Tel/Fax: +86-10-81033101

E-mail: jcr@cacrnet.org.cn

http://www.jcr.cacrnet.org.cn

19 轮 RECTANGLE-80 的相关密钥差分分析*

单进勇 1,2 胡 磊 1,2 宋 凌 1,2 孙思维 1,2 马小双 1,2

- 1. 中国科学院信息工程研究所 信息安全国家重点实验室, 北京 100093
- 2. 中国科学院数据与通信保护研究教育中心, 北京 100093

通讯作者: 胡磊, E-mail: hu@is.ac.cn

摘 要: RECTANGLE是最近提出来基于bit-slice技术的可在多个平台快速实现的轻量级分组密码. 它采用的是 SPN 结构, 分组长度为 64 比特, 密钥长度为 80 或 128 比特, 迭代轮数为 25 轮. 到目前为此, 针对 RECTANGLE 算法的分析很少, 其中包括算法设计者给出的 18 轮差分攻击. 对于特定的输入、输出和轮子密钥差分, 本文找出了所有活跃 S 盒个数为 26-30 的 15 轮相关密钥差分特征, 总的差分概率为 2^{-60.5}. 利用 这些差分特征, 我们将相应的差分区分器分别向前和向后扩展两轮, 提出了 19 轮的相关密钥差分攻击, 其中数据复杂度为 2⁶², 时间复杂度为 2⁷⁰, 内存复杂度为 2⁷². 数据和时间复杂度都低于设计者给出的 18 轮攻击.

关键词: RECTANLE 分组密码; 混合整数规划; 相关密钥差分攻击

中图法分类号: TP309.7 文献标识码: A DOI: 10.13868/j.cnki.jcr.000060

中文引用格式: 单进勇, 胡磊, 宋凌, 孙思维, 马小双. 19 轮 RECTANGLE 的相关密钥差分攻击[J]. 密码学报, 2015, 2(1): 54-65.

英文引用格式: Shan J Y, Hu L, Song L, Sun S W, Ma X S. Related-key differential attack on 19-round reduced RECTANGLE-80[J]. Journal of Cryptologic Research, 2015, 2(1): 54–65.

Related-Key Differential Attack on 19-Round Reduced RECTANGLE-80

SHAN Jin-Yong^{1,2}, HU Lei^{1,2}, SONG Ling^{1,2}, SUN Si-Wei^{1,2}, MA Xiao-Shuang^{1,2}

- State Key Laboratory of Information Security, Institute of Information Engineering, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100093, China
- 2. Data Assurance and Communication Security Research Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100093, China Corresponding author: HU Lei, E-mail: hu@is.ac.cn

Abstract: RECTANGLE is a newly proposed lightweight block cipher which allows fast implementations for multiple platforms by using bit-slice techniques. It is an iterative 25-round SPN structured block cipher with a 64-bit block size and a 80-bit or 128-bit key size. So far, there are few results about the analysis of the cipher, including an attack proposed by the designers themselves on the 18-round reduced version. In this paper, we found all the 15-round differential characteristics with 26-30 active S-boxes for some specific input, output and round subkey differences, the overall probability of differential is 2^{-60.5}. Based on these differential characteristics, we extend the corresponding differential distinguisher to 2 rounds backward and forward respectively, and propose an attack on the 19-round reduced RECTANGLE-80 with data complexity of 2⁶² plaintexts, time

^{*} 基金项目: 国家重点基础研究发展项目(973 计划)(2013CB834203); 国家自然科学基金项目(61472417, 61402469, 61472415) 收稿日期: 2014-12-05 定稿日期: 2015-01-29

complexity of about 2^{70} encryptions and memory complexity of 2^{72} . These data and time complexities are lower than those of the designers for the 18-round reduced RECTANGLE-80.

Key words: RECTANGLE block cipher; mixed-integer linear programming; related-key differential attack

1 引言

轻量级分组密码在诸如无线射频识别、无线传感器等资源受限的设备上有着广泛的应用. 近年来,人们设计了大量的轻量级分组密码,如 PRESENT^[1]、LED^[2]、LBlock^[3]、PRINCE^[4]和 Zorro^[5]等. 此外,还有美国国家安全局公布的两个算法 SIMON 和 SPECK^[6]. 最近,张文涛等人提出了一个基于 bit-slice 技术的轻量级分组密码 RECTANGLE^[7]. 它采用的是 SPN 结构,分组长度为 64 比特,密钥长度为 80 或 128 比特,选代轮数为 25 轮,可以在多种平台快速实现. 它的硬件实现在 0.13μ m 工艺下具有相当高的吞吐量,见下一节的表 1.

安全性对密码算法至关重要,一个新的算法必须抵抗所有已知的攻击方法. 差分^[8]和线性^[9]分析是两个最基本、最有效的分析方法. 差分分析方法有很多变种,如相关密钥差分分析^[10]、截断差分攻击^[11]和不可能差分攻击^[12]等. 本质上讲,这些差分攻击都是考察被攻击算法的差分特性.

一个高概率的差分特征可以用来构造区分器或恢复部分密钥. 对于 SPN 结构的分组密码, 一条差分特征的概率可以用该条特征的活跃 S 盒的个数来刻画. 因此, 计算活跃 S 盒的个数是一个有意义的问题. 一方面, 如果活跃 S 盒个数的极小值足够大, 那么我们可以证明这个算法能抵抗差分攻击; 另一方面, 如果能够找到一条活跃 S 盒个数很少的差分特征, 那么这条特征就可以用来构造区分器.

对面向字节的分组密码, Mouha 等人把计算活跃 S 盒个数的问题转变成一个混合整数规划的求解问题^[13]. 他们用一系列整数环上的等式和不等式来刻画特征为 2 的有限域上的运算,如异或运算和线性变换.用这样的方法,他们证明了 Enocoro-128v2 可以抵抗差分和线性攻击.后来,孙思维等人找到了在整数环上刻画 S 盒的方法,并把 Mouha 等人的方法推广到面向比特的分组密码^[14,15]. 在文献[15]中,他们证明了 PRESENT-80 能够抵抗标准相关密钥差分攻击,同时也证明了全轮 LBlock 的相关密钥差分特征的概率最大值小于等于 2⁻⁵⁶.最近,利用 Mouha 和孙思维等人的方法,乔珂欣等人证明了 FOX 可以抵抗单密钥差分攻击^[16]. 马小双等人证明了 18 轮的 MIBS 可以抵抗单密钥差分攻击,39 轮可以抵抗相关密钥差分攻击^[17].

