§1.4、布尔代数

1、逻辑代数的公式和定律

（1）基本公式

0-1 律：$\begin{cases} A+0=A \\ A\cdot 1=A \end{cases}$ $\begin{cases} A+1=1 \\ A\cdot 0=0 \end{cases}$

互补律：$A+\overline{A}=1$ $A\cdot\overline{A}=0$

等幂律：$A+A=A$ $A\cdot A=A$

双非律：$\overline{\overline{A}}=A$

（2）基本定理

交换律：$\begin{cases} A\cdot B=B\cdot A \\ A+B=B+A \end{cases}$

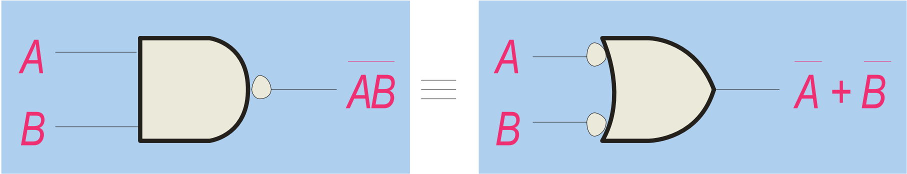
结合律：$\begin{cases} (A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C) \\ (A+B)+C=A+(B+C) \end{cases}$

分配律：$\begin{cases} A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C \\ A+B\cdot C=(A+B)\cdot(A+C) \end{cases}$

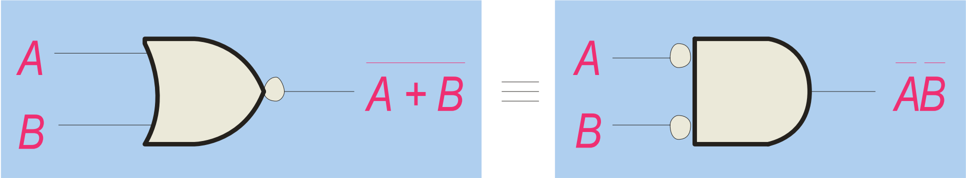
反演律（狄摩根定律）：$\begin{cases} \overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B} \\ \overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B} \end{cases}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$



NAND Negative-OR



NOR Negative-AND

（3）常用公式

还原律：$\begin{cases} A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A \\ (A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A \end{cases}$

吸收率：$\begin{cases} A + A \cdot B = A \\ A \cdot (A + B) = A \end{cases}$ $\begin{cases} A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B \\ A + \overline{A} \cdot B = A + B \end{cases}$

冗余律：$AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$

2. 逻辑代数的三条规则：

1）代入规则：

将等式中的某一变量都代以一个逻辑函数F，则此等式仍成立：

规则应用：公式扩展。

$$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$$

$$\overline{A+(D+C)}=\overline{A}\cdot\overline{(D+C)}=\overline{A}\cdot\overline{D}\cdot\overline{C}$$

2) 反 演 规 则：

规则应用： 求逻辑函数F的反函数。

原式	$0 \to 1$ $1 \to 0$ $+ \to \cdot$ $\cdot \to +$ 变量取反 运算顺序不变（加括号） 二变量（含二变量）以上非号不动	反函数

例：$Y = A(B+C)+CD$ 求 $\overline{Y}$

$$\overline{Y} = (\overline{A}+\overline{B}\,\overline{C})(\overline{C}+\overline{D})$$

例： 求$F = A + \overline{B + \overline{C} + \overline{D + \overline{E}}}$的反函数$\overline{F}$

$$\overline{F} = \overline{A} \cdot \overline{\overline{B} \cdot C \cdot \overline{\overline{D} \cdot E}}$$

3) 对偶规则：

原式 → 对偶式：

- $0 \rightarrow 1$
- $1 \rightarrow 0$
- $+ \rightarrow \cdot$
- $\cdot \rightarrow +$
- 运算顺序不变（加括号）
- 变量不变

$$(F')' = F$$

对偶规则的应用：证明等式成立

若两个逻辑函数相等，则它们的对偶式也相等

$A(B+C)=AB+AC$（乘法分配律）

其对偶等式：

$$A+BC=(A+B)(A+C)$$

注意

函数式中有“$\oplus$”和“$\odot$”运算符，求反函数及对偶函数时，要将运算符“$\oplus$”换成“$\odot$”，“$\odot$”换成“$\oplus$”。

3. 用布尔代数化简逻辑函数：

任何F都可以写成“与－或” (SOP: Sum-of-product)表达式的形式。

目的：乘积项最少；每个乘积项中因子最少。

方法：公式化简、卡诺图化简。

利用基本公式和常用公式来化简逻辑函数。

- 并项法 $AB+A\overline{B}=A$
  $A+AB=A$
- 消项法 $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$
- 消因子法 $A+\overline{A}B=A+B$
- 配项法 $A\bullet\overline{A}=0; A+\overline{A}=1$

例：

$$F2=\overline{A}+\overline{A\cdot\overline{BC}}\cdot(B+\overline{AC+\overline{D}})+BC$$

$$=\overline{A}+BC+(\overline{A}+BC)(B+\overline{AC+\overline{D}})$$

$$=\overline{A}+BC$$

例：

$$F=ABC+\overline{A}D+\overline{C}D+BD$$

$$=ABC+(\overline{A}+\overline{C})D+BD$$

$$=ABC+\overline{AC}D+BD$$

$$=ABC+\overline{AC}D$$

例：

$$F = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{B}\,\overline{C} + BC + AB$$

$$= \overline{A}\overline{B}(C + \overline{C}) + \overline{B}\,\overline{C} + BC(A + \overline{A}) + AB$$

$$= \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{B}\overline{C} + ABC + \overline{A}BC + AB$$

$$= \overline{A}C + \overline{B}\overline{C} + AB$$

§1.5、卡诺图

1. 最小项及其性质:

最小项?

