

0.1 Podstawy teorii zbiorów przybliżonych

System informacyjny

Relacja nierozróżnialności

Zbiór dokładny oraz zbiór przybliżony

Operowanie pojęciami nieostryimi (niescisłymi, nieprecyzyjnymi) jest bez wątpienia jednym z głównych problemów rozumowania potocznych. Pojęcia nieostre różnią się tym od pojęć ostrych, że w przeciwieństwie do tych ostatnich nie zawsze możliwe jest jednoznaczne zaklasyfikowanie obiektu do pojęcia, tzn. dla pewnej grupy obiektów z otaczającej nas rzeczywistości nie można — stwierdzić jednoznacznie czy dany obiekt należy do rozpatrywanego pojęcia, czy też nie należy.

Na przykład mogą to być pojęcia takie jak: małe dziecko, piękna kobieta, wysoki człowiek, dobra książka, łatwe zadanie itd. Najbardziej znany model matematyczny pojęć nieostrych, zwany teorią zbiorów rozmytych został zaproponowany przez Zadeha. Model ten zdobył dużą popularność i znalazł wiele zastosowań (również przy konstrukcji inteligentnych systemów decyzyjnych).

Zaletą tego modelu jest duża jego prostota oraz intuicyjność. Innym modelem matematycznym, jaki można zastosować do badania pojęć nieostrych jest tzw. teoria ewidencji, zwana również teorią Demstera-Shafera, gdyż obecna jej postać zawdzięczamy głównie pracom Demstera i Shafera. W 1976 roku Shafer opublikował monografię, w której zaproponował aksjomatyczne ujęcie wcześniejszego modelu pochodzącego od Demstera. Wspomniany model dotyczy konstruowania prawdopodobnych sądów (wnioskowań) o słabo ustrukturyzowanych problemach, a więc, takich problemach, o których posiadana wiedza ma postać luźnych przesłanek i ewentualnie wstępnych hipotez. Teoria zbiorów przybliżonych także może być uważana za jeden ze sposobów formalizacji nieostrości pojęć.

Interesującym wydaje się fakt, że istnieją związki pomiędzy teorią zbiorów rozmytych a teorią zbiorów przybliżonych. Teoria zbiorów przybliżonych proponuje zastąpienie nieostrego (nieprecyzyjnego) pojęcia, parą pojęć precyzyjnych, zwanych **dolnym i górnym przybliżeniem** tego pojęcia. Różnica między górnym i dolnym przybliżeniem jest właśnie tym obszarem granicznym, do którego należą wszystkie przypadki, które nie mogą być prawidłowo zaklasyfikowane na podstawie aktualnej wiedzy. Im większy obszar graniczny pojęcia tym bardziej jest ono nieostre (nieprecyzyjne). Niech $SI = \{U, A, V, f\}$ będzie systemem informacyjnym i niech $B \subseteq A$. Mówimy, że zbiór $P \subseteq U$ jest zbiorem B – dokładnym (B – definiowalnym) wtedy, gdy jest on skończoną sumą zbiorów B – elementarnych.

Każdy zbiór, który nie jest skończoną sumą zbiorów B – elementarnych jest zbiorem B – przybliżonym.

Aproksymacja zbioru

Jesli $SI = \{U, A, V, f\}$ jest systemem informacyjnym takim, ze $B \subseteq A$ oraz $X \subseteq U$ to:

- B – dolnym przyblizeniem *aproksymacja* zbioru X w systemie informacyjnym SI nazywamy zbiór:

$$\underline{B}X = \{x \in U : I_{SI,B}(x) \subseteq X\} \quad (1)$$

- B – górnym przyblizeniem (*aproksymacja*) zbioru X w systemie informacyjnym SI nazywamy zbiór:

$$\overline{B}X = \{x \in U : I_{SI,B}(x) \cap X \neq \emptyset\} \quad (2)$$

- B – pozytywnym obszarem (ang. positive area) zbioru X w systemie informacyjnym SI nazywamy zbiór:

$$POS_B(X) = \underline{B}X \quad (3)$$

- B – brzegiem (granica) (ang. boundary) zbioru X w systemie informacyjnym SI nazywamy zbiór:

$$BN_B(X) = \overline{B}X - \underline{B}X \quad (4)$$

- B – negatywnym obszarem (ang. negative area) zbioru X w systemie informacyjnym SI nazywamy zbiór:

$$NEG_B X = U - \overline{B}X \quad (5)$$

Z definicji powyzzszych mozemy wysnuc nastepujace wnioski:

- $\underline{B}X \subseteq X \subseteq \overline{B}X$
- zbiór X jest B -dokładny, gdy: $\underline{B}X = \overline{B}X \iff BN_B X = \emptyset$
- zbiór X jest B -przybliżony, gdy: $\underline{B}X = \overline{B}X \iff BN_B X \neq \emptyset$

Dolne przyblizenie pojecia jest to wiec pojecie do którego naleza wszystkie obiekty, co do których nie ma watpliwosci, ze sa one reprezentantami tego pojecia w swietle posiadanej wiedzy. Do górnego przyblizenia naleza obiekty, których nie mozna wykluczyc, ze sa reprezentantami tego pojecia. Brzegiem zas pojecia sa wszystkie te oniekty, co do ktorych nie wiadomo czy sa czy nie reprezentantami danego zbioru.