

数据结构

Ch3 栈/队列

计算机学院（国家示范性软件学院）

第3章 栈、队列

- 3.1 栈 (定义与实现: 顺序栈、链栈)
- 3.2 栈的应用举例
- 3.3 栈与递归的实现
- 3.4 队列 (定义与实现: 循环队列、链队)
- 3.5 本章知识点小结

线性表、栈、队列的比较

线性表允许在表内任一位置进行插入和删除。

队列只允许在表尾一端进行插入，在表头一端进行删除。

栈和队列是计算机中被广泛使用的两种线性数据结构，它们的特

性，栈必须按“后进先出”的规则进行操作，

队列必须按“先进先出”的规则进行操作。和线性表相比，它们的

操作受到严格的约束和限定，故又称为限定性的线性表结构。

下面对它们的插入和删除操作对比如下：

插 入

删 除

线性表: $\text{Insert}(L, i, x)$ $\text{Delete}(L, i)$
 $(1 \leq i \leq n+1)$ $(1 \leq i \leq n)$

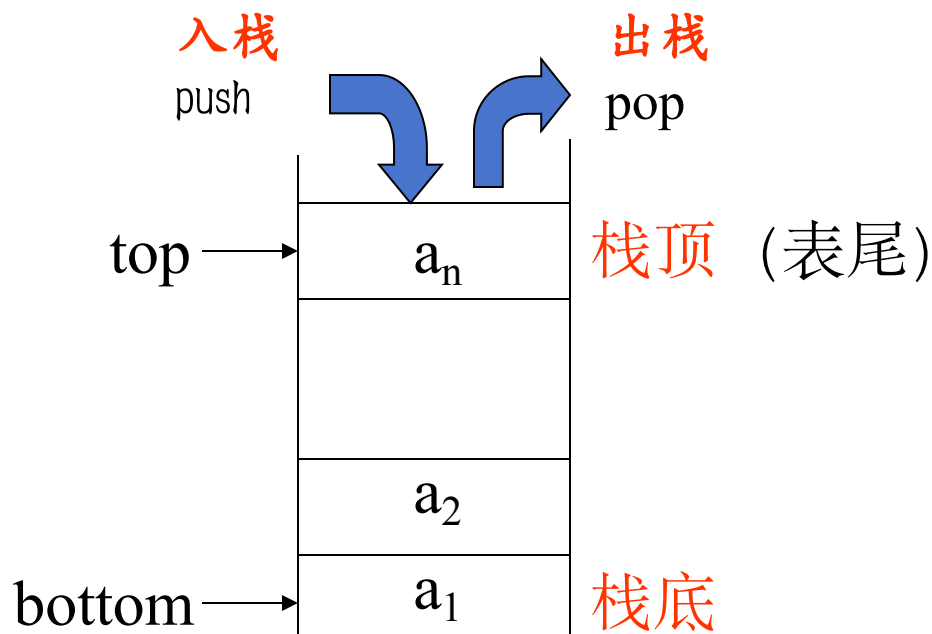
栈: $\text{Insert}(L, n+1, x)$ $\text{Delete}(L, n)$