有n个变量的逻辑函数中，所有n个变量（只能出现一次）的**乘积项**。

最小项的特点:

- 每个最小项只有n个变量因子;
- 每个变量只能出现一次（原变量或反变量）；
- n个变量共有2^n个最小项。

ABC	最小项函数式	编号
000	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_0
001	$\bar{A}\bar{B}C$	m_1
010	$\bar{A}B\bar{C}$	m_2
011	$\bar{A}BC$	m_3
100	$A\bar{B}\bar{C}$	m_4
101	$A\bar{B}C$	m_5
110	$AB\bar{C}$	m_6
111	ABC	m_7

最小项的性质：

a) 变量的一次取值只能使一个最小项为1。

b) 所有最小项的和为1。

C) 任意两个最小项的乘积为0。

d) n个变量的每个最小项有n个相邻项。

最小项	使m为1的变量取值			编号
	A	B	C	
$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	0	0	0	m_0
$\bar{A}\bar{B}C$	0	0	1	m_1
$\bar{A}B\bar{C}$	0	1	0	m_2
$\bar{A}BC$	0	1	1	m_3
$A\bar{B}\bar{C}$	1	0	0	m_4
$A\bar{B}C$	1	0	1	m_5
$AB\bar{C}$	1	1	0	m_6
ABC	1	1	1	m_7

相邻项？

两个最小项只有一个变量互为相反变量，其余变量均相同。

2. 逻辑函数的标准表达式－－最小项表达式：

逻辑函数可表示为*唯一的*最小项表达式（最小项之和的形式）。

Standard SOP Form (Sum of Minterms Form)

$$Y(A,B,C)=\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}BC+A\overline{B}C$$
$$=m_1+m_2+m_3+m_5=\sum m(1,2,3,5)$$

- 由真值表 → 最小项表达式

使函数值 为 1 的最小项相“＋”

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

4. 卡诺图画法：

1) 卡诺图的构成与特点：

用小方格表示最小项，且按一定的规律排列。

卡诺图规律：凡几何位置相邻，其对应的最小项均是逻辑相邻项。

任一行或一列两端的最小项也具有逻辑相邻性。

(1) 两变量卡诺图：

(2) 三变量卡诺图：

A \ B	0	1
0	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$
1	$A\bar{B}$	AB

A \ B	0	1
0	0	1
1	2	3

二变量卡诺图

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

三变量卡诺图

(3) 四变量卡诺图：

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

卡诺图的缺点：函数的变量个数不宜超过 5 个。

5.　用卡诺图表示逻辑函数:

1) 已知逻辑函数的标准表达式（或真值表）

ABC	F
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	1

$\boxed{\text{直接填入}}$

与最小项相应的方格填1，其余填0。

$$F(A,B,C)=m_3+m_5+m_6+m_7$$

A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

2) 已知非标准表达式

- **与或式**

在“与项”所覆盖面积里的方格上填 1。

$$F(A,B,C)=\bar{A}+BC$$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1			1	

• **或与式**

$$F_{(A,B,C)}=(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

$$\overline{F}=A\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}C+AB\overline{C}$$

写出反函数的“与一或”式，按反函数填入。

A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0

4. 最小项合并规律

利用最小项之间的相邻性合并最小项，即利用$A+\overline{A}=1$，$A\overline{B}+AB=A$进行化简。

1）两个相邻项

$$F=A\overline{B}CD+ABCD=ACD$$

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01				
11			1	
10			1	

2） 四个相邻项

$$F=\bar{A}B\bar{C}\bar{D}+AB\bar{C}\bar{D}+\bar{A}BC\bar{D}+ABC\bar{D}=B\bar{D}$$

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1			1
11	1			1
10				

合并——将 2^m 个相邻的1中相异的变量消去，保留相同变量，合并为一个乘积项。 2^m格消m个变量

相邻关系封闭－－圈实质为方形

6. 卡诺图化简逻辑函数

用卡诺图化简的步骤：

$$F = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + AB\overline{D} + BCD$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			
01	1	1	1	1
11	1		1	1
10		1		

1) 将逻辑函数F用卡诺图表示；

2) 对卡诺图中为1的最小项划圈；

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			
01	1	1	1	1
11	1		1	1
10		1		

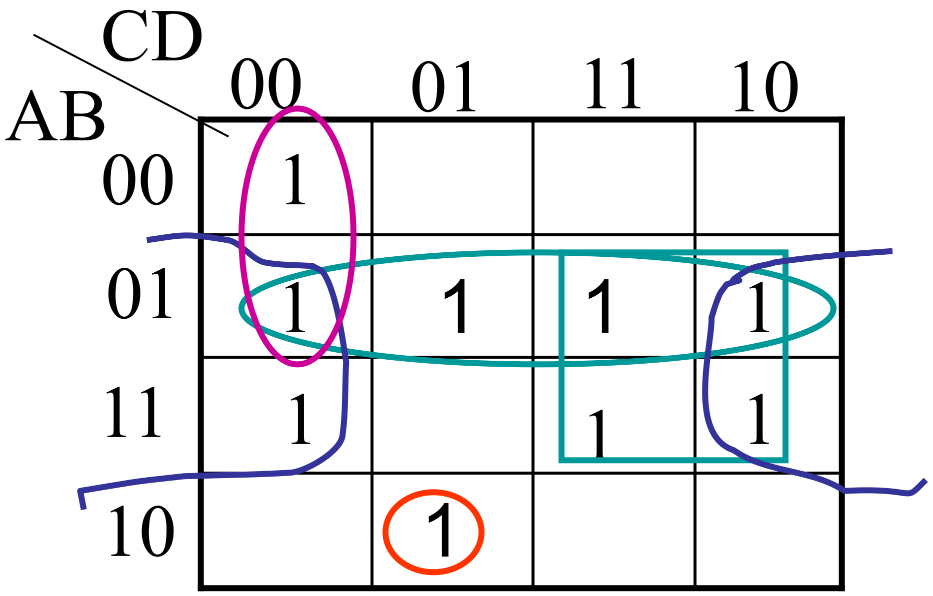
划圈的目标：

用尽可能大、尽可能少的圈，圈住所有等于1的最小项。

a） 圈中1的个数为2^n;

