



UNSE

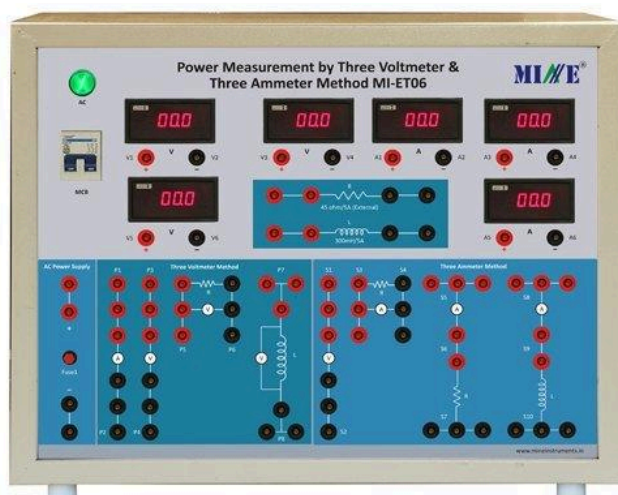
Universidad Nacional
de Santiago del Estero

**Facultad de Ciencias
Exactas y Tecnologías**

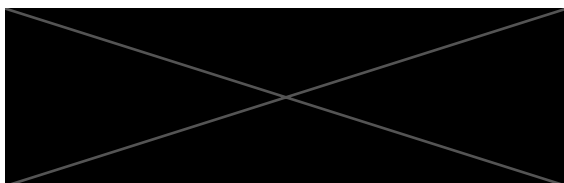
Santiago del Estero, 14 de mayo del 2025

Ingeniería eléctrica

***TP N° 5: Medición de Impedancias, por el método de los tres
amperímetros y los tres voltímetros
Medidas eléctricas***

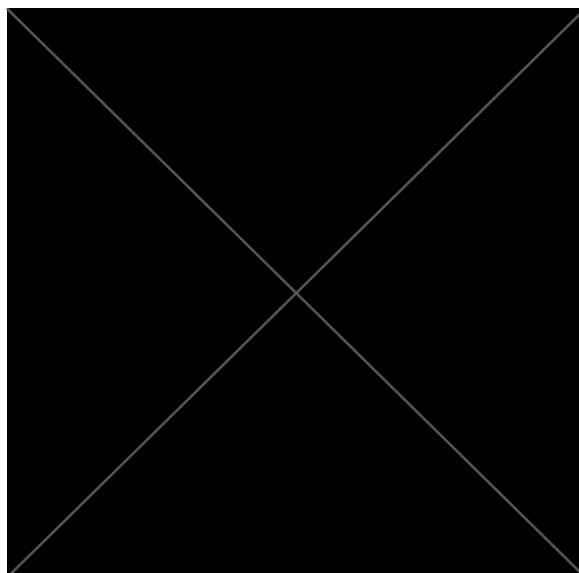


DOCENTES:



ALUMNO

- Chevauchey Clément



ÍNDICE

Objetivos	3
Introducción	3
Materiales usados	4
Desarrollo	6
Datos y cálculos	8
Resultados y conclusión	13
Referencias	14

Objetivos

- Familiarizarse con la medición de impedancias y sus componentes.
- Determinación de la propagación de los errores en la medición y cálculo de los mismos.

Introducción

Medición de impedancias

La **medición de impedancias** en circuitos eléctricos es fundamental para el análisis y diseño de sistemas en **corriente alterna** (CA), ya que permite determinar cómo un elemento o conjunto de elementos eléctricos se comportan frente al paso de la corriente. La impedancia contempla tanto la **oposición resistiva** como la **reactiva** (capacitiva o/e inductiva).

Entre los métodos utilizados para medir impedancias se destacan el método de los tres amperímetros y el método de los tres voltímetros.

Ambos métodos permiten obtener resultados sin necesidad de utilizar instrumentos complejos como analizadores de impedancia.

