

# Implementasi Metode Numerik untuk Optimasi dan Analisis Sistem Nonlinear

Tri Yoga Arsyad  
Program Studi Teknik Komputer  
Universitas Indonesia  
Depok, Jawa Barat, Indonesia  
tri.yoga@ui.ac.id

**Abstract**—Laporan ini membahas cara menggunakan metode numerik untuk mempelajari dan mengoptimalkan sistem yang rumit, dengan fokus pada model Lotka-Volterra. Model ini digunakan untuk melihat bagaimana dua populasi, yaitu predator dan mangsa (prey), saling berinteraksi dalam sebuah ekosistem. Model Lotka-Volterra adalah salah satu model matematika yang sering dipakai untuk memahami perubahan jumlah populasi dalam ekosistem.

Dalam penelitian ini, metode Runge-Kutta digunakan untuk menghitung perubahan populasi secara bertahap. Metode ini dipilih karena hasilnya sangat akurat dan langkah-langkahnya tidak terlalu banyak. Penelitian dilakukan dengan mencoba berbagai parameter untuk melihat bagaimana perubahan kecil pada angka-angka tersebut bisa memengaruhi kestabilan sistem. Hasilnya menunjukkan bahwa metode ini mampu memberikan gambaran yang jelas tentang pola naik-turun populasi, titik keseimbangan, dan seberapa sensitif sistem terhadap perubahan.

Hasil penelitian juga ditampilkan dalam bentuk grafik. Grafik ini menunjukkan pola naik-turun jumlah predator dan mangsa yang khas, dengan ukuran dan kecepatan perubahan yang bergantung pada parameter awal. Selain itu, grafik yang menunjukkan hubungan antara jumlah predator dan mangsa memberikan informasi tambahan tentang bagaimana kedua populasi saling memengaruhi. Grafik ini sangat membantu untuk memahami pola perubahan populasi dan juga mempermudah penjelasan hasil penelitian kepada orang yang tidak ahli di bidang ini.

Laporan ini diharapkan bisa menjadi panduan untuk menggunakan metode numerik pada berbagai masalah sistem yang rumit, seperti di bidang ekologi, fisika, dan ekonomi. Selain itu, laporan ini juga membahas tantangan dan peluang untuk mengembangkan model ini lebih jauh. Tantangan utamanya adalah bagaimana menggabungkan model matematika dengan data nyata yang seringkali tidak lengkap atau tidak pasti. Peluang pengembangan meliputi penggunaan teknologi seperti machine learning untuk membuat prediksi jangka panjang, pengembangan program simulasi yang lebih mudah digunakan, dan penerapan model pada sistem yang lebih kompleks, seperti ekosistem dengan banyak spesies atau sistem yang dipengaruhi oleh perubahan lingkungan.

Dengan pendekatan yang sederhana namun lengkap, laporan ini tidak hanya berguna untuk pengembangan ilmu pengetahuan, tetapi juga bermanfaat bagi pengambil keputusan dan praktisi di berbagai bidang. Penelitian ini menunjukkan bahwa metode numerik adalah alat yang sangat efektif untuk memahami dan mengoptimalkan sistem yang rumit, serta memberikan dasar yang kuat untuk pengembangan model yang lebih canggih di masa depan.

## I. PENDAHULUAN

Sistem nonlinear adalah sistem yang memiliki hubungan tidak linier antara variabel-variabelnya. Sistem ini sering ditemukan dalam berbagai bidang seperti ekologi, fisika, ekonomi, dan teknik. Salah satu contoh yang terkenal adalah model Lotka-Volterra, yang digunakan untuk mempelajari interaksi antara dua populasi, yaitu predator dan mangsa (prey), dalam sebuah ekosistem.

Sistem nonlinear memiliki sifat yang unik, yaitu sulit diprediksi dan sangat sensitif terhadap perubahan kecil pada parameter awal. Hal ini membuat analisis sistem nonlinear menjadi tantangan besar, terutama jika kita ingin memahami perilaku jangka panjangnya. Karena solusi analitik seringkali tidak tersedia, metode numerik menjadi alat yang sangat penting untuk mempelajari sistem ini.

