

Modelo y simulación Ejercicio poblacional de zorros y liebres

En este modelo, hemos desarrollado un programa de simulación para estudiar la dinámica de las poblaciones de liebres y zorros a lo largo del tiempo. Este programa utiliza el modelo Lotka-Volterra para simular la interacción entre estas dos especies: una especie de presa y una especie de depredador. En nuestro caso, las liebres son la especie de presa y los zorros son la especie de depredador. El modelo asume que la población de la presa crece exponencialmente en ausencia de depredadores, mientras que la población del depredador disminuye cuando no hay presas disponibles.

En términos matemáticos, el modelo Lotka-Volterra se puede representar mediante un sistema de dos ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned}\frac{dL}{dt} &= rL - aLZ \\ \frac{dZ}{dt} &= baLZ - mZ\end{aligned}$$

donde L es la población de la presa (liebres), Z es la población del depredador (zorros), r es la tasa de crecimiento de la población de la presa en ausencia de depredadores, a es la tasa de mortalidad de la presa debido a la depredación, b es la eficiencia del depredador en la caza de la presa, y m es la tasa de mortalidad del depredador en ausencia de presas.

Nuestro modelo sigue esta misma estructura básica, con algunas modificaciones para adaptarlo a nuestro caso específico. Por ejemplo, hemos agregado tasas de natalidad para ambas especies, y hemos modificado algunas de las constantes para reflejar las condiciones de nuestro ecosistema.

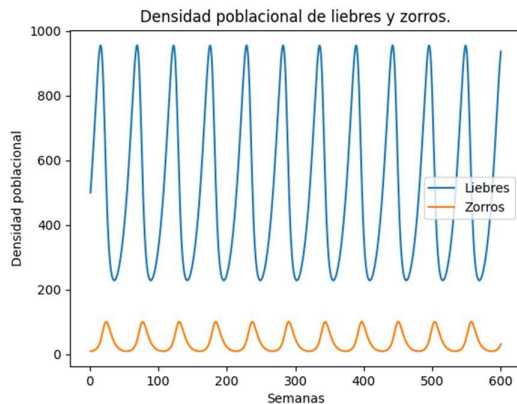
La simulación nos permite obtener información sobre la dinámica de la población de liebres y zorros a lo largo del tiempo, y también podemos graficar la densidad poblacional y el diagrama de fases para visualizar mejor las interacciones entre las dos especies.

RESULTADOS DE SIMULACION

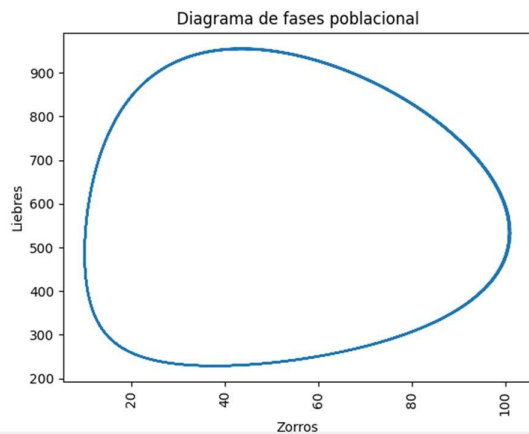
Al observar el primer gráfico de la densidad poblacional de las liebres y los zorros, podemos notar que ambas poblaciones tienen un comportamiento cíclico. Esto se debe a que cuando la población de las liebres aumenta, la población de los zorros también aumenta debido a la mayor cantidad de alimento disponible, lo que a su vez hace que la población de las liebres disminuya debido a la mayor presión de depredación. A medida que la población de las liebres disminuye, la población de los zorros también disminuye debido a la escasez de alimento, lo que permite que la población de las liebres se recupere y comience el ciclo nuevamente.

En el ejemplo siguiente, nuestros datos son

```
liebres=500
zorros=10
semanas=600
tasa_natalidad_liebres=0.08
tasa_mortandad_liebres=0.002
tasa_mortandad_zorros=0.2
tasa_natalidad_zorros=0.0004
dt=1
tiempo_inicial=1
```



En cuanto al segundo gráfico del diagrama de fases, se puede observar que las dos poblaciones tienen una relación inversamente proporcional, lo que significa que cuando la población de las liebres aumenta, la población de los zorros también aumenta en un principio, pero luego disminuye. Cuando la población de las liebres disminuye, la población de los zorros también disminuye en un principio, pero luego aumenta. Esto se debe a que los zorros se alimentan de las liebres, pero si la población de las liebres disminuye demasiado, no hay suficiente alimento para que los zorros sobrevivan, lo que a su vez causa que la población de los zorros disminuya.



Es importante destacar que el modelo de Lotka-Volterra es una simplificación de la realidad, ya que asume que la población de presas es infinita y que la cantidad de depredadores es proporcional a la cantidad de presas disponibles. Por lo tanto, no tiene en cuenta factores como la competencia entre individuos de la misma especie, la disponibilidad de recursos, la migración, entre otros.

