
INTERACTION FLUIDE-STRUCTURE

Rapport de TP
Seatech 3A - MOCA

2024 - 2025

Auteurs :
Fabien MATHE & Yohan STABLO

Professeur encadrant :
Mme. TONIETTO

Contents

I Théorie générale	2
II Géométrie circulaire	5
II.1 Résolution théorique	5
II.2 Résolution numérique	7
III Géométrie carrée	10
III.1 Analyse théorique	10
III.2 Résolution numérique	10
Conclusion	13
Appendix	14
A1 - Masse ajoutée théorique pour un cylindre	15
A2 - Simulateur <i>FreeFEM++</i> pour un cylindre	16
A3 - Simulateur <i>FreeFEM++</i> pour un carré	17

I Théorie générale

Le but de ce TP est de simuler la translation d'un solide 2D dans un domaine fluide borné, ce qui peut être représenté par le schéma suivant :

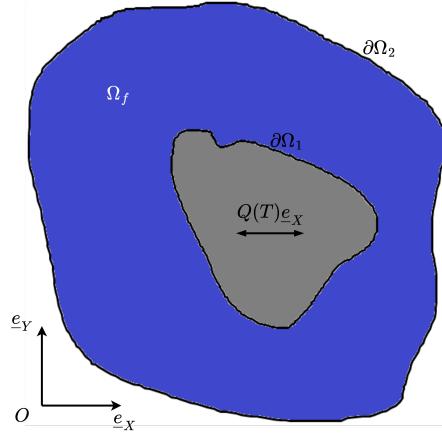


Figure I.1: Problème 2D général d'un solide translatant dans un domaine fluide borné

Système d'équation

En posant $P(X, Y, T)$ la pression et $\underline{U}(X, Y, T)$ la vitesse dans Ω_f et sur les frontières $\partial\Omega_{1/2}$, les équations de Navier-Stokes appliquées ici se formulent ainsi :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \underline{U} = 0 & , \text{dans } \Omega_f \\ \rho_f \left(\frac{\partial \underline{U}}{\partial T} + (\underline{U} \cdot \nabla) \underline{U} \right) = -\nabla P + \mu \Delta \underline{U} & , \text{dans } \Omega_f \\ \underline{U} \cdot \underline{n} = \frac{\partial Q}{\partial T} \underline{e}_X \cdot \underline{n} & , \text{sur } \partial\Omega_1 \\ \underline{U} \cdot \underline{n} = 0 & , \text{sur } \partial\Omega_2 \end{cases}$$

Pour simplifier les opérations, il faut adimensionner le système. On pose alors L et τ la longueur et le temps caractéristique et on peut alors adimensionner les paramètres :

$$\underline{u} = \underline{U} \frac{\tau}{L} ; p = P \frac{\tau^2}{\rho_f L^2} ; q = \frac{Q}{L}$$

On alors :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \underline{U} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\tau}{L} \operatorname{div} \underline{u} &= 0 \\ \Leftrightarrow \operatorname{div} \underline{u} &= 0 \end{aligned}$$

puis:

$$\begin{aligned} \rho_f \left(\frac{\partial \underline{U}}{\partial T} + (\underline{U} \cdot \nabla) \underline{U} \right) &= -\nabla P + \mu \Delta \underline{U} \\ \Leftrightarrow \rho_f \left(\frac{L}{\tau^2} \frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \frac{L}{\tau} \underline{u} \frac{1}{\tau} \frac{1}{L} \nabla \underline{u} \right) &= -\rho_f \frac{L^2}{\tau^2} \frac{1}{L} \nabla p + \mu \frac{L}{\tau} \frac{1}{L^2} \Delta \underline{u} \\ \Leftrightarrow \frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \underline{u} &= -\nabla p + \frac{1}{S_T} \Delta \underline{u} \end{aligned}$$

avec $S_T = \frac{\rho_f L^2}{\mu\tau}$

Enfin :

$$\begin{aligned}\underline{U} \cdot \underline{n} &= \frac{\partial Q}{\partial T} \underline{e}_x \cdot \underline{n} \\ \Leftrightarrow \frac{L}{\tau} \underline{u} \cdot \underline{n} &= \frac{L}{\tau} \frac{\partial q}{\partial t} \underline{e}_x \cdot \underline{n} \\ \Leftrightarrow \underline{u} \cdot \underline{n} &= \frac{\partial q}{\partial t} \underline{e}_x \cdot \underline{n}\end{aligned}$$

