北京邮电大学 2017——2018 学年第二学期

《大学物理 C》期中考试试题(A)答案

一、(25 分) 一物体悬挂在弹簧上作竖直振动，其加速度为 $a=-ky$，式中 k 为常量，y 是以平衡位置为原点所测得的坐标. 假定振动的物体在坐标 y_0 处的速度为 υ_0，试求速度 υ 与坐标 y 的函数关系式

解： $$a=\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}=-ky$$

$$-ky=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dy}\frac{dy}{dt} \qquad (5\text{ 分})$$

$$-ky=v\frac{dv}{dy} \qquad (5\text{ 分})$$

即 $-kydy=vdv$ (5 分)

$$-k\int_{y_0}^{y}ydy=\int_{v_0}^{v}vdv \qquad (5\text{ 分})$$

得 $\upsilon^2=\upsilon_0^2+k(y_0^2-y^2)$ (5 分)

二、(25 分) 在光滑的水平桌面上，有一如图所示的固定半圆形屏障. 质量为 m 的滑块以初速度 $\vec{\upsilon}_0$ 沿切线方向进入屏障内，滑块与屏障间的摩擦系数为 μ. 试求当滑块从屏障另一端滑出时，摩擦力所作的功。

解：滑块作圆周运动，支持力提供向心力，有

$$N=m\upsilon^2/R \qquad (5\text{ 分})$$

其所受摩擦力为 $f_r=-\mu N=m\,\mathrm{d}\upsilon/\mathrm{d}t$ (5 分)

$$-\mu\frac{\upsilon^2}{R}=\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}\theta}\cdot\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{\upsilon}{R}\cdot\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}\theta} \qquad (5\text{ 分})$$

即 $\mathrm{d}\upsilon/\mathrm{d}\theta=-\mu\upsilon$

$$\int_0^{\upsilon}(1/\upsilon)\,\mathrm{d}\upsilon=-\mu\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta \qquad (5 分)$$

可求得滑块出去时的速度为 $\upsilon=\upsilon_0\mathrm{e}^{-\mu\pi}$ (2 分)

由动能定理，摩擦力所作的功为 ：

$$W=\frac{1}{2}m\upsilon^2-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=\frac{1}{2}m\upsilon_0^2(\mathrm{e}^{-2\mu\pi}-1) \qquad (3 分)$$

三、（25 分）有一电介质盘表面均匀带正电 Q，盘半径为 R,盘绕垂直于盘面并通过圆心的轴转动，每秒 n 转，求盘中心处的磁感应强度。

解：带电盘绕固定轴转动，形成许多半径不等的圆电流，O 点磁场正是由这些圆电流贡献的。任取一圆环，半径为 r，宽为 dr，其带电量为 dq，则

$$dq=\sigma ds=\frac{Q}{\pi R^2}2\pi rdr \qquad (6 分)$$

圆环转动起来形成圆环电流，其电流强度为 dI，则

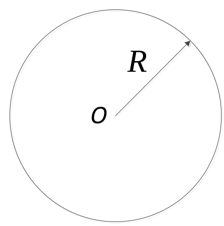
$$dI=n\sigma ds=n\frac{Q}{\pi R^2}2\pi rdr \qquad (6 分)$$

圆环电流在 O 点产生的磁场为 $dB=\frac{\mu_0 dI}{2r}=\frac{\mu_0 nQ}{R^2}dr$ (6 分)

O 点总磁场为 $B=\int dB=\int_0^R\frac{\mu_0 nQ}{R^2}dr=\frac{\mu_0 nQ}{R}$ (6 分)

其方向与盘转动方向即电流方向呈右手螺旋关系(图上标出也可) (1 分)

四、（25 分）一半径 R 的带电球体，其电荷体密度为 $\rho=\frac{q}{2\pi R^2 r}$,其中 q 为一正的常量，且 $\rho=0(r>R)$ 求(1)带电球体的总电荷；(2)球内外的电场强度分布；(3)球内外的电势分布。



解：在球内取半径为 r、厚为 dr 的薄球壳，该壳内所包含的电荷为

$$dq=\rho dV=\frac{q}{2\pi R^2 r}4\pi r^2 dr=\frac{2q}{R^2}rdr \qquad (2 分)$$

则球体所带的总电荷为

$$Q=\int_V \rho \,\mathrm{d}V=\left(2q/R^2\right)\int_0^R r\,\mathrm{d}r=q \qquad (2\text{ 分})$$

由高斯定理 (1 分)

$r<R$，$E_1 \bullet 4\pi r^2=\dfrac{Q_1}{\varepsilon_0}$ ，$Q_1=\displaystyle\int_0^r \frac{q}{2\pi R^2 r}4\pi r^2 dr=\frac{2q}{R^2}\int_0^r r dr=\frac{qr^2}{R^2}$

$$E_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \qquad (5\text{ 分})$$

$r>R$，$E_2 \bullet 4\pi r^2=\dfrac{q}{\varepsilon_0}$ ，$E_2=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (5 分)

电势分布

$r<R$，$V=\displaystyle\int_r^R E_1 dr+\int_R^\infty E_2 dr=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R}-\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$ (5 分)

$r>R$，$V=\displaystyle\int_r^\infty E_2 dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (5 分)