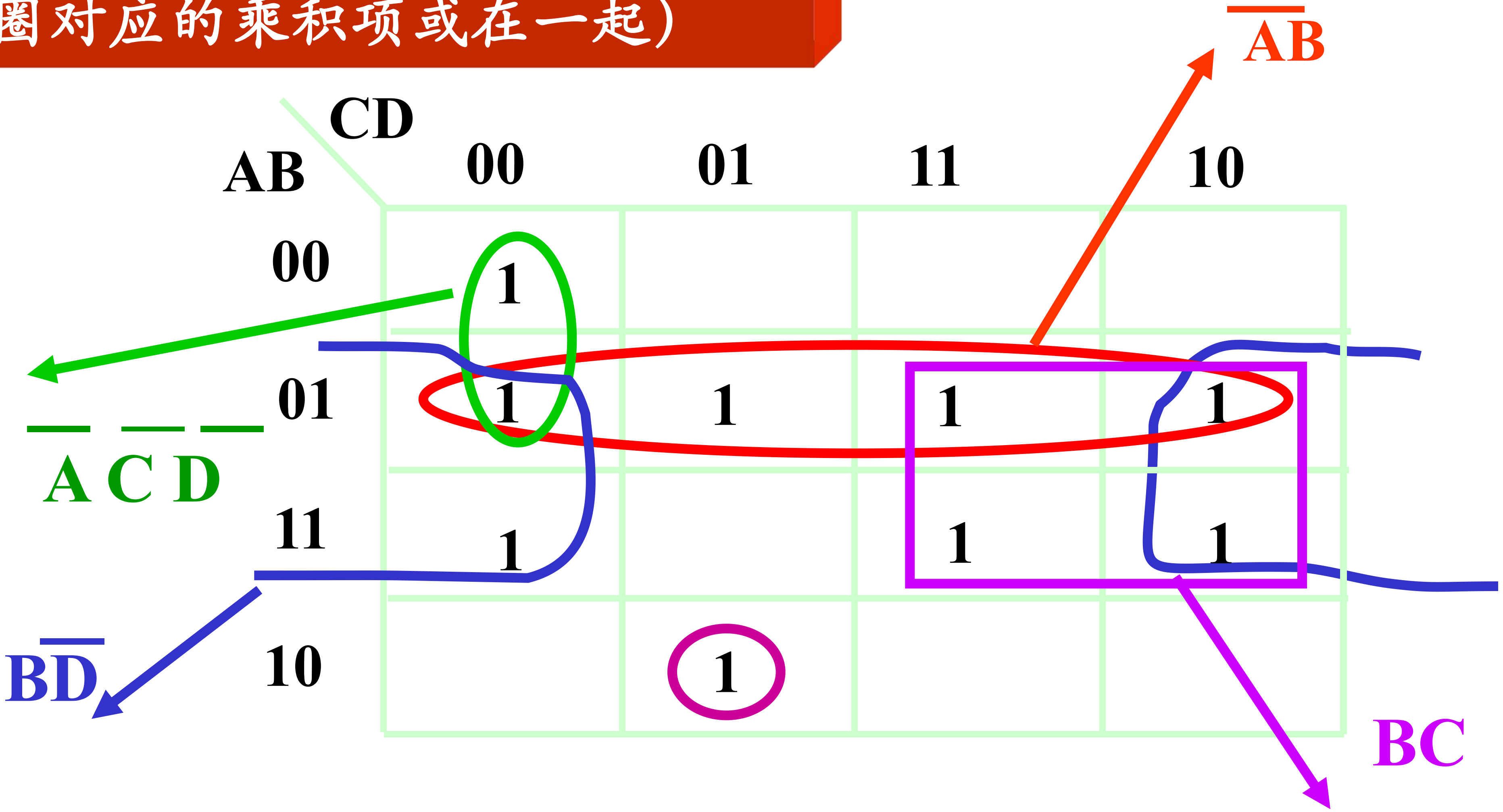
b) 圈中的1可多次被圈，但每个圈内至少有一个未被圈过的1;

