Hidden Fluid Mechanics: A Navier-Stokes Informed Deep Learning Framework for Assimilating Flow Visualization Data

YokoPhys-h

hoge 大学大学院

June 24, 2022

Contents

Hidden Fluid Mechanics (HFM)

流れのダイナミクスを調べる

- Navier-Stokes 方程式の直接的数値計算
  $\rightarrow$ 並列計算, Neural Networks による微分方程式の求解, etc.
- 実験観測的手法
  $\rightarrow$ データ記録装置, センサー技術

データ同化

数値モデルの再現性を高める.

- 数値計算結果+実験観測データ $\rightarrow$ パラメータ決定, モデルの再構築

流れのダイナミクスの潜在物理量

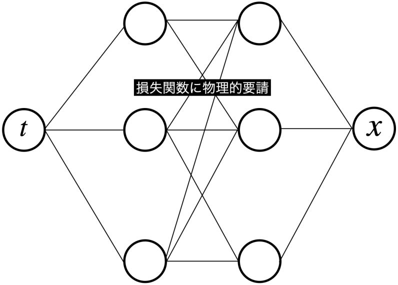
流れの表面だけでなく, 内部の情報を知りたい. (例: 流速, 圧力, etc.)

- 実験観測的手法
  レーザーイメージング, 粒子画像流速測定法, Computer Tomography (CT), etc.
- 理論的手法
  $\rightarrow$ spectral/hp-element solver : NekTar

すごく大変.

Physics Informed Neural Networks (PINNs)[1]

Neural Network の損失関数に物理的制約を取り込むことで, 学習データを必要とせず, 関数を出力する.



[1] M. Raissi et al., *Journal of Computational Physics* **2019**, *378*, 686–707.

Physics Informed Neural Networks (PINNs)[2]

Neural Network の損失関数に物理的制約を取り込むことで，学習データを必要とせず，関数を出力する．

- 実験観測データと理論 (物理的制約) を組み合わせて流体の内部情報を拾えないか?

実験観測データ $\{t^n, x^n, y^n, z^n, c^n\}_{n=1}^N$ $+$ 理論 (物理的要請) $\rho\left(\partial_t c + \boldsymbol{u}\cdot\nabla c\right) = \kappa\nabla^2 c$ $\begin{cases} \rho\left(\partial_t \boldsymbol{u} + (\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}\right) = -\nabla p + \mu\Delta\boldsymbol{u} + \rho\boldsymbol{f} \\ \mathrm{div}\mathrm{u} = 0 \end{cases}$	$\longrightarrow$	関数出力 $u(t,x,y,z), v(t,x,y,z),$ $w(t,x,y,z), p(t,x,y,z)$

$\rightarrow$ Hidden Fluid Mechanics (HFM)[3]

[2] M. Raissi et al., *Journal of Computational Physics* **2019**, *378*, 686–707.

[3] M. Raissi et al., Hidden Fluid Mechanics: A Navier-Stokes Informed Deep Learning Framework for Assimilating Flow Visualization Data, **2018**.

Hidden Fluid Mechanics (HFM)

passive scaler の輸送現象 (例: spreading smoke, dye advected)

流体運動そのものに力学的効果を与えない流れにおける拡散場の輸送

輸送拡散方程式

$$\rho\left(\partial_t c + \boldsymbol{u} \cdot \nabla c\right) = \kappa \nabla^2 c$$

$(c : \text{scaler field}, \boldsymbol{u} : \text{velocity}, \kappa : \text{moleculer diffusinity}, \rho : \text{density})$

Navier-Stokes 方程式

$$\rho\left(\partial_t \boldsymbol{u} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{u}\right) = -\nabla p + \mathrm{Re}^{-1} \Delta \boldsymbol{u} s$$
$$\operatorname{div} \boldsymbol{u} = 0$$

$(p : \text{pressuer}, \mathrm{Re} : \text{Reynolds number})$

計算準備

実験観測データ

$$\{t^n, x^n, y^n, z^n, c^n\}_{n=1}^N$$

物理的要請

輸送方程式:

$$c_t + uc_x + vc_y + wc_z = \mathrm{Pec}^{-1}\left(c_{xx} + c_{yy} + c_{zz}\right)$$

Navier-Stokes 方程式:

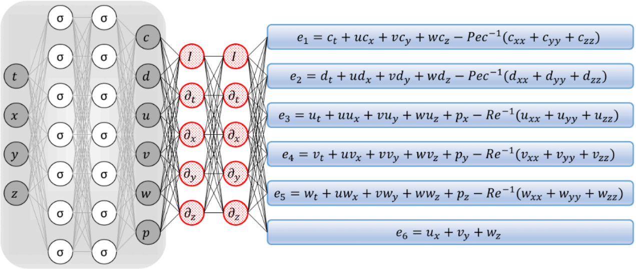
$$\begin{aligned}
u_t + uu_x + vu_y + wu_z &= -p_x + \mathrm{Re}^{-1}\left(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}\right)\\
v_t + uv_x + vv_y + wv_z &= -p_y + \mathrm{Re}^{-1}\left(v_{xx} + v_{yy} + v_{zz}\right)\\
w_t + uw_x + vw_y + ww_z &= -p_z + \mathrm{Re}^{-1}\left(w_{xx} + w_{yy} + w_{zz}\right)\\
u_x + v_y + w_z &= 0
\end{aligned}$$

