

I. 三角関数

問題 1 以下の不定積分を求めよ。

$$\int \tan^3 x dx$$

回答:

ポイント

- 三角関数は 2 乗の形に強い
- $\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$ の利用
- 接触型の積分

$$\begin{aligned} \int \tan^3 x dx &= \int \tan x \tan^2 x dx \\ &= \int \tan x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx \\ &= \int \tan x \frac{1}{\cos^2 x} dx - \int \tan x dx \\ &= \int \tan x \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int \frac{-\sin x}{\cos x} dx \\ &= \int \tan x \left(\frac{d}{dx} \tan x \right) dx + \int \left(\frac{d}{dx} \cos x \right) \frac{1}{\cos x} dx \\ &= \frac{1}{2} \tan^2 x + \log |\cos x| + C \end{aligned}$$

問題 2 以下の定積分を求めよ。

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \cos x} dx$$

回答:

ポイント

- 根号 → 外す
根号を外すパターンは以下のようなものがある。
 - 置換積分
 - 三角関数の場合は、三角関数の公式を利用

$\cos 2x = \cos^2 x - 1$ より、