

偏光特性・レーザー

2022 年 3 月 2 日

1 目的

光源に He-Ne レーザーを用いて 1/4 波長板の回転によって、直線偏光, 円偏光, 楕円偏光を作り, 回転角と測定強度の極座標グラフを作成しながら光の偏光特性を理解する. また, He-Ne レーザーを用いて, 雲母の複屈折を実験値から求め, 文献値と比較する.

2 原理

電磁波である光はお互いに直行する電場を持った 2 つの波の合成で表すことができる. このように合成された光は振幅及び位相差によって非偏光, 直線偏光, 円偏光, 楕円偏光に分けられる. また, 光は結晶板等の光学素子を通過することによってその振幅, 位相が変わる. 本実験ではその性質を用いて直線偏光, 円偏光, 楕円偏光を作り, さらに結晶光学へ応用する.

2.1 光学素子による直線偏光, 楕円偏光, 円偏光

偏光子と検光子の間に 1/4 波長板 (あるいは結晶板) を挿入し, その回転角 θ と検光子の回転角 ϕ における測定光の強度 I との関係は試料内での位相差を δ とすると

$$I = I_0 \left\{ \cos^2 \phi - \sin 2\theta \cdot \sin 2(\theta - \phi) \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\} \quad (1)$$

の関係で結ばれている.

直線偏光の場合, $\theta = 0$ で式 (1) に $\delta = \pi/2$ と $\theta = 0$ を代入することで $I \propto I_0 \cos^2 \phi$ となり, 極座標グラフ上では光の強度分布が 8 の字型となる.

楕円偏光の場合, $0 < \theta < \pi/4$ に固定し, 式 (1) に $\delta = \pi/2$ を代入すると極座標グラフにおける光の強度分布はひょうたん型となる.

円偏光の場合, $\theta = \pi/4$ とし, $\delta = \pi/2$ と $\theta = \pi/4$ を代入すれば $I = I_0/2$ となり, 極座標グラフにおける光の強度分布は円形になる.

2.2 結晶光学

平行ニコル (偏光子と検光子の向きが平行) の状態においては, 式 (1) において $\phi = 0$ とおける. したがって, 透過光強度は

$$I_{\parallel} = E^2 \left(1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\delta}{2} \right)$$

となる. これは $\theta = 0, 2\pi, \pi, \dots$ のとき $I_{\parallel \max} = E^2$ で最も明るくなり, $\theta = \pi/4, 3\pi/4, \dots$ のとき $I_{\parallel \min} = E^2 \{1 - \sin^2(\delta/2)\}$ で最も暗くなる. したがって以下の関係式が成立する.

$$\begin{aligned} \frac{I_{\parallel \min}}{I_{\parallel \max}} &= 1 - \sin^2(\delta/2) \\ \Rightarrow \delta &= 2 \arcsin \sqrt{1 - \frac{I_{\parallel \min}}{I_{\parallel \max}}} \end{aligned} \quad (2)$$

2.3 雲母の二軸性結晶としての性質

一般に結晶の断面は楕円であるため, 任意の方向の電束密度 \mathbf{D} はこの楕円の主軸に分けて取り扱うことができる. 雲母は非等方性結晶の二軸性結晶であり, 3つの主軸に対して別々の屈折率をもっている.(複屈折という.) このことから, 雲母板のような非等方性結晶では厚さ d の結晶板を光波が通過するとき, 2つの光線の間で以下の関係式が成立する.

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_1 - n_2) d \quad (3)$$

3 実験方法

実験装置

- 光学ベンチおよび各種ホルダー
- He-Ne レーザー ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$)
- コンデンサーレンズ S(凸レンズを反対向きにしたもの)
- 凸レンズ L_1, L_2
- 光度計 (フォトダイオード)E
- 電流計
- 偏光子 P
- 検光子 A
- 1/4 波長板
- 試料結晶板 (雲母)
- マイクロメーター

これらを用いた図 1 のような実験装置を使用した.