在 RECTANGLE 的设计文档中,设计者给出了一些分析结果^[7].他们详细地描述了怎样通过两条具有相同输入和输出差分的 14 轮差分特征来攻击 18 轮的 RECTANGLE,其时间、数据和内存复杂度分别为 2^{78.69}, 2⁶⁴ 和 2⁷².对于其他攻击方法,设计者们指出线性特征的相关系数偏差最大为 2⁻³⁷,同时宣称 RECTANGLE 可以抵抗统计饱和攻击^[18]、不可能差分攻击^[12]、积分攻击^[19]和密钥编排攻击^[10,20].最近, Selvam 等人还给出了在无防护状态下的 RECTANGLE 的差分能量攻击^[21].

本文中,我们利用 Mouha 和孙思维等人的方法找到了一条活跃 S 盒个数为 26 的 15 轮相关密钥差分特征,并且它的输入、输出和轮密钥差分的汉明重量都很小.固定这些输入、输出和轮子密钥差分,我们找出活跃 S 盒个数为 26-30 的所有 15 轮差分特征,一共有 1254 条,它们的总概率为 2^{-60.5}.利用这些差分特征,我们将相应的差分区分器分别向前和向后扩展两轮,给出了 19 轮 RECTANGLE 的攻击,其中数据复杂度为 2⁶²,时间复杂度为 2⁷⁰,内存复杂度为 2⁷².这个攻击方法的困难之处在于,前后扩展的 2 轮中有很多活跃的 S 盒.如果使用一般的方法,那么计数器的个数就会大于 2⁸⁰.我们采取的方法是,尽可能地猜测第 0 轮的子密钥,使得第 1 轮、第 18 轮和第 19 轮的子密钥可以通过已猜测的子密钥得到.从而,计数器的个数减少到 2⁷² 个.

本文组织如下: 第2节简要描述 RECTANGLE 分组密码; 第3节介绍 Mouha 和孙思维等人的方法; 第4节给出 19 轮 RECTANGLE-80 的相关密钥差分攻击; 最后一节为总结.

2 RECTANGLE 简介

在本节中, 我们简要地描述 RECTANGLE 分组密码, 具体内容请读者参阅文献[7].

RECTANGLE 分组密码是一个基于 bit-slice 技术的具有 SPN 结构的轻量级分组密码。它的分组长度为 64 比特,密钥长度为 80 或 128 比特. 这里我们仅考虑 80 比特的情形。为了表述的方便,我们引入一些记号。设 $B = (b_{4l-1}, \cdots, b_{3l}, \cdots, b_{l-1}, b_0)$ 是一个 4l 比特的分块,我们总是把它看成一个 $4 \times l$ 的矩形

$$\begin{bmatrix} b_{l-1} & b_{l-2} & \cdots & b_2 & b_1 & b_0 \\ b_{2l-1} & b_{2l-2} & \cdots & b_{l+2} & b_{l+1} & b_l \\ b_{3l-1} & b_{3l-2} & \cdots & b_{2l+2} & b_{2l+1} & b_{2l} \\ b_{4l-1} & b_{4l-2} & \cdots & b_{3l+2} & b_{3l+1} & b_{3l} \end{bmatrix}$$

B 的第 j 列就是这个矩形的第 j 列,记为 $B^{(j)} = (b_j, b_{j+1}, b_{j+2l}, b_{j+3l})$,其中 $0 \le j \le l-1$. 用 $B^{(i,j)}$ 表示矩形的第 i 行第 j 列,即 $B^{(i,j)} = b_{i+il}$. 例如,一个 64 比特的明文或中间状态 $(w_{63}, w_{62}, \cdots, w_0)$ 均可以看成 4×16 的矩形

$$\begin{bmatrix} w_{15} & w_{14} & \cdots & w_2 & w_1 & w_0 \\ w_{31} & w_{30} & \cdots & w_{18} & w_{17} & w_{16} \\ w_{47} & w_{46} & \cdots & w_{34} & w_{33} & w_{32} \\ w_{63} & w_{62} & \cdots & w_{50} & w_{49} & w_{48} \end{bmatrix}$$

同样地, 80 比特的主密钥或者轮子密钥 $(k_{79},k_{78},\cdots,k_0)$ 可以看成 4×20 的矩形

$$\begin{bmatrix} k_{19} & k_{18} & \cdots & k_2 & k_1 & k_0 \\ k_{39} & k_{38} & \cdots & k_{22} & k_{21} & k_{20} \\ k_{59} & k_{58} & \cdots & k_{42} & k_{41} & k_{40} \\ k_{79} & k_{78} & \cdots & k_{62} & k_{61} & k_{60} \end{bmatrix}$$

RECTANGLE 分组密码包含了 25 轮的迭代,每次迭代都包含三个步骤: 异或轮密钥 AddRoundkey、S 盒变换 SubColumn 和行移位 ShiftRow,见图 1.

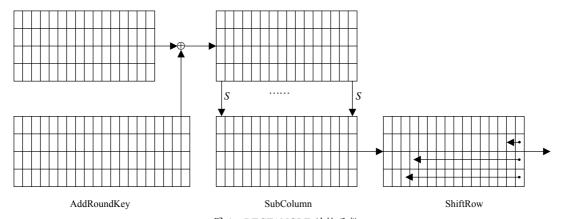


图 1 RECTANGLE 的轮函数 Figure 1 Round transformation of RECTANGLE

在第一步 AddRoundKey 中, 用轮子密钥的最右边 64 比特和明文或中间状态异或. 第二步 SubColumn

中用到的 S 盒是 4 比特到 4 比特的置换, 具体描述如下(十六进制):

128

184

Ī	Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	В	С	D	Е	F
	S(x)	9	4	F	A	Е	1	0	6	С	7	3	8	2	В	5	D

第三步 ShiftRow 中,第0 行不移位,第1 行循环左移1位,第2 行循环左移12位,第3 行循环左移13位.经过25 轮迭代后,再异或一个轮子密钥.

