (10^3)m$$

$$\mapsto 1m = 10dm = 10^1 dm$$

$$5km = 5 \cdot (10^3) \cdot 10^1 dm = 5 \cdot 10^{3+1} dm = 5 \cdot 10^4 dm = 50 \cdot 10^3 dm$$

## 5.6 Flächenmasse umrechnen

Beispiel 1:  $mm^2$  in  $m^2$  umrechnen

$$445mm^2 = 445 \cdot [(10^{-3})m]^2 = 445 \cdot (10^{-3})^2 m^2 = 445 \cdot 10^{-6} m^2$$

Beispiel 2:  $km^2$  in  $dm^2$  umrechnen

$$0.5 \cdot 10^{-2} km^2 = 0.5 \cdot 10^{-2} \cdot [(10^3)m]^2$$

$$\mapsto 1m = 10dm = 10^1 dm$$

$$0,5\cdot 10^{-2}km^2=0,5\cdot 10^{-2}\cdot [(10^3)\cdot 10^1dm]^2=0,5\cdot 10^{-2}[10^4dm]^2=0,5\cdot 10^{-2}\cdot 10^8dm^2=0,5\cdot 10^6dm^2=0,5\cdot 10^{-2}\cdot 10^8dm^2=0,5\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-2}\cdot 10^8dm^2=0,5\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-2}$$

#### 5.7 Volumenmasse umrechnen

Beispiel 1:  $cm^3$  in  $dm^3$  umrechnen

$$1,25 \cdot 10^3 cm^3 = 1,25 \cdot 10^3 \cdot [(10^{-2})m]^3$$

$$\mapsto 1m = 10dm = 10^1dm$$

$$1,25\cdot 10^3cm^3 = 1,25\cdot 10^3\cdot [(10^{-2})\cdot 10^1dm]^3 = 1,25\cdot 10^3\cdot [10^{-1}dm]^3 = 1,25\cdot 10^3\cdot 10^{-3}dm^3 = 1,25dm^3$$

Beispiel 2:  $m^3$  in  $mm^3$  umrechnen

$$0, 5 \cdot 10^{-2} m^3 = 0, 5 \cdot 10^{-2} \cdot [1m]^3$$

$$\mapsto 1m = 1000mm = 10^3mm$$

$$0, 5 \cdot 10^{-2}m^3 = 0, 5 \cdot 10^{-2}[10^3mm]^3 = 0, 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^9mm^3 = 0, 5 \cdot 10^7mm^3 = 5 \cdot 10^6mm^3$$

## 5.8 Übungen

1) Rechnen Sie die Streckenmasse ineinander um.

XXX

2) Rechnen Sie die Flächenmasse ineinander um.

XXX

3) Rechnen Sie die Volumenmasse ineinander um.

XXX

## 5.9 Vertiefungsaufgabe

Erstellen Sie mit EXCEL einen Strecken-, Flächen- und Volumenmassumrechner gemäss untenstehendem Beispiel. Damit können sie anschliessend die Aufgaben aus der obigen Serie selbständig überprüfen.

XXX

## 6 Potenzieren von Summen und Differenzen

Beispiel: 
$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Merke:

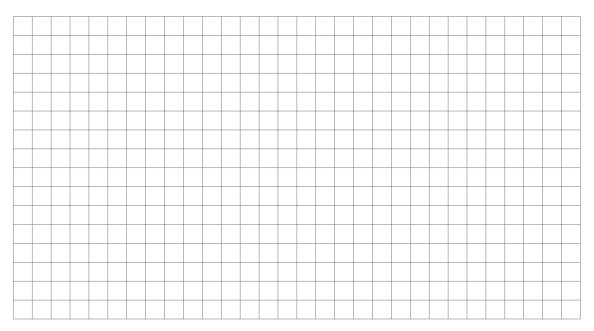
Eine zweigliedrige Summe oder Differenz nennt man Binom.