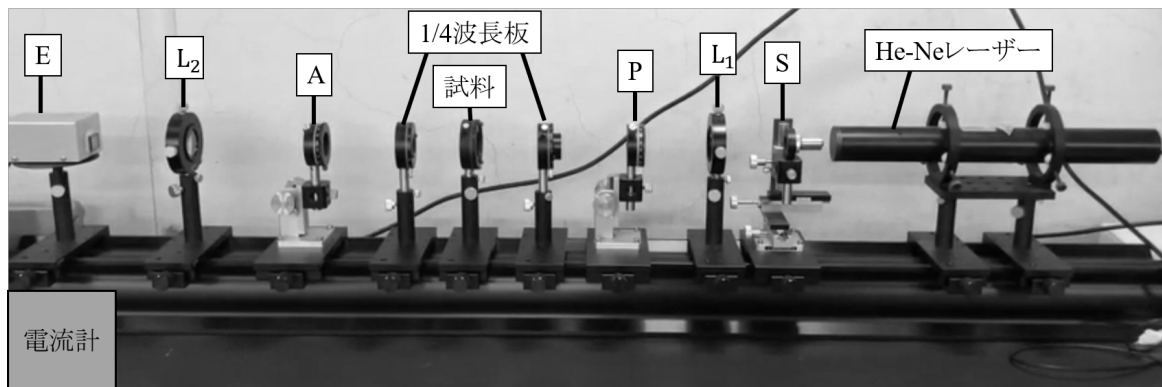


図1 実験装置配置図

3.1 偏光特性

3.1.1 光学系の作成

1. 図1の状態から対物レンズ L_1, L_2 の間にあるものを全て取り除いた状態にした。
2. He-Ne レーザーの電源を ON にした。その時レーザー光は発散角をもつため、ビームをコンデンサーレンズ S を用いて拡大し、凸レンズ L_2 で平行ビームとした。
3. 平行ビームが光度計 E に集光するように、凸レンズ L_2 の位置を調整した。

3.1.2 光度計および偏光子の測定

1. 光度系に対して2つの対物レンズの間に偏光子 P を設置した装置を作成した。
2. He-Ne レーザーの電源を OFF にして、偏光子 P の回転目盛りを 0° に合わせた状態で光度計に集光される光の強度 (暗電流) を測定した。なお、光の強度は電流計で直流電流値として読み取った。
3. He-Ne レーザーの電源を ON にして、偏光子 P を 0° から 360° まで 10° ずつ回転し、その都度光の強度を測定した。
4. 動径方向を光強度 (電流値)、角度方向を偏光子の角度にとった極座標グラフを作成した。

3.1.3 直線、楕円偏光および円偏光の測定

1. 偏光子を調整して、最も暗くなる角度を定めてから 90° 回転することで光度計に入る光もっとも明るくなる角度にし、その時の光の強度を記録した。
2. 検光子 A を入れ、その回転角 ϕ を 0° から 360° まで 10° ずつ変化させ、その時の検光子の回転角 ϕ と測定光強度を測定し、その結果を極座標グラフにプロットした。
3. 検光子を回転し、集光される光が最も暗くなる位置にすることで、偏光子と検光子の向きが直交 ($\phi = \pi/2$) する、直交ニコルの位置にした。

- 1/4 波長板を検光子と偏光子の間に挿入し, 1/4 波長板の回転角 θ を 0° から 360° まで 10° ずつ変化させ, その時の回転角 θ と測定光強度を測定し, その結果を極座標グラフにプロットした.
- 極座標グラフを見ながら 1/4 波長板を回転させ, (a) 直線偏光 (b) 楕円偏光 (c) 円偏光になる角度に固定し, 検光子の回転角を 0° から 360° まで 10° ずつ変化させて回転角と光強度の測定をし, その結果を極座標グラフにプロットした.

3.2 結晶光学

測定用試料として, 二軸性結晶である 7 種類の厚みの異なる雲母板を用いた.

3.2.1 位相差 δ の測定

- 1/4 波長板を外して対物レンズ, 偏光子, 検光子という状態にした.
- 図 1 の光学系において偏光子と検光子をどちらも集光が明るくなる位置にすることで, 平行ニコルの位置に固定した.
- 使用する雲母板の厚みをマイクロメーターを用いて測定した.
- 雲母板を試料位置に固定し, この試料の回転角を 0° から 360° まで 10° ずつ変化させて回転角と光強度の測定をし, その結果を極座標グラフにプロットした.
- 同様の操作を 7 種類の厚みの雲母板に対して行った.

4 実験結果

4.1 偏光特性

4.1.1 光学系の作成

実際に作成した装置は図 2 のようになった.



図 2 光学系の作成

4.1.2 光度計および偏光子の測定

He-Ne レーザーの電源を OFF にしたときの暗電流の値は $0.004 \mu\text{A}$ であった. よって今後この暗電流分を測定結果の値から差し引く.

He-Ne レーザーの電源を ON にし, 偏光子 P を 0° から 360° まで 10° ずつ回転させたときの測定結果を同径方向を光強度 (電流値), 角度方向を偏光子の回転角として極座標グラフにプロットしたものを図 3 に示す.

これより, 回転角に対して 8 の字型の強度分布を示しており, 直線偏光であることがわかった.

