北京邮电大学 2018 —2019 学年第二学期

《大学物理 E》（上）期中试题答案

一、解：由已知，可得

$$\frac{a_\tau}{a_n}=tg60=\sqrt{3} \qquad (5\text{ 分})$$

即
$$\frac{\beta R}{\omega^2 R}=\sqrt{3}$$

$$\frac{d\omega}{dt}=\sqrt{3}\omega^2 \qquad (5\text{ 分})$$

$$\frac{d\omega}{dt}=\sqrt{3}\omega^2=\frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}=\omega\frac{d\omega}{d\theta} \qquad (5\text{ 分})$$

即
$$\frac{d\omega}{\omega}=\sqrt{3}d\theta$$

$$\int_{\omega_0}^{\omega}\frac{d\omega}{\omega}=\int_0^{\theta}\sqrt{3}d\theta \qquad (5\text{ 分})$$

$$\ln\frac{\omega}{\omega_0}=\sqrt{3}\theta$$

$$\omega=\omega_0 e^{\sqrt{3}\theta} \qquad (5\text{ 分})$$

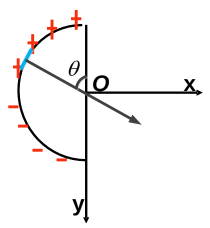
二、解

由机械能守恒：$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2-GMm/R=\frac{1}{2}m\upsilon^2-GMm/(3R)$ (10 分)

根据小球绕 *O* 角动量守恒： $Rm\upsilon_0=3Rm\upsilon\sin\theta$ (10 分)

两式联立可解出 $\sin\theta=\dfrac{\upsilon_0}{\sqrt{9\upsilon_0^2-12GM/R}}$ (5 分)

三



解：电荷元在 O 点产生场强大小为

$$dE=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \qquad (5\text{ 分})$$

根据对称性，O 点场强沿 y 方向，因为沿 x 方向抵消，则有 (3 分)

$$dE_y = dE\cos\theta = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta$$

$$= \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta d\theta \qquad (10\text{ 分})$$

故 O 点场强为

$$E = E_y = 2\int dE_y = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta d\theta = \frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2} \qquad (7\text{ 分})$$

四、解（1）

<1>球壳内表面有感应电荷-q，外表面感应电荷为 0； (4 分)

<2> $r<R_1$时，E1=0 (2 分)

$R_1<r<R_2$,由高斯定理可得 $E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (2 分)

$R_2<r<R_3$, E3=0 (2 分)

$r>R_3$, E4=0 (2 分)

<3> 导体球的电势即导体球球心的电势，可用两种方法：

方法一：由电势叠加原理，则导体球电势为 $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$ (5 分)

方法二：$V = \int_{R_1}^{R_2} Edr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

（2）球壳内表面带电量-q，外表面带电量 q′，则导体球球心的电势为

$$V_0 = \int_{R_1}^{R_2} Edr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

利用电势叠加原理，还可知，球心处的电势为

$$V_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R_3} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 d} \qquad (5\text{ 分})$$

故

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R_3} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 d} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad (2\text{ 分})$$

代入半径之间的关系，可得

$$q' = -\frac{3}{4}Q \qquad (1\text{ 分})$$