

Laporan Tugas Besar

Matriks & Ruang Vektor

“Aplikasi Aljabar Linier pada Metode Numerik”

Disusun Oleh :

Ilham Yoga Pratama (121140081)

Indah Mutiara (121140158)

Ferdinand Zulvan Lindan (121140170)

Diana Tiara Putri (121140172)

Arof Andestama (121140182)



INSTITUT TEKNOLOGI SUMATERA
TAHUN AJARAN 2022/2023

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa. Dengan kemurahan serta petunjuk-Nya, kami bisa menyelesaikan sebuah laporan tugas besar tentang “Aplikasi Aljabar Linear pada Metode Numerik” sesuai pada jadwalnya. Laporan ini dibuat agar bisa memenuhi tugas besar mata kuliah Matriks dan Ruang Vektor. Selain itu, laporan Tugas besar ini bertujuan untuk memberitahukan kembali materi yang sudah pernah dipelajari sebelumnya bagi para pembaca maupun penulis kemudian mengaplikasikannya menjadi sebuah program untuk menghitung solusi dari Sistem Persamaan Linear (SPL) secara numerik dengan bahasa Python.

Dalam menyelesaikan laporan tugas besar ini kami sedikit mengalami kesulitan. Hal tersebut tidak lain disebabkan karena kemampuan dan keterbatasan informasi dan pengetahuan serta pengalaman. Kami mengerti bahwa laporan ini masih jauh dari sempurna serta memiliki banyak sekali kekurangan yang ada, baik dalam hal penyampaian, pengkajian materi tata cara penulisan serta bahasa yang dipergunakan. Oleh sebab itu, saya menantikan sebuah kritik ataupun saran dari semua pihak sehingga mampu menjadikan lebih baik lagi.

Akhirnya saya berharap laporan ini bisa berguna dan memberikan manfaat bagi lingkungan akademik dimana saya menuntut ilmu selama ini maupun orang lain yang membutuhkan. Semoga Tuhan Yang Maha Kuasa senantiasa melimpahkan kemurahan serta petunjuk-Nya kepada kita semua, Aamiin Yarabbal Alamin.

Lampung Selatan, 18 Desember 2022



Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	1
DAFTAR ISI.....	2
BAB 1. DESKRIPSI MASALAH	3
BAB 2. TEORI SINGKAT	5
2.1. Metode Eliminasi Gauss.....	5
2.2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan	6
BAB 3. IMPLEMENTASI PROGRAM.....	7
3.1. Library.....	7
3.2. Class	7
3.3. Method	7
3.4. Atribut	7
3.5. Penjelasan Program	8
BAB 4. HASIL EKSPERIMEN	9
4.1. Inputan keyboard (Metode Eliminasi Gauss).....	9
4.2. Inputan keyboard (Metode Eliminasi Gauss-Jordan).....	11
4.3. Inputan dari file (Eliminasi Gauss)	14
4.4. Inputan dari file (Eliminasi Gauss-Jordan)	15
BAB 5. SARAN DAN KESIMPULAN	18
5.1. Kesimpulan.....	18
5.2. Saran.....	18
DAFTAR PUSTAKA	19

BAB 1. DESKRIPSI MASALAH

Dalam mata kuliah Matriks dan Ruang Vektor telah diajarkan teori dan algoritma pada matriks yang dapat digunakan untuk menyelesaikan beberapa permasalahan pada topik aljabar linier, seperti mencari solusi sebuah sistem persamaan linier (SPL), perhitungan determinan matriks, mencari balikan sebuah matriks, dan melakukan interpolasi polinomial. Langkah-langkah serta algoritma yang dapat digunakan di antaranya adalah operasi baris elementer, metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan (*invers*) dan kaidah Cramer.

- (i) Sistem persamaan linier (SPL) $Ax = b$ dengan n peubah (*variable*) dan m persamaan adalah berbentuk

$$\begin{aligned}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\&\vdots \\&\vdots \\a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m\end{aligned}$$

yang dalam hal ini x_i adalah peubah, a_{ij} dan b_i adalah koefisien $\in \mathbb{R}$. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak, atau hanya satu (unik/tunggal).

- (ii) Sebuah matriks M berukuran $n \times n$

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix}$$

determinannya adalah

$$\det(M) = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} \end{vmatrix}$$

- (iii) Balikan (*invers*) matriks M berukuran $n \times n$ dapat dihitung dengan banyak cara: menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan dan menggunakan matriks adjoin.