c) 所有1必须圈完，可独立为一圈。



不要忽略卡诺图边沿最小项的相邻关系。

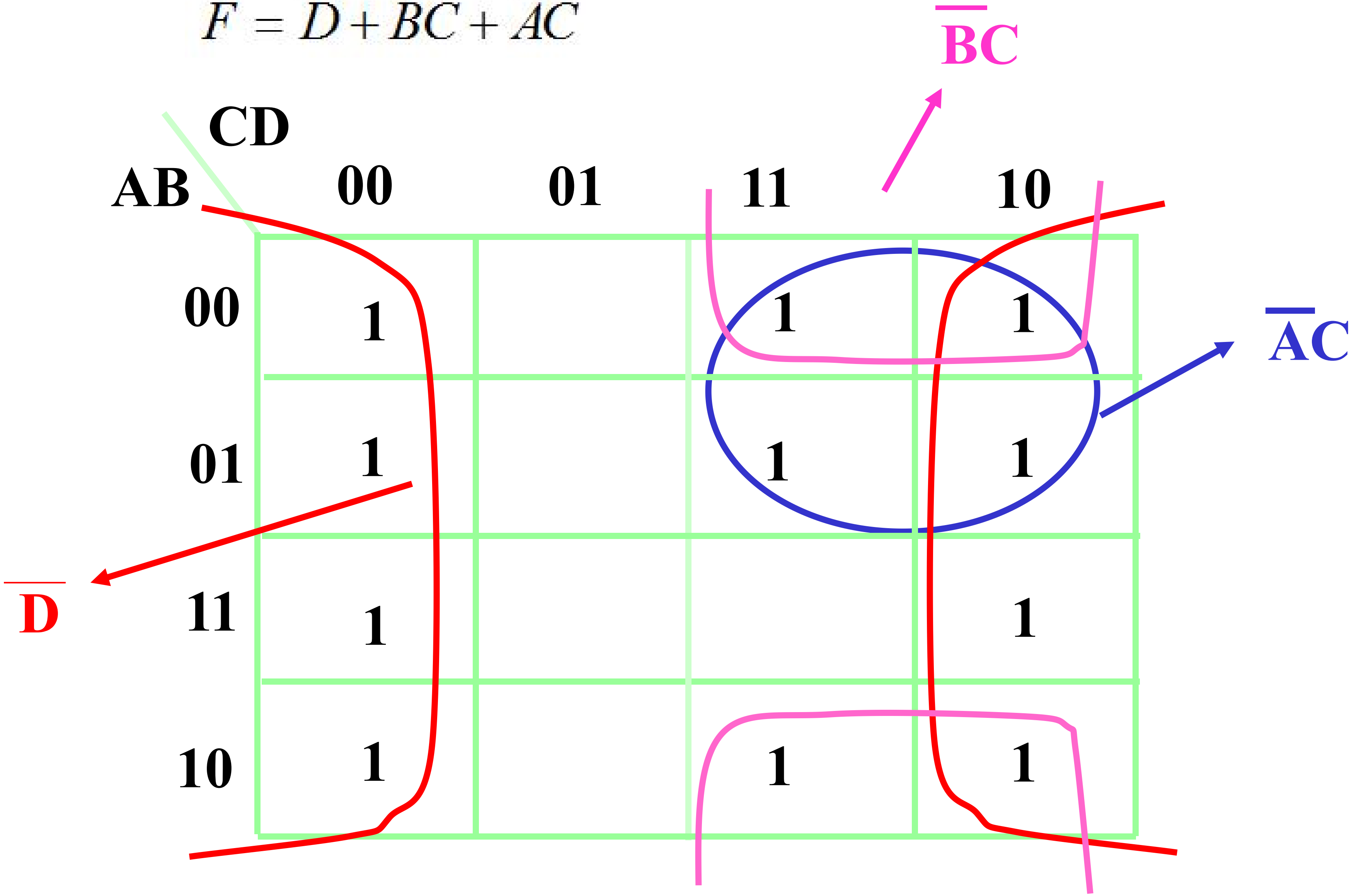
3) 写出划过圈的卡诺图所对应的表达式
（将每个圈对应的乘积项或在一起）



$$F = A\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B + BC + B\bar{D}$$

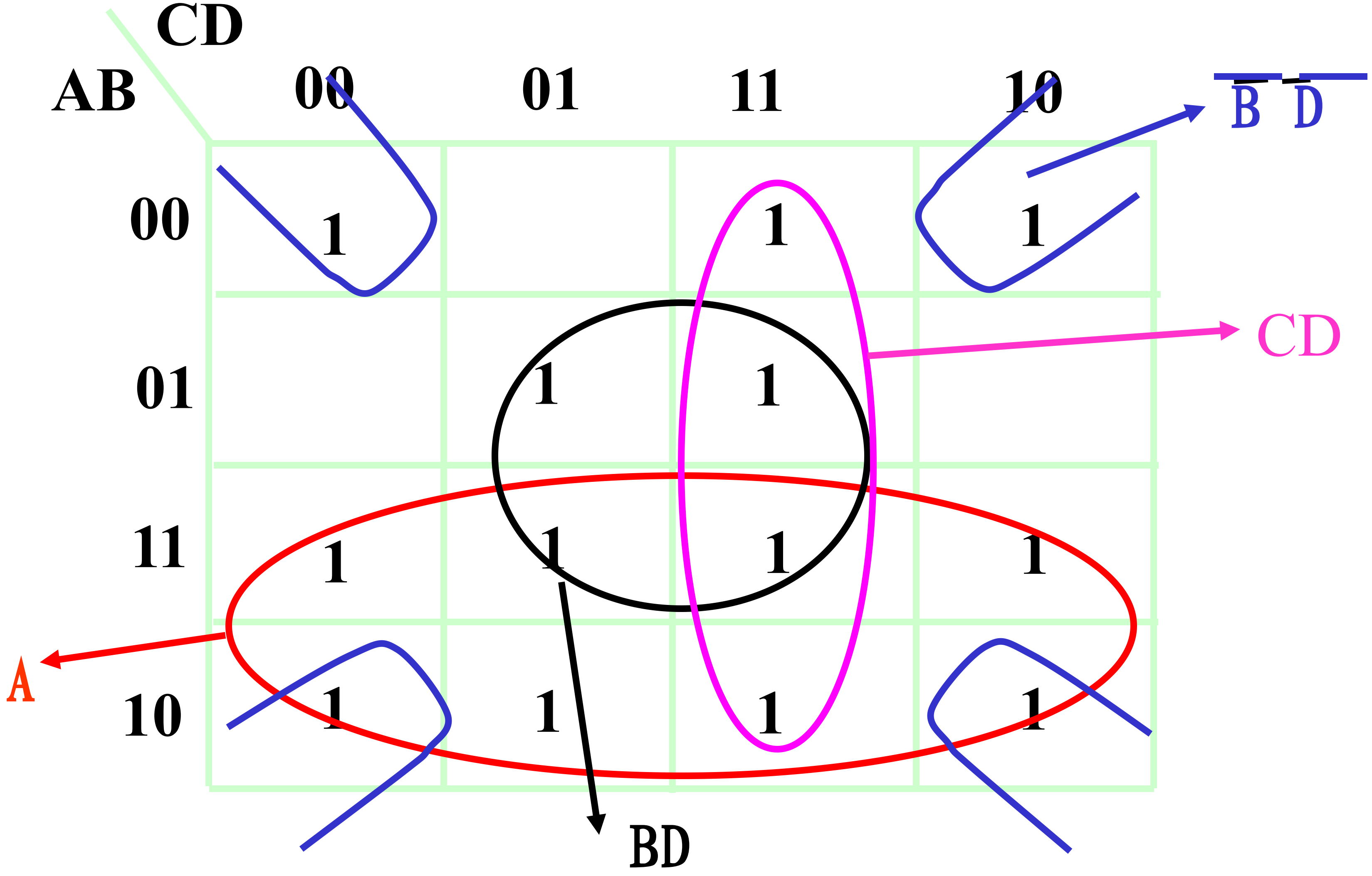
$$F=(A, B, C, D)=\Sigma(0, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 14)$$

$$F=\overline{D}+\overline{B}C+\overline{A}C$$



$$F=(A,B,C,D)=\Sigma(0,2,3,5,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$$

$$F=A+\overline{B}\,\overline{D}+BD+CD$$



$$F=(A,B,C,D)=\Sigma(0,1,3,4,7,12,13,15)$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	
01	1		1	
11	1	1	1	
10				

最简结果可不唯一

$$F=\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}D+BCD+AB\overline{C}$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1		1
01		1	1	1
11			1	1
10				

$$F = BC + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BD + \overline{A}C\overline{D}$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1		1
01		1	1	1
11			1	1
10				

$$F = BC + \overline{A}\overline{B}\overline{D} + \overline{A}\overline{C}D$$

AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01		1	1	1
11	1	1	1	
10			1	

$$F = AB\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}\overline{C}D + ACD + BD$$

AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01		1	1	1
11	1	1	1	
10			1	

$$F = AB\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}\overline{C}D + ACD$$

$$F(A,B,C)=\overline{\overline{A}\,\overline{B}+B\overline{C}}+\overline{B}C$$

$$=A\overline{B}+C$$

AB \ C	0	1
00	0	1
01	0	1
11	0	1
10	1	1

6. 无关项的逻辑函数化简

无关项（任意项）：

无关项是特殊的最小项，这种最小项所对应的变量取值组合不允许出现或者根本不会出现。

无关项用× (d、φ)表示。

$$Y(A.B.C)=\sum_m(0.2.7)+\sum_d(1.4.5)$$

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	×
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	×
1	0	1	×
1	1	0	0
1	1	1	1