密钥的编排也包含三个步骤,见图 2. 其中,用到的 S 盒和轮函数中的一样,第 0、1、2 和 3 行分别循环左移 7、9、11 和 13 位. 最后一步异或的轮常数 RC[i] (0 \leq i \leq 24)是由初始状态为 RC[0] = (0,0,0,0,1) 的 5 级线性反馈移位寄存器生成的,第 i 轮的轮常数 RC[i] = $(r_{i,4},\cdots,r_{i,1},r_{i,0})$ = $(r_{i-1,3},\cdots,r_{i-1,0},r_{i-1,4}\oplus r_{i-1,2})$.

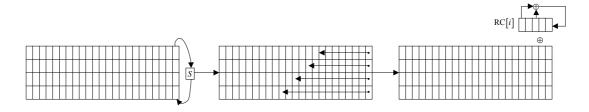


图 2 RECTANGLE 的密钥编排 Figure 2 Key schedule of RECTANGLE

在 RECTANGLE 密码的设计文档中,设计者们给出了该算法的硬件实现,也给出了和其他算法的比较,见表 1. 通过表 1 可以发现,在 0.13μm 工艺下,RECTANGLE 具有相当高的吞吐量.

密钥长度 分组长度 吞吐量(Kbps) 工艺(μm) 面积(GE) RECTANGLE-80 0.13 80 64 246 1467 RECTANGLE-128 128 64 246 0.13 1787 PRESENT[22] 80 64 200 0.18 1570

12.4

44.4

0.35

0.18

3400

2168

表1 几种轻量级分组密码硬件实现的比较 Table 1 Comparison with some light weight block cipher implementations

在 RECTANGLE 密码的设计文档中,设计者们给出了一些安全性的分析结果^[7]. 除此之外, Selvam 等人也给出了对 RECTANGLE 的差分能量攻击^[21]. 在本文中,我们将给出 19 轮 RECTANGLE-80 的相关密钥差分分析.

128

3 基于 MILP 的方法简介

AES-128^[23]

 $DESXL^{[24]} \\$

本节中, 我们介绍由 Mouha 和孙思维等人提出的基于 MILP 的方法. 所谓混合整数规划(MILP)问题, 就是部分或全部变量为整数的线性规划问题, 具体描述如下:

MILP: 设目标函数为 $c_1x_1+c_2x_2+\cdots+c_nx_n$, 约束条件为 $Ax \le b$, 其中 $(c_1,c_2,\cdots,c_n) \in R^n$, $A \in R^{m \times n}$, $b \in R^m$. MILP 问题是指: 寻找向量 $x \in Z^k \times R^{n-k} \subset R^n$ 满足约束条件,且使目标函数为最小值或最大值.

Mouha 等人把计算活跃 S 盒个数的最小值问题转化为 MILP 问题^[13]. 为此, 他们用很多整数环上的线

性约束条件来刻画特征为 2 的有限域上的运算. Mouha 等人考虑了下面的两种运算.

(1) 异或运算 \oplus : $F_2^w \times F_2^w \to F_2^w$. 设 $a = (a_0, \dots, a_{w-1})$, $b = (b_0, \dots, b_{w-1})$ 和 $c = (c_0, \dots, c_{w-1})$ 为异或运算输入和输出差分,即 $a_i \oplus b_i = c_i$ 对所有的 $0 \le i \le w-1$. 那么这个特征 2 上的运算可以用下面整数环上的不等式表示

$$\begin{cases} a_i + b_i + c_i \geqslant 2d_i \\ d_i \geqslant a_i \\ d_i \geqslant b_i \\ d_i \geqslant c_i \end{cases}$$
 (1)

其中 $d_i \in F_2$ 是额外增加的新变量, $0 \le i \le w - 1$.

值得注意的是不等式(1)对异或运算的刻画并不完备. 例如,对于 (a_i,b_i,c_i,d_i) = (1,1,1,1),很容易验证它是满足不等式(1)的,但是它不满足异或运算,因为 $1\oplus 1=0$. 不等式(1)和 $a_i+b_i+c_i \leq 2$ 相结合可以等价地刻画异或运算.

(2) 线性变换 $L: F_{\gamma_w}^m \to F_{\gamma_w}^m$, 其中 m 是字的大小. L 的分支数 B_L 定义为

$$B_L = \min_{x \to 0} \left\{ \operatorname{wt}(x) + \operatorname{wt}(Lx) : x \in F_{2^w}^m \right\}$$

其中,汉明重量 $\operatorname{wt}(x)$ 表示向量 x 分量不为零的个数. 令 $\Delta x = (\Delta x_0, \Delta x_1, \dots, \Delta x_{m-1})$ 为线性变换 L 的输入差分的特征向量, $\Delta y = (\Delta y_0, \Delta y_1, \dots, \Delta y_{m-1})$ 为线性变换 L 的输出差分的特征向量,即如果输入(输出)差分的第i 个分量为零,那么 $\Delta x_i = 0$ ($\Delta y_i = 0$),否则 $\Delta x_i = 1$ ($\Delta y_i = 1$). 线性变换 L 在整数环上的刻画为

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{m-1} (\Delta x_i + \Delta y_i) \geqslant B_L d_L \\ d_L \geqslant \Delta x_i, 0 \leqslant i \leqslant m-1 \\ d_I \geqslant \Delta y_i, 0 \leqslant i \leqslant m-1 \end{cases}$$

其中 $d_{L} \in F$, 是额外增加的新变量.

随后, 孙思维等人通过逻辑条件模型和计算几何给出了 S 盒的两种刻画方法[14,15].

