

Assignment 1 for Finite Automata Theory

Guo Yuhang

202021080728

2020.10.1

Exercise 1

2.1 设 $L = \{0^n 1^m | n, m \geq 1\}$, 试构造满足要求的文法 G .

- (1) G 是 RG.
- (2) G 是 CFG 但不是 RG.
- (3) G 是 CSG 但不是 CFG.
- (4) G 是短语结构文法但不是 CSG.

Solution:

- (1) 构造 RG 文法:

$$S \rightarrow 0A$$

$$A \rightarrow 1|0A|0B$$

$$B \rightarrow 1|1B$$

- (2) 构造 CFG 文法但非 RG 文法:

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow 0|0A$$

$$B \rightarrow 1|1B$$

- (3) 构造 CSG 文法但非 CFG 文法:

$$S \rightarrow 0A$$

$$0A \rightarrow 01|00A$$

$$A \rightarrow 1|1A$$

(4) 构造短语结构文法但不是 CSG:

$$S \rightarrow \epsilon | 0S | 1S$$

2.2 设 $\Sigma = \{0, 1\}$, 请给出 Σ 上的下列语言的文法。

- (1) 所有以 0 开头的串。
- (2) 所有以 0 开头 1 结尾的串。
- (3) 所有以 11 开头以 11 结尾的串。
- (4) 所有 0 和 1 一样多的串。
- (5) 所有 0 比 1 多的串。
- (6) 所有长度为偶数的串。
- (7) 所有包含子串 01011 的串。
- (8) 所有包含 3 个连续 0 的串。

Solution:

- (1) 所有以 0 开头的串。

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0A | 0 \\ A &\rightarrow 0A | 1A | 0 | 1 \end{aligned}$$

- (2) 所有以 0 开头 1 结尾的串。

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0A \\ A &\rightarrow 0A | 1A | 1 \end{aligned}$$

- (3) 所有以 11 开头 11 结尾的串。

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 11 | 111 | 11A \\ A &\rightarrow 0A | 1A | 11 \end{aligned}$$

- (4) 所有 0 和 1 一样多的串。

$$S \rightarrow S0S1S | S1S0S | \epsilon$$

- (5) 所有 0 比 1 多的串。

$$S \rightarrow 0S1 | 01S | 1S0 | 10S | SS | 0$$

(6) 所有长度为偶数的串。

$$S \rightarrow 00S|01S|10S|11S|\epsilon$$

(7) 所有包含子串 01011 的串。

$$S \rightarrow 01011|A01011B$$

$$A \rightarrow 0A|1A|\epsilon$$

$$B \rightarrow 0B|1B|\epsilon$$

(8) 所有包含 3 个连续的 0 的串。

$$S \rightarrow 000|A000B$$

$$A \rightarrow 0A|1A|\epsilon$$

$$B \rightarrow 0B|1B|\epsilon$$

2.3 设 $\Sigma = \{a, b, c\}$, 构造下列语言的文法。

$$(1) \{a^n b^n | n \geq 0\}$$

$$(2) \{a^n b^m | n, m \geq 1\}$$

$$(3) \{a^n b^n a^n | n \geq 1\}$$

$$(4) \{a^n b^m a^k | n, m, k \geq 1\}$$

$$(5) \{a\omega a | a \in \Sigma, \omega \in \Sigma^+\}$$

$$(6) \{x\omega x^T | x, \omega \in \Sigma^+\}$$

$$(7) \{x | x = x^T, x \in \Sigma^+\}$$

$$(8) \{xx^T \omega | x, \omega \in \Sigma^+\}$$

Solution:

$$(1) \{a^n b^n | n \geq 0\}$$

$$S \rightarrow aSb|\epsilon$$

$$(2) \{a^n b^m | n, m \geq 1\}$$

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow aA|a$$

$$B \rightarrow bB|b$$

$$(3) \{a^n b^n a^n | n \geq 1\}$$

$$S \rightarrow aSa|aAa$$

$$A \rightarrow b|bA$$

$$(4) \{a^n b^m a^k | n, m, k \geq 1\}$$

$$S \rightarrow aS|aB$$

$$B \rightarrow bA|bB$$

$$A \rightarrow a|aA$$

$$(5) \{a\omega a | a \in \Sigma, \omega \in \Sigma^+\}$$

$$S \rightarrow aAa$$

$$A \rightarrow aA|bA|cA|a|b|c$$

$$(6) \{x\omega x^T | x, \omega \in \Sigma^+\}$$

$$S \rightarrow aAa|bAb|cAc$$

$$A \rightarrow aA|bA|cA|a|b|c$$

$$(7) \{x | x = x^T, x \in \Sigma^+\}$$

$$S \rightarrow aSa|bSb|cSc|a|b|c|aa|bb|cc$$

$$(8) \{xx^T \omega | x, \omega \in \Sigma^+\}$$

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow aAa|bAb|cAc|aa|bb|cc$$

$$B \rightarrow a|b|c|aB|bB|cB$$