精度向上

$$d_t + ud_x + vd_y + wd_z = \mathrm{Pec}^{-1}\left(d_{xx} + d_{yy} + d_{zz}\right), \quad (d := 1 - c)$$

計算

Neural Network $\{t^n, x^n, y^n, z^n, c^n\}_{n=1}^{N} \longrightarrow (c, d, u, v, w, p)$



損失関数

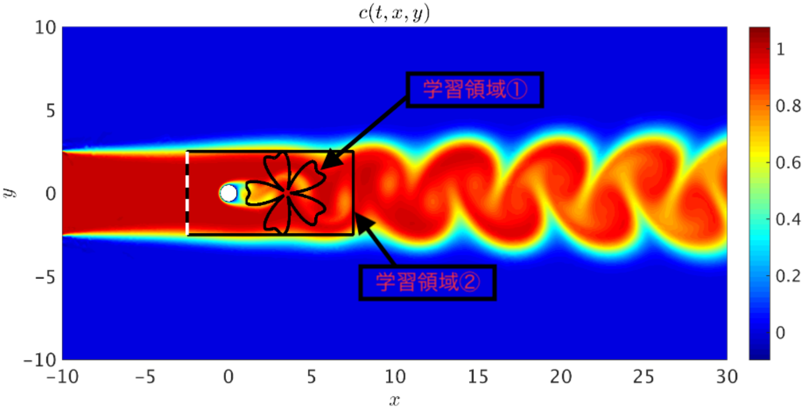
$$SSE = \sum_{n=1}^{N} |c(t^n, x^n, y^n, z^n) - c^n|^2 + \sum_{n=1}^{N} |d(t^n, x^n, y^n, z^n) - d^n|^2$$