D'où le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \underline{u} = 0 & , \text{dans } \Omega_f \\ \frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \underline{u} = -\nabla p + \frac{1}{S_T} \Delta \underline{u} & , \text{dans } \Omega_f \\ \underline{u} \cdot \underline{n} = \frac{\partial q}{\partial t} \underline{e}_x \cdot \underline{n} & , \text{sur } \partial\Omega_1 \\ \underline{u} \cdot \underline{n} = 0 & , \text{sur } \partial\Omega_2 \end{cases}$$

Si l'on considère que le déplacement dimensionnel Q est de l'ordre de Q_0 , alors q est de l'ordre $D = \frac{Q_0}{L}$. Et de la condition limite sur $\partial\Omega_1$, on peut tirer que \underline{u} est de l'ordre de $\frac{D}{\tau}$. Donc si $D \ll 1$ et $S_T \gg 1$, les équations précédentes se ré-écrivent :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \underline{u} = 0 & , \text{dans } \Omega_f \\ \frac{\partial \underline{u}}{\partial t} = -\nabla p & , \text{dans } \Omega_f \\ \underline{u} \cdot \underline{n} = \frac{\partial q}{\partial t} \underline{e}_x \cdot \underline{n} & , \text{sur } \partial\Omega_1 \\ \underline{u} \cdot \underline{n} = 0 & , \text{sur } \partial\Omega_2 \end{cases}$$

De plus, $\operatorname{div}(\frac{\partial \underline{u}}{\partial t}) = -\Delta p$, d'où, par permutation des opérateurs dans les fonctions continues et dérivables :

$$\begin{cases} \Delta p = 0 & , \text{dans } \Omega_f \\ -\underline{\operatorname{grad}} p \cdot \underline{n} = \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \underline{e}_x \cdot \underline{n} & , \text{sur } \partial\Omega_1 \\ \underline{\operatorname{grad}} p \cdot \underline{n} = 0 & , \text{sur } \partial\Omega_2 \end{cases}$$

Et alors, la forme de la condition sur $\partial\Omega_1$ nous invite à chercher :

$$p(x, y, t) = \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \phi_p(x, y)$$

Et donc :

$$\begin{cases} \Delta \phi_p = 0 & , \text{dans } \Omega_f \\ -\underline{\operatorname{grad}} \phi_p \cdot \underline{n} = \underline{e}_x \cdot \underline{n} & , \text{sur } \partial\Omega_1 \\ \underline{\operatorname{grad}} \phi_p \cdot \underline{n} = 0 & , \text{sur } \partial\Omega_2 \end{cases}$$

Forces de pressions et masse ajoutée

En regardant les forces de pressions exercées sur le solide Ω_1 par le fluide Ω_f et projetées sur son déplacement modal $\underline{\phi} = \underline{e}_x$, on peut déterminer la force $f_{f/s}$ telle que :

$$\begin{aligned} f_{f/s} &= \int_{\partial\Omega_1} -(p \cdot \underline{n}) \cdot \underline{e}_x dl \\ &= \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \int_{\partial\Omega_1} -(\phi_p \cdot \underline{n} \cdot \underline{e}_x) dl \end{aligned}$$

D'un point de vue dynamique du solide, où $\sum F_{/s} = M * \text{acc}$, on a alors la formulation de la masse ajoutée :

$$\begin{cases} m_a = \int_{\partial\Omega_1} -\phi_p \cdot \underline{n} \cdot \underline{e}_x dl & , \text{adimensionnel} \\ M_a = \rho_f L^2 m_a & , \text{dimensionnel} \end{cases}$$

II Géométrie circulaire

On se place maintenant dans le cas d'une géométrie, i.e. $\partial\Omega_1$ et $\partial\Omega_2$ sont des sections circulaires de rayons respectivement R_1 et R_2 . On se place dans le système de coordonnées polaires et on cherche le problème satisfait par $\phi(r, \theta)$, en utilisant R_1 comme échelle de longueur, i.e. $R_1 = 1$ et on introduit le facteur de confinement $\alpha = \frac{R_2}{R_1}$.

II.1 Résolution théorique

Le problème devient alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \phi_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_p}{\partial \theta^2} = 0 & r \in]1, \alpha[\\ -\left(\frac{\partial \phi_p}{\partial r}\underline{e}_r\right) \cdot \underline{e}_r = \underline{e}_x \cdot \underline{e}_r & r = 1 \\ \frac{\partial \phi_p}{\partial r} = 0 & r = \alpha \end{cases}$$

En cherchant une solution sous la forme $\phi_p(r, \theta) = f(r) \cdot g(\theta)$ et sachant $\underline{e}_x \cdot \underline{e}_r = \cos \theta$:

$$\begin{cases} g \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{g}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{f}{r^2} \frac{\partial^2 g}{\partial \theta^2} = 0 & r \in]1, \alpha[\\ -g(\theta)\left(\frac{\partial f}{\partial r}\right) = \cos \theta & r = 1 \\ g(\theta) \frac{\partial f}{\partial r} = 0 & r = \alpha \end{cases}$$