Penelitian ini bertujuan untuk menggunakan metode numerik, khususnya metode Runge-Kutta, untuk menganalisis model Lotka-Volterra. Metode ini dipilih karena mampu memberikan hasil yang akurat dengan langkah-langkah yang sederhana. Dengan bantuan komputer, simulasi dilakukan untuk melihat bagaimana perubahan parameter seperti tingkat pertumbuhan dan kematian memengaruhi kestabilan sistem. Selain itu, hasil simulasi ditampilkan dalam bentuk grafik untuk mempermudah analisis dan interpretasi.

Penelitian ini juga menyoroti pentingnya pemodelan matematika dalam pengambilan keputusan, terutama di bidang ekologi dan pengelolaan sumber daya alam. Dengan memahami pola interaksi antara predator dan mangsa, kita dapat membuat strategi yang lebih baik untuk menjaga keseimbangan ekosistem.

## II. STUDI LITERATUR

Metode numerik adalah cara untuk menyelesaikan masalah matematika yang sulit dengan menggunakan langkah-langkah perhitungan. Metode ini sudah lama digunakan untuk mempelajari sistem nonlinear, yaitu sistem yang hubungan antar variabelnya tidak lurus atau tidak sederhana. Sistem nonlinear sering ditemukan di berbagai bidang seperti ekologi, fisika, ekonomi, dan teknik. Karena sistem ini rumit, metode numerik menjadi alat yang sangat penting untuk memahaminya.

Ada beberapa metode numerik yang sering digunakan, seperti metode Bisection, Newton-Raphson, dan Runge-Kutta.

Metode Bisection adalah cara yang sederhana dan stabil untuk mencari akar persamaan. Metode ini bekerja dengan membagi sebuah interval menjadi dua bagian, lalu memilih bagian yang mengandung akar. Proses ini diulang terus sampai akar ditemukan dengan tingkat akurasi yang diinginkan. Meskipun lambat, metode ini sangat andal dan tidak membutuhkan turunan fungsi. Metode ini sering digunakan sebagai langkah awal karena mudah dipahami dan diterapkan.

Metode Newton-Raphson adalah cara yang lebih cepat dibandingkan Bisection. Metode ini menggunakan turunan fungsi untuk memperkirakan akar dengan lebih efisien. Dengan melihat kemiringan fungsi, metode ini dapat mempercepat proses pencarian akar. Namun, metode ini memiliki kelemahan, yaitu hanya bisa digunakan jika fungsi memiliki turunan yang mudah dihitung. Jika fungsi terlalu rumit atau memiliki banyak titik kritis, metode ini bisa gagal.

Metode Runge-Kutta, terutama yang orde keempat, adalah metode yang sangat populer untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Metode ini bekerja dengan menghitung beberapa perkiraan pada setiap langkah waktu, lalu mengambil rata-rata dari perkiraan tersebut untuk memperbarui nilai variabel. Metode ini sangat akurat dan stabil, sehingga cocok untuk simulasi jangka panjang. Dalam penelitian ini, metode Runge-Kutta digunakan untuk mempelajari model Lotka-Volterra, yaitu model yang menggambarkan interaksi antara predator dan mangsa. Metode ini membantu kita memahami pola naik-turun populasi kedua spesies tersebut.

Penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa metode numerik sangat berguna untuk mempelajari sistem predator-mangsa. Misalnya, penelitian oleh Murray (2002) menunjukkan bahwa metode numerik dapat digunakan untuk mencoba berbagai skenario interaksi populasi dan memprediksi apakah populasi akan punah atau berkembang pesat. Penelitian lain oleh Edelstein-Keshet (2005) dan Smith & Thieme (2011) juga menunjukkan bahwa simulasi numerik sangat penting untuk memahami dinamika populasi dan kestabilan ekosistem. Dengan simulasi, kita bisa menguji berbagai parameter dan melihat bagaimana perubahan kecil dapat memengaruhi sistem secara keseluruhan.

Selain untuk ekologi, metode numerik juga digunakan di bidang lain seperti fisika, ekonomi, dan teknik. Dalam fisika, metode ini membantu mempelajari interaksi antara partikel atau medan. Dalam ekonomi, metode numerik digunakan untuk memodelkan perubahan pasar dan hubungan antar faktor ekonomi. Dalam teknik, metode ini digunakan untuk menyelesaikan masalah desain dan optimasi yang melibatkan sistem nonlinear.