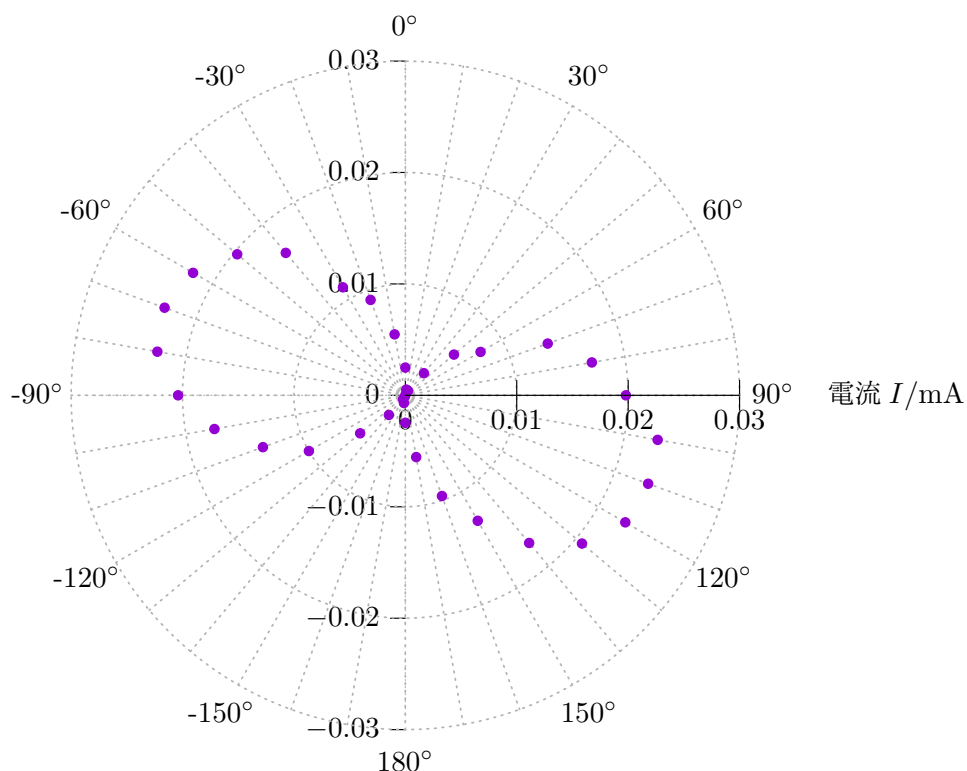


図 3 偏光子の回転角と光強度の関係

4.1.3 直線, 楕円偏光および円偏光の測定

偏光子を調整したときに最も明るくなった時の光の強度は 0.0022 mA であった.

検光子 A を入れ, その回転角を 0° から 360° まで 10° ずつ回転させたときの測定結果を極座標グラフにプロットしたものを図 4 に示す.

これより, 図 3 の結果と比較すると, 回転角に対して 8 の字型の強度分布を示し, 直線偏光であることは変わらないが, 検光子を挿入することによって光の強度が減少することがわかった. いま, 偏

光子によって直線偏光が検光子に対して入射されている。ここで、この直線偏光の強度が検光子によって減少したということから、検光子は自身の透過軸方向のみの光を透過している描像が結果から伺える。

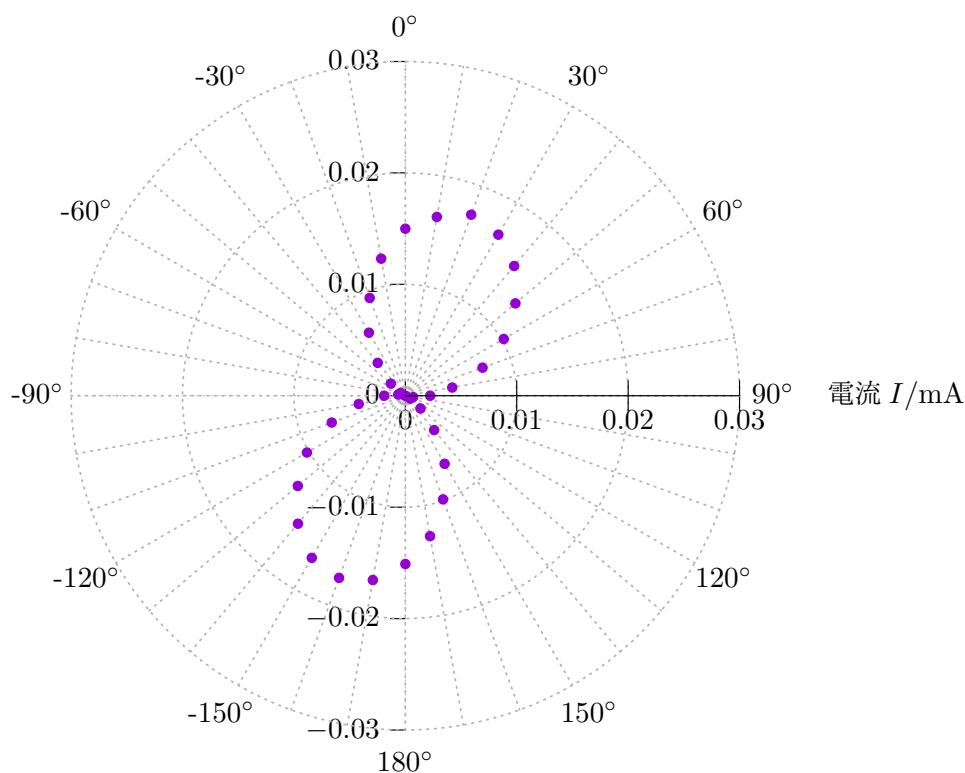


図 4 検光子の回転角と光強度の関係

検光子と偏光子を直交ニコルの位置にした後、1/4 波長板を挿入した場合については、検光子と偏光子が直交ニコルの関係のとき、完全に光が集光しないわけではなく、ほんの少し光は集光していた。また、1/4 波長板の回転に伴って光の偏光状態が変化していることも確認できた。そして、1/4 波長板の回転角を 0° から 360° まで 10° ずつ回転させたときの測定結果を極座標グラフにプロットしたものを図 5 に示す。