(3) S 盒 $S: F_2^{\text{w}} \to F_2^{\text{w}}$. 设 $\Delta \alpha = (\Delta \alpha_0, \Delta \alpha_1, \dots, \Delta \alpha_{\text{w-1}})$ 和 $\Delta \beta = (\Delta \beta_0, \Delta \beta_1, \dots, \Delta \beta_{\text{w-1}})$ 分别为 S 盒 S 的输入和输出差分. 用 δ 表示 S 盒 S 是否活跃、即

$$\delta = \begin{cases} 0, & (\Delta \alpha_0, \Delta \alpha_1, \dots, \Delta \alpha_{w-1}) = 0 \\ 1, & 其他 \end{cases}$$

在整数环上, δ 和 $\Delta\alpha$ 的关系有一种等价的刻画

$$\begin{cases} \delta - \Delta \alpha_i \geqslant 0, 0 \leqslant i \leqslant w - 1 \\ \Delta \alpha_0 + \Delta \alpha_1 + \dots + \Delta \alpha_{w-1} - \delta \geqslant 0 \end{cases}$$
(2)

此外,对于可逆的 S 盒,它的输入差分非零当且仅当它的输出差分非零,这同样可以通过整数环上的线性不等式表示

$$\begin{cases}
\left(\Delta\alpha_{0} + \Delta\alpha_{1} + \dots + \Delta\alpha_{w-1}\right)w - \left(\Delta\beta_{0} + \Delta\beta_{1} + \dots + \Delta\beta_{w-1}\right) \geqslant 0 \\
\left(\Delta\beta_{0} + \Delta\beta_{1} + \dots + \Delta\beta_{w-1}\right)w - \left(\Delta\alpha_{0} + \Delta\alpha_{1} + \dots + \Delta\alpha_{w-1}\right) \geqslant 0
\end{cases}$$
(3)

最后,类似于线性变换的刻画方法,设S盒S的分支数 B_S 定义为

$$B_{S} = \min_{\Delta = 0} \left\{ \operatorname{wt}(\Delta \alpha) + \operatorname{wt}(\Delta \beta) \middle| \#(\Delta \alpha, \Delta \beta) > 0 \right\}$$

其中,# $(\Delta \alpha, \Delta \beta)$ =# $\{x \in F_2^w | S(x) \oplus S(x \oplus \Delta \alpha) = \Delta \beta\}$. 那么 S 在整数环上的线性刻画可以用下面的不等式组表示

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{w-1} (\Delta \alpha_i + \Delta \beta_i) \geqslant B_s d_s \\ d_s \geqslant \Delta \alpha_i, 0 \leqslant i \leqslant w - 1 \\ d_s \geqslant \Delta \beta_i, 0 \leqslant i \leqslant w - 1 \end{cases}$$
(4)

其中, $d_s \in F$, 是额外增加的新变量.

一个 S 盒通过不等式(2)、(3)和(4)来刻画也是不完备的. 即存在一对向量同时满足不等式(2)、(3)和(4),但它是 S 盒的不可能差分特征. 正是由于这个原因, 孙思维等人提出了用基于计算几何的新方法来获得 S 盒的线性约束条件 $^{[15]}$.

凸包的 H-表示. 设 X 是 n 维线性空间 R^n 上的离散点集. 集合 X 的凸包是指包含 X 的最小凸集. 凸包可以看成是线性等式和不等式构成的可行解. 有很多的算法可以计算一个有限点集的凸包. 对于 $n \times n$ 的 S 盒 S,它的所有差分特征都可以看成线性空间 R^{2n} 上的离散点集. 利用现成的计算代数软件, 如 SAGE, 可以求出 S 的凸包.

一般地,随着n 的增大,集合 $X \subset R^n$ 的凸包中等式和不等式的数量会快速增大.例如,一个 4×4 的 S盒,它的凸包需要上百个不等式表示.这样生成的一个MILP问题,在有限的时间和资源里就变得不可解了.因此,只能从上百个不等式中选取尽可能少的不等式. 孙思维等人利用贪婪算法来选取一些"好"的不等式[15].

对于如何刻画特征 2 上的运算和怎样生成 MILP 问题、请读者参阅文献[13-15].

4 RECTANGLE-80 的相关密钥差分攻击

我们先介绍一些下面会频繁用到的符号. 令 P(P')、C(C')、 ΔP 和 ΔC 分别表示明文、密文以及明文和密文的差分. 令 $K_i(K_i')$ 、 $I_i(I_i')$ 和 $O_i(O_i')$ 分别表示第 i 轮的轮子密钥,以及 SubColumn 运算的输入和输出. 同样地,令 ΔK_i 、 ΔI_i 和 ΔO_i 分别表示第 i 轮的轮子密钥差分,以及 SubColumn 运算的输入和输出差分.

有了上面的准备, 我们将会给出 19 轮 RECTANGLE-80 的相关密钥差分攻击. 首先, 我们找到了大量的输入、输出和轮子密钥差分相同的 15 轮差分特征. 利用这些差分特征, 我们分别向前和向后扩展两轮, 得到了 19 轮的相关密钥差分攻击.

4.1 RECTANGLE-80的差分特征

在本小节中,我们利用 Mouha 和孙思维等人的方法得到了大量的差分特征. 事实上,在 RECTANGLE 分组密码中,只有异或运算和 S 盒需要转化成整数环上的线性约束条件. 根据第 3 节的描述,我们可以得到关于异或运算和 S 盒的所有线性约束条件. 此外,由于是相关密钥差分攻击,所以密钥的差分不能为零,即需要另外一个约束条件 $\Delta k_0 + \Delta k_1 + \cdots + \Delta k_{79} \geqslant 1$. 目标函数为 $\min \sum \delta$, 其中 δ 表示对应的 S 盒是否活跃,具体定义见第 3 节的不等式(2). 上述过程可以产生一个完整的 MILP 问题,即包含约束条件和目标函数. 利用 Gurobi 求解器可以求解相应的 MILP 问题.