例 $F(A,B,C,D)=\Sigma$（m_1, m_5, m_8, m_{12}）$+\Sigma d$（$m_3, m_7, m_{10}, m_{11}, m_{14}, m_{15},$）

AB \ CD	00	01	11	10
00		1	X	
01		1	X	
11	1		X	X
10	1		X	X

$$F = \overline{A}D + A\overline{D}$$

在卡诺图化简中，利用无关项可取1，尽量将圈画大。

$$F(A,B,C,D)=\Sigma(m_4, m_6, m_{10}, m_{13}, m_{15}) + \Sigma d(m_0, m_1, m_2, m_5, m_7, m_8,)$$

$$F=\overline{A}B+BD+\overline{B}\,\overline{D}$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	X	X	0	X
01	1	X	X	1
11	0	1	1	0
10	X	0	0	1

§1.6　数字集成电路

一、集成电路技术

根据所采用的半导体器件，数字集成电路可以分为

- **双极型**
  速度快、负载强，功耗大、集成度低
  1：(2～5V)；0：(0～0.8V)
  - **TTL** (Transistor Transistor Logic)
  - **ECL** (Emitter Coupled Logic)
  - **I^2L** (Integrated Injection Logic)
- **单极型**
  速度慢、简单，功耗低、集成度高
  1：(2～2.3V)；0：(0～0.3V)
  - **CMOS** (Complement Metal Oxide Semiconductor)
  - **PMOS**
  - **NMOS**

	供电电压	集成电路型号	特点
CMOS	5V	74HC、74CT、74HCT 、74ACT 、74AHC 、74AHCT	功耗小 集成度高
	3.3V	74LV 、74LVC 、 74ALVC	
TTL	5V	74S 、74AS 、74LS 、74ALS 、74F(高速TTL) 、54(军用)	速度快
BiCMOS	3.6V	74BCT 、74ABT 、74LVT 、74ALB	低噪声 高密度

High-speed Advanced Schottky Low-power Low-voltage

Bipolar CMOS Advanced BiCOMS(*BCT*)

二、集成电路封装

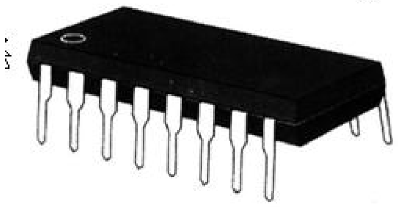
DIP

（ dual-in-line package ）

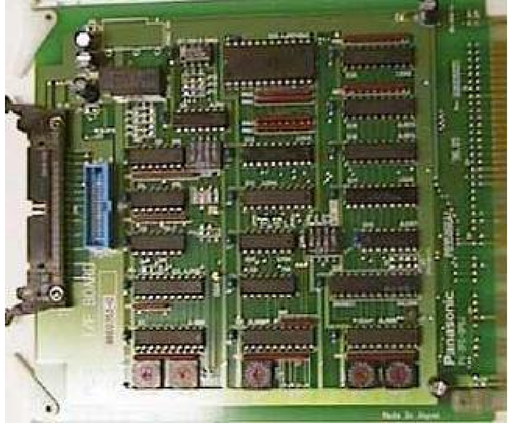
SMT

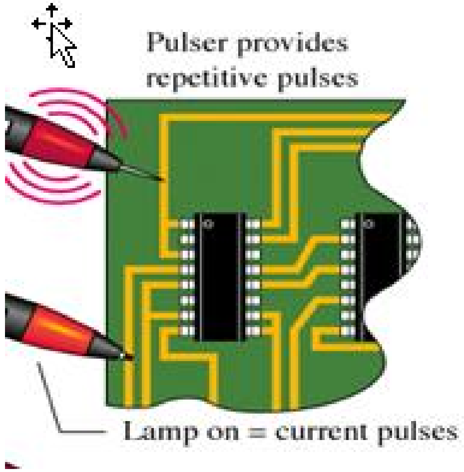
（ surface-mount technology ）

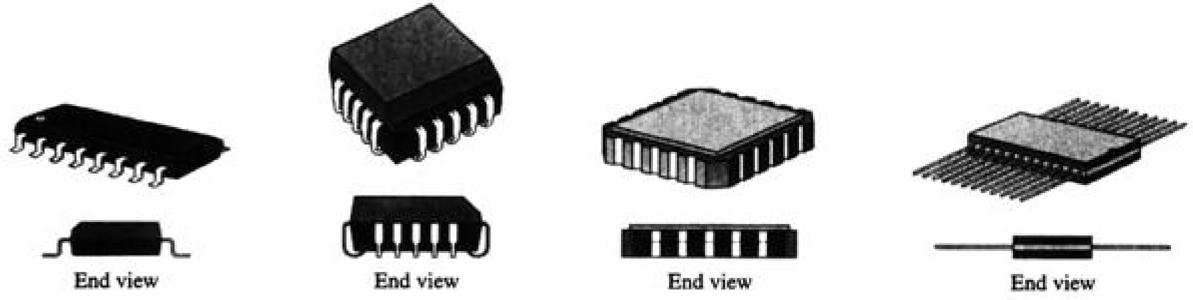
- **SOIC** (small-outline IC)
- **PLCC** （plastic leaded chip carrier)
- **LCCC** （leadless ceramic chip carrier)
- **FP** （flat pack）



(a) Dual-in-line package (DIP)







(a) SOIC with "gull-wing" leads
(b) PLCC with J-type leads
(c) LCCC with no leads (contacts are part of case)
(d) Flat pack (FP) with straight leads