Banyak sekali masalah-masalah di dunia nyata yang dapat diselesaikan melalui aljabar linier. Salah satu contohnya adalah ketika mencari nilai-nilai arus pada rangkaian listrik

ataupun dalam teknik sipil ketika ingin menyelesaikan perhitungan mekanika yang melibatkan banyak variabel. Biasanya, sistem persamaan yang didapat diubah ke dalam bentuk persamaan matriks, sehingga dapat diselesaikan dengan menggunakan algoritma-algoritma yang telah disebutkan sebelumnya. Karena melibatkan banyak variabel, perhitungan dengan tangan tidak lagi menjadi feasible. Oleh karena itu, hal yang perlu dilakukan adalah melakukan implementasi algoritma-algoritma matriks pada komputer ke dalam sebuah program agar dapat dilakukan automasi untuk penghitungan. Program yang kita buat kali ini dibuat menggunakan bahasa Python.

Program yang dibuat mampu melakukan beberapa hal yakni:

1. Menghitung solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss
2. Menghitung solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss-Jordan

Selain itu, program ini memiliki beberapa spesifikasi sebagai berikut:

1. Program dapat menerima masukan (input) baik dari keyboard.
2. Untuk SPL, masukan dari keyboardnya adalah m, n , (ukuran dari matriks) dan nilai dari koefisien-koefisien a_{ij} dan b_i .
3. Untuk menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari keyboard adalah n (ukuran matriks persegi) serta a_{ij} , entri dari matriks-matriks perseginya.
4. Untuk SPL, keluaran program adalah solusi dari SPL tersebut. Jika solusinya tunggal, maka nilainya ditulis. Jika tidak ada solusi, ditulis tidak ada solusi. Sedangkan jika solusinya banyak, ditulis dalam bentuk parametrik.
5. Keluaran program harus dapat ditampilkan pada layar.

BAB 2.

TEORI SINGKAT

2.1. Metode Eliminasi Gauss

Metode eliminasi Gauss merupakan sebuah algoritma pada matriks yang digunakan untuk menyelesaikan sebuah sistem persamaan linier. Pada tiap langkah di algoritma tersebut dilakukan Operasi Baris Elementer (OBE) pada suatu matriks. Tujuan dari algoritma ini adalah untuk menghasilkan sebuah matriks eselon. Sebuah matriks disebut **row-echelon form** jika memenuhi properti-properti berikut ini:

1. Jika sebuah baris tidak semuanya bernilai nol maka bilangan bukan nol pertama yang muncul harus bernilai 1, selanjutnya akan disebut **leading 1**.
2. Jika terdapat baris yang seluruhnya terdiri dari nol maka baris tersebut diletakkan dibagian bawah matriks
3. Untuk setiap dua baris yang berurutan dan tidak semuanya bernilai nol maka **leading 1** dari baris yang bawah terletak lebih di sebelah kanan daripada **leading 1** dari baris yang atas.

Metode eliminasi Gauss ialah salah satu metode penyelesaian sistem persamaan linear yang ditulis dalam bentuk matriks augmented. Pertama-tama matriks augmented yang merepresentasikan sistem persamaan linear tersebut diubah menjadi matriks **row-echelon form** dengan menggunakan operasi-operasi berikut:

1. Mengalikan sebuah baris dengan sebuah bilangan konstan tak nol.
2. Menukar dua buah baris.
3. Menjumlahkan kelipatan suatu baris ke baris yang lain.

Metode eliminasi sebuah matriks dapat diubah menjadi **row-echelon form** dapat digambarkan dengan langkah-langkah berikut:

1. Tentukan kolom paling kiri yang tidak seluruhnya bernilai nol
2. Lakukan penukaran pada baris paling atas dengan baris lainnya, jika diperlukan, untuk membawa bilangan bukan nol ke baris paling atas dari kolom yang ditemukan pada langkah pertama
3. Jika element matriks pada baris dan kolom pada dua langkah sebelumnya bernilai a maka kalikan baris pertama tersebut dengan $1/a$ untuk membuat **leading 1**.
4. Jumlahkan kelipatan baris pertama yang sesuai dengan baris-baris dibawahnya supaya pada kolom tersebut, di baris-baris dibawahnya, setiap element bernilai nol.
5. Lakukan kembali langkah 1-4 untuk baris berikutnya.

Setelah matriks augmented menjadi matriks **row-echelon form** maka dapat diperoleh solusi dari sistem persamaan linear yang diminta dengan **back substitution** dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Selesaikan persamaan-persamaan untuk setiap leading variable
2. Dimulai dari persamaan terbawah dan bekerja ke atas, lakukan substitusi setiap persamaan ke persamaan-persamaan yang ada di atasnya.