La condition sur $r = 1$ nous donne $g(\theta) = \cos \theta$ et alors la première équation sur Ω_f nous donne l'équation suivante :

$$\ddot{f} + \frac{1}{r}\dot{f} - \frac{1}{r^2}f = 0 \quad (\text{E})$$

Une solution de cette équation différentielle est $f(r) = \lambda f_1(r) + \mu f_2(r)$ avec $f_1(r)$ une solution linéaire de (E) et $f_2(r) = A(r) * f_1(r)$.

La résolution nous donne $f_1(r) = r$ et $f_2(r) = \frac{1}{r}$

Avec les conditions limites en $r = \alpha$ puis en $r = 1$, on obtient :

$$f(r) = \left(\frac{r}{\alpha^2 - 1} + \frac{\alpha^2}{r(\alpha^2 - 1)} \right)$$

et donc :

$$\phi_p(r, \theta) = \left(\frac{r}{\alpha^2 - 1} + \frac{\alpha^2}{r(\alpha^2 - 1)} \right) \cdot \cos \theta$$

Comme vu précédemment, la masse ajoutée adimensionnée peut se calculer grâce à :

$$m_a = \int_{\partial\Omega_1} \phi_p \cdot \underline{n} \cdot \underline{e}_x dl$$

Ici, on a alors, puisque $r = 1$ sur $\partial\Omega_1$:

$$m_a = \left(\frac{1}{\alpha^2 - 1} + \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1} \right) \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta$$

Donc :

$$m_a = \pi \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2 - 1}$$

Et en redimensionnant le problème :

$$F_{f/s} = \rho_f R_1^2 \pi \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2 - 1} \cdot \frac{\partial^2 Q}{\partial T^2}$$

$$\text{Il vient alors } M_a = M_{a1} * M_{a2} = (\rho_f \pi R_1^2) * \left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2 - 1} \right)$$

Le terme $M_{a1} = \rho_f \pi R_1^2$ peut être assimilé à la masse du fluide occupant le même volume que le solide : c'est l'ordre de grandeur de la masse ajoutée.

Quand au terme $M_{a2} = \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2 - 1}$, il correspond à l'influence du confinement sur la masse ajoutée.

Si l'on pose $X = \alpha^2 - 1$, on a $M_{a2} = \frac{X+2}{X} \rightarrow \begin{cases} 1 & , \alpha \rightarrow +\infty \\ +\infty & , \alpha \rightarrow 1 \end{cases}$

On peut en déduire que lorsque $R_2 \gg R_1$, le confinement n'a pas d'effet sur la masse ajoutée, alors que lorsque $R_2 \simeq R_1$, il aura un gros impact.

En faisant une application numérique pour de l'eau à 20 °C et $R_1 = 20$ cm :

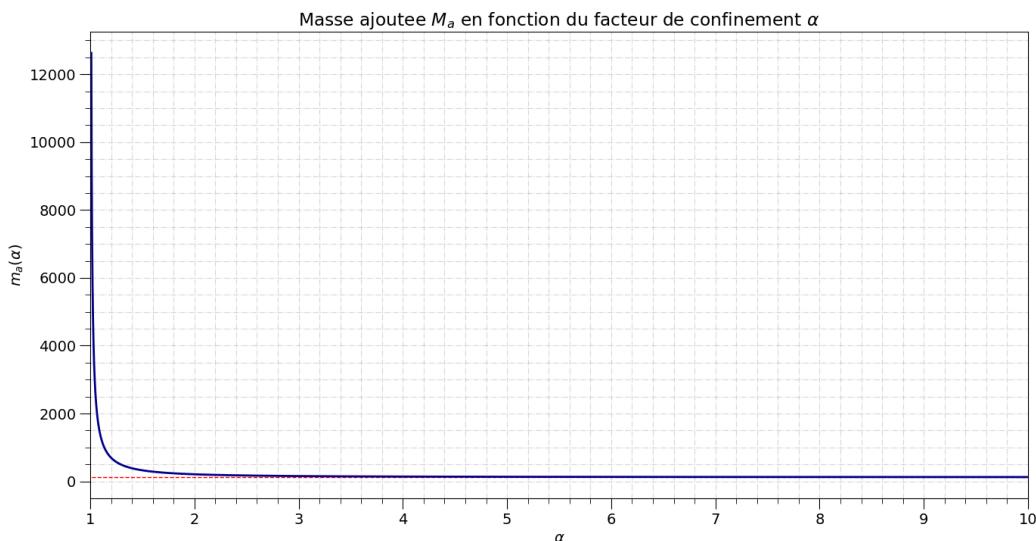


Figure II.1: Masse ajoutée M_a fonction du facteur de confinement α
Cas d'un cylindre de rayon $R_1 = 20$ cm

Grâce à ceci, nous savons que, dans ces conditions, la masse ajoutée en milieu infini temps vers $M_a = 125$ kg. Dans le cas où le facteur de confinement $\alpha = 10$, nous avons $M_a \simeq 128$ kg.