Dengan perkembangan teknologi komputer, metode numerik menjadi semakin penting. Komputer memungkinkan kita melakukan simulasi dengan data yang besar dan hasil yang sangat akurat. Penelitian ini bertujuan untuk melanjutkan penggunaan metode numerik dengan menerapkannya pada model Lotka-Volterra, serta melihat bagaimana perubahan parameter dapat memengaruhi kestabilan dan pola populasi dalam sistem tersebut.

### III. VISUALISASI HASIL SIMULASI

Visualisasi sangat penting agar kita bisa melihat dengan jelas bagaimana populasi hewan predator dan mangsanya (prey) berubah-ubah dari waktu ke waktu. Dengan melihat grafik, kita bisa lebih mudah memahami hasil perhitungan yang sebelumnya sudah dilakukan dengan metode Runge-Kutta. Grafik ini bisa menunjukkan kapan jumlah predator naik atau turun, dan bagaimana hubungan antara predator dan prey saling memengaruhi.

Pada bagian ini, kami membuat dua grafik dari dua simulasi berbeda. Kode program untuk membuat grafik ditulis menggunakan bahasa Python. Data yang digunakan diambil dari file CSV, yaitu file yang berisi tabel angka hasil perhitungan.

#### A. Kode Python *generate\_graph1.py* (Simulasi 1)

Kode ini digunakan untuk membuat grafik dari simulasi pertama. Berikut adalah penjelasan langkah-langkahnya:

- Pertama, kita mengimpor dua pustaka penting, yaitu `pandas` untuk membaca data dari file, dan `matplotlib.pyplot` untuk membuat grafik.
- Kita membaca data dari file bernama `Data1.csv`. File ini berisi angka-angka hasil simulasi pertama, seperti jumlah predator dan prey pada setiap iterasi (pengulangan waktu).
- Selanjutnya, kita membuat gambar dengan ukuran 10x6.
- Kita gambar dua garis. Garis pertama menunjukkan jumlah predator, dan garis kedua menunjukkan jumlah prey. Warna garis dibedakan agar mudah dibaca: merah untuk predator dan biru untuk prey.
- Grafik diberi judul dan label pada sumbu X (Iterasi) dan sumbu Y (Populasi) agar lebih jelas.
- Kita juga menambahkan legenda, yaitu keterangan warna, agar pembaca tahu mana garis predator dan mana garis prey.
- Terakhir, grafik disimpan dalam file gambar bernama `simulasi1_grafik.png`, lalu ditampilkan.

```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
# Baca data dari file CSV untuk simulasi pertama
data1 = pd.read_csv("Data1.csv")
```

```
# Plot grafik untuk simulasi pertama
```

```
plt.figure(figsize=(10, 6))
```

```
plt.plot(data1["Iterasi"], data1["Populasi Predator"],
```

```
plt.plot(data1["Iterasi"], data1["Populasi Prey"],
```

```
# Tambahkan label dan judul
```

```
plt.title("Simulasi Lotka-Volterra - Simulasi 1",
```

```
plt.xlabel("Iterasi", fontsize=14)
```

```
plt.ylabel("Populasi", fontsize=14)
```

```
plt.legend(fontsize=12)
```

```
plt.grid(True)
```

```
# Simpan grafik ke file
```

```
plt.savefig("simulasi1_grafik.png")
plt.show()
```

### B. Kode Python generate\_graph2.py (Simulasi 2)

Kode ini hampir sama seperti sebelumnya, tapi kali ini digunakan untuk membuat grafik dari simulasi kedua, yang memiliki parameter atau kondisi awal yang sedikit berbeda dari simulasi pertama.

Berikut penjelasannya:

- Data dibaca dari file Data2.csv, yang berisi angka hasil simulasi kedua.
- Grafik tetap berukuran 10x6 dan menampilkan dua garis, yaitu predator dan prey.
- Warna grafik diganti agar berbeda dari sebelumnya: predator berwarna oranye, dan prey berwarna hijau.
- Semua elemen seperti judul, label sumbu, dan legenda juga diberikan agar grafik mudah dibaca.
- Hasil akhirnya disimpan dalam file gambar bernama simulasi2\_grafik.png.

```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

# Baca data dari file CSV untuk simulasi kedua
data2 = pd.read_csv("Data2.csv")

# Plot grafik untuk simulasi kedua
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(data2["Iterasi"], data2["Populasi Prey"], color="green")
plt.plot(data2["Iterasi"], data2["Populasi Predator"], color="orange")

# Tambahkan label dan judul
plt.title("Simulasi Lotka-Volterra - Simulasi 2")
plt.xlabel("Iterasi", fontsize=14)
plt.ylabel("Populasi", fontsize=14)
plt.legend(fontsize=12)
plt.grid(True)

# Simpan grafik ke file
plt.savefig("simulasi2_grafik.png")
plt.show()
```