队列: $\text{Insert}(L, n+1, x)$ $\text{Delete}(L, 1)$

3.1 栈

3.1.1 栈的定义

栈 是一种特殊的线性表，限定插入和删除操作只能在**表尾**进行。具有**后进先出**(LIFO—Last In First Out)的特点。



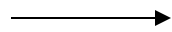
进栈和出栈

空栈



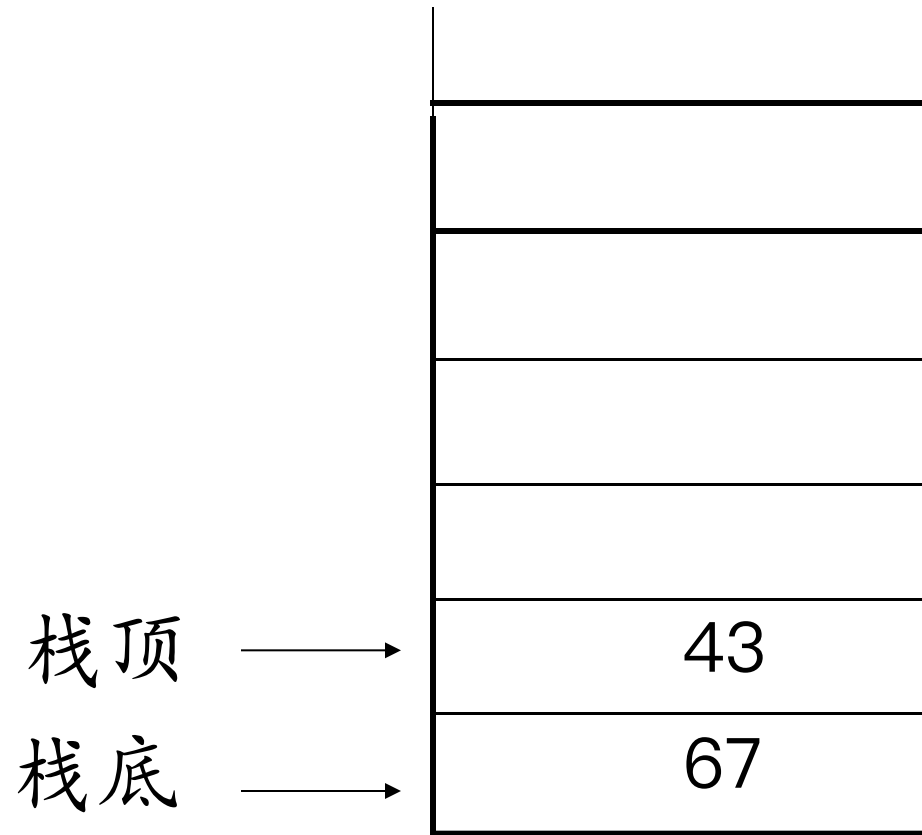
进栈和出栈

栈顶

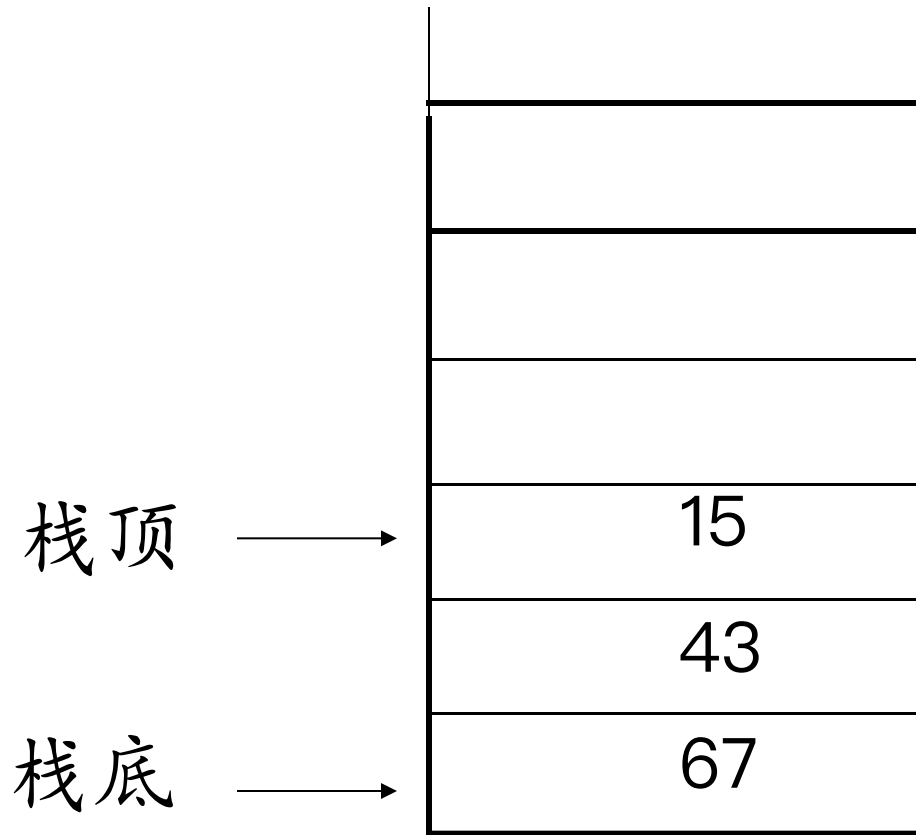


67