II.2 Résolution numérique

Pour résoudre ce problème numériquement, nous avons utilisé *FreeFEM++*, un solveur d'équations différentielles par éléments finis.

Ainsi, afin de pouvoir s'en servir, il trouver la formulation variationnelle du problème :

$$\begin{cases} \Delta \phi_p = 0 & r \in]1, \alpha[\\ -\nabla \phi_p \cdot \underline{e}_r = \underline{e}_x \cdot \underline{e}_r & r = 1 \\ \nabla \phi_p = 0 & r = \alpha \end{cases}$$

Nous pouvons déjà noter que : $-\nabla \phi_p \cdot \underline{e}_r = \underline{e}_x \cdot \underline{e}_r = \cos \theta = \cos(\arctan \frac{y}{x})$

Écrivons maintenant la forme variationnelle du problème :

$$\int_{\Omega_f} \Delta \phi_p v = 0$$

par la formule de Green :

$$-\int_{\Omega_f} \nabla \phi_p \nabla v + \int_{\partial \Omega_1} \nabla \phi_p v \cdot \underline{n}_1 + \int_{\partial \Omega_2} \nabla \phi_p v \cdot \underline{n}_2 = 0$$

or nous savons :

$$\begin{aligned} \underline{n}_1 &= \underline{n}_2 = \underline{e}_r \\ \nabla \phi_p|_{\partial \Omega_1} \cdot \underline{e}_r &= -\cos \theta \\ \nabla \phi_p|_{\partial \Omega_2} &= 0 \end{aligned}$$

D'où la formulation variationnelle du problème :

$$-\int_{\Omega_f} \nabla \phi_p \nabla v = \int_0^{2\pi} \cos \theta v d\theta \quad (\text{Pv})$$

C'est cette formulation que nous avons implémentée dans le code *FreeFEM++* disponible en annexe 2. La masse ajoutée adimensionnée m_a se calcul alors via :

$$m_a = - \int_0^{2\pi} \cos \theta \cdot p d\theta$$

Pour des simulations avec $\alpha = 1.1 ; 5 ; 10$, nous retrouvons bien des valeur de masse ajoutée similaire au calcul théorique, i.e. $M_a \simeq 1322 \text{ kg} ; 136.1 \text{ kg} ; 128.2 \text{ kg}$

En confrontant la masse ajoutée adimensionnée théorique à celle calculée avec *FreeFEM++*, on peut valider le code de calcul mis en place :

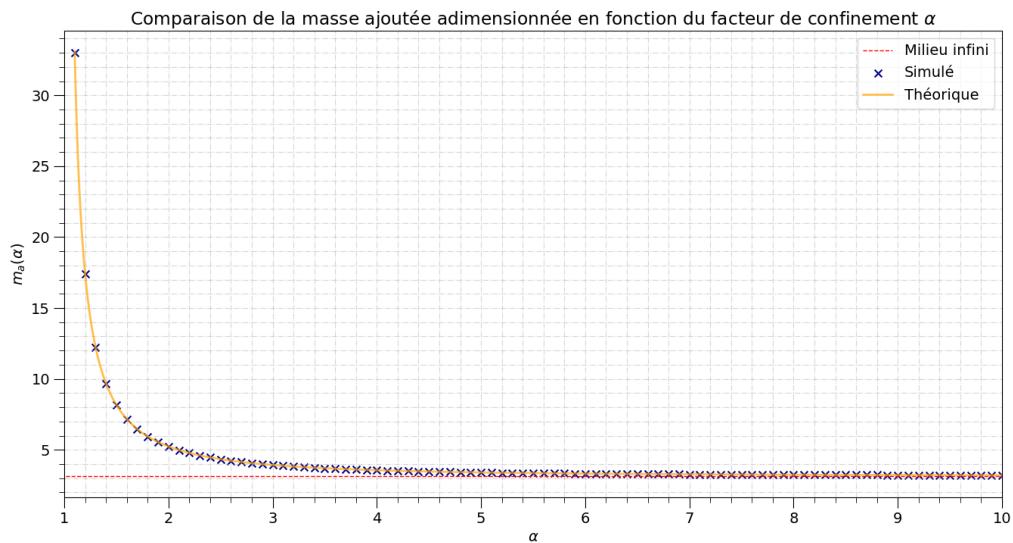
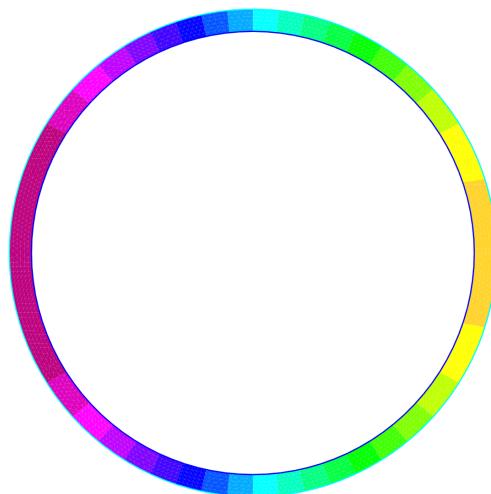