Método de los tres amperímetros

El método de los tres amperímetros consiste en conectar tres amperímetros en distintos puntos del circuito para medir las corrientes que atraviesan una impedancia desconocida y una resistencia patrón. A partir de estas mediciones y del conocimiento de la resistencia patrón, se puede calcular la impedancia mediante relaciones vectoriales.

Método de los tres voltímetros

El método de los tres voltímetros, por su parte, emplea tres voltímetros para medir las caídas de tensión en los distintos elementos del circuito. A partir de estas tensiones, y aplicando el teorema del triángulo de tensiones, también es posible deducir la impedancia.

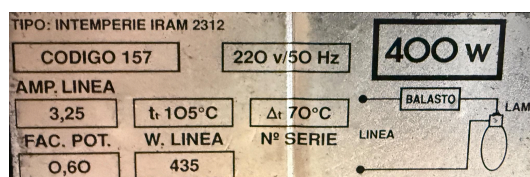
Materiales usados

Método de los 3 voltímetros

- Fuente de corriente alterna
 - Voltaje de entrada 220 VAC
 - Voltaje de salida (0-250V)
 - Corriente máxima 12 A



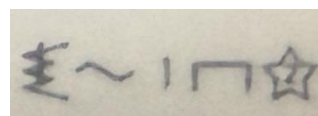
- Impedancia (Balasto)
 - Voltaje de entrada 220 VAC
 - Corriente de línea 3,25 A
 - Potencia 400W



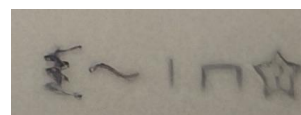
- Multímetro SENIT DT-9205A



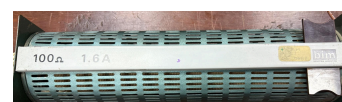
- Voltímetro
 - Hierro móvil
 - Corriente alterna
 - Clase de exactitud de 1
 - Posición de funcionamiento acostada
 - Clase de aislamiento Clase 2 = doble aislamiento, no necesita conexión a tierra)



- Voltímetro
 - Hierro móvil
 - Corriente alterna
 - Clase de exactitud de 1
 - Posición de funcionamiento acostada
 - Clase de aislamiento Clase 2 = doble aislamiento, no necesita conexión a tierra)



- Resistencia
 - 100 ohmios
 - 1,6 A



- Pinza amperometrica BRINNA HB-302
 - 400 A
 - 600 V



Método de los 3 amperímetros

- Fuente de corriente alterna
 - Voltaje de entrada 220 VAC
 - Voltaje de salida (0-250V)
 - Corriente máxima 12 A



- Impedancia (motor)
 - Voltaje de entrada 220 VAC
 - Corriente 4,8 A



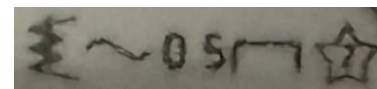
- Impedancia (Resistencia)
 - 300 ohmios
 - 0,9 A



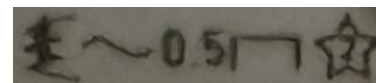
- Multímetro FLUX 189



- Amperímetro
 - Hierro móvil
 - Corriente alterna
 - Clase de exactitud de 0,5
 - Posición de funcionamiento acostada
 - Clase de aislamiento Clase 2 = doble aislamiento, no necesita conexión a tierra)



- Amperímetro
 - Hierro móvil
 - Corriente alterna
 - Clase de exactitud de 0,5
 - Posición de funcionamiento acostada
 - Clase de aislamiento Clase 2 = doble aislamiento, no necesita conexión a tierra)



- Resistencia
 - 100 Ohmios
 - Corriente máxima 1,6 A



Desarrollo

Método de los 3 voltímetros

Luego de verificar el correcto funcionamiento del disyuntor diferencial del laboratorio, se procedió al armado del circuito, conectando el variac, la impedancia a medir (R_z), la resistencia patrón (R_p) y dos voltímetros analógicos: uno en los bornes de la impedancia (U_z) y otro en los bornes de la resistencia (U_r). Además, se conectó un voltímetro digital en paralelo con ambas resistencias, para medir la caída de tensión total (U) (Imágenes 1 y 2).