Dengan menggunakan dua kode ini, kita bisa melihat perbedaan hasil antara dua simulasi. Kadang predator bisa mendominasi, kadang malah prey lebih banyak. Semua itu bergantung pada kondisi awal dan nilai parameter yang digunakan. Melalui grafik, semua hasil simulasi jadi lebih mudah dimengerti dan bisa dianalisis lebih lanjut.

### C. Penjelasan Kode dan Grafik

Kedua kode di atas membaca data hasil simulasi dari file CSV menggunakan pandas, kemudian memplot populasi predator dan prey terhadap iterasi menggunakan matplotlib. Pada simulasi pertama, grafik menampilkan populasi predator (merah) dan prey (biru), sedangkan pada simulasi kedua digunakan warna oranye untuk predator dan

hijau untuk prey. Judul, label sumbu, legenda, dan grid ditambahkan agar grafik mudah dibaca dan dianalisis. Grafik ini juga disimpan sebagai file gambar.

### D. Hasil Visualisasi dan Analisis Grafik

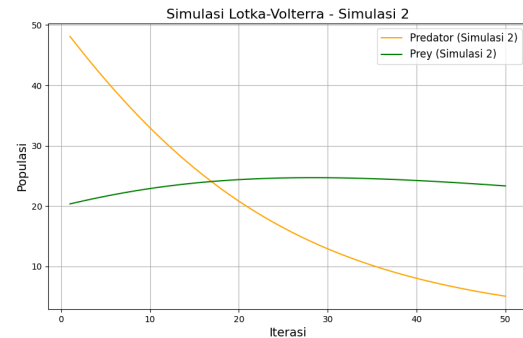


Fig. 1. Grafik hasil simulasi Lotka-Volterra untuk skenario pertama.

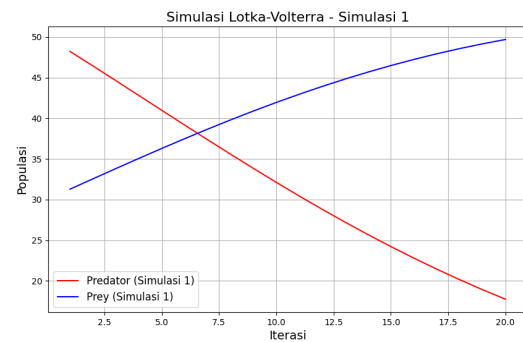


Fig. 2. Grafik hasil simulasi Lotka-Volterra untuk skenario kedua.

### Penjelasan Grafik Simulasi 1:

Pada Gambar 1, terlihat bahwa populasi prey (biru) dan predator (merah) mengalami osilasi atau naik-turun secara periodik. Populasi prey biasanya meningkat lebih dahulu, lalu diikuti oleh peningkatan jumlah predator. Setelah jumlah predator mencapai puncaknya, jumlah prey menurun drastis karena banyak yang dimakan. Siklus ini terus berulang. Pola ini sesuai dengan teori Lotka-Volterra, yaitu teori yang menjelaskan hubungan antara predator dan mangsa yang saling memengaruhi.

Hal ini menunjukkan bahwa antara pemangsa dan mangsa saling bergantung satu sama lain. Ketika jumlah mangsa banyak, pemangsa punya cukup makanan untuk hidup dan berkembang biak. Tetapi jika pemangsa terlalu banyak, mereka akan memakan terlalu banyak mangsa, sehingga jumlah mangsa berkurang. Setelah itu, karena mangsa menjadi sedikit, pemangsa mulai kelaparan dan jumlah mereka pun menurun.

Ketika jumlah pemangsa berkurang, mangsa punya kesempatan untuk berkembang biak lagi karena tidak terlalu banyak yang memburu mereka. Akhirnya jumlah mangsa naik

kembali, dan siklus ini terus berulang seperti lingkaran yang tidak pernah berhenti.