結果から、回転角に対して四つ葉のクローバー型の強度分布を示していることからことがわかった。これはまさに 1/4 波長板を挟んだことにより、4 回対称の形になっていることがわかる。さらに、直交ニコルの関係であることから、入射する光の強度も減少していることも同時に確認できる。また、この得られた 4 回対称の極座標グラフから、直線偏光は $\theta = 0^\circ$ 、楕円偏光は 30° 、円偏光は $\theta = \pi/4$ 付近がそれぞれの偏光になっていることがわかる。

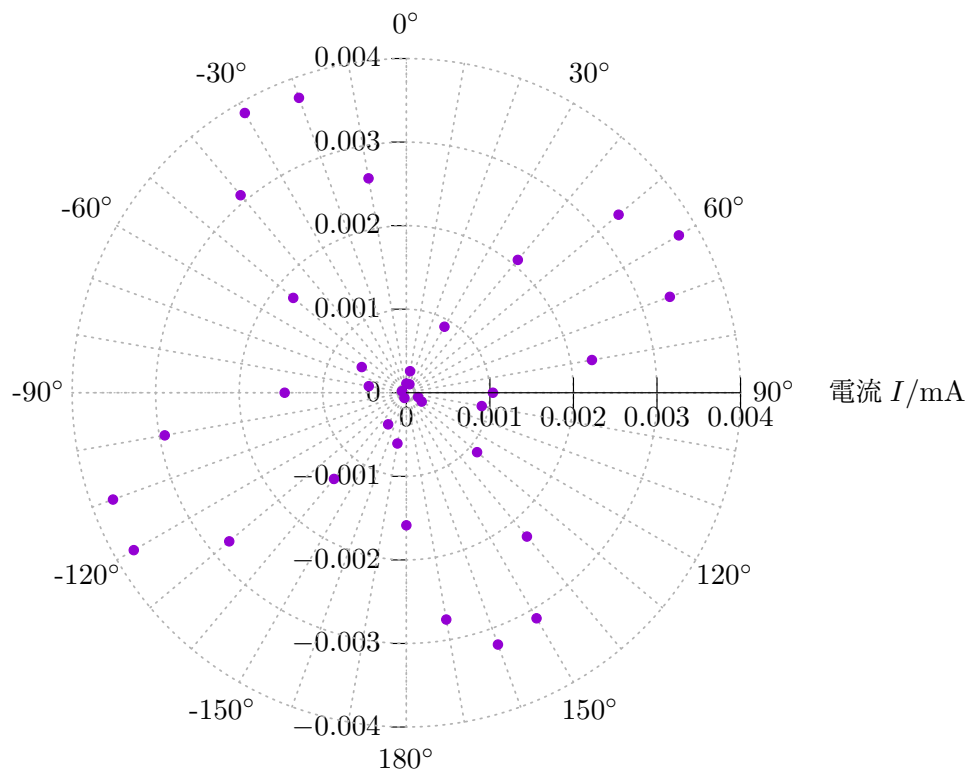


図5 1/4 波長板の回転角と光強度の関係

1/4 波長板を回転させ、(a) 直線偏光になる角度 $\theta = 0^\circ$ (b) 楕円偏光 $\theta = 30^\circ$ (c) 円偏光になる角度 $\theta = 45^\circ$ に固定し、検光子の回転角を 0° から 360° まで 10° ずつ変化させたの測定結果を図 6 に示した。