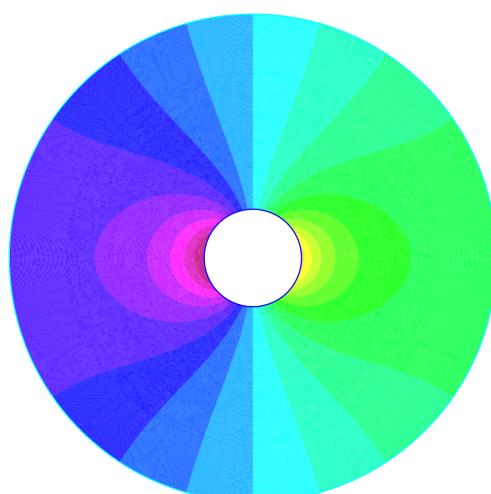
Figure II.2: Comparaison des masses ajoutées théorique et simulée pour validation du code *FreeFEM++*

Les résultats graphiques des simulations précédentes sont les suivants :

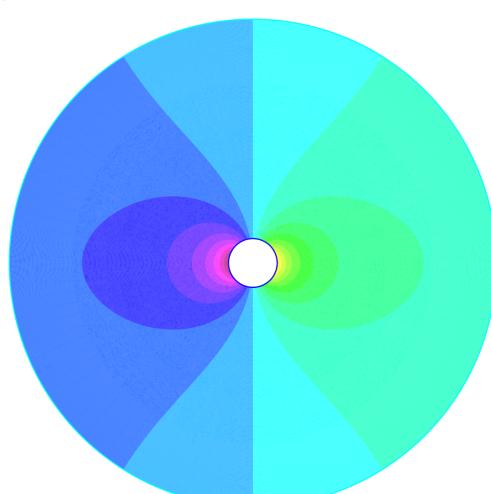
Solution alpha = 1.1

(a) Simulation avec $\alpha = 1.1$

Solution alpha = 5

(b) Simulation avec $\alpha = 5$

Solution alpha = 10

(c) Simulation avec $\alpha = 10$ Figure II.3: Différents résultats de simulation avec *FreeFEM++*

III Géométrie carrée

Maintenant, dans le cas d'une géométrie carrée, i.e. $\partial\Omega_1$ et $\partial\Omega_2$ sont des sections carrées de côté respectivement A et B . On prendra ici A comme échelle de longueur, i.e. $A = 1$ et on introduit le facteur de confinement $b = \frac{B}{A}$.

III.1 Analyse théorique

Le problème devient alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \phi_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_p}{\partial y^2} = 0 & \text{dans } \Omega_f \\ -\frac{\partial \phi_p}{\partial x} = 1 & \text{si } |x| = \frac{1}{2}, |y| < \frac{1}{2} \\ \frac{\partial \phi_p}{\partial y} = 0 & \text{si } |x| < \frac{1}{2}, |y| < \frac{1}{2} \\ \frac{\partial \phi_p}{\partial x} = 0, \frac{\partial \phi_p}{\partial y} = 0 & \text{si } |x| = \frac{b}{2} \text{ si } |y| = \frac{b}{2} \end{cases}$$

Comme vu précédemment, on peut alors exprimer la force adimensionnée exercée par le fluide sur Ω_1 comme :

$$\begin{aligned} f_{f/s} &= \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \int_{\partial\Omega_1} -(\phi_p \cdot \underline{n} \cdot \underline{e}_x) dl \\ &= \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \left(- \int_{-1/2}^{1/2} \phi_p(x = -1/2, y) dy + \int_{-1/2}^{1/2} \phi_p(x = 1/2, y) dy \right) \end{aligned}$$

La masse ajoutée adimensionnée est alors donnée par

$$m_a = - \int_{-1/2}^{1/2} \phi_p(x = -1/2, y) dy + \int_{-1/2}^{1/2} \phi_p(x = 1/2, y) dy$$

et donc, une fois redimensionnée :

$$M_a = \rho_f * A^2 * m_a$$

Il n'existe cependant pas de solution analytique pour ce problème, c'est pourquoi nous allons nous servir du solveur éléments finis *FreeFEM++* pour étudier l'influence du facteur de confinement sur la masse ajoutée dans cette écoulement.