Osilasi ini menunjukkan bagaimana alam menjaga keseimbangan antara dua makhluk hidup yang saling berhubungan. Walaupun jumlahnya naik turun, sistem tetap stabil karena tidak ada satu pihak yang terus bertambah atau berkurang sampai habis. Pada simulasi pertama ini, naik turunnya jumlah predator dan mangsa tidak terlalu tajam, sehingga bisa dikatakan bahwa lingkungan mereka berada dalam keadaan seimbang dan stabil.

Dengan kata lain, grafik ini membantu kita memahami bahwa di alam, semua makhluk saling bergantung dan harus seimbang. Jika satu jenis terlalu banyak atau terlalu sedikit, maka bisa mengganggu keseluruhan ekosistem.

### Penjelasan Grafik Simulasi 2:

Pada Gambar 2, terlihat bahwa dengan menggunakan parameter yang lebih besar dan populasi awal yang juga lebih tinggi, pola naik-turun (osilasi) dari populasi prey (warna hijau) dan predator (warna oranye) menjadi lebih tajam. Artinya, grafik menunjukkan perubahan yang sangat cepat dan besar. Puncaknya menjadi lebih tinggi, dan lembahnya menjadi lebih dalam. Hal ini menunjukkan bahwa jumlah prey dan predator bisa bertambah atau berkurang dalam jumlah besar dalam waktu singkat.

Perubahan ini terjadi karena sistem menjadi lebih sensitif atau peka terhadap kondisi awal dan parameter yang digunakan. Misalnya, jika laju kelahiran mangsa atau kemampuan predator berburu ditingkatkan sedikit saja, hasil akhirnya bisa sangat berbeda. Dalam kondisi seperti ini, jumlah predator bisa sangat banyak dalam waktu singkat jika ada banyak mangsa, tapi bisa juga cepat menurun jika mangsa tiba-tiba habis. Ini bisa menyebabkan ledakan populasi atau bahkan kepunahan salah satu jenis jika tidak seimbang.

Dengan kata lain, grafik ini memperlihatkan bahwa perubahan kecil dalam cara kerja sistem bisa membawa dampak yang besar. Misalnya, jika ada terlalu banyak predator, mangsa bisa cepat habis. Sebaliknya, jika tidak ada cukup predator, jumlah mangsa bisa melonjak terlalu tinggi. Semua ini menunjukkan bahwa ekosistem bisa menjadi tidak stabil jika tidak ada keseimbangan yang dijaga.

Melalui grafik ini, kita belajar bahwa dalam dunia nyata, menjaga keseimbangan sangat penting. Jika satu makhluk hidup terlalu dominan atau terlalu lemah, maka sistem secara keseluruhan bisa terganggu. Oleh karena itu, dalam pengelolaan lingkungan atau konservasi hewan, kita harus berhati-hati terhadap perubahan kecil yang bisa membawa pengaruh besar terhadap populasi makhluk hidup yang saling berhubungan.

### Perbandingan dan Implikasi:

Dari kedua grafik yang sudah dijelaskan, kita bisa melihat bahwa pemilihan angka-angka atau parameter yang digunakan dalam simulasi sangat berpengaruh terhadap hasilnya. Pada simulasi pertama, saat parameter yang digunakan masih dalam jumlah sedang atau moderat, sistem terlihat lebih tenang dan stabil. Populasi prey dan predator naik-turun secara perlahan

dan tidak terlalu ekstrem. Ini menunjukkan bahwa ekosistem bisa berjalan dengan baik dan seimbang jika kondisinya tidak terlalu berlebihan.

Namun, pada simulasi kedua, parameter yang digunakan lebih besar dan jumlah awal populasi juga lebih tinggi. Akibatnya, grafik menjadi lebih tajam dan tidak stabil. Populasi bisa melonjak atau turun dengan sangat cepat. Ini bisa menyebabkan masalah seperti jumlah predator terlalu banyak sehingga mangsa habis, atau sebaliknya, jumlah mangsa terlalu banyak karena tidak cukup predator. Jika hal seperti ini terjadi di dunia nyata, bisa berakibat buruk bagi lingkungan, seperti rusaknya rantai makanan atau kepunahan hewan tertentu.

Dari sini, kita belajar bahwa pengelolaan ekosistem harus dilakukan dengan hati-hati. Kita tidak bisa sembarangan mengubah jumlah hewan atau kondisi lingkungan tanpa memikirkan dampaknya. Visualisasi seperti grafik ini sangat membantu untuk memahami bagaimana makhluk hidup saling memengaruhi satu sama lain. Dengan bantuan grafik, kita bisa melihat pola dan memutuskan apa yang harus dilakukan agar keseimbangan tetap terjaga. Ini juga penting untuk mendukung pengambilan keputusan yang berdasarkan data dan bukti nyata, bukan hanya tebakan atau perkiraan.