表 2 是 RECTANGLE 中用到的 S 盒的差分分布. 根据表 2, 我们可以计算具体差分特征的概率. 对 $7 \le n \le 15$. 表 3 列举了含较少活跃 S 盒个数的 n 轮差分特征. 其中差分概率对应着某条含相应活跃 S 盒个数

的差分特征. 当n=7、8、9时(标记为"*"),表格中活跃 S 盒个数对应着最小值,也就是说所有可能的n 轮差分特征的活跃 S 盒个数都会大于等于表格中的数据. 当n=10、11、12、13、14、15 时,表格中活跃 S 盒个数对应着较小值,也就是说可能存在某条n 轮差分特征,它的活跃 S 盒的个数小于表格中所给的数据

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	В	С	D	Е	F
0	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	2	2	0	2	2	0	4	0	2	0	2
2	0	0	0	0	0	0	4	4	0	0	0	0	0	0	4	4
3	0	2	0	2	4	0	0	0	2	0	0	2	0	0	2	2
4	0	0	0	0	0	4	2	2	0	0	0	0	4	0	2	2
5	0	0	0	0	0	2	0	2	2	2	4	0	0	2	2	0
6	0	4	2	2	0	0	0	0	0	4	2	2	0	0	0	0
7	0	2	2	0	4	0	0	0	2	0	2	0	0	0	2	2
8	0	0	2	2	0	4	0	0	0	0	2	2	4	0	0	0
9	0	0	0	4	0	2	0	2	2	2	0	0	0	2	2	0
A	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	2	2	4	4	0	0
В	0	2	0	2	4	0	2	2	2	0	0	2	0	0	0	0
C	0	0	2	2	0	0	2	2	0	0	2	2	0	0	2	2
D	0	0	4	0	0	2	2	0	2	2	0	0	0	2	0	2
E	0	4	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	4	4	0	0
F	0	2	2	0	4	0	2	2	2	0	2	0	0	0	0	0

表 2 RECTANGLE 中 S 盒的差分分布 Table 2 Differential distributions of the S-box in RECTANGLE

表 3 含较少活跃 S 盒的个数的 n 轮差分特征及对应的差分概率 Table 3 n- round differential characteristics with fewer active S-boxes

轮数	活跃 S 盒的个数	差分概率	轮数	活跃S盒的个数	差分概率
7*	7	2^{-18}	12	20	2-51
8*	10	2^{-25}	13	23	2^{-56}
9*	12	2^{-32}	14	24	2^{-59}
10	16	2^{-41}	15	26	2^{-64}
11	19	2^{-44}			

我们找到了一条差分概率为 2^{-64} 的 15 轮差分特征. 为了说明的方便, 我们把它看成是 RECTANGLE 中从第 2 轮到第 16 轮的差分特征. 那么它在第 2 轮 SubColumn 运算的输入差分和在第 16 轮 SubColumn 运算的输出差分分别为

另外, 这条差分特征在第2轮和第16轮的轮子密钥差分

固定 ΔI_2 、 ΔO_{16} 和 ΔK_2 ,根据密钥编排算法可知 ΔK_i ($i=2,3,\cdots,15,16$)均被固定下来. 借助于计算机,我们找出了所有活跃 S 盒个数为 26—30 的 15 轮差分特征,见表 4. 这些差分特征总的概率为 $2^{-60.5}$,可以用于构造区分器并恢复部分密钥. 我们将在 4.2 节给出详细的攻击过程.

活跃S盒的个数	差分特征的条数	总的差分概率			
26	4	2^{-62}			
27	30	2^{-62}			
28	119	$2^{-62.82}$			
29	324	$2^{-64.31}$			
30	777	$2^{-65.97}$			

表 4 活跃 S 盒个数为 26-30 的所有 15 轮差分特征

Table 4 All 15-round differential characteristics with 26-30 active S-boxes

4.2 RECTANGLE-80的相关密钥攻击

本小节中,我们将利用 4.1 节得到的差分特征向前和向后分别扩展 2 轮来攻击 19 轮的 RECTANGLE. 这里假设 19 轮的 RECTANGLE 指的是经过 19 轮的迭代和最后一次异或轮密钥,从第 0 轮开始标记,即第 0 轮到第 18 轮. 第 0 轮的子密钥就是主密钥,最后异或的轮密钥记为 K_{19} . 下面将详细地描述我们的攻击过程.

首先,我们着重说明是怎样向前扩展 2 轮的(向后扩展 2 轮是类似的). 由 ΔI_2 和 ΔK_2 可以得到第 1 轮 SubColumn 运算的输出差分为

考虑 ΔO_1 的第 10 列,根据表 2 中 S 盒的差分分布,只有当 S 盒的输入差分为 1100、0110、1101、1101、0111 或 1111 时,S 盒的输出差分才能是 1000. 对于 ΔO_1 的第 3 列和第 9 列也会有类似的发现. 因此,第 1 轮 SubColumn 运算的输入差分必须具备下面的形式

$$\Delta I_1 = \begin{matrix} 00000??00000?000\\ 000001?000000000\\ 00000??00000?000\\ 00000??00000?000 \end{matrix}$$

其中"?"表示 0 或 1 中不确定的值. 而且 ΔI_1 只有 $6 \times 7 \times 6 = 2^{7.98}$ 种可能. 对于符合条件的 ΔI_1 , 使得差分恰好为(5)式的 ΔO_1 的概率为

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{6} = 2^{-7.98}$$

根据密钥编排,第1轮的子密钥差分为

类似于第1轮的分析,我们得到第0轮SubColumn运算的输出和输入差分分别为

这里 ΔO_0 有 $2^{7.98}$ 情况,而 ΔI_0 有 2^{36} 种情况. 因此,对于一个随机选择的 ΔI_0 、 ΔO_0 属于这 $2^{7.98}$ 种情况的概率为 $2^{-28.02}$. 此外,第 0 轮的子密钥和明文差分分别为