## 6.1 Binomische Formeln

XXX

## 6.2 Übungen

- 1) Berechnen Sie mit Hilfe der binomischen Formeln die Potenz  $(2x-3y)^3$  vorteilhaft durch Substitution.
- 2) Erstellen Sie anschliessend eine eigene Aufgabe inkl. Lösung und tauschen Sie diese mit einem Mitlernenden aus. Wählen Sie hierfür nicht zu grosse Zahlenwerte.



## 7 Faktorzerlegung an Termen mit Potenzen

## 7.1 Vorgehen

Terme in denen Potenzen vorkommen, können oft vereinfacht werden, indem man sie in Faktoren zerlegt.

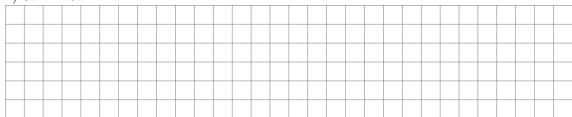
Dabei hat sich das folgende Vorgehen bewährt.

- Orden
- Gemeinsame Faktoren ausklammern
- Binome suchen

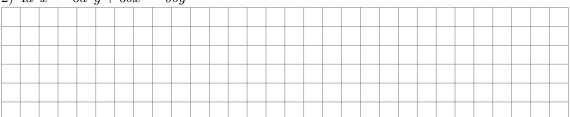
## 7.2 Übungen

Zerlegen Sie folgende Summen in möglichst viele Faktoren.

1)  $8a^4 - 16a^3$ 



2)  $4a^2x^3 - 6a^2y + 6bx^3 - 9by$ 



24

Merke:

Die Differenz zweier Quadrate lassen sich immer als Produkt schreiben.

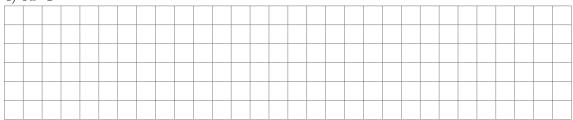
**xxx** denn: 
$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Zerlegen Sie folgende Terme in möglichst viele Faktoren.

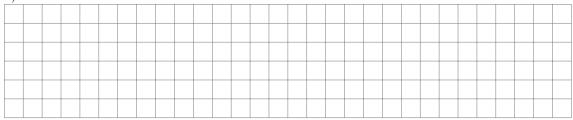
3)  $16x^2 - 81y^2$ 

| / |  | • |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|   |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

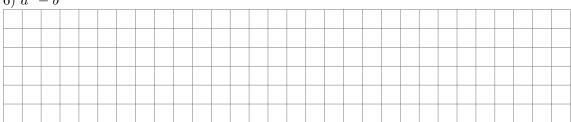
4)  $9a^-1$ 



5)  $27u^2v^2 - 75a^4b^2$ 



6)  $a^8 - b^8$ 

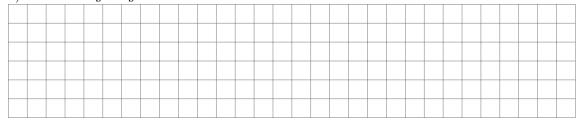


## Merke:

Mit Hilfe der binomischen Formeln lassen sich Produkte bilden.

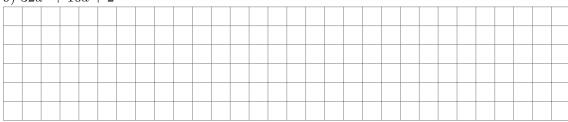
Zerlegen Sie folgende Terme unter Verwendung der binomischen Formeln in möglichst viele Faktoren.

7)  $25x^2 - 30xy + 9y^2$ 



| 0) | 3             | $6a^{2}b +$ | 10 12   | 013           |
|----|---------------|-------------|---------|---------------|
| 81 | $a^{\circ}$ – | · ba-b +    | - 12ab² | $-80^{\circ}$ |

9)  $32a^2 + 16a + 2$ 



## Merke:

In vielen Fällen kann die Formel

#### XXX

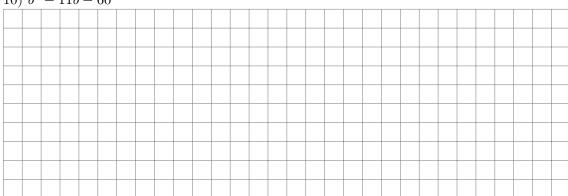
angewendet werden. Beispiel:  $x^2 + 10x + 21 = (x+7) \cdot (x+3)$ 

Gesucht sind also zwei Zahlen a und b, deren Produkt 21 und deren Summe 10 ergibt; also:

$$7 \cdot 3 = 21 \text{ und } 7 + 3 = 10$$

Zerlegen Sie folgende Terme in möglichst viele Faktoren.