これより、確かに (a)8 の字型 (b) ひょうたん型 (c) 円のような光の強度分布になっており、目的の測定ができていることがわかる。

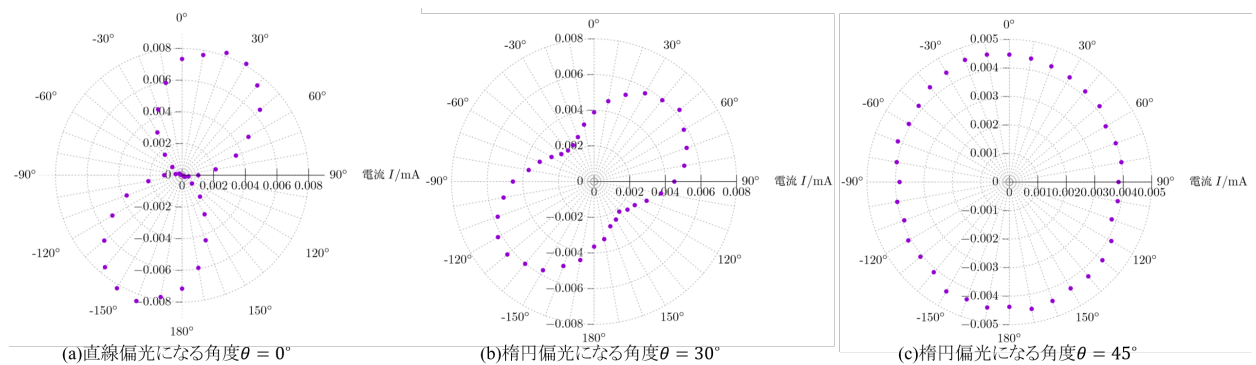


図6 直線、楕円偏光および円偏光の測定

4.2 結晶光学

4.2.1 位相差 δ の作成

マイクロメーターを用いて雲母板の厚み d を測定したところ, (1) $d = 0.025$ mm (2) $d = 0.036$ mm (3) $d = 0.054$ mm (4) $d = 0.087$ mm (5) $d = 0.078$ mm (6) $d = 0.127$ mm (7) $d = 0.203$ mm の 7 種類となった.

雲母板を試料位置に固定し, 各厚みに対して試料の回転角を 0° から 360° まで 10° ずつ変化させたときの測定結果を図 8, 9 に示す. これより, 各厚みに対して光強度の最大値 $I_{||\max}$ および最小値 $I_{||\min}$ を求めると, 表 1 のように定まった.(なお, $I_{||\max}$ と $I_{||\min}$ の値は各試料に対して 4 つずつあるため, その平均を不確かさを含めて記載した.)

表 1 光強度の最大値 $I_{||\max}$ および最小値 $I_{||\min}$

厚さ d/mm	最大値 $I_{ \max}/\text{mA}$	最小値 $I_{ \min}/\text{mA}$
(1) 0.025	0.0102 ± 0.0001	0.0075 ± 0.0001
(2) 0.036	0.01265 ± 0.00001	0.0050 ± 0.0001
(3) 0.054	0.0123 ± 0.0001	0.0011 ± 0.0003
(4) 0.087	0.0139 ± 0.0002	0.0030 ± 0.0002
(5) 0.078	0.0090 ± 0.002	0.0019 ± 0.0002
(6) 0.127	0.0073 ± 0.0001	0.0065 ± 0.0001
(7) 0.203	0.0083 ± 0.0002	0.00061 ± 0.00003

これより, 式 (2) を用いて位相差 δ を求めると以下表 2 のように定まった.

表 2 厚さ d と位相差 δ の関係

厚さ d/mm	位相差 δ
0	0
0.025	1.08 ± 0.01
0.036	1.78 ± 0.03
0.054	2.53 ± 0.05
0.087	2.18 ± 0.01
0.078	2.186 ± 0.008
0.127	0.674 ± 0.003
0.203	2.510 ± 0.006

この結果縦軸に位相差 δ , 横軸に厚み d をとってグラフにプロットすると図 7 のようになった. なお, ここでは位相差 δ を求める際に \arcsin を用いていることから, $0 < \delta < \pi$ で値の丸め込みが起こ

るため, π との変位を見ながら位相を繋ぎ変えた.