III.2 Résolution numérique

Dans ce cas-ci, on reprend le problème dépendant de ϕ_p :

$$\begin{cases} \Delta \phi_p = 0 & \text{dans } \Omega_f \\ -\nabla \phi_p \cdot \underline{n} = \underline{n} \cdot \underline{e}_x & \text{sur } \partial\Omega_1 \\ \nabla \phi_p = 0 & \text{sur } \partial\Omega_2 \end{cases}$$

Ce qui nous donne la formulation variationnelle suivante :

$$\int_{\Omega_f} \Delta \phi_p v = 0$$

par la formule de Green :

$$-\int_{\Omega_f} \nabla \phi_p \nabla v + \int_{\partial\Omega_1} \nabla \phi_p v \cdot \underline{n}_1 + \int_{\partial\Omega_2} \nabla \phi_p v \cdot \underline{n}_2 = 0$$

or nous savons :

$$\begin{aligned}\nabla \phi_p|_{\partial\Omega_1} \cdot \underline{e}_x &= \begin{cases} -1 & \text{si } x = -\frac{1}{2}, |y| < \frac{1}{2} \\ 1 & \text{si } x = \frac{1}{2}, |y| < \frac{1}{2} \end{cases} \\ \nabla \phi_p|_{\partial\Omega_1} \cdot \underline{e}_y &= 0 \\ \nabla \phi_p|_{\partial\Omega_2} &= 0\end{aligned}$$

D'où la formulation variationnelle du problème :

$$-\int_{\Omega_f} \nabla \phi_p \nabla v = \int_{-1/2}^{1/2} v|_{x=-1/2} dy - \int_{-1/2}^{1/2} v|_{x=1/2} dy \quad (\text{Pv})$$

C'est cette formulation que nous avons implémentée dans le code *FreeFEM++* disponible en annexe 3. La masse ajoutée adimensionnée m_a se calcule alors via :

$$m_a = - \int_{-1/2}^{1/2} p|_{x=-1/2} dy + \int_{-1/2}^{1/2} p|_{x=1/2} dy$$

Voici les résultats obtenus avec la simulation précédente pour la masse ajoutée adimensionnée m_a :

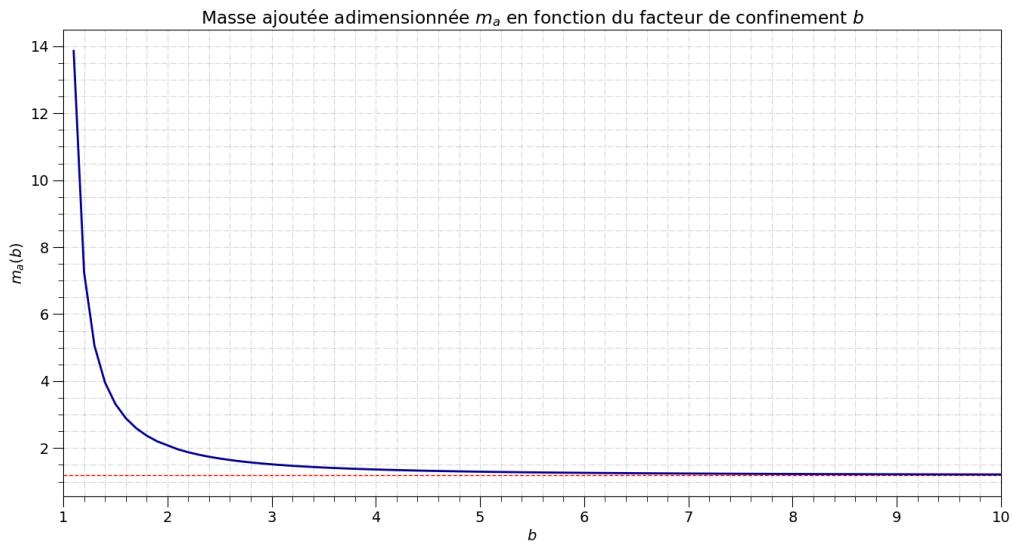
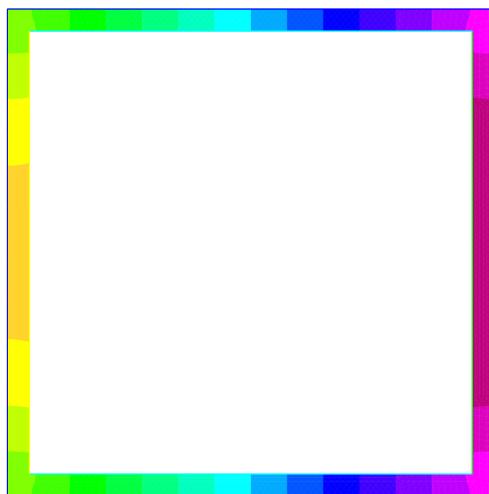