También se conectó de manera no invasiva una pinza amperimétrica, asegurándose de que no circule más de 1,6 amperes por la resistencia patrón, correspondiente a su corriente máxima admitida.

Después de tensionar al circuito, se aumentó la tensión entregada por el variac, hasta que se cumpla una de las siguientes condiciones:

- El valor de corriente pasando por la resistencia patrón se acerca al valor de la corriente máxima (1,6A) de la resistencia patrón, sin superarlo.
- Uno de los dos amperímetros analógicos llegan a fondo de escala:
 - $U_{Z\ Max} = 130V$
 - $U_{P\ Max} = 260V$
- El voltímetro en bornas del motor se acerca al valor de tensión máxima del motor (220V)

Esta precaución permite evitar el riesgo de dañar la resistencia patrón, o el motor, así como tener un error de medición con los instrumentos analógicos usados en el experimento.

A continuación, se registraron:

- El valor real de la resistencia patrón, así como el error porcentual provistos por el fabricante.
- La cantidad de divisiones de la escala de los instrumentos analógicos, sus alcances y sus clases de exactitud, con el fin de calcular los errores asociados.
- La resolución y exactitud del multímetro digital trabajando como amperímetro en corriente alterna según el rango de trabajo (Provisto por el fabricante).

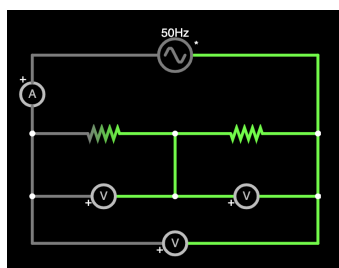


Imagen 1¹



Imagen 2

¹ Falstad. "falstad circuit builder", <https://www.falstad.com/circuit/circuitjs.html>.

Método de los 3 amperímetros

Luego de verificar el correcto funcionamiento del disyuntor diferencial del laboratorio, se procedió al armado del circuito, conectando el variac, la impedancia a medir (**R_z**), la resistencia patrón (**R_p**), un amperímetro analógico en serie con la impedancia a medir (**I_z**) otro en serie con las dos resistencias para medir la corriente total (**I**), así como el amperímetro digital en serie de la resistencia patrón (**I_r**) (*Imágenes 3,4*).

También se conectó en paralelo de los bornes del motor (Actuando como inductor aquí) un voltímetro analógico, asegurándonos de que la tensión suba a más de 220 voltios.

Después de tensionar al circuito, se aumentó la tensión entregada por el variac, hasta que se cumpla una de las siguientes condiciones:

- El valor de corriente pasando por la resistencia se acerca al valor de la corriente máxima (1,6A) de la resistencia patrón, sin superarlo.
- Uno de los dos voltímetros analógicos llegan a fondo de escala:
 - $U_{Z\ Max} = 130V$
 - $U_{P\ Max} = 260V$

Esta precaución permite evitar el riesgo de dañar la resistencia patrón, así como tener un error de medición con los instrumentos analógicos usados en el experimento.

A continuación, se registraron:

- El valor real de la resistencia patrón (obtenidos en su calibración previa), así como el error porcentual provistos por el fabricante.
- La cantidad de divisiones de la escala de los instrumentos analógicos, sus alcances y sus clases de exactitud, con el fin de calcular los errores asociados.
- La resolución y exactitud del multímetro digital trabajando como voltímetro en corriente alterna según el rango de trabajo (Provisto por el fabricante).