$$+ \sum_{i=1}^{6} \sum_{n=1}^{N} |e_i(t^n, x^n, y^n, z^n)|^2$$

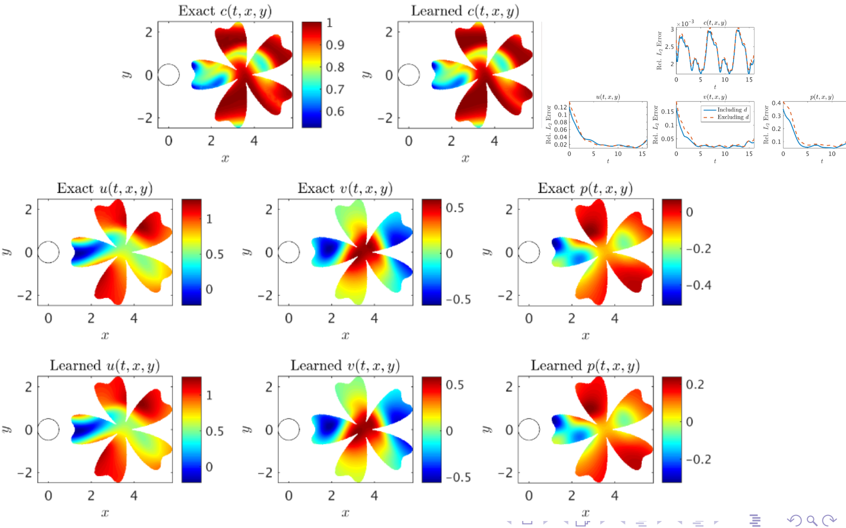
計算結果

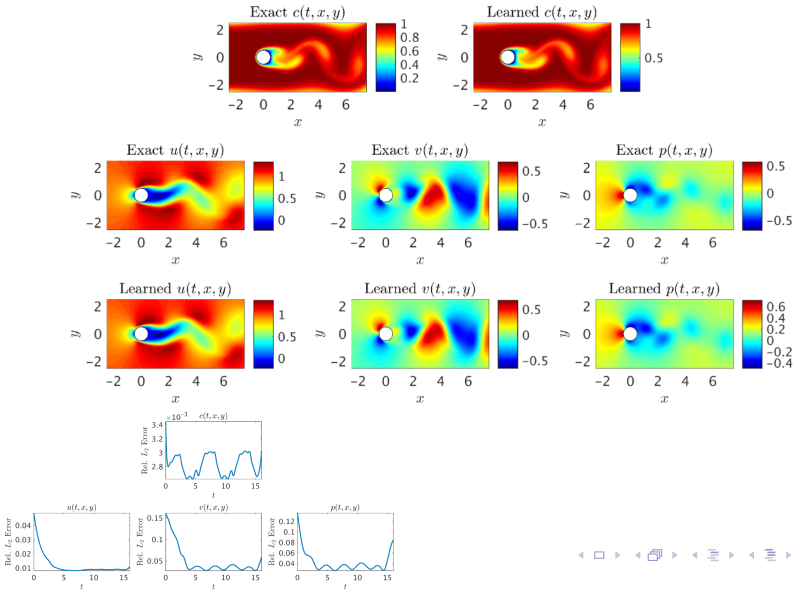
学習データ

円柱を通過する 2 次元流れ



結果


Exact $c(t,x,y)$
Learned $c(t,x,y)$
$c(t,x,y)$
$u(t,x,y)$
$v(t,x,y)$
$p(t,x,y)$
Rel. L_2 Error
Including d
Excluding d
Exact $u(t,x,y)$
Exact $v(t,x,y)$
Exact $p(t,x,y)$
Learned $u(t,x,y)$
Learned $v(t,x,y)$
Learned $p(t,x,y)$
x
y
t


Exact $c(t, x, y)$
Learned $c(t, x, y)$
Exact $u(t, x, y)$
Exact $v(t, x, y)$
Exact $p(t, x, y)$
Learned $u(t, x, y)$
Learned $v(t, x, y)$
Learned $p(t, x, y)$
x
y
$\times 10^{-3}$ $c(t, x, y)$
$u(t, x, y)$
$v(t, x, y)$
$p(t, x, y)$
Rel. L_2 Error
t

利点とまとめ

- 使用したのは実験観測データと基礎方程式のみ
  - 拘束条件がわからない状況でも，流体内部の速度，圧力を推定できる．
  - 境界壁に囲まれている内部の流れの速度や圧力なども正しく形状を定義せずとも算出できる．
- 関数が出力される
  - パラメータを逆に決めることもできる．

	Exact	Learned	Rel. Error
Pec	100	92.39	7.60%
Re	100	92.47	7.52%

HFM を使うことで詳しく初期条件や境界条件を知らずとも物理的制約 (保存即，運動方程式) のみで現象の内部の情報を拾うことができるようになる．

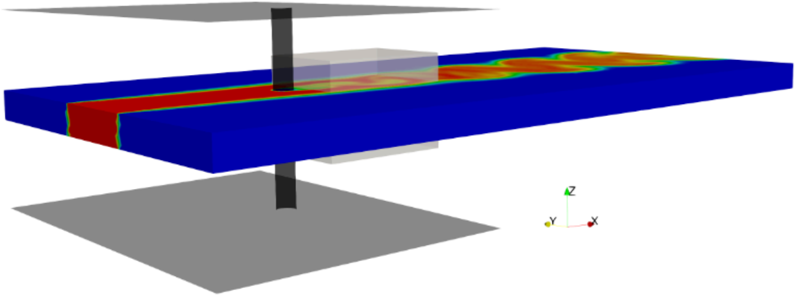
→ 生体内内部情報 (血液流速，応力，etc.)，連続体内部情報 (浮力，応力，etc.) への有用可能性．

参考文献 I

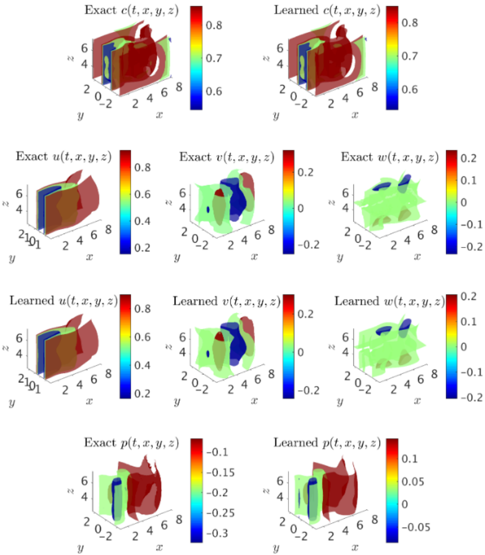
[1] M. Raissi, P. Perdikaris, G. Karniadakis, *Journal of Computational Physics* **2019**, *378*, 686–707.

[2] M. Raissi, A. Yazdani, G. E. Karniadakis, Hidden Fluid Mechanics: A Navier-Stokes Informed Deep Learning Framework for Assimilating Flow Visualization Data, **2018**.

学習データ



結果


Exact $c(t,x,y,z)$
Learned $c(t,x,y,z)$
Exact $u(t,x,y,z)$
Exact $v(t,x,y,z)$
Exact $w(t,x,y,z)$
Learned $u(t,x,y,z)$
Learned $v(t,x,y,z)$
Learned $w(t,x,y,z)$
Exact $p(t,x,y,z)$
Learned $p(t,x,y,z)$