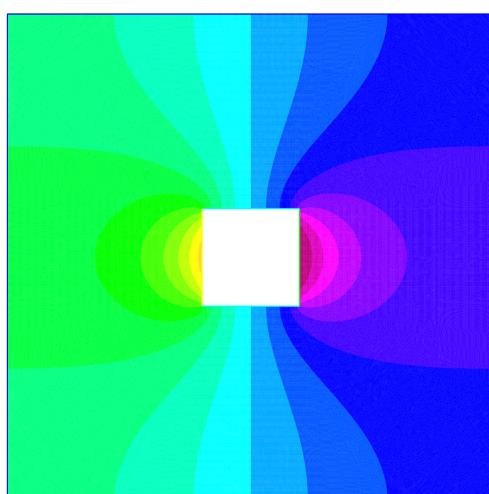
Figure III.1: Masse ajoutée m_a fonction du facteur de confinement b

Les résultats graphiques des simulations précédentes sont les suivants :

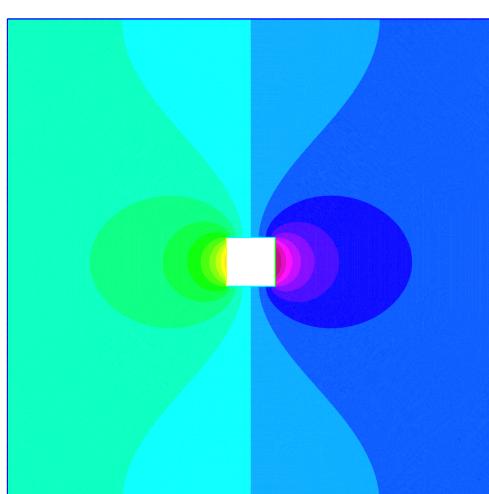
Solution b = 1.1

(a) Simulation avec $b = 1.1$

Solution b = 5

(b) Simulation avec $b = 5$

Solution b = 10

(c) Simulation avec $b = 10$ Figure III.2: Différents résultats de simulation avec *FreeFEM++*

Conclusion

L'objectif de ce travail est de déterminer les coefficients de masse ajoutée adimensionnés en milieu confiné pour des tubes de sections variées. Dans certains cas, ces coefficients peuvent être déterminés analytiquement, comme pour le cas d'un cylindre. Cependant, dans la majorité des situations, il est impossible d'obtenir ces coefficients de manière analytique. Deux approches sont alors envisageables : réaliser des expériences ou utiliser des codes de calcul pour simuler ces coefficients.

Dans ce rapport, nous avons validé le code de calcul *FreeFEM++* à l'aide de la théorie en étudiant la masse ajoutée d'un cylindre en milieu confiné. Enfin, pour une section carrée, le calcul analytique étant inapplicable, nous avons simulé les coefficients de masse ajoutée avec le code validé.

APPENDIX

A1 - Masse ajoutée théorique pour un cylindre

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 plt.rcParams["figure.figsize"] = (16,8)
4 plt.rcParams.update({'font.size': 14})
5
6 r1 = 20e-2
7 rho = 1000
8 eps = 1e-2
9
10 alp_max = 10
11
12 N = 10000
13
14 m1 = rho*np.pi*r1**2
15 m2 = lambda alp: (alp**2 + 1)/(alp**2 - 1)
16
17 print(np.pi*m2(1.1))
18 print(m1*m2(10))
19
20 plot = True
21 if plot:
22     x = np.linspace(1+eps, alp_max, N)
23     ma = m1*m2(x)
24
25     plt.figure(1)
26     plt.title(r'Masse ajoutée $M_a$ en fonction du facteur de confinement $\alpha$')
27     plt.plot([0, x[-1]], [m1,m1], linestyle='--', color='red', linewidth=1, label='milieu infini')
28     plt.plot(x, ma, color='darkblue', linewidth=2, label='confine')
29     plt.xlim((1, x[-1]))
30     plt.grid(True, linestyle='-.', alpha=0.5, which='both')
31     plt.minorticks_on()
32     plt.tick_params(which='major', length=10)
33     plt.tick_params(which='minor', length=5)
34     plt.xlabel(r'$\alpha$')
35     plt.ylabel(r'$m_a(\alpha)$')
36     plt.show()
```

A2 - Simulateur FreeFEM++ pour un cylindre