Lotka Volterra Logistico

En el modelo original de Lotka-Volterra, la tasa de crecimiento de las presas (liebres) se define como:

$$x' = r1 * x - p * x * y$$

donde:

x es la población de las presas (liebres).

r1 es la tasa de crecimiento natural de las presas.

p es la tasa de depredación, es decir, la tasa a la cual las presas son capturadas y consumidas por los depredadores (zorros).

y es la población de los depredadores (zorros).

Sin embargo, en el modelo de Lotka-Volterra logístico, se introduce el concepto de capacidad de carga del entorno. La capacidad de carga (K) representa la máxima población que el entorno puede sostener. Cuando la población de las presas se acerca a la capacidad de carga, la tasa de crecimiento disminuye.

La ecuación modificada para la tasa de crecimiento de las presas en el modelo de Lotka-Volterra logístico es:

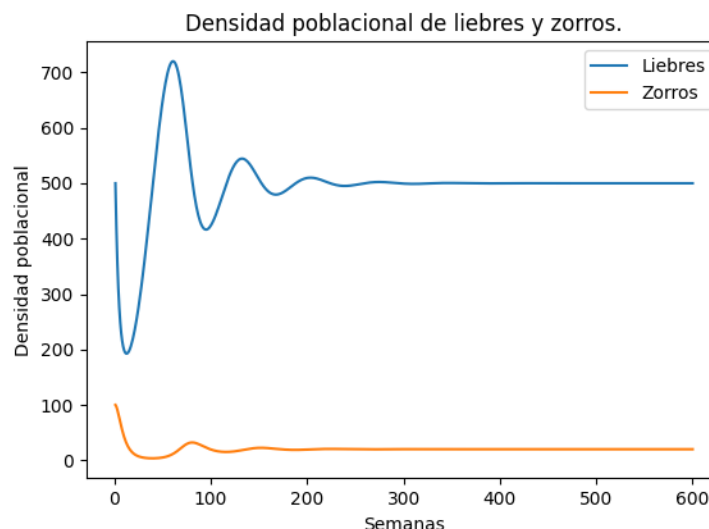
$$x' = r1 * x * (1 - (x / K)) - p * x * y$$

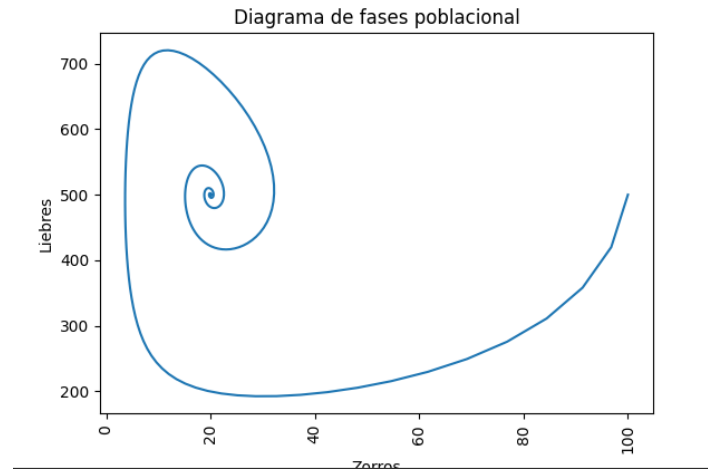
donde se agrega el término $(1 - (x / K))$ que representa el efecto de la capacidad de carga.

En el código modificado, la función calcular_variacion_presas se actualiza para incluir este término y se utiliza la variable self.K que representa la capacidad de carga del entorno.

En esta nueva implementación, la tasa de crecimiento de las presas se multiplica por $(1 - (self.liebres / self.K))$, lo que disminuye la tasa de crecimiento a medida que la población de las presas se acerca a la capacidad de carga.

De esta manera, al introducir el término logístico en la ecuación de crecimiento de las presas, se tiene en cuenta la influencia de la capacidad de carga del entorno en la dinámica de las poblaciones de presas y depredadores.





La capacidad de carga se mide en unidades de población, ya que representa el máximo número de individuos que un determinado entorno puede mantener de manera sostenible. Específicamente, en el contexto del modelo de Lotka-Volterra logístico, la capacidad de carga (K) representa el número máximo de presas (en este caso, liebres) que el entorno puede soportar sin que se produzca una disminución significativa en la disponibilidad de recursos (como alimento, refugio, etc.) o un aumento excesivo de la competencia entre individuos.

La capacidad de carga puede variar dependiendo de factores como la disponibilidad de recursos, el tamaño del hábitat, la calidad del hábitat y la interacción con otras especies. Es importante destacar que la capacidad de carga no es un valor fijo, sino que puede cambiar a lo largo del tiempo debido a cambios en las condiciones ambientales.

En el contexto del modelo de Lotka-Volterra logístico, cuando la población de presas (liebres) se acerca a la capacidad de carga (K), el crecimiento de la población se ralentiza y puede alcanzar un equilibrio donde la tasa de natalidad y la tasa de mortalidad se igualan, manteniendo la población alrededor de la capacidad de carga.