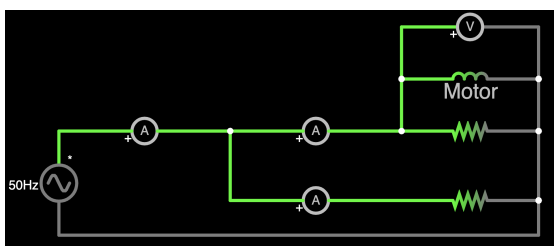


Imagen 3²

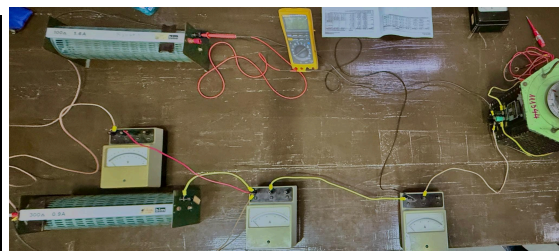


Imagen 4

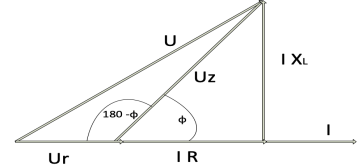
² Falstad. "falstad circuit builder", <https://www.falstad.com/circuit/circuitjs.html>.

Datos y cálculos

Método de los 3 voltímetros

Del diagrama fasorial, tomando como referencia la corriente que se se comparte en serie, se puede deducir matemáticamente que:

$$U^2 = (U_1 + U_Z \cos \phi)^2 + U_R^2 \cdot \sin^2 \phi$$



Usando relaciones trigonométricas y sacando el ángulo se obtiene la fase de U_2 :

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{U^2 - U_R^2 - U_Z^2}{2 \cdot U_R \cdot U_Z} \right)$$

Del circuito se puede deducir la relación siguiente y calcular la impedancia Z_X :

$$I = \frac{U_R}{R_p} = \frac{U_{ZX}}{Z_X} \rightarrow Z_X = \frac{U_Z \cdot R_p}{U_R}$$

Por trigonometría del diagrama de la impedancia:

$$R = Z \cdot \cos \phi$$

Se calcula la reactancia:

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

Para calcular la potencia:

$$P = \frac{1}{2 \cdot R_p} \cdot (U^2 - U_R^2 - U_Z^2)$$

Se calcularon a continuación los errores en la medición:

$$e_{\cos \phi \%} = \frac{2 \cdot U^2 \cdot e_{U \%} + 2 \cdot U_Z^2 \cdot e_{UR \%} + 2 \cdot U_R^2 \cdot e_{UR \%}}{U^2 - U_R^2 - U_Z^2} + e_{UR \%} + e_{UZ \%}$$

donde:

$$e_{Z \%} = e_{UR \%} + e_{UZ \%} + e_{RP \%} \quad \& \quad e_{R \%} = e_{Z \%} + e_{\cos \phi \%} \quad \& \quad e_{XL \%} = \frac{Z^2 \cdot e_{Z \%} + R^2 \cdot e_{R \%}}{(Z^2 - R^2)}$$

Para la potencia:

$$e_{P\%} = e_{RP\%} + \frac{2 \cdot U^2 \cdot e_{U\%} + 2 \cdot U_Z^2 \cdot e_{UR\%} + 2 \cdot U_R^2 \cdot e_{UR\%}}{U^2 - U_R^2 - U_Z^2}$$

Se adjunta aquí la tabla de los valores y errores calculados:

Valores	3 voltímetros
U	144 V
U_Z	$60 V + 1 \text{ div} \cdot \frac{2 V}{\text{div}} = 62 V$
U_{RP}	$130 V - 0,2 \text{ div} \cdot \frac{5 V}{\text{div}} = 129 V$
R_P	100 Ω
ϕ	89,1° (1,555 radians)
Z_X	208,06 Ω
R	3,27 Ω
X_L	208,03 Ω
P	1,255 W