2.2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Metode eliminasi Gauss-Jordan digunakan untuk menghitung nilai matriks agar menjadi matriks yang lebih sederhana dengan membuat segitiga dengan nol bawah atau atas. Sebuah matriks disebut *reduced row-echelon form* jika matriks tersebut row-echelon form dan memenuhi sebuah syarat tambahan yaitu setiap kolom yang memuat *leading 1*, element-element yang lain bernilai nol. Untuk mendapatkannya lakukan langkah langkah seperti yang digunakan pada metode eliminasi Gauss ditambah pada bagian akhirnya langkah berikut:

Dimulai dari baris paling bawah dan bekerja ke atas, lakukan penjumlahan kelipatan dari setiap baris terhadap baris-baris yang ada di atasnya untuk membuat nilai diatas setiap *leading 1* bernilai nol.

Untuk mendapatkan penyelesaiannya metode eliminasi Gauss Jordan juga menggunakan back substitution yang digunakan pada metode eliminasi Gauss.

BAB 3.

IMPLEMENTASI PROGRAM

Dalam tugas besar Matriks dan Ruang Vektor ini, kelompok kami membuat sebuah file program berbahasa Python untuk mengaplikasikan metode-metode yang telah dipelajari. Dimana dalam program tersebut kami menggunakan empat pilihan menu untuk menyelesaikan sebuah Sistem Persamaan Linier (SPL) berdasarkan input dari keyboard ataupun dari file yang dimana dalam metode eliminasi Gauss mampu menyelesaikan matriks augmented ke dalam bentuk matriks eselon baris, sedangkan dalam metode eliminasi Gauss-Jordan mampu menyelesaikan matriks augmented ke dalam bentuk matriks eselon baris tereduksi sampai menemukan solusinya.

3.1. Library

Import coba yang berfungsi membuat fungsi matematika yang akan memberikan sebuah contoh kasus yang kemudian akan di proses di program main

3.2. Class

Dalam program yang kami buat, kami tidak menggunakan *class*. *Class* sendiri berfungsi sebagai prototipe untuk wadah menghimpun data dan kebergunaan yang kemudian menghasilkan sebuah objek.

3.3. Method

Dalam program ini kami menggunakan method (fungsi), method (fungsi) adalah kumpulan perintah atau baris kode yang dikelompokkan menjadi satu kesatuan yang kemudian bisa dipanggil atau digunakan berkali-kali. Beberapa fungsi yang kami gunakan dalam program yaitu `def BuatMatriks(Matriks, Baris, Kolom)`, `def SPL(Matriks, Baris, Kolom, Aljabar)`, `def PrintMatriks(Matriks, Baris, Kolom)`, `def Gauss(Matriks, Baris, Kolom, i = 0, x = 0)`, `def Jordan(Matriks, Baris, Kolom, Aljabar)`, `def GS()`, `def GSJD()`, `def FolderTestGauss()`, `def FolderTestJordan()`, `def main()`. Fungsi itu semua akan membuat sebuah kode program menjadi “reusable” serta lebih terstruktur.

3.4. Atribut

Dalam program ini juga kami menggunakan sebuah atribut, atribut sendiri adalah data dari anggota (variabel kelas dan variabel contoh) dan metode, yang dapat diakses melalui notasi titik. Beberapa contoh atribut yang kami gunakan dalam program yaitu:

- `.append()`
Berfungsi menambahkan item pada list mulai dari belakang list.
- `.format()`
Berfungsi untuk melakukan pengaturan format string yang akan dicetak atau ditampilkan ke layar.
- `.ManyRow` , `.ManyKolom` dan `.Matrix`

- Berfungsi mengakses nilai pada variabel yang dijadikan uji kasus pada percobaan program. Dengan mengimpor file coba kami bisa mengakses atribut `.ManyRow` , `.ManyKolom` dan `.Matrix`

3.5. Penjelasan Program

Diatas sudah kami informasikan apa saja library, method (fungsi), dan atribut yang kami gunakan dalam program, sekarang kami akan menjelaskan bagaimana program kami berjalan. Saat dijalankan program akan menampilkan beberapa pilihan menu, yaitu:

a) Input nilai dari keyboard (Eliminasi Gauss atau Eliminasi Gauss-Jordan)

Saat pengguna memilih input dari keyboard, pengguna akan diminta untuk memasukkan banyak baris dan kolom, kemudian pengguna juga diminta memasukkan nilai dari SPL. Lalu, program secara otomatis akan mengolahnya menjadi matriks augmented, setelah menjadi matriks augmented program juga akan matriks tersebut ke dalam bentuk matriks eselon baris (untuk eliminasi gauss) dan ke dalam bentuk matriks eselon baris tereduksi (untuk eliminasi gauss-jordan) untuk eliminasi gauss-jordan akan mengalami proses selanjutnya yaitu mencari solusi yang dihasilkan dari matriks eselon baris tereduksi yang kemudian akan ditampilkan jenis solusi yang ditemukan (solusi unik, banyak solusi atau tidak ada solusi) beserta nilainya.