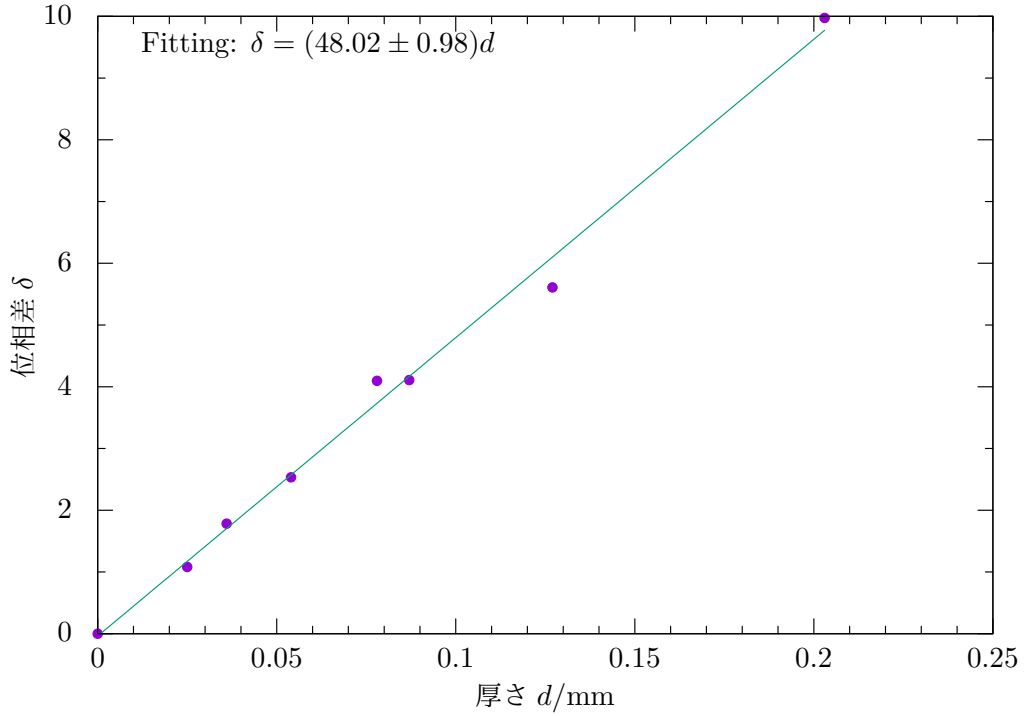


図 7 位相差 δ , 横軸に厚み d の関係

これより, 雲母に関する原理で述べた位相差 δ に関する理論式 (3) と Fitting した直線の傾きを比較すると

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Delta n = 48.02 \pm 0.98$$

となり, He-Ne レーザーの波長 λ は $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ であるから,