10)  $b^2 - 11b - 60$ 



 $11) \ 2a^2y^2 + 8a^2y - 42a^2$ 



#### Merke:

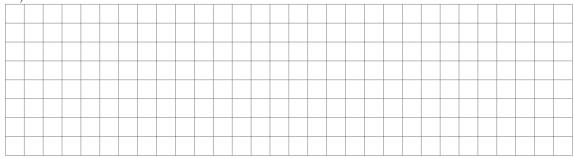
Eine Summe aus drei Summanden lässt sich in ein Produkt verwandeln, wenn man den ersten und den letzten Summanden so in Faktoren zerlegt, dass die Summe der Produkte entsprechender Faktoren das mittlere Glied ergibt. Beispiel:

$$36x^2 + 47xy + 15y^2 = (4x + 3y) \cdot (9x + 5y)$$

XXX

Zerlegen Sie folgenden Term in ein Produkt.

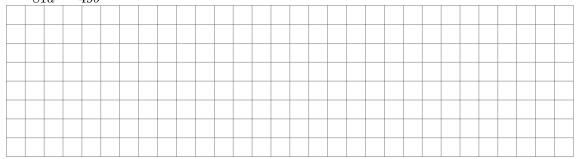
12)  $21a^2 - 2ab - 8b^2$ 



#### Merke:

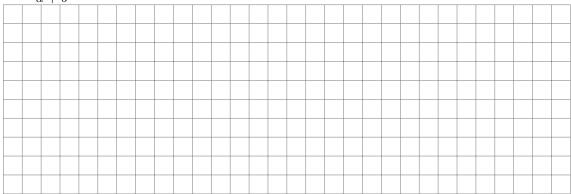
Bruchterme mit Potenzen werden vereinfacht, indem man die Terme im Zähler und Nenner in möglichst viele Faktoren zerlegt und anschliessend kürzt.

$$13) \ \frac{63a - 49b}{81a^2 - 49b^2}$$

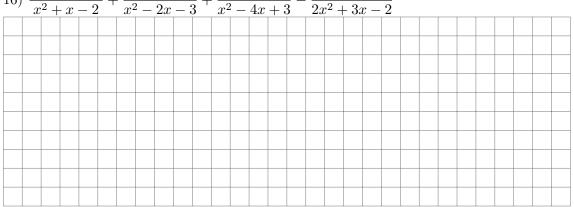


$$14) \ \frac{3bc^2 - cd + 15bc - 5d}{6bc^2 - 2cd - 3bc + d}$$

 $15) \ \frac{a^4 - b^4}{a + b}$ 



 $16) \ \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 2} + \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x - 3} + \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4x + 3} - \frac{6x^2 + 3x - 3}{2x^2 + 3x - 2}$ 



# 7.3 Übungen aus: [KG, 262/15.2] Faktorzerlegung an Termen mit Potenzen

8, 12, 23, 36, 45, 53, 54

## 8 Potenzfunktionen

## 8.1 Potenzfunktionen mit positiv-ganzzahligen Exponenten

Funktionen mit der Funktionsgleichung  $y=f(x)=x^n$ mit  $n\in N$ nennt man Potenzfunktionen mit positiv-ganzzahligen Exponenten.

Beispiel mit 
$$n = 1 : y(x) = k \cdot x^1$$

#### XXX

Feststellung: Die Funktion  $y(x) = k \cdot x^1$  ist eine **lineare Funktion**. Ihr Graf ist eine **Gerade**.

Beispiel mit 
$$n = 2 : y(x) = k \cdot x^2$$

#### XXX

Feststellung: Die Funktion  $y(x) = k \cdot x^2$  ist eine **quadratische Funktion**. Ihr Graf ist eine **Parabel**.