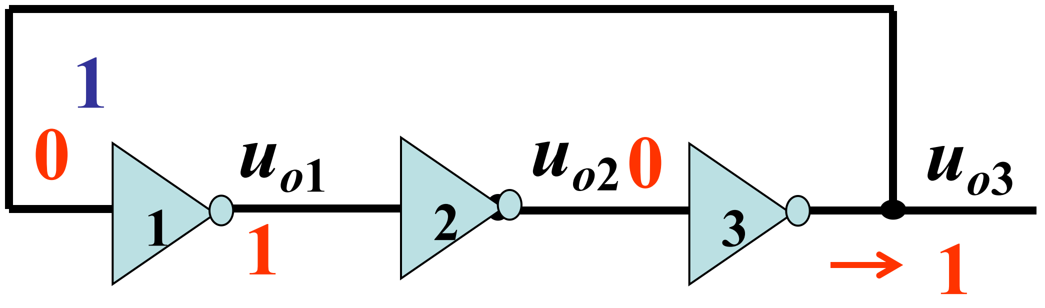
三、集成电路规模

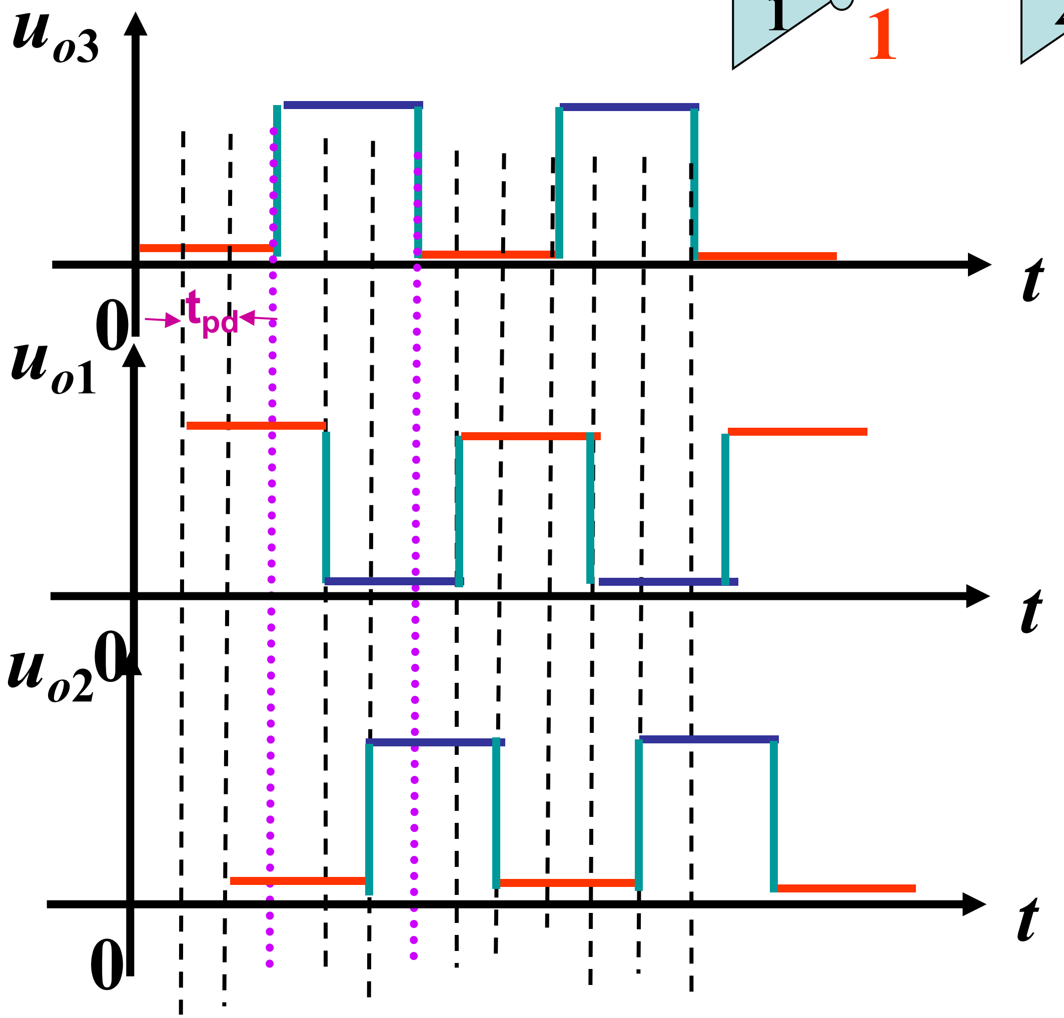
分类		定义	片内门数
SSI	Small Scale Integration	小规模集成电路	12个门以下/片
MSI	Medium Scale Integration	中规模集成电路	12~99门/片
LSI	Large Seale Integration	大规模集成电路	100~9999门/片
VLSI	Very large scale integration	超大规模集成电路	1万~99999门/片
ULSI	Ultra Large Scale integration	巨大规模集成电路	10万门以上/片

四、集成电路使用特性

（环形多谐振荡器）

延迟特性：t_{pd} (ns)