$$\Delta n = 0.00483 \pm 0.00010$$

いま, 雲母板の屈折率は文献 [1] によると 3 つの主軸に対して屈折率が存在し, その値は

$$\begin{cases} n_1 = 1.5993 \\ n_2 = 1.5944 \\ n_3 = 1.5612 \end{cases}$$

である. ここで, n_3 については劈開面と垂直な軸となっており, 複屈折 Δn には寄与しない. よって

$$\Delta n = n_1 - n_2 = 0.0049 \quad (4)$$

となり、文献値と実験値を比較すると 1σ の範囲で有意な結果が得られたといえる。

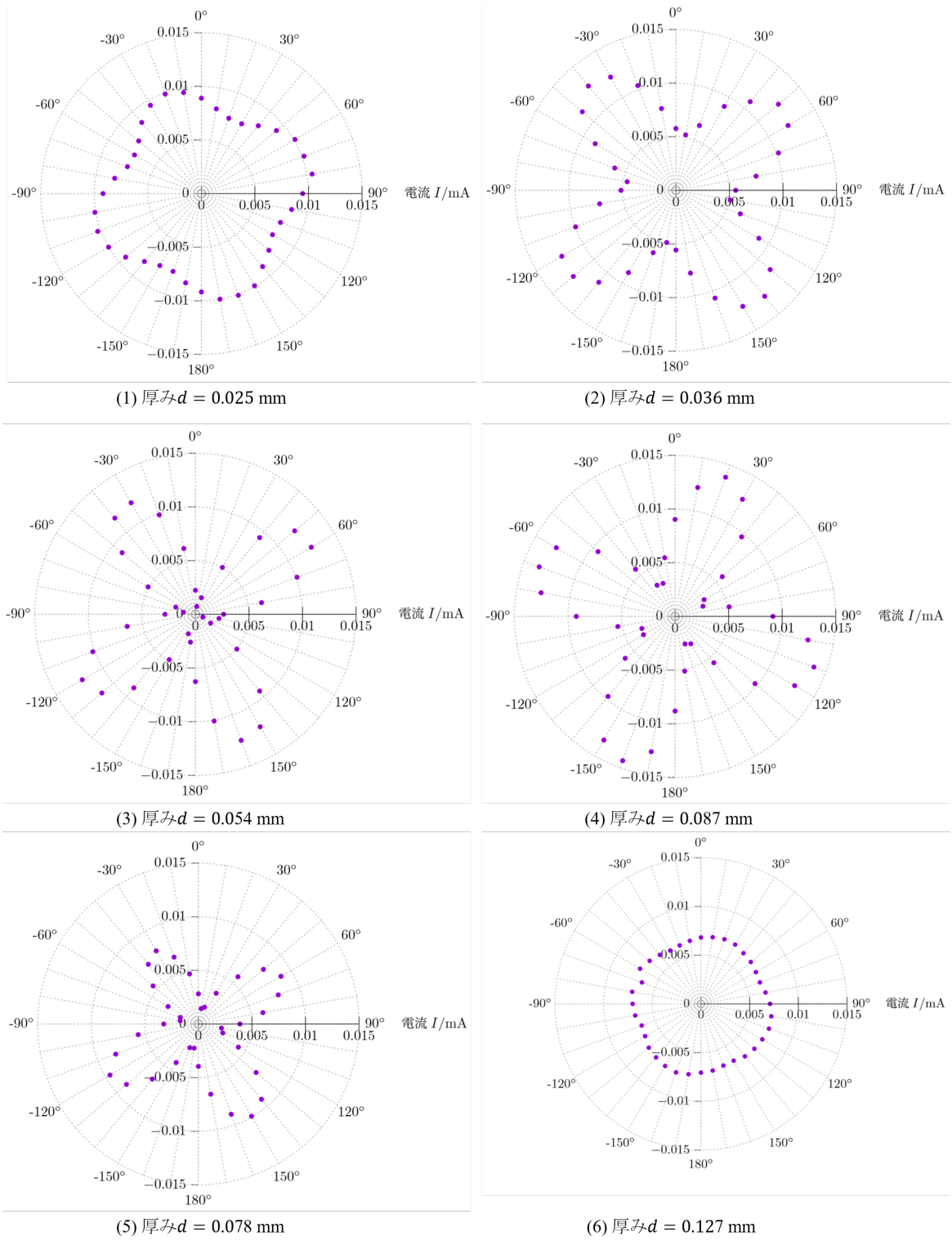


図 8 雲母板の厚みごとの光の強度分布

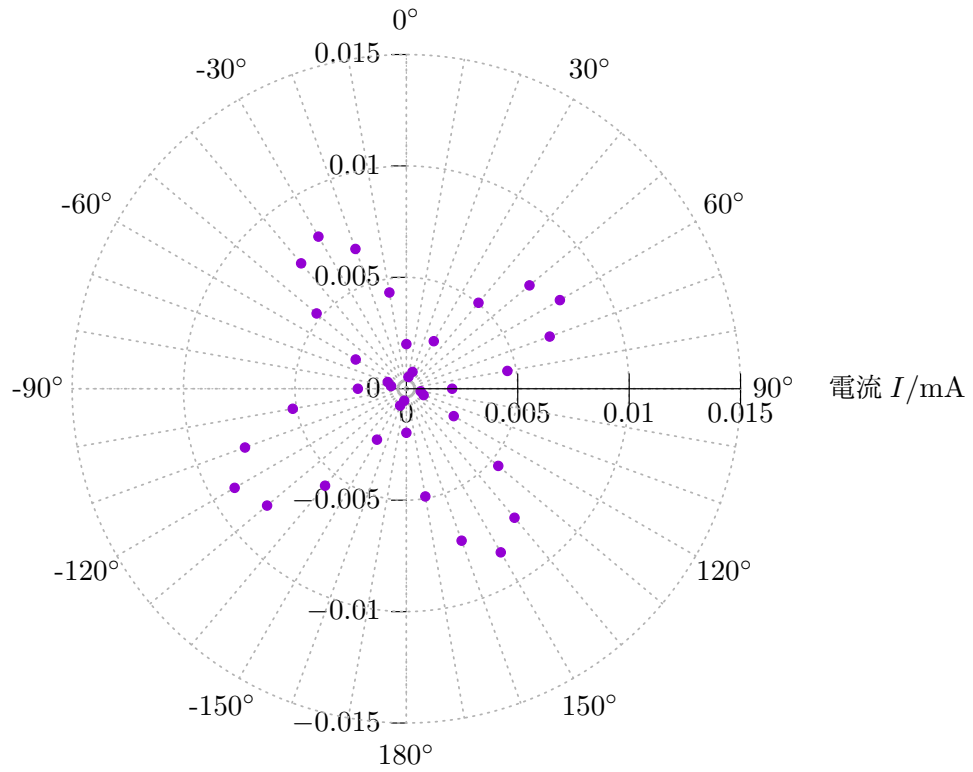


図 9 厚み $d = 0.203 \text{ mm}$

5 考察

5.1 最も明るい強度 I_0 の値の実験値と実測値の比較.

本測定 of 4.1.3 において最も明るい角度とその時の電流値 I_0 を測定したが, その実測値が実験値と合致しているかを検討した. そこで, 4.1.3 の $1/4$ 波長板を 10° 刻みで回転させた測定データに対して Fitting をかけることで実験値から定まる I_0 を求めた. Fitting に際しては式 (1) において直交ニコルの位置にあることから $\phi = \pi/2$ と $1/4$ 波長板による $\delta = \pi/2$ を代入すると

$$I = \frac{I_0}{2} \{\sin 2\theta \cos 2\theta\}$$

となることから,

$$I = \frac{a}{2} \{\sin 2\theta \cos 2\theta\} + b$$

とおき, Fitting によって変数 a, b を定めた. その結果を図 10 に示す.