 $Weitere\ Beispiel$ 

 $n = 3: y(x) = x^3$  ist eine **kubische Funktion**. Ihr Graf ist eine **Wendeparabel**(Parabel 3. Ordnung)

## 8.2 Potenzfunktionen mit negativ-ganzzhligen Exponenten

Funktionen mit der Funktionsgleichung  $y=f(x)=x^{-n}=\frac{1}{x^n}$ mit  $n\in N$ nennt man Potenzfunktionen mit negativ-ganzzahligen Exponenten.

Beispiel mit 
$$n = -1$$
:  $y(x) = k \cdot x^{-1} = k \cdot \frac{1}{x}$ 

XXX

Feststellung: Der Graf der Funktion  $y(x) = k \cdot x^{-1} = k \cdot \frac{1}{x}$  ist eine **Hyperbel**. Der Graf nähert sich den Koordinatenachsen, ohne sie zu erreichen

Beispiel mit 
$$n = -2: y(x) = k \cdot x^{-2} = k \cdot \frac{1}{x^2}$$

XXX

## 8.3 Übungen

Benennen Sie die Grafen folgender Funktionsgleichungen.

XXX

8.4 Übungen aus: [KG, 266/15.3] Potenzfunktionen der Form  $y(x) = a \cdot x^n$  1, 2, 3,

Hinweis: Lösen Sie die Aufgaben mit EXCEL. Bereiten Sie das Worksheet in EXCEL so vor, dass a und n frei wählbare Parameter sind, die dann der Aufgabe entsprechend angepasst werden können.

XXX

9 Potenzen mit rationalen Zahlen als Exponenten

Beispiel:  $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}^1 = \sqrt{2}$ 

Merke:

Alle Gesetze der Potenzrechnung gelten auch für Potenzen mit Zahlen als Exponenten

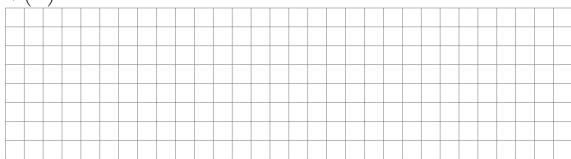
9.1 Formeln

XXX

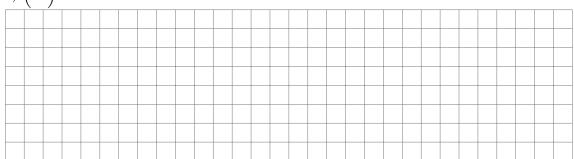
9.2 Übungen

Berechnen Sie ohne Taschenrechner.

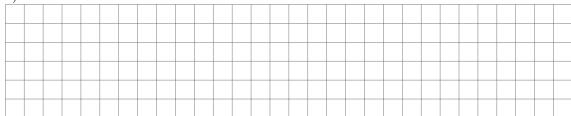
1)  $\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^4$ 



