北京邮电大学 2019-2020 年第一学期

《概率论与数理统计》期末考试试题（4 学分）

考试注意事项：
学生必须将答题内容做在试题答题纸上，做在试题纸上一律无效.

一、填空题（每小题 4 分,共 40 分）

1. .设事件 A, B 相互独立,且 $P(A)=\dfrac{1}{4}$, $P(B)=\dfrac{1}{3}$，则 $P(B\mid A\cup B)=$ ______.

2.设 $X\sim N(-1,1)$，则 $Y=2X+1$ 的概率密度 $f_Y(y)=$ _______.

3.设随机变量 X 和 Y 相互独立，X 服从均值为 $\dfrac{1}{2}$ 的指数分布，$Y\sim N(0,4)$，则 $D(2X+Y)=$ ______.

4.设 $(X,Y)\sim N(1,0,4,4,\dfrac{1}{2})$, 则 $E[X(X-Y)]=$ _______.

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{12}$ 独立同分布，$X_1\sim U(0,2)$，利用中心极限定理，$P\{10<\sum\limits_{i=1}^{12}X_i<14\}$ 的近似值为 _______.

6. 有两箱同类型的零件，每箱都装有 6 个零件，第一箱有 4 个一等品，第二箱有 2 个一等品，从两箱中任选一箱，然后从该箱中有放回地取零件两次,每次取一个,令 $X_i=\begin{cases}1, \text{第i次取到一等品},\\ 0, \text{否则},\end{cases}$ $i=1,2$，则 X_1 与 X_2 的相关系数为 _______.

7. 某种电子产品的某一参数服从正态分布，从这种电子产品中抽取 16 件，测量他们的这一参数，并算得样本均值为 $\bar{x}=53.38$，样本标准差为 $s=8.00$，则 μ 的置信度为 95% 的置信区间为 _______.

8. 设 X_1,X_2,X_3,X_4 为来自参数为 2 的泊松分布总体的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，则 $D(\bar{X})=$ ____.

9. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{10}$ 为来自总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，若统计量 $T=\dfrac{a(X_1^2+X_2^2)}{\sum\limits_{i=3}^{10}X_i^2}$ 服从 F 分布，则 $a=$ _______，该 F 分布的自由度为 _______.

10. 设 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 为 θ 的两个无偏估计，$\hat{\theta}_1$ 与 $\hat{\theta}_2$ 相互独立，且 $D(\hat{\theta}_1)=3D(\hat{\theta}_2)$，为使 $\hat{\theta}=a\hat{\theta}_1+b\hat{\theta}_2$ 为 θ 的无偏估计且方差最小，则 $a=$ ____，$b=$ _____.

二、(12 分)

设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{2}x^2, & -1<x<1,\\ 0, & 其它\end{cases}$，

（1）求 X 的方差；（2） X 与 $|X|$ 是否不相关？(3) X 与 $|X|$ 是否相互独立？

三、(10 分)

盒子中有 1 个红球，2 个白球，先从盒子中任取 1 球，以 X 表示取出的红球数，将取出的球放回盒子中并再放入 1 个与取出的球颜色相同的球，再从盒子中任取 2 球，Y 表示取出的红球数，求（1）(X,Y) 的分布律；(2) Y 的分布律；（3）$Y=1$ 的条件下 X 的条件分布律.

四、(12 分)

设 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{3}{8}(x+y), x>0, y>0, x+y<2,\\ 0, 其他,\end{cases}$$

求

(1) X 的概率密度；

(2) $P\{X>Y\}$；

(3) $Z=X+Y$ 的概率密度.

五、(10 分)

设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的样本，总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{x}{\theta^2}\ e^{-\frac{x}{\theta}}, x>0,\\ 0, \quad 其它,\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数，

(1) 求 θ 的最大似然估计量；(2) θ 的最大似然估计量是否为 θ 的无偏估计？

六、(8 分)

甲、乙两台机床加工某种零件，为了比较两台机床加工零件的内径有无差异，现从两台机床加工的零件中各抽取 8 件产品，测量其内径, 经计算得样本均值和样本方差如下:

甲机床：$\bar{x}=87.8$， $s_1^2=10.8$，

乙机床：$\bar{y}=83.6$， $s_2^2=7.2$，

设甲、乙两台机床加工零件的内径分别服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$，

(1) 试检验假设: $H_0:\sigma_1=\sigma_2 \quad H_1:\sigma_1\neq\sigma_2$ (显著性水平取 $\alpha=0.1$)；

(2) 在显著水平 $\alpha=0.05$ 下,能否认为两台机床加工零件的内径的均值有显著差异？

七、(8 分)

下面数据是退火温度 x (单位:$100\,^0\mathrm{C}$)对黄铜延性 y (%)的试验结果:

x	3	4	5	6	7	8
y	40	50	58	61	72	79

经计算有 $\sum_{i=1}^{6}x_i=33$，$\sum_{i=1}^{6}y_i=360$，$\sum_{i=1}^{6}x_i^2=199$，$\sum_{i=1}^{6}y_i^2=22610$，$\sum_{i=1}^{6}x_iy_i=2112$，

(1) 求线性回归方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$；

(2) 对回归方程作显著性检验,即检验假设 $H_0:b=0 \quad H_1:b\neq 0$ (显著性水平取 $\alpha=0.01$).

附： $\Phi(0.5)=0.6915$， $\Phi(1)=0.8413$， $t_{0.025}(15)=2.13$， $t_{0.025}(14)=2.1448$，

$t_{0.005}(4)=4.6041$， $F_{0.01}(1,4)=21.2$， $F_{0.05}(7,7)=3.79$.