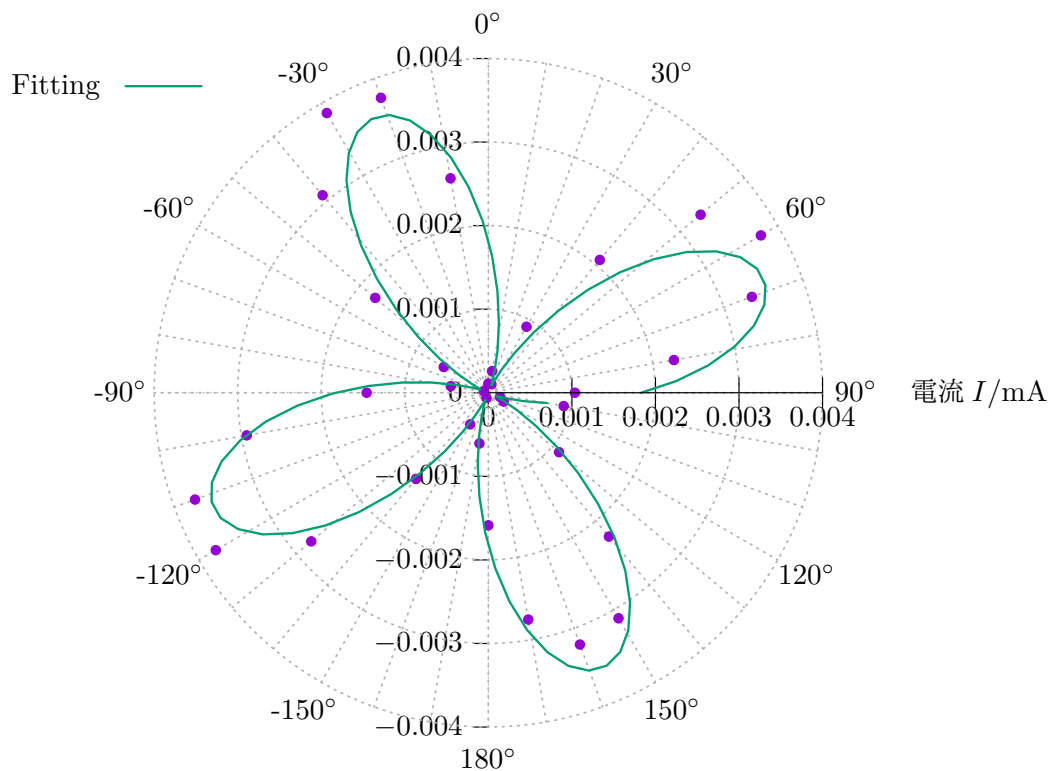


図 10 検光子の回転角と光強度の関係 (Fitting)

$$Fitting : I = \frac{(6.94 \pm 0.47) \times 10^{-3}}{2} \{\sin 2\theta \cos 2\theta\} + (1.83 \pm 0.08) \times 10^{-3}$$

これより, 実験値から得られる偏光子を調整したときに最も明るくなった時の光の強度 I_0 は $I_0 = 0.0069 \pm 0.0004$ mA であったことがわかる. ここで, 実際に電流計を用いて測定した光の強度 I_0 は $I_0 = 0.0022$ mA であった. これより, 実測値と実験値を比較すると不確かさの範囲では一致しない.

このような実験値と実測値の不一致の要因としては以下の 2 点が考えられる.(1) 暗電流の振動.(2) 目視による影響.

(1) の暗電流の振動については, 光度計は室内のあらゆる光を感知するため, 暗電流は時々刻々と変化する. 確かに, 実験においても暗電流の値は時々刻々と振動していた. しかしながら, 振動するといっても μA オーダーの振動である. これが実験値とのズレの主たる要因とは考えられない.

(2) の目視による影響という点は十分にあり得るのではないかと考える. 確かに最も明るい点を探す際には探しやすいように, 最も暗い点を見つけてその角度から $\pi/2$ 回転させたときに最も明るい点とした. しかしながら, 測定結果をみてもわかるように, 回転角の変化に対して電流値は大きく

変動する. この変動域を踏まえると目視によって最も明るい点を定めた不確かさへの影響は大きく, これにより I_0 の実験値と実測値の間に差が生じた考える.

6 プラス情報

- 1

→ 1/4 波長板は位相を $\lambda/4(\delta = \pi/2)$ だけ変化させる作用があり, ジョーンズベクトルに対する変換演算 A は

$$A = \begin{pmatrix} \exp(i\frac{\delta}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(-i\frac{\delta}{2}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(i\frac{\pi}{4}) & 0 \\ 0 & \exp(-i\frac{\pi}{4}) \end{pmatrix}$$

とかける. ここで, 光学素子を連結したとき, その連結によって作られる変換行列は連結した光学素子それぞれの変換行列の積で表せる. この考えから, 1/4 波長板 A を 2 枚連結させたときに作られる新しい光学素子 B は

$$\begin{aligned} B &= \begin{pmatrix} \exp(i\frac{\pi}{4}) & 0 \\ 0 & \exp(-i\frac{\pi}{4}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(i\frac{\pi}{4}) & 0 \\ 0 & \exp(-i\frac{\pi}{4}) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \exp(i\frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(-i\frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

となる. これはまさに 1/2 波長板の変換行列となっている. 1/2 波長板は位相差を $\lambda/2(\delta = \pi)$ 与える. つまり, 元の偏光の種類を変えることなく, 方向のみを回転させて出射させる. よって元の偏光に直行する直線偏光を得るには, 1/4 波長板を 2 つ連結し, 1/2 波長板として機能させ, その光学軸を $\theta = \pi/4$ だけ入射光の偏光方位から傾ければ $2\theta = \pi/2$ 回転された直線偏光を得る.

7 結論

He-Ne レーザーを用いた様々な偏光特性を理解し, それを応用した結晶光学の実験において, 文献値と実験値の比較において有意な結果を得ることができた. また, 考察を通して実験値と実測値における差異に注目し, 目視による判断のもつ不確かさは本測定において大きく不確かさに関わってくるものであると結論づけた.

参考文献

- [1] 理科年表 2019,, 国立天文台編,, 丸善出版
- [2] 計測における誤差解析入門,, John.R.Taylor,, 林 茂雄, 馬場 涼訳,, 東京化学同人