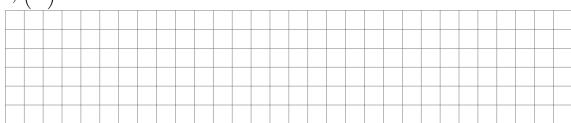
2)  $\left(3^{\frac{2}{3}}\right)^3$ 



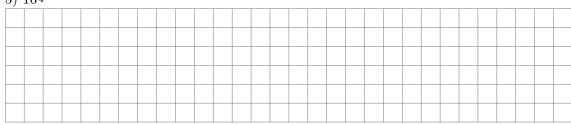




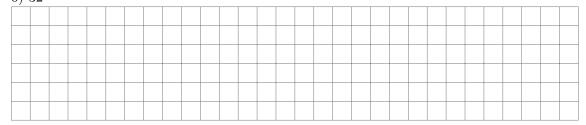
# 4) $\left(3^{\frac{2}{3}}\right)^3$



# 5) $16^{\frac{3}{4}}$



# 6) $32^{-0.2}$



7)  $(\sqrt{b})^{2x}$ 

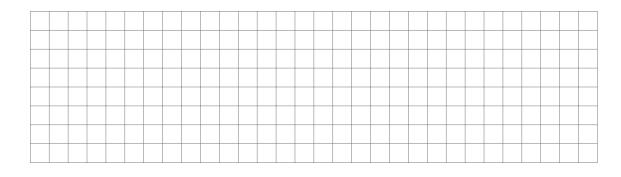


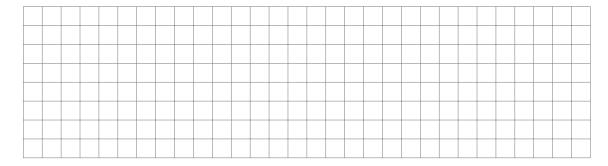




9)  $(\sqrt[3]{x^4})^{15}$ 



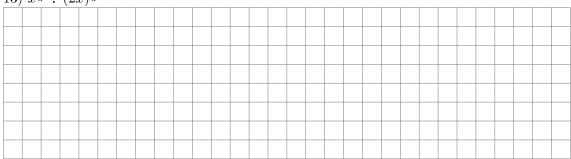




12)  $a^{\frac{-1}{2}} \div a$ 



13)  $x^{\frac{2}{3}} \div (2x)^{\frac{2}{3}}$ 

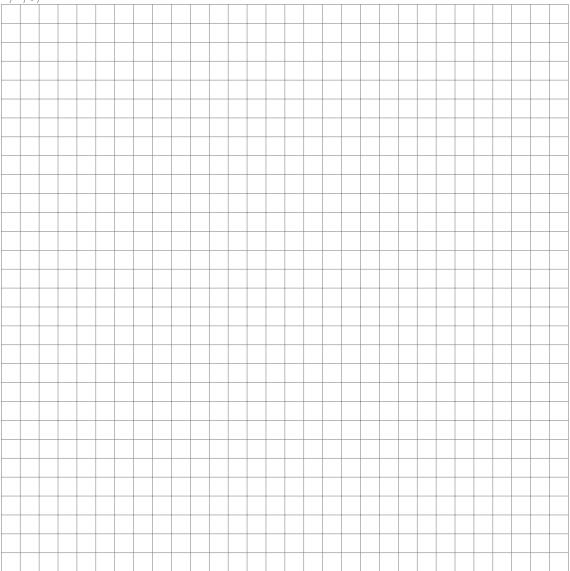


 $14) \sqrt{f} \div \sqrt[4]{f}$ 



# 9.3 Übungen aus: [KG, 270 /15.4] Potenzen mit rationalen Zahlen als Exponenten

1, 2, 3, 4



# 10 Gleichungen mit Potenzen

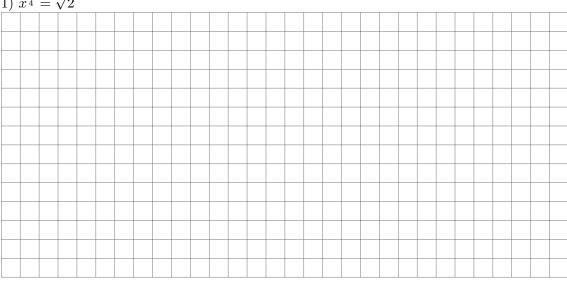
## 10.1 Definition

Bei Potenzgleichungen ist die Basis einer Potenz die gesuchte Grösse.

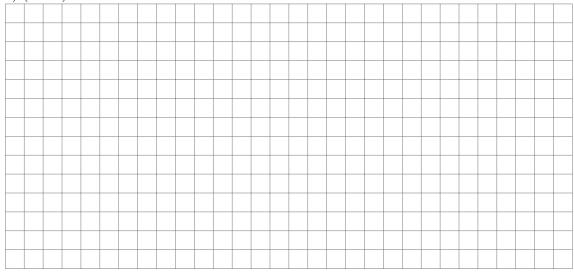
# 10.2 Übungen

Bestimmen Sie x.

1)  $x^{\frac{1}{4}} = \sqrt{2}$ 



2)  $(x-4)^{-3} = 8$ 



# 10.3 Übungen aus: [Kusch Bd1, 229/12.8] Zahlengleichungen mit Potenzen