b) Input nilai dari file coba (Eliminasi Gauss atau Eliminasi Gauss-Jordan)

Saat pengguna memilih menu ini, maka program akan menggunakan nilai dari file yang diimpor yaitu coba. Dengan mengakses nilai dari `Matrix` (list matriks), `ManyRow` (banyak baris) dan `ManyKolom` (banyak kolom) program akan secara otomatis mengolah nilai tersebut menjadi sebuah matriks augmented dan memprosesnya dengan salah satu metode eliminasi (eliminasi gauss atau eliminasi gauss-jordan). Untuk metode eliminasi gauss program akan mengubah matriks tersebut ke dalam bentuk matriks eselon baris dan menampilkannya ke layar. Sedangkan untuk metode eliminasi gauss-jordan program akan mengubah matriks tersebut ke dalam bentuk matriks eselon baris tereduksi dan mencari solusinya yang kemudian ditampilkan ke layar.

BAB 4. HASIL EKSPERIMEN

Berikut adalah hasil program kami dalam menangani kasus SPL yang diberikan.

$$0.31x_1 + 0.14x_2 + 0.30x_3 + 0.27x_4 = 1.02$$

$$0.26x_1 + 0.32x_2 + 0.18x_3 + 0.24x_4 = 1.00$$

$$0.61x_1 + 0.22x_2 + 0.20x_3 + 0.31x_4 = 1.34$$

$$0.40x_1 + 0.34x_2 + 0.36x_3 + 0.17x_4 = 1.27$$

Dalam menyelesaikan kasus ini, kami menggunakan 4 percobaan yaitu 2 dari inputan keyboard dengan menggunakan 2 metode eliminasi yaitu Eliminasi Gauss atau Eliminasi Gauss-Jordan, 2 lainnya dari file tes uji kasus dengan menggunakan 2 metode eliminasi yang sama yaitu Eliminasi Gauss atau Eliminasi Gauss-Jordan.

4.1. Inputan keyboard (Metode Eliminasi Gauss)

```
===== MENU =====  
1. Input dari keyboard (Eliminasi Gauss)  
2. Input dari keyboard (Eliminasi Gauss-Jordan)  
3. Input dari file (Eliminasi Gauss)  
4. Input dari file (Eliminasi Gauss-Jordan)  
Masukan pilihan : 1
```

Saat pertama program dijalankan, pengguna akan ditampilkan 4 pilihan. Pilihan-pilihan tersebut adalah Input dari keyboard (Eliminasi Gauss), Input dari keyboard (Eliminasi Gauss-Jordan), Input dari file (Eliminasi Gauss), Input dari file (Eliminasi Gauss-Jordan).

Dalam percobaan pertama kita akan mencoba pilihan 1. Kemudian program akan meminta pengguna untuk memasukkan banyak baris dan kolom. Lalu, pengguna juga akan diminta memasukkan nilai x_1, x_2, x_3, \dots dan seterusnya.

```
Masukan data
Baris : 4
Kolom : 4
[1][1] :
0.31
[1][2] :
0.14
[1][3] :
0.30
[1][4] :
0.27
[1][5] :
1.02
[2][1] :
0.26
[2][2] :
0.32
[2][3] :
0.18
[2][4] :
0.24
[2][5] :
1.00
[3][1] :
0.61
```

```
[3][2] :
0.22
[3][3] :
0.20
[3][4] :
0.31
[3][5] :
1.34
[4][1] :
0.40
[4][2] :
0.34
[4][3] :
0.36
[4][4] :
0.17
[4][5] :
1.27
```

Setelah pengguna memasukkan nilai SPL, selanjutnya secara otomatis pengguna akan diperlihatkan hasil SPL dan bentuk matriks augmented dari SPL tersebut.

