

I. 変数分離法

変数分離形の微分方程式は次の形をしている。

$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y) \quad (1)$$

i. 解法

1. 式 (1) を $g(y)$ で割る
2. 両辺に dx をかける
3. 両辺に \int をつけて積分する

ii. 例題

問題 1

以下の微分方程式を解け。

(1) $\frac{d}{dx}y = 2xy$

回答

(1)

解法に従って解くと、 $y \neq 0$ のとき

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= 2xy \\ \frac{dy}{y} &= 2xdx \\ \int \frac{dy}{y} &= \int 2xdx \\ \log |y| &= x^2 + C \\ y &= \pm e^{x^2+C} \\ y &= Ce^{x^2}\end{aligned}$$

ここで $y = 0$ の場合も微分方程式を満たし、 $C = 0$ とすればいいので、 C は任意定数である。