Errores	3 voltímetros
$e_{cl\% URP}$	$C \cdot \frac{X_f}{X_m} = 1 \cdot \frac{260 V}{129 V} = 2,015\%$
$e_{ap\% URP}$	$\frac{Ap}{div} \cdot 100 = \frac{0,2}{25,8} \cdot 100 = 0,77\%$
$e_{URP\%}$	$4,19\% + 0,625\% = 2,785\%$
$e_{cl\% UZ}$	$C \cdot \frac{X_f}{X_m} = 1 \cdot \frac{130 V}{62 V} = 2,097\%$
$e_{ap\% UZ}$	$\frac{Ap}{div} \cdot 100 = \frac{0,2}{31} \cdot 100 = 0,645\%$
$e_{UZ\%}$	$4,19\% + 0,625\% = 2,742\%$
$e_{U\%}$	$\frac{0,8\% \cdot 144 V + 3 \cdot 0,1 V}{144 V} = 1,007\%$
$e_{RP\%}$	0,1%
$e_{Z\%}$	$2,742\% + 2,785\% + 0,1\% = 5,627\%$
$e_{\cos\phi\%}$	7,54%
$e_{R\%}$	$5,627\% + 7,54\% = 13,167\%$
$e_{XL\%}$	5,632%
$e_{P\%}$	8,312%

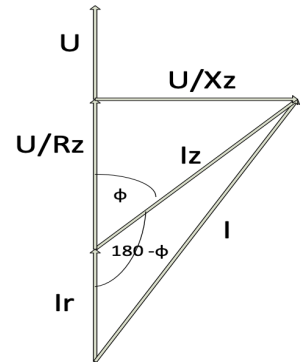
Método de los 3 amperímetros

Del diagrama fasorial, tomando como referencia la tensión que se se comparte en paralelo, se puede deducir matemáticamente que:

$$I^2 = (I_1 + I_Z \cos \phi)^2 + I_R^2 \cdot \sin^2 \phi$$

Usando relaciones trigonométricas y sacando el ángulo se obtiene la fase de I_2 :

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{I^2 - I_R^2 - I_Z^2}{2 \cdot I_R \cdot I_Z} \right)$$



Del circuito se puede deducir la relación siguiente y calcular la impedancia Z_X :

$$U = I_R \cdot R_P = I_Z \cdot Z_X \rightarrow Z_X = \frac{I_R}{I_Z} \cdot R_P$$

Por trigonometría del diagrama de la impedancia:

$$R = Z \cdot \cos \phi$$

Se calcula la reactancia:

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

Para calcular la potencia:

$$P = \frac{R_P}{2} \cdot (I^2 - I_R^2 - I_Z^2)$$

Se calcularon a continuación los errores en la medición:

$$e_{\cos \phi \%} = \frac{2 \cdot I^2 \cdot e_{I \%} + 2 \cdot I_Z^2 \cdot e_{I_R \%} + 2 \cdot I_R^2 \cdot e_{I_Z \%}}{I^2 - I_R^2 - I_Z^2} + e_{I_R \%} + e_{I_Z \%}$$

donde:

$$e_{Z \%} = e_{I_R \%} + e_{I_Z \%} + e_{R_P \%} \quad \& \quad e_{R \%} = e_{Z \%} + e_{\cos \phi \%} \quad \& \quad e_{X_L \%} = \frac{Z^2 \cdot e_{Z \%} + R^2 \cdot e_{R \%}}{(Z^2 - R^2)}$$

Para la potencia:

$$e_{P\%} = e_{RP\%} + \frac{2 \cdot I^2 \cdot e_{I\%} + 2 \cdot I_Z^2 \cdot e_{IR\%} + 2 \cdot I_R^2 \cdot e_{IR\%}}{I^2 - I_R^2 - I_Z^2}$$

Se adjunta aquí la tabla de los valores y errores calculados:

Valores	3 amperímetros
I	$3 A + 2,4 \text{ div} \cdot \frac{0,05 A}{\text{div}} = 3,12 A$
I_Z	$2 A - 1 \text{ div} \cdot \frac{0,05 A}{\text{div}} = 2,05 A$
I_{RP}	1,506 A
R_P	105 Ω
ϕ	58,1°
Z_X	159,7 Ω
R	84,39 Ω
X_L	135,58 Ω
P	217,82W