$$T = t_{pd} \times 非门数 \times 2$$

$$f = \frac{1}{t_{pd} \times 非门数 \times 2}$$

结构简单，

频率太高，

不可调。

常用到的含与非、或非及异或门的集成电路芯片为：

7400　4 个两输入与非门

7410　3个三输入与非门

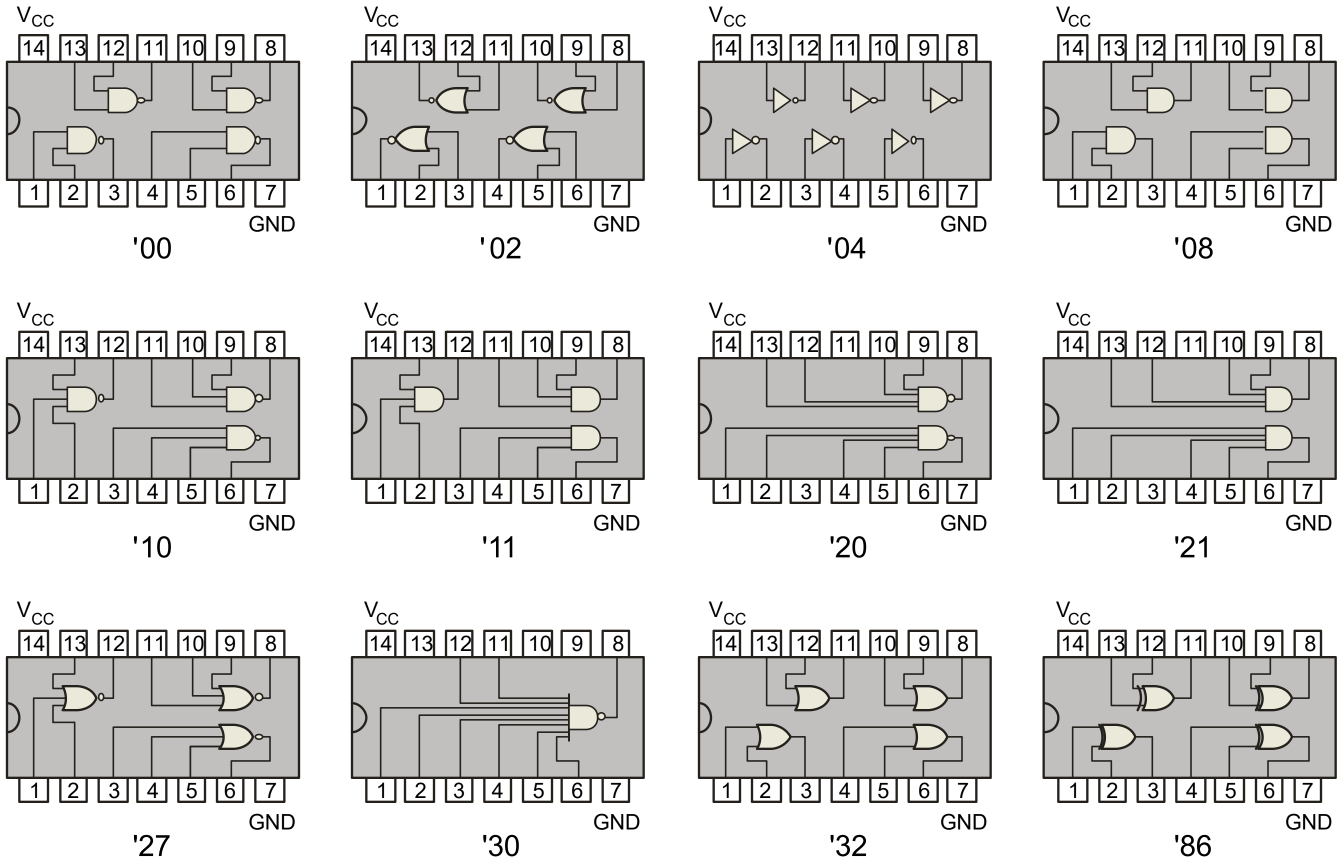
7420　2个四输入与非门

7430　1个八输入与非门

7402　4个两输入或非门

7427　3个三输入或非门

7486　4个两输入异或门

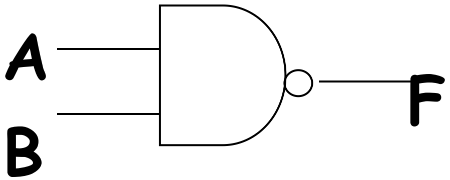


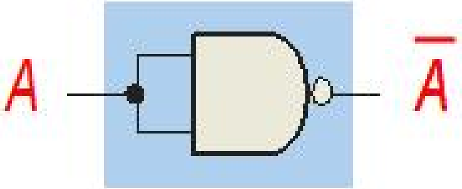
§2.3 逻辑函数的等价变换

使用通用门（*所有逻辑都可以用此门实现*），利于电路的实现，提高标准化程度。

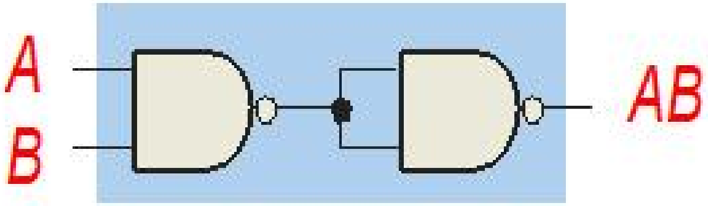
通用门：
- 与非门
- 或非门

一、“与非”门实现

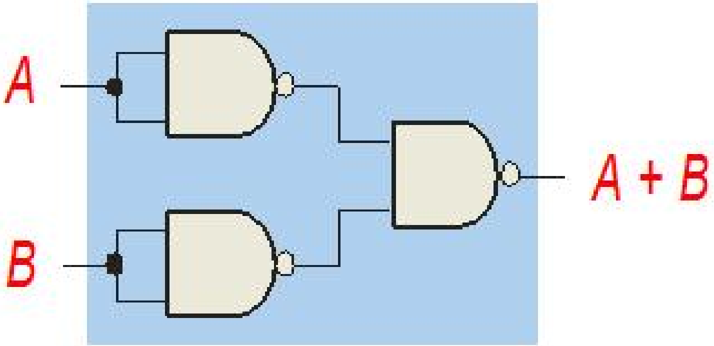




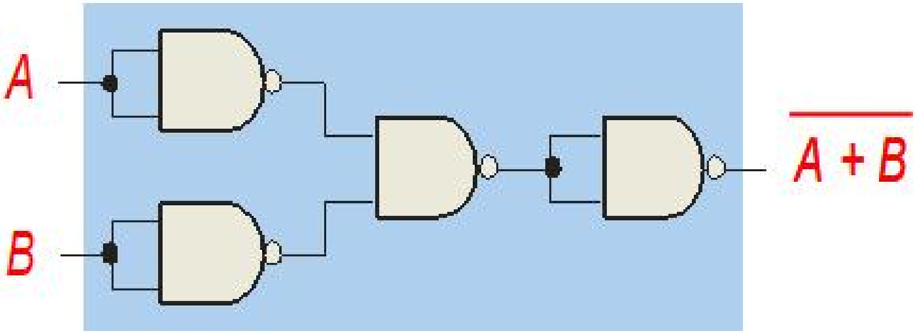
Inverter



AND gate



OR gate



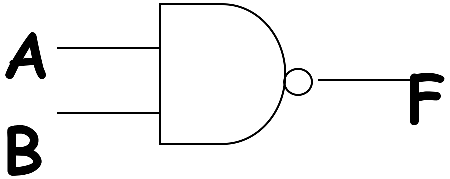
NOR gate

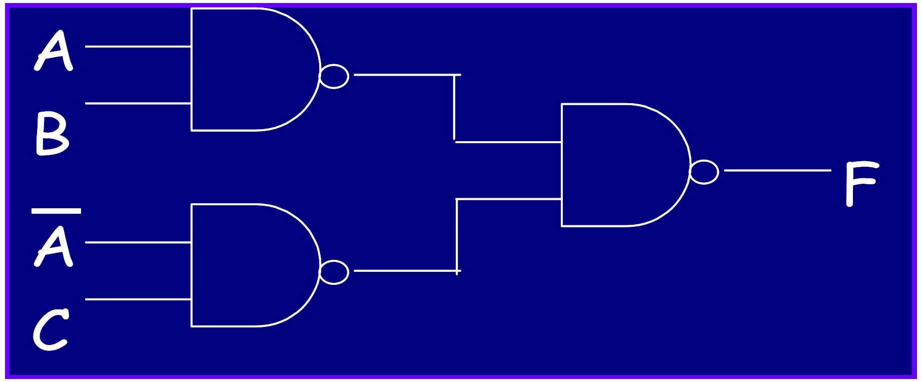
$$F = AB + \bar{A}C$$

双非 $= \overline{\overline{AB + \bar{A}C}}$

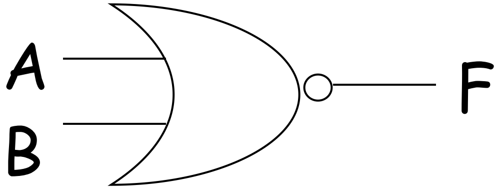
反演 $= \overline{\overline{AB}\cdot\overline{\bar{A}C}}$