同样地、我们也可以向后扩展两轮. 由于第17轮的子密钥差分为

所以第17轮 SubColumn 运算的输入和输出差分分别为

根据表 2 中 S 盒的差分分布, 当 S 盒的输入差分为 $\Delta I_s = 0010$ 时, 它的输出差分 ΔO_s 只可以属于集合 $\{1010,0110,1110,0011,0111,1111\}$. 因此, 第 18 轮的子密钥差分为

其中 $\bullet \star 1 \bullet \in \{1010,0110,1110,0011,0111,1111\}$. 在攻击过程中,我们总是假设 ΔK_{18} 是确定的,因为可以对每一个属于集合 $\{1010,0110,1110,0011,0111,1111\}$ 的元素使用一次我们的攻击方法,即我们总是假设 \bullet 、 \star 和

◆ 是确定的值. 那么第 18 轮 SubColumn 运算的输入和输出差分分别为

$$\Delta I_{18} = \begin{array}{c} 000000? 0 \bullet 000000? \\ 00000? \bullet 000000000 \\ 0001100000? 000000 \\ 00?000000? 000000 \end{array} \\ \# I \ \Delta O_{18} = \begin{array}{c} 00??????0???000?? \\ 00?????00???0000? \\ 00?11??0???000?? \\ 00??????00?? \\ 00??????00??? \\ 00??????00?? \end{array}$$

其中,"♥"和"♣"表示 0 和 1 中某个确定的值,而"?"表示 0 和 1 中某个不确定的值. ΔO_{18} 最多有 $2^{26.54}$ 种可能.由于最后的子密钥的差分

是确定的, 密文差分

最多也只有226.54种可能.

数据收集过程. 选择 2^x 个结构体. 在每个结构体中,第 0、 1、 2、 4、 5、 11 和 15 列的值都相同,第 3、 6、 7、 8、 9、 10、 12、 13 和 14 列取遍所有的可能值,这样每个结构体中就包含 2^{36} 组明文. 这 2^{36} 组明文 又可以组成约 2^{72} 个有序对. 由第 0 轮和第 1 轮给出的概率知,结构体中的任意一对明文在正确密钥下产生 差分 ΔI ,的概率为 2^{-36} . 因此满足 ΔI ,和 ΔO_{16} 的明文对平均有 $2^{x+72-36-60.5} = 2^{x-24.5}$ 对.

密钥恢复过程. 根据密文差分 ΔC ,每个结构体中期望产生的有序对为 $2^{72-37.46} = 2^{34.54}$ 对. 因此, 通过密文差分筛选后, 剩下的明文对平均有 $2^{*+34.54}$.

步骤 1. 猜测子密钥 K_0 的部分比特:

(a) 猜测第 0 轮子密钥 K_0 的第 3 列 $K_0^{(3)}$, 计算剩下明文对的第 3 列经过 S 盒变换的差分, 即

$$S(P^{(3)} \oplus K_0^{(3)}) \oplus S(P'^{(3)} \oplus K_0^{(3)} \oplus \Delta K_0^{(3)})$$

如果差分不具有?000 这样的形式, 那么删除这对明文对. 那么期望剩下的明文对数为 2**31.54.

(b) 重复步骤 1(a),分别猜测 $K_0^{(6)}$ 、 $K_0^{(7)}$ 、 $K_0^{(8)}$ 、 $K_0^{(9)}$ 、 $K_0^{(10)}$ 、 $K_0^{(12)}$ 、 $K_0^{(13)}$ 和 $K_0^{(14)}$,最后期望剩下的正确明文对数为 $2^{x+8.54}$.

步骤 2. 通过猜测 K_0 或 K_1 的部分比特, 来获得 K_1 的部分比特:

(a) 由于子密钥 K_1 的很多比特都可以通过移位和异或轮常数直接从 K_0 中得到,因此很多已经猜测过的比特不需要重复猜测,这大大地降低了计数器的数目. 比如,对于子密钥 K_1 的第 3 列,由密钥编排可知

$$\left(K_{1}^{(0,3)},K_{1}^{(1,3)},K_{1}^{(2,3)},K_{1}^{(3,3)}\right) = \left(K_{0}^{(0,16)},K_{0}^{(1,14)},K_{0}^{(2,12)},K_{0}^{(3,10)}\right)$$

这里只需要猜测 $K_0^{(0,16)} = K_1^{(0,3)}$, 由于其他 3 比特已经在步骤 1 中猜测过. 那么剩下的明文对还有 $2^{x+4.54}$ 对.

(b) 猜测比特 $K_0^{(1,1)}$ 、 $K_0^{(2,19)}$ 和 $K_0^{(3,17)}$, 检验是否有下面的等式成立

$$S(I_1^{(10)} \oplus K_1^{(10)}) \oplus S(I_{1'}^{(10)} \oplus K_1^{(10)} \oplus \Delta K_1^{(10)}) = 1000$$

这是由于 $(K_1^{(0,10)}, K_1^{(1,10)}, K_1^{(2,10)}, K_1^{(3,10)}) = (K_0^{(0,3)}, K_0^{(1,1)}, K_0^{(2,19)}, K_0^{(3,17)})$. 此时,剩下的明文对有 $2^{x+0.54}$ 对.