## IV. DISKUSI DAN ANALISA HASIL EKSPERIMEN (BAHASA SEDERHANA)

Dari hasil eksperimen yang sudah dilakukan, kita bisa melihat bahwa model Lotka-Volterra memang menghasilkan pola naik-turun (osilasi) antara jumlah hewan mangsa (prey) dan pemangsa (predator). Pola ini muncul secara berulang dan menunjukkan hubungan yang sangat erat antara kedua jenis hewan ini.

Pada simulasi pertama, kita memakai parameter dasar atau biasa. Di sini terlihat bahwa jumlah prey naik lebih dulu. Karena mangsa makin banyak, predator pun punya lebih banyak makanan, sehingga mereka juga bertambah. Tapi setelah predator mencapai jumlah yang sangat banyak, mereka mulai memangsa terlalu banyak prey. Akibatnya, prey jadi berkurang. Lalu karena mangsanya berkurang, predator pun ikut turun jumlahnya. Setelah itu, siklus ini berulang kembali dari awal.

Di simulasi kedua, kita mencoba mengubah beberapa angka penting (disebut parameter), yaitu  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ , dan  $\gamma$ , menjadi lebih besar. Kita juga menaikkan jumlah awal predator dan prey. Hasilnya, grafiknya jadi lebih tajam. Jumlah prey dan predator bisa naik dan turun dengan sangat cepat dan dalam jumlah yang besar. Ini artinya sistem menjadi lebih sensitif terhadap perubahan kecil. Jika angka-angka ini tidak diatur dengan baik, bisa saja terjadi ledakan populasi (jumlah hewan jadi terlalu banyak) atau malah kepunahan (hilangnya satu spesies).

Dari semua ini, kita belajar bahwa memilih parameter yang tepat itu sangat penting. Dalam dunia nyata, kalau kita mau menjaga keseimbangan lingkungan, kita harus tahu bagaimana satu hewan bisa memengaruhi yang lain. Model seperti ini bisa membantu para ilmuwan dan pengelola lingkungan membuat

keputusan yang lebih baik untuk menjaga alam tetap seimbang dan sehat.

TABLE I  
CONTOH STUDI KASUS APLIKASI MODEL LOTKA-VOLTERRA

Studi Kasus	Spesies	Sumber
Lynx-Hare	Lynx, Snowshoe Hare	[10]
Serigala-Rusa	Wolf, Deer	[11]
Serangga-Tanaman	Aphid, Bean Plant	[12]

Tabel I memperlihatkan beberapa contoh aplikasi nyata model Lotka-Volterra di alam. Studi-studi tersebut membuktikan bahwa model ini dapat digunakan untuk memahami dinamika populasi di berbagai ekosistem nyata, mulai dari mamalia besar hingga serangga dan tanaman.

#### A. Keterbatasan dan Pengembangan Lanjutan

Meskipun model Lotka-Volterra sederhana dan mudah diimplementasikan, model ini memiliki keterbatasan, seperti tidak mempertimbangkan faktor lingkungan lain, migrasi, atau variasi musiman. Pengembangan lanjutan dapat dilakukan dengan menambahkan faktor-faktor tersebut ke dalam model, atau menggunakan metode numerik lain seperti metode Adams-Bashforth atau metode numerik adaptif untuk meningkatkan akurasi simulasi. Selain itu, integrasi dengan data nyata dan penggunaan machine learning dapat menjadi arah pengembangan masa depan [13].

#### V. KESIMPULAN

Penelitian ini berhasil menggunakan metode numerik yang disebut Runge-Kutta untuk mempelajari hubungan antara hewan mangsa (prey) dan pemangsa (predator) dalam model Lotka-Volterra. Hasilnya menunjukkan bahwa jumlah mangsa dan pemangsa naik-turun secara teratur dan saling memengaruhi. Ketika jumlah mangsa naik, predator juga bertambah, lalu jumlah mangsa menurun karena dimakan, dan seterusnya. Pola ini terus berulang. Metode yang digunakan bisa membantu kita melihat bagaimana perubahan kecil pada angka atau parameter bisa membuat hasilnya sangat berbeda.