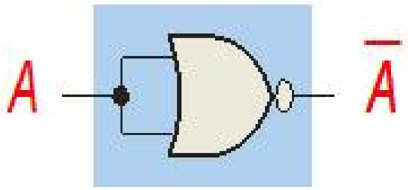
双非 → 反演



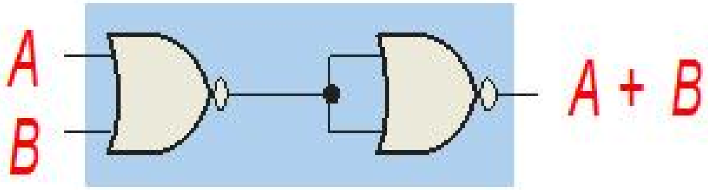


二、“或非”门实现

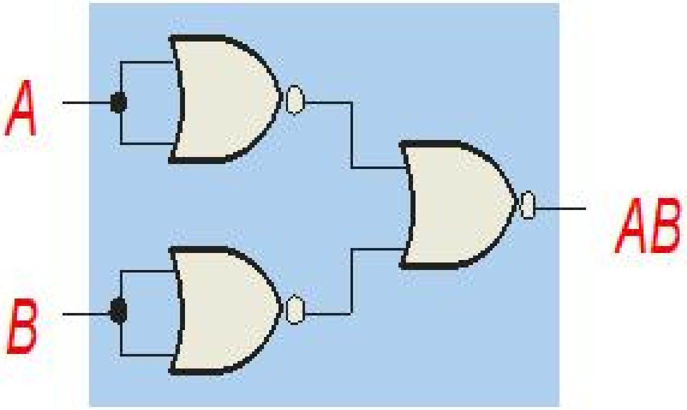




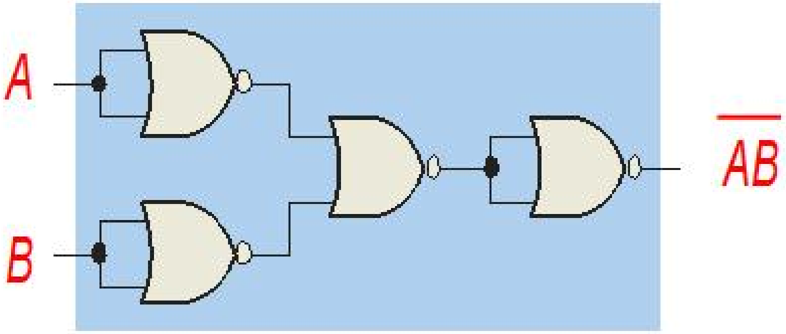
Inverter



OR gate

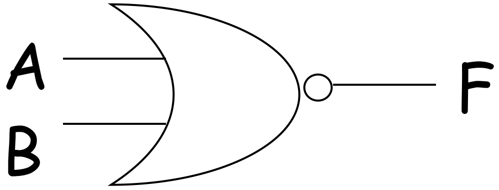


AND gate



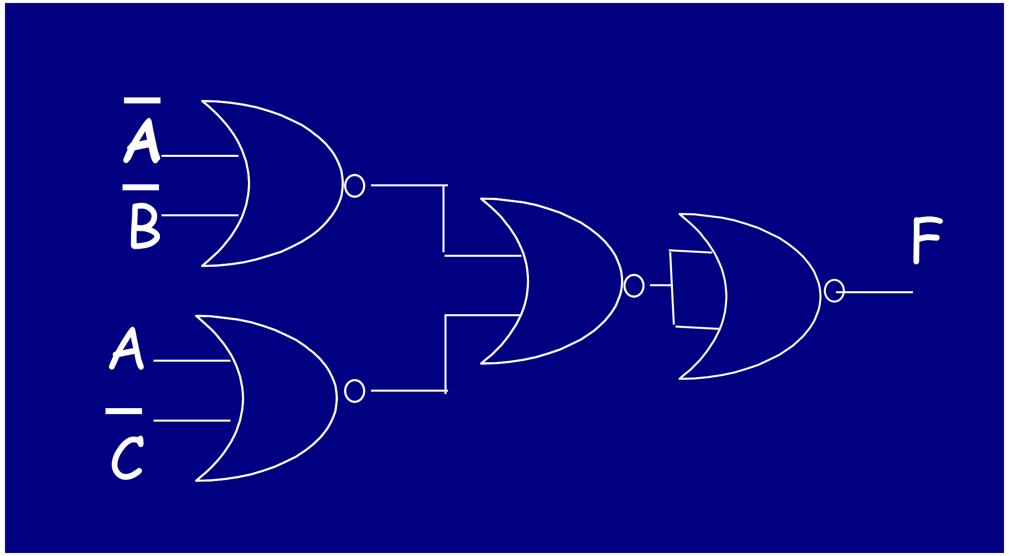
NAND gate

$$F = AB + \bar{A}C$$



双非 $= \overline{\overline{AB + \bar{A}C}}$

$$= \overline{\overline{\overline{\overline{AB}} + \overline{\overline{\bar{A}C}}}}$$



$$= \overline{\overline{\overline{\bar{A} + \bar{B}} + \overline{A + \bar{C}}}}$$

小节

- 几种常用数制：二、八、十、十六进制相互转换。（复习）。
- 码制：BCD码、格雷码、校验码。
- 分析逻辑电路的数学工具：布尔代数。
- 五变量以下化简工具：卡诺图。

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	1
01	1	1		
11	1	1		
10	1			1