Sistem Persamaan Linear

$$\begin{aligned}
 &0.31x_1 + 0.14x_2 + 0.3x_3 + 0.27x_4 \\
 &0.26x_1 + 0.32x_2 + 0.18x_3 + 0.24x_4 \\
 &0.61x_1 + 0.22x_2 + 0.2x_3 + 0.31x_4 \\
 &0.4x_1 + 0.34x_2 + 0.36x_3 + 0.17x_4
 \end{aligned}$$

Matriks

```

[ 0.31 0.14 0.3 0.27 1.02]
[ 0.26 0.32 0.18 0.24 1.0]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
R1 =><= R2
[ 0.26 0.32 0.18 0.24 1.0]
[ 0.31 0.14 0.3 0.27 1.02]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
R1 / 0.26
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.31 0.14 0.3 0.27 1.02]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
R2 - 0.31R1
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
R3 - 0.61R1
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.53 -0.22 -0.25 -1.01]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]

```

```

R3 - 0.61R1
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.53 -0.22 -0.25 -1.01]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
R4 - 0.4R1
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.53 -0.22 -0.25 -1.01]
[ 0.0 -0.15 0.08 -0.2 -0.27]
R2 =><= R3
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.53 -0.22 -0.25 -1.01]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.15 0.08 -0.2 -0.27]
R2 / -0.53
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.15 0.08 -0.2 -0.27]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 0.14 -0.13 0.02]
[ 0.0 0.0 0.19 0.09 0.29]
R3 / 0.14
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 -0.93 0.14]
[ 0.0 0.0 0.19 0.09 0.29]
R4 - 0.19R3
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 -0.93 0.14]
[ 0.0 0.0 0.0 0.27 0.26]

```

```

R4 / 0.27
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 -0.93 0.14]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]

```

Setelah program selesai, program akan secara langsung memproses matriks augmented tadi ke dalam bentuk matriks eselon baris dan menampilkannya ke layar.

4.2. Inputan keyboard (Metode Eliminasi Gauss-Jordan)

```

===== MENU =====
1. Input dari keyboard (Eliminasi Gauss)
2. Input dari keyboard (Eliminasi Gauss-Jordan)
3. Input dari file (Eliminasi Gauss)
4. Input dari file (Eliminasi Gauss-Jordan)
Masukan pilihan : 2

```

Dalam percobaan kedua kita akan mencoba pilihan 2. Sama halnya dengan percobaan pertama yaitu pilihan 1, setelah kita memilih pilihan 2 program akan meminta pengguna untuk memasukkan banyak baris dan kolom. Lalu, pengguna juga akan diminta memasukkan nilai x_1, x_2, x_3, \dots dan seterusnya.

```
Masukan data
Baris : 4
Kolom : 4
[1][1] :
0.31
[1][2] :
0.14
[1][3] :
0.30
[1][4] :
0.27
[1][5] :
1.02
[2][1] :
0.26
[2][2] :
0.32
[2][3] :
0.18
[2][4] :
0.24
[2][5] :
1.00
[3][1] :
0.61
[3][2] :
0.22
[3][3] :
0.20
[3][4] :
0.31
[3][5] :
1.34
[4][1] :
0.40
[4][2] :
0.34
[4][3] :
0.36
[4][4] :
0.17
[4][5] :
1.27
```

Setelah pengguna memasukkan nilai SPL, selanjutnya secara otomatis pengguna akan diperlihatkan hasil SPL dan bentuk matriks augmented dari SPL tersebut.

Sistem Persamaan Linear

$$\begin{aligned}0.31x_1 + 0.14x_2 + 0.3x_3 + 0.27x_4 \\0.26x_1 + 0.32x_2 + 0.18x_3 + 0.24x_4 \\0.61x_1 + 0.22x_2 + 0.2x_3 + 0.31x_4 \\0.4x_1 + 0.34x_2 + 0.36x_3 + 0.17x_4\end{aligned}$$

Matriks

$$\begin{bmatrix}0.31 & 0.14 & 0.3 & 0.27 & 1.02 \\0.26 & 0.32 & 0.18 & 0.24 & 1.0 \\0.61 & 0.22 & 0.2 & 0.31 & 1.34 \\0.4 & 0.34 & 0.36 & 0.17 & 1.27\end{bmatrix}$$

$$R1 \Rightarrow R2$$

$$\begin{bmatrix}0.26 & 0.32 & 0.18 & 0.24 & 1.0 \\0.31 & 0.14 & 0.3 & 0.27 & 1.02 \\0.61 & 0.22 & 0.2 & 0.31 & 1.34 \\0.4 & 0.34 & 0.36 & 0.17 & 1.27\end{bmatrix}$$

$$R1 / 0.26$$

$$\begin{bmatrix}1.0 & 1.23 & 0.69 & 0.92 & 3.85 \\0.31 & 0.14 & 0.3 & 0.27 & 1.02 \\0.61 & 0.22 & 0.2 & 0.31 & 1.34 \\0.4 & 0.34 & 0.36 & 0.17 & 1.27\end{bmatrix}$$

$$R2 - 0.31R1$$

$$\begin{bmatrix}1.0 & 1.23 & 0.69 & 0.92 & 3.85 \\0.0 & -0.24 & 0.09 & -0.02 & -0.17 \\0.61 & 0.22 & 0.2 & 0.31 & 1.34 \\0.4 & 0.34 & 0.36 & 0.17 & 1.27\end{bmatrix}$$