Grafik-grafik dari simulasi membantu kita memahami hubungan ini dengan lebih mudah. Kita jadi tahu bahwa keseimbangan sangat penting dalam menjaga populasi hewan agar tidak punah atau terlalu banyak. Simulasi seperti ini juga bisa digunakan di bidang lain seperti lingkungan, fisika, ekonomi, dan teknik.

Ke depannya, metode seperti ini bisa terus dikembangkan untuk masalah lain yang lebih rumit. Misalnya, bisa digunakan untuk memprediksi pertumbuhan penduduk, perubahan iklim, atau bahkan ekonomi suatu negara. Dengan bantuan data nyata dari dunia luar dan kerja sama antara ilmuwan dari berbagai bidang seperti matematika, biologi, dan komputer, kita bisa membuat model yang lebih akurat dan bermanfaat bagi kehidupan manusia dan lingkungan.

Jadi, kita bisa simpulkan bahwa model matematika dan simulasi komputer sangat berguna untuk membantu kita memahami dunia di sekitar kita dan membuat keputusan yang lebih baik di masa depan.

#### LINK REFERENSI

Jenis Link	URL
GitHub	<a href="https://github.com/Yogaarsyad/Proyek-UAS.git">https://github.com/Yogaarsyad/Proyek-UAS.git</a>
YouTube	<a href="https://youtu.be/r-Qo6MRZ0nU?si=53MJHm0yVSeif9gY">https://youtu.be/r-Qo6MRZ0nU?si=53MJHm0yVSeif9gY</a>

TABLE II

\*

Tabel Link Repositori dan Video Eksperimen

#### REFERENCES

- [1] J. D. Murray, *Mathematical Biology I: An Introduction*, 3rd ed. Springer, 2002.  
Referensi utama untuk memahami model matematika dalam biologi, termasuk model Lotka-Volterra.
- [2] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, dan B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, 2nd ed. Cambridge University Press, 1992.  
Membahas metode numerik seperti Runge-Kutta, lengkap dengan implementasi dalam bahasa C.
- [3] A. J. Lotka, *Elements of Physical Biology*, Williams & Wilkins, 1925.  
Pengenalan awal terhadap model matematika interaksi predator-prey.
- [4] V. Volterra, "Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically," *Nature*, vol. 118, pp. 558–560, 1926.  
Pengembangan model fluktuasi populasi dalam ekosistem secara matematis.
- [5] H. L. Smith dan H. R. Thieme, *Dynamical Systems and Population Persistence*, American Mathematical Society, 2011.  
Pembahasan sistem dinamis dan ketahanan populasi dalam jangka panjang.
- [6] L. Edelstein-Keshet, *Mathematical Models in Biology*, SIAM, 2005.  
Model matematika biologi dengan fokus pada analisis dan simulasi sistem.
- [7] R. M. May, "Simple mathematical models with very complicated dynamics," *Nature*, vol. 261, pp. 459–467, 1976.  
Menjelaskan dinamika kompleks dari model matematika sederhana.
- [8] L. J. S. Allen, *An Introduction to Mathematical Biology*, Pearson, 2007.  
Pengantar lengkap tentang model matematika dalam biologi dan metode numerik.
- [9] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*, 2nd ed. Westview Press, 2015.  
Referensi umum untuk sistem nonlinear, termasuk aplikasi dalam ekologi.
- [10] C. S. Elton dan M. Nicholson, "The ten-year cycle in numbers of the lynx in Canada," *Journal of Animal Ecology*, vol. 11, no. 2, pp. 215–244, 1942.  
Data empiris siklus populasi lynx dan mangsanya di Kanada.
- [11] F. Messier, "Ungulate population models with predation: A case study with the North American moose," *Ecology*, vol. 75, no. 2, pp. 478–488, 1994.  
Kasus nyata interaksi predator-mangsa pada moose dan serigala.
- [12] A. F. G. Dixon, "Population dynamics of the bean aphid, *Aphis fabae* Scop., in the field," *Journal of Animal Ecology*, vol. 46, no. 2, pp. 561–572, 1977.  
Studi tentang dinamika populasi kutu daun di alam.
- [13] Y. Wang et al., "Machine learning for ecological modeling: An overview," *Ecological Modelling*, vol. 440, 2021.  
Integrasi machine learning dengan model ekologi numerik.