```
1 // Parameters
2 int inner = 4;
3 int innerL = 1;
4 int innerR = 2;
5 int outer = 3;
6 real r1 = 20./100.;
7 real b = 1.1;
8 real r2 = b*r1;
9 func f = cos(atan2(y,x));
10
11
12 // === Borders === //
13 // Inner Cylinder
14 border c1(t=0, 2*pi){x=cos(t); y=sin(t); label=inner;}
15 // Outer Cylinder
16 border c2(t=0, 2*pi){x=b*cos(t); y=b*sin(t); label=outer;}
17
18 // === Mesh === //
19 int nin = 100;
20 int nout = b*nin;
21 mesh Mesh = buildmesh(c1(-nin) + c2(nout));
22
23 // === Fespace === //
24 fespace Vh(Mesh, P2);
25 Vh p, v;
26 problem Laplace(p,v) =
27   int2d(Mesh)(-dx(p)*dx(v) - dy(p)*dy(v))
28   - int1d(Mesh, inner)(f*v);
29 Laplace;
30
31 real Ma = (- int1d(Mesh, inner)(f*p));
32
33 cout << "-----" << endl;
34 cout << "Facteur de confinement : " << b << " [-]" << endl;
35 cout << "----- Sim Theorie" << endl;
36 cout << "Masse ajoutee adim : " << Ma << " [-]" << pi*(b^2 + 1)/(b^2 - 1) << endl;
37 cout << "----- Sim Theorie" << endl;
38 cout << "Masse ajoutee dim : " << 1000.*r1*r1*Ma << " [kg]" << 1000.*pi*r1*r1*(b^2
39 + 1)/(b^2 - 1) << endl;
40 cout << endl;
41
42 // // Plot
43 plot(p, wait=true, fill=true);
44 // plot(Mesh, wait=true);
```

A3 - Simulateur FreeFEM++ pour un carré

```

1 // Parameters
2 int innerL = 1;
3 int innerR = 2;
4 int innerM = 3;
5 int outer = 4;
6 real A = 20./100.;
7 real b = 10.;
8 real B = b*A;
9
10 // === Borders === //
11 // Square A
12 border a1(t=0, 1){x=-0.5; y=t-0.5; label=innerL;}
13 border a2(t=0, 1){x=t-0.5; y=0.5; label=innerM;}
14 border a3(t=0, 1){x=0.5; y=0.5-t; label=innerR;}
15 border a4(t=0, 1){x=0.5-t; y=-0.5; label=innerM;}
16 // Square B
17 border b1(t=0, 1){x=-b*0.5; y=b*t-b*0.5; label=outer;}
18 border b2(t=0, 1){x=b*t-b*0.5; y=b*0.5; label=outer;}
19 border b3(t=0, 1){x=b*0.5; y=b*0.5-b*t; label=outer;}
20 border b4(t=0, 1){x=b*0.5-b*t; y=-b*0.5; label=outer;}
21
22 // === Mesh === //
23 int na = 25;
24 int nb = b*na;
25 mesh Mesh = buildmesh(b1(-nb) + b2(-nb) + b3(-nb) + b4(-nb) + a1(na) + a2(na) +
   a3(na) + a4(na));
26
27 // === Fespace === //
28 fespace Vh(Mesh, P2);
29 Vh p, q;
30 problem Laplace(p,q) =
31   int2d(Mesh) (-dx(p)*dx(q) - dy(p)*dy(q))
32   - int1d(Mesh, innerL)(q)
33   + int1d(Mesh, innerR)(q);
34 Laplace;
35
36 real Ma = (-int1d(Mesh, innerL)(p) + int1d(Mesh, innerR)(p));
37
38 cout << "=====" << endl;
39 cout << "Facteur de confinement : " << b << " [-]" << endl;
40 cout << "=====" << endl;
41 cout << "Masse ajoutee adim : " << Ma << " [-]" << endl;
42 cout << "=====" << endl;
43 cout << "Masse ajoutee dim : " << 1000.*A*A*Ma << " [kg]" << endl;
44 cout << endl;
45
46 // Plot
47 plot(p,wait=true, fill=true);
48 plot(Mesh, wait=true);

```