$$R3 - 0.61R1$$

$$\begin{bmatrix}1.0 & 1.23 & 0.69 & 0.92 & 3.85 \\0.0 & -0.24 & 0.09 & -0.02 & -0.17 \\0.0 & -0.53 & -0.22 & -0.25 & -1.01 \\0.4 & 0.34 & 0.36 & 0.17 & 1.27\end{bmatrix}$$

$$R4 - 0.4R1$$

$$\begin{bmatrix}1.0 & 1.23 & 0.69 & 0.92 & 3.85 \\0.0 & -0.24 & 0.09 & -0.02 & -0.17 \\0.0 & -0.53 & -0.22 & -0.25 & -1.01 \\0.0 & -0.15 & 0.08 & -0.2 & -0.27\end{bmatrix}$$

$$R2 \Rightarrow R3$$

$$\begin{bmatrix}1.0 & 1.23 & 0.69 & 0.92 & 3.85 \\0.0 & -0.53 & -0.22 & -0.25 & -1.01 \\0.0 & -0.24 & 0.09 & -0.02 & -0.17 \\0.0 & -0.15 & 0.08 & -0.2 & -0.27\end{bmatrix}$$

$$R2 / -0.53$$

$$\begin{bmatrix}1.0 & 1.23 & 0.69 & 0.92 & 3.85 \\0.0 & 1.0 & 0.42 & 0.47 & 1.91 \\0.0 & -0.24 & 0.09 & -0.02 & -0.17 \\0.0 & -0.15 & 0.08 & -0.2 & -0.27\end{bmatrix}$$

$$R3 + 0.24R2$$

$$\begin{bmatrix}1.0 & 1.23 & 0.69 & 0.92 & 3.85 \\0.0 & 1.0 & 0.42 & 0.47 & 1.91 \\0.0 & 0.0 & 0.19 & 0.09 & 0.29 \\0.0 & -0.15 & 0.08 & -0.2 & -0.27\end{bmatrix}$$

$$R4 + 0.15R2$$

$$\begin{bmatrix}1.0 & 1.23 & 0.69 & 0.92 & 3.85 \\0.0 & 1.0 & 0.42 & 0.47 & 1.91 \\0.0 & 0.0 & 0.19 & 0.09 & 0.29 \\0.0 & 0.0 & 0.14 & -0.13 & 0.02\end{bmatrix}$$

$$R3 \Rightarrow R4$$

$$\begin{bmatrix}1.0 & 1.23 & 0.69 & 0.92 & 3.85 \\0.0 & 1.0 & 0.42 & 0.47 & 1.91 \\0.0 & 0.0 & 0.14 & -0.13 & 0.02 \\0.0 & 0.0 & 0.19 & 0.09 & 0.29\end{bmatrix}$$

$$R3 / 0.14$$

$$\begin{bmatrix}1.0 & 1.23 & 0.69 & 0.92 & 3.85 \\0.0 & 1.0 & 0.42 & 0.47 & 1.91 \\0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.93 & 0.14 \\0.0 & 0.0 & 0.19 & 0.09 & 0.29\end{bmatrix}$$

$$R4 - 0.19R3$$

$$\begin{bmatrix}1.0 & 1.23 & 0.69 & 0.92 & 3.85 \\0.0 & 1.0 & 0.42 & 0.47 & 1.91 \\0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.93 & 0.14 \\0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.27 & 0.26\end{bmatrix}$$

```

R4 / 0.27
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 -0.93 0.14]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
R3 + 0.93 x R4
0.93 R 4
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
R2 - 0.47 x R4
0.47 R 4
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.0 1.46]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
R1 - 0.92 x R4
0.92 R 4
[ 1.0 1.23 0.69 0.0 2.97]
[ 0.0 1.0 0.42 0.0 1.46]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
R2 - 0.42 x R3
0.42 R 3
[ 1.0 1.23 0.69 0.0 2.97]
[ 0.0 1.0 0.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
R1 - 0.69 x R3
0.69 R 3
[ 1.0 1.23 0.0 0.0 2.26]
[ 0.0 1.0 0.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]

```

```

R1 - 1.23 x R2
1.23 R 2
[ 1.0 0.0 0.0 0.0 0.99]
[ 0.0 1.0 0.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
~Solusi unik~
1.0x1 = 0.99
1.0x2 = 1.03
1.0x3 = 1.03
1.0x4 = 0.96

```

Setelah program selesai, program akan secara langsung memproses matriks augmented tadi ke dalam bentuk matriks eselon baris tereduksi dan menampilkan solusi dari SPL tersebut yaitu menampilkan nilai x_1, x_2, x_3 dan x_4 .