- (c) 类似于步骤 2(b), 猜测比特 $K_0^{(0,2)}$ 、 $K_1^{(1,9)}$ 、 $K_0^{(2,18)}$ 和 $K_0^{(3,16)}$, 那么剩下的明文对有 $2^{x-3.46}$ 对. 步骤 3. 猜测子密钥 K_{10} 的部分比特,其中有很多比特可以通过猜测 K_0 的部分比特获得:
- (a) 考虑 O_{18} 的第 11 列,涉及到的第 19 轮子密钥比特为 $K_{19}^{(0,11)}$ 、 $K_{19}^{(1,12)}$ 、 $K_{19}^{(2,7)}$ 和 $K_{19}^{(3,8)}$. 猜测第 0 轮子密钥的一些比特 $K_0^{(0,18)}$ 、 $K_0^{(3,2)}$ 、 $K_0^{(0,19)}$ 、 $K_0^{(1,2)}$ 和 $K_0^{(3,1)}$,那么根据密钥编排和步骤 1 和 2 已经猜测的比特,第 19 轮子密钥的一些比特 $K_{19}^{(0,11)}$ 、 $K_{19}^{(1,12)}$ 、 $K_{19}^{(2,7)}$ 和 $K_{19}^{(3,8)}$ 被确定下来.类似步骤 1(a),剩下的明文对为 $2^{x-7.46}$. 进一步地,第 19 轮的另外一些比特 $K_{19}^{(0,12)}$ 、 $K_{19}^{(1,13)}$ 、 $K_{19}^{(2,8)}$ 和 $K_{19}^{(3,9)}$ 也被确定下来,这些比特和 O_{18} 和第 12 列有关,这样剩下来的明文对平均有 $2^{x-11.46}$ 对.
- (b) 猜测 $K_0^{(1,16)}$ 、 $K_0^{(2,4)}$ 和 $K_0^{(1,11)}$,再加上之前步骤 1 到步骤 3(a)已经猜测过的比特,第 19 轮子密钥的比特 $K_{19}^{(0,1)}$ 、 $K_{19}^{(1,2)}$ 、 $K_{19}^{(2,13)}$ 和 $K_{19}^{(3,14)}$ 已经被确定下来. 而这些比特又和 O_{18} 的第 1 列相关,这样期望剩下的明文对就只有 $2^{*-14.46}$ 对.
- (c) 类似于步骤 3(a)和 3(b),对于 O_{18} 的第 6 列,我们猜测 $K_0^{(0,1)}$ 、 $K_0^{(3,19)}$ 和 $K_0^{(0,4)}$;对于第 7 列,猜测第 19 轮的子密钥比特 $K_{19}^{(1,8)}$ 和第 0 轮的子密钥比特 $K_0^{(1,18)}$ 、 $K_0^{(2,2)}$;对于第 0 列,猜测 $K_{19}^{(2,12)}$;对于第 9 列,猜测 $K_{19}^{(0,9)}$ 、 $K_{19}^{(2,5)}$ 、 $K_0^{(0,17)}$ 、 $K_0^{(1,19)}$ 和 $K_0^{(2,1)}$; 对于第 10 列,猜测 $K_{19}^{(2,6)}$ 和 $K_{19}^{(3,7)}$;对于第 5 列,猜测 $K_{19}^{(0,5)}$ 、 $K_{19}^{(1,6)}$ 和 $K_{19}^{(3,2)}$;对于第 13 列,猜测 $K_{19}^{(0,13)}$ 、 $K_{19}^{(1,14)}$ 和 $K_{19}^{(2,9)}$. 此时,期望剩下的明文对只有 $2^{x-36.46}$ 对.

步骤 4. 对于 O_{17} , 涉及到的第 18 轮的子密钥比特都已经在步骤 1-3 中猜测过,因此在这一步中我们不需要猜测其他的比特. 平均可以剩下 $2^{x-44.46}$ 对明文对. 在对应的计数器上记上最终剩下的明文对数.

步骤 5. 如果计数器大于 1, 我们就把对应的密钥比特看成候选的正确密钥比特. 对每个候选的部分密钥、对剩余的密钥比特进行穷拽, 直到找到正确的密钥.

复杂度分析. 由于经过 ΔI_2 和 ΔO_{16} 筛选之后,期望剩下的明文对数为 $2^{x+72-36-60.5} = 2^{x-24.5}$. 我们取 x=26,对正确密钥而言,期望剩下的明文对数为 3. 因此,数据复杂度为 2^{62} .

为了得到时间复杂度,我们先分析每一步的时间复杂度.在加密过程中,由于数据复杂度为 2^{62} ,所以时间需要 2^{63} 次的19轮加密.在步骤1(a)中,需要

$$2 \times 2^{x+34.54} \times 2^4 \times \frac{1}{16} \times \frac{1}{19} \approx 2^{x+29.54}$$

次的 19 轮加密. 在步骤 1(b)中, 时间复杂度为

$$2 \times \left(2^{x+39.54} + 2^{x+40.54} + 2^{x+41.54} + 2^{x+42.54} + 2^{x+42.54} + 2^{x+43.54} + 2^{x+44.54} + 2^{x+45.54} + 2^{x+46.54}\right) \times \frac{1}{16} \times \frac{1}{19} \approx 2^{x+40.54}$$

步骤2的时间复杂度为

$$2 \times (2^{x+45.54} + 2^{x+44.54} + 2^{x+44.54}) \times \frac{1}{16} \times \frac{1}{19} \approx 2^{x+39.54}$$

步骤3的时间复杂度为

$$2 \times \left(2^{x+45.54} + 2^{x+41.54} + 2^{x+40.54} + 2^{x+40.54} + 2^{x+40.54} + 2^{x+40.54} + 2^{x+37.54} + 2^{x+39.54} + 2^{x+38.54} + 2^{x+38.54} + 2^{x+38.54} + 2^{x+38.54}\right) \times \frac{1}{16} \times \frac{1}{19} \approx 2^{x+38.54}$$

步骤 4 的时间复杂度为 $2^{x+28.54}$. 因此,对于一个给定的 ΔK_{18} ,步骤 1 到步骤 5 的时间复杂度为 $2^{67.42}$. 由于 ΔK_{18} 有 6 种取值情况,所以总的时间复杂度为 2^{70} . 内存复杂度为 2^{72} 个计数器.

5 总结

在本文中,我们利用 Mouha 和孙思维等人的方法找到了一条含 26 个活跃 S 盒的 15 轮差分特征,它的输入、输出和轮子密钥差分的汉明重量都很小.固定这些差分,我们找到了所有活跃 S 盒数为 26-30 的 15 轮差分特征.这些差分特征总的概率为 2⁻⁶⁰⁵.基于这些差分特征,我们将相应的差分区分器分别向前和向后扩展了两轮,得到了一个 19 轮的相关密钥差分攻击,其中数据复杂度为 2⁶²,时间复杂度为 2⁷⁰,内存复杂度为 2⁷².