Errores	3 amperímetros
$e_{cl\% I}$	$C \cdot \frac{X_f}{X_m} = 0,5 \cdot \frac{6 A}{3,12 A} = 0,96\%$
$e_{ap\% I}$	$\frac{Ap}{div} \cdot 100 = \frac{0,2}{62,4} \cdot 100 = 0,32\%$
$e_{I\%}$	$4,19\% + 0,625\% = 1,281\%$
$e_{cl\% IZ}$	$C \cdot \frac{X_f}{X_m} = 0,5 \cdot \frac{6 A}{2,05 A} = 1,463\%$
$e_{ap\% IZ}$	$\frac{Ap}{div} \cdot 100 = \frac{0,2}{41} \cdot 100 = 0,488\%$
$e_{IZ\%}$	$4,19\% + 0,625\% = 1,95\%$
$e_{Irp\%}$	$\frac{1,5\% \cdot 1,506 A + 5 \cdot 0,001 A}{1,506 A} \cdot 100 = 1,5\%$
$e_{RP\%}$	0,1%
$e_{Z\%}$	$1,5\% + 1,95\% + 0,1\% = 3,55\%$
$e_{\cos\phi\%}$	18,21%
$e_{R\%}$	21,76%
$e_{XL\%}$	13,36%
$e_{P\%}$	60,69%

Resultados y conclusión

Tomando en cuenta los valores medidos y los cálculos que se hicieron durante el desarrollo del Trabajo Práctico, se puede dar como resultado el valor de las impedancias siguientes:

Método de los 3 voltímetros:

$$\begin{aligned}\varphi &= 89,1^\circ \pm 7,54 \% = (89,1 \pm 6,72)^\circ \\ Z_x &= 208,06 \Omega \pm 5,63 \% = (208,06 \pm 11,71) \Omega \\ R &= 3,27 \Omega \pm 13,17 \% = (3,27 \pm 0,43) \Omega \\ X_L &= 208,03 \Omega \pm 5,63 \% = (208,03 \pm 11,72) \Omega \\ P &= 1,26 W \pm 8,31 \% = (1,26 \pm 0,10) W\end{aligned}$$

Método de los 3 amperímetros

$$\begin{aligned}\varphi &= 58,1^\circ \pm 18,21 \% = (58,1 \pm 10,58)^\circ \\ Z_x &= 159,7 \Omega \pm 3,55 \% = (159,7 \pm 5,67) \Omega \\ R &= 84,39 \Omega \pm 21,76 \% = (84,39 \pm 18,36) \Omega \\ XL &= 135,58 \Omega \pm 13,36 \% = (135,58 \pm 18,11) \Omega \\ P &= 217,82 W \pm 12,74 \% = (217,82 \pm 27,75) W\end{aligned}$$

A partir de los resultados obtenidos, se observa que ambos métodos permiten estimar con éxito el valor de la impedancia y sus componentes resistiva y reactiva, aunque con diferencias notables en los niveles de error.

El **método de los tres voltímetros** mostró una mayor precisión en la determinación de la reactancia y la impedancia total, especialmente útil cuando se dispone de voltímetros analógicos de buena calidad. Sin embargo, la resistencia calculada tuvo un mayor porcentaje de error relativo, posiblemente por su bajo valor absoluto.

Por otro lado, el **método de los tres amperímetros** presentó un mayor error en la estimación de la resistencia y la potencia, lo cual puede atribuirse a la sensibilidad de los instrumentos ante pequeñas variaciones de corriente.

En conclusión, ambos métodos son válidos para la medición de impedancias en circuitos de CA, pero la elección del método más adecuado dependerá de la naturaleza de la carga a medir, la magnitud de las componentes resistiva y reactiva, y la precisión requerida en los resultados. Es fundamental considerar la propagación de los errores y las limitaciones instrumentales para obtener resultados confiables y representativos de la realidad experimental.

Referencias

- Falstad. "Falstad circuit builder", <https://www.falstad.com/circuit/circuitjs.html>.
- Apuntes de cátedra, Medidas Eléctricas, UNSE.