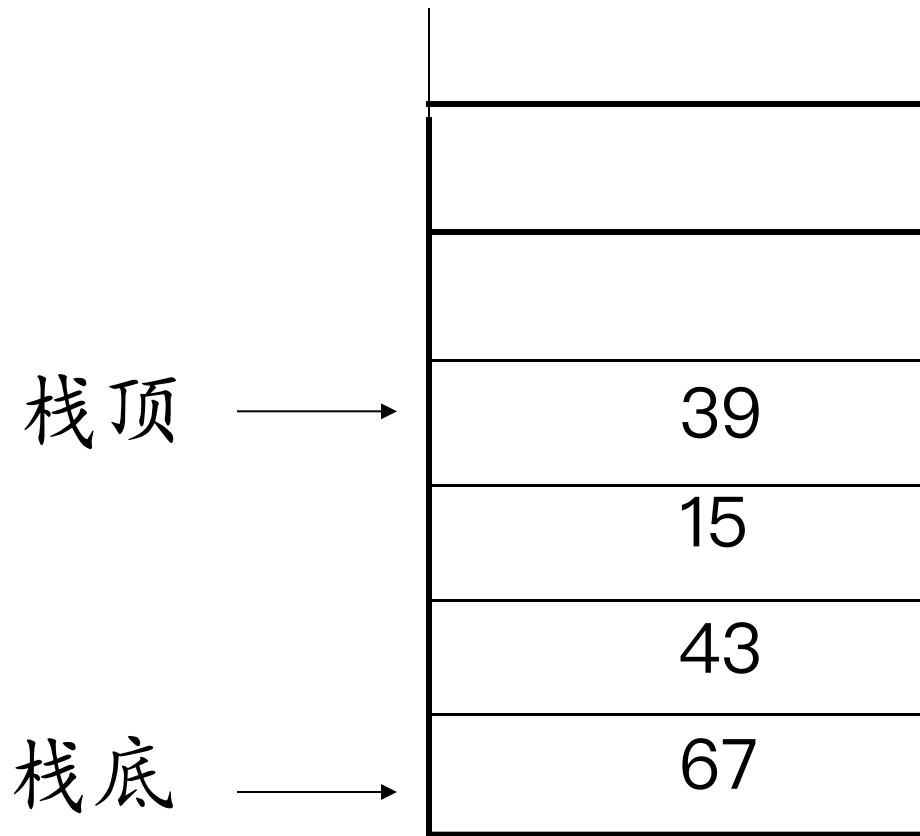
进栈和出栈



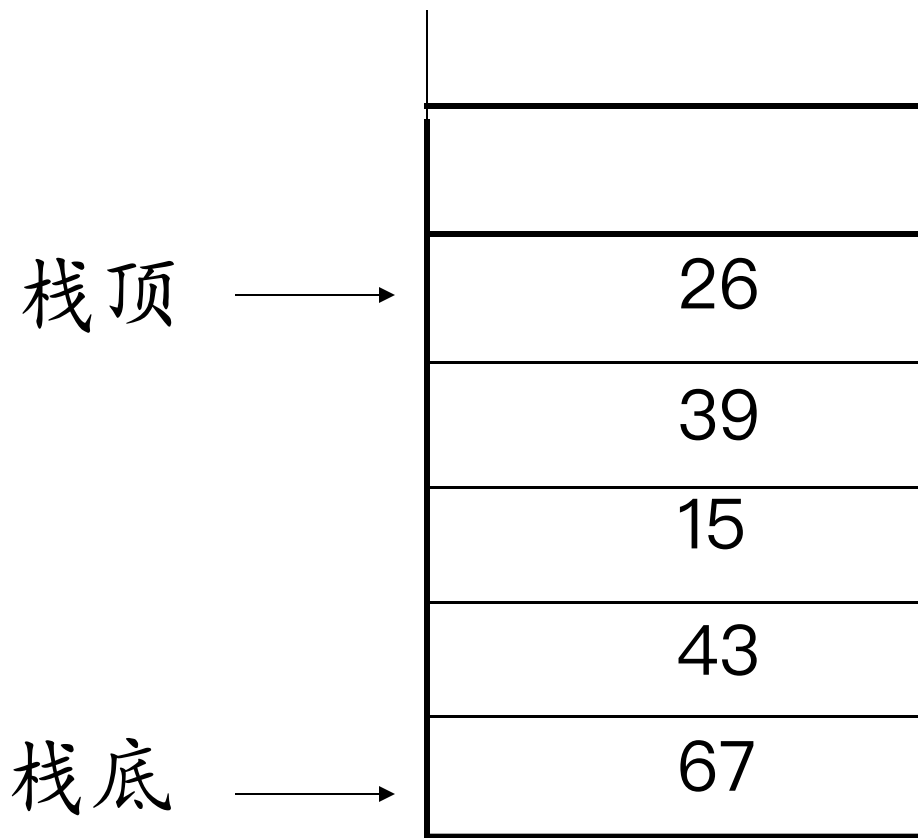
进栈和出栈



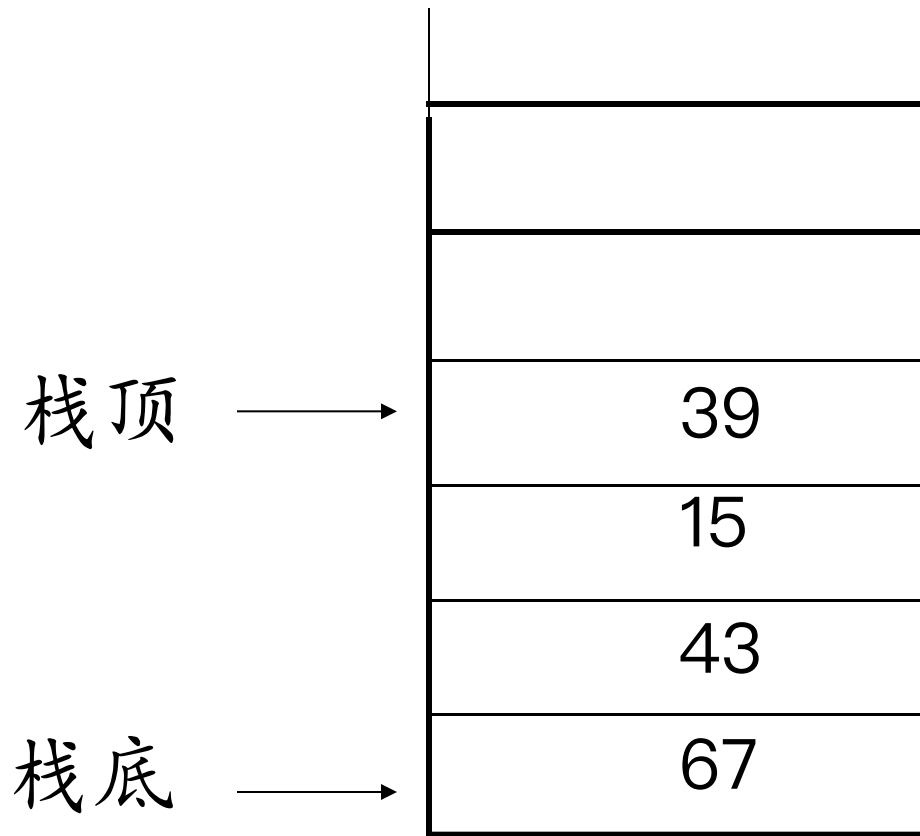
进栈和出栈