Jadi, didapatkan solusi unik pada contoh kasus SPL diatas menggunakan eliminasi gauss-jordan dengan masing-masing nilai $x_1 = 0.99$, $x_2 = 1.03$, $x_3 = 1.03$, dan $x_4 = 0.96$.

4.3. Inputan dari file (Eliminasi Gauss)

```

===== MENU =====
1. Input dari keyboard (Eliminasi Gauss)
2. Input dari keyboard (Eliminasi Gauss-Jordan)
3. Input dari file (Eliminasi Gauss)
4. Input dari file (Eliminasi Gauss-Jordan)
Masukan pilihan : 3

```

Dalam percobaan ketiga kita akan mencoba pilihan 3. Kemudian program akan mengambil nilai dari variabel Matrix (list matriks), ManyRow (banyak baris) dan ManyKolom (banyak kolom) dari file coba.


```

Matriks
[ 0.31 0.14 0.3 0.27 1.02]
[ 0.26 0.32 0.18 0.24 1]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
R1 =><= R2
[ 0.26 0.32 0.18 0.24 1]
[ 0.31 0.14 0.3 0.27 1.02]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
R1 / 0.26
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.31 0.14 0.3 0.27 1.02]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
R2 - 0.31R1
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
R3 - 0.61R1
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.53 -0.22 -0.25 -1.01]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
R4 - 0.4R1
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.53 -0.22 -0.25 -1.01]
[ 0.0 -0.15 0.08 -0.2 -0.27]
R2 =><= R3
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.53 -0.22 -0.25 -1.01]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.15 0.08 -0.2 -0.27]

```

```

R2 / -0.53
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.15 0.08 -0.2 -0.27]
R3 + 0.24R2
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 0.19 0.09 0.29]
[ 0.0 -0.15 0.08 -0.2 -0.27]
R4 + 0.15R2
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 0.19 0.09 0.29]
[ 0.0 0.0 0.14 -0.13 0.02]
R3 =><= R4
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 0.14 -0.13 0.02]
[ 0.0 0.0 0.19 0.09 0.29]
R3 / 0.14
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 -0.93 0.14]
[ 0.0 0.0 0.19 0.09 0.29]
R4 - 0.19R3
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 -0.93 0.14]
[ 0.0 0.0 0.0 0.27 0.26]
R4 / 0.27
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 -0.93 0.14]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]

```

Setelah program mengambil nilai dari file coba, lalu dengan otomatis program akan menampilkan bentuk matriks augmented dan secara langsung akan memproses ke dalam bentuk matriks eselon baris dan menampilkannya ke layar.

4.4. Inputan dari file (Eliminasi Gauss-Jordan)

```

===== MENU =====
1. Input dari keyboard (Eliminasi Gauss)
2. Input dari keyboard (Eliminasi Gauss-Jordan)
3. Input dari file (Eliminasi Gauss)
4. Input dari file (Eliminasi Gauss-Jordan)
Masukan pilihan : 4

```

Dalam percobaan keempat kita akan mencoba pilihan 4. Sama seperti percobaan ketiga program akan mengambil nilai dari variabel Matrix (list matriks), ManyRow (banyak baris) dan ManyKolom (banyak kolom) dari file coba.

Matriks

```
[ 0.31 0.14 0.3 0.27 1.02]
[ 0.26 0.32 0.18 0.24 1]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
```

R1 =><= R2

```
[ 0.26 0.32 0.18 0.24 1]
[ 0.31 0.14 0.3 0.27 1.02]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
```

R1 / 0.26

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.31 0.14 0.3 0.27 1.02]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
```

R2 - 0.31R1

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.61 0.22 0.2 0.31 1.34]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
```

R3 - 0.61R1

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.53 -0.22 -0.25 -1.01]
[ 0.4 0.34 0.36 0.17 1.27]
```

R4 - 0.4R1

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.53 -0.22 -0.25 -1.01]
[ 0.0 -0.15 0.08 -0.2 -0.27]
```

R2 =><= R3

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 -0.53 -0.22 -0.25 -1.01]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.15 0.08 -0.2 -0.27]
```

R2 / -0.53

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 -0.24 0.09 -0.02 -0.17]
[ 0.0 -0.15 0.08 -0.2 -0.27]
```

R3 + 0.24R2

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 0.19 0.09 0.29]
[ 0.0 -0.15 0.08 -0.2 -0.27]
```

R4 + 0.15R2

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 0.19 0.09 0.29]
[ 0.0 0.0 0.14 -0.13 0.02]
```

R3 =><= R4

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 0.14 -0.13 0.02]
[ 0.0 0.0 0.19 0.09 0.29]
```

R3 / 0.14

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 -0.93 0.14]
[ 0.0 0.0 0.19 0.09 0.29]
```

R4 - 0.19R3

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 -0.93 0.14]
[ 0.0 0.0 0.0 0.27 0.26]
```

R4 / 0.27

```
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 -0.93 0.14]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
```

```

R3 + 0.93 x R4
0.93 R 4
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.47 1.91]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
R2 - 0.47 x R4
0.47 R 4
[ 1.0 1.23 0.69 0.92 3.85]
[ 0.0 1.0 0.42 0.0 1.46]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
R1 - 0.92 x R4
0.92 R 4
[ 1.0 1.23 0.69 0.0 2.97]
[ 0.0 1.0 0.42 0.0 1.46]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
R2 - 0.42 x R3
0.42 R 3
[ 1.0 1.23 0.69 0.0 2.97]
[ 0.0 1.0 0.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
R1 - 0.69 x R3
0.69 R 3
[ 1.0 1.23 0.0 0.0 2.26]
[ 0.0 1.0 0.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]
R1 - 1.23 x R2
1.23 R 2
[ 1.0 0.0 0.0 0.0 0.99]
[ 0.0 1.0 0.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 1.0 0.0 1.03]
[ 0.0 0.0 0.0 1.0 0.96]

```

~Solusi unik~

$$1.0x_1 = 0.99$$

$$1.0x_2 = 1.03$$

$$1.0x_3 = 1.03$$

$$1.0x_4 = 0.96$$

Setelah program mengambil nilai dari file coba, lalu dengan otomatis program akan menampilkan bentuk matriks augmented dan secara langsung akan memproses ke dalam bentuk matriks eselon baris tereduksi dan menampilkan solusi dari SPL tersebut yaitu menampilkan nilai x_1, x_2, x_3 dan x_4 .

Jadi, didapatkan solusi unik pada contoh kasus SPL diatas menggunakan eliminasi gauss-jordan dengan masing-masing nilai $x_1 = 0.99$, $x_2 = 1.03$, $x_3 = 1.03$, dan $x_4 = 0.96$.

BAB 5.

SARAN DAN KESIMPULAN

5.1. Kesimpulan

Dari program yang sudah dibuat berguna untuk menyelesaikan soal SPL, untuk menyelesaikan permasalahan menggunakan metode eliminasi gauss serta metode eliminasi gauss jordan. Kemudian program akan meminta inputan melalui keyboard atau file (console). Dalam tahap penyelesaian permasalahan yang terjadi atau yang ada nantinya program akan menampilkan matriks augmented. Apabila pada permasalahan SPL program juga akan menampilkan solusi dari permasalahan yang ada. Yang di dalam nya ada solusi banyak, solusi unik/tunggal, serta tidak ada solusi. Kemudian akan menampilkan nilai dari variabel nya. Selanjutnya pada penyelesaian masalah metode eliminasi gauss hanya dapat menyelesaikan SPL nya saja tidak dengan solusinya sedangkan metode eliminasi gauss jordan dapat menyelesaikan SPL dan memiliki solusi.

5.2. Saran

Program ini memiliki kekurangan serta kelebihan nya tersendiri, kekurangan dari program ini yaitu belum bisa menghitung data dari matriks yang nominal nya terlalu besar, masih belum ada tampilan atau masih hanya berupa layar console. Saran yang dapat meminimalisir dari kekurangan program ini dengan cara melakukan uji coba atau pengembangan lebih lanjut serta lebih mendalam agar lebih baik lagi untuk kedepannya.

DAFTAR PUSTAKA

Huda, N. (2022, Desember 18). *Python Dasar: Fungsi (def)*. Diambil kembali dari Jago Ngoding: <https://jagongoding.com/python/dasar/fungsi/>

Kartono, E. (2022, Desember 18). *ediweb dev*. (ediweb.dev) Dipetik Desember 18, 2022, dari Belajar Memahami Class Pada Python | python | ediweb.dev: <https://ediweb.dev/python/memahami-class-pada-python>

Profematika. (2022, Desember 18). *Beranda Matematika Aljabar Linear Eliminasi Gauss dan Contoh Penerapannya*. Diambil kembali dari Profematika: <https://www.profematika.com/eliminasi-gauss-dan-contoh-penerapannya/>

Profematika. (2022, Desember 18). *Beranda Matematika Aljabar Linear Eliminasi Gauss Jordan beserta Contoh Penerapannya*. Diambil kembali dari Profematika: <https://www.profematika.com/eliminasi-gauss-jordan-beserta-contoh-penerapannya/>