为了能攻击更多的轮数,需要找到更多的高轮差分特征.同时,确定某些轮数的活跃 S 盒的下界也很有意义,这可以说明 RECTANGLE 分组密码是否可以抵抗标准的相关密钥差分攻击.

References

- Bogdanov A, Knudsen L, Leander G, et al. PRESENT: an ultra-lightweight block cipher[C]. In: Cryptographic Hardware and Embedded Systems—CHES 2007. Springer Berlin Heidelberg, 2007: 450–466.
- [2] Guo J, Peyrin T, Poschmann A, et al. The LED block cipher[C]. In: Cryptographic Hardware and Embedded Systems—CHES 2011. Springer Berlin Heidelberg, 2011: 326–341.
- [3] Wu W, Zhang L. LBlock: a lightweight block cipher[C]. In: Applied Cryptography and Network Security. Springer Berlin Heidelberg, 2011: 327–344.
- [4] Borghoff J, Canteaut A, Güneysu T, et al. PRINCE: a low-latency block cipher for pervasive computing applications[C]. In: Advances in Cryptology—ASIACRYPT 2012. Springer Berlin Heidelberg, 2012: 208–225.
- [5] Gérard B, Grosso V, Naya-Plasencia M, et al. Block ciphers that are easier to mask: how far can we go?[C]. In: Cryptographic Hardware and Embedded Systems—CHES 2013. Springer Berlin Heidelberg, 2013: 383–399.
- [6] Beaulieu R, Shors D, Smith J, et al. The SIMON and SPECK families of lightweight block ciphers[EB/OL]. http://eprint.iacr.org/2013/404.pdf
- [7] Zhang W, Bao Z, Lin D, et al. RECTANGLE: A bit-slice ultra-lightweight block cipher suitable for multiple platforms[EB/OL]. http://eprint.iacr.org/2014/084.pdf
- [8] Biham E, Shamir A. Differential cryptanalysis of DES-like cryptosystems[J]. Journal of Cryptology, 1991, 4(1): 3–72.
- [9] Matsui M. Linear cryptanalysis method for DES cipher[C]. In: Advances in Cryptology—EUROCRYPT '93. Springer Berlin Heidelberg, 1994: 386–397.
- [10] Biham E. New types of cryptanalytic attacks using related keys[J]. Journal of Cryptology, 1994, 7(4): 229–246.
- [11] Knudsen L R. Truncated and higher order differentials[C]. In: Fast Software Encryption—FSE '95. Springer Berlin Heidelberg, 1995: 196–211.
- [12] Biham E, Biryukov A, Shamir A. Cryptanalysis of Skipjack reduced to 31 rounds using impossible differentials[C]. In: Advances in Cryptology—EUROCRYPT '99. Springer Berlin Heidelberg, 1999: 12–23.
- [13] Mouha N, Wang Q, Gu D, et al. Differential and linear cryptanalysis using mixed-integer linear programming[C]. In: Information Security and Cryptology. Springer Berlin Heidelberg, 2012: 57–76.
- [14] Sun S, Hu L, Song L, et al. Automatic security evaluation of block ciphers with S-bP structures against related-key differential attack[C]. In: Information Security and Cryptology. Springer Berlin Heidelberg, 2013: 39–51.

- [15] Sun S, Hu L, Wang P, et al. Automatic security evaluation and (related-key) differential characteristic search: application to SIMON, PRESENT, LBlock, DES(L) and other bit-oriented block ciphers[C]. In: Advances in Cryptology—ASIACRYPT 2014. Springer Berlin Heidelberg, 2014: 158-178.
- [16] Qiao K, Hu L, Sun S, et al. Improved MILP modeling for automatic security evaluation and application to FOX[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences, to appear.
- Ma X, Hu L, Sun S, et al. Tighter security bound of MIBS block cipher against differential attack[C]. In: Network and System [17] Security. Springer International Publishing, 2014: 518-525.
- [18] Collard B, Standaert F X. A statistical saturation attack against the block cipher PRESENT[C]. In: Topics in Cryptology—CT-RSA 2009. Springer Berlin Heidelberg, 2009: 195-210.
- [19] Knudsen L, Wagner D. Integral cryptanalysis[C]. In: Fast Software Encryption—FSE 2002. Springer Berlin Heidelberg, 2002:
- [20] Biryukov A, Wagner D. Slide attacks[C]. In: Fast Software Encryption—FSE '99. Springer Berlin Heidelberg, 1999: 245–259.
- [21] Selvam R, Shanmugam D, Annadurai S. Side channel attacks: vulnerability analysis of PRINCE and RECTANGLE using DPA[EB/OL]. https://eprint.iacr.org/2014/644.pdf
- [22] Rolfes C, Poschmann A, Leander G, et al. Ultra-lightweight implementations for smart devices-security for 1000 gate equivalents[C]. In: Smart Card Research and Advanced Applications. Springer Berlin Heidelberg, 2008: 89-103.
- Feldhofer M, Dominikus S, Wolkerstorfer J. Strong authentication for RFID systems using the AES algorithm[C]. In: Cryptographic Hardware and Embedded Systems—CHES 2004. Springer Berlin Heidelberg, 2004: 357-370.
- Poschmann A, Leander G, Schramm K, et al. A family of light-weight block ciphers based on DES suited for RFID applications[C]. In: Workshop on RFID Security, Graz, Austria, July 2006.

作者信息



单进勇(1987-), 江苏大丰人, 博 士研究生. 主要研究领域为对称 密码学.

E-mail: jyshan12@is.ac.cn



胡磊(1967-), 博士, 研究员. 主 要研究领域为密码学与信息安全.

E-mail: hu@is.ac.cn



宋凌(1987-), 湖南岳阳人, 博士 研究生. 主要研究领域为对称密 码学.

E-mail: lsong@is.ac.cn



孙思维(1985-), 博士, 助理研究 员. 研究方向为密码学.

E-mail: swsun@is.ac.cn



马小双(1991-), 吉林长春人, 博 士研究生. 主要研究领域为对称

E-mail: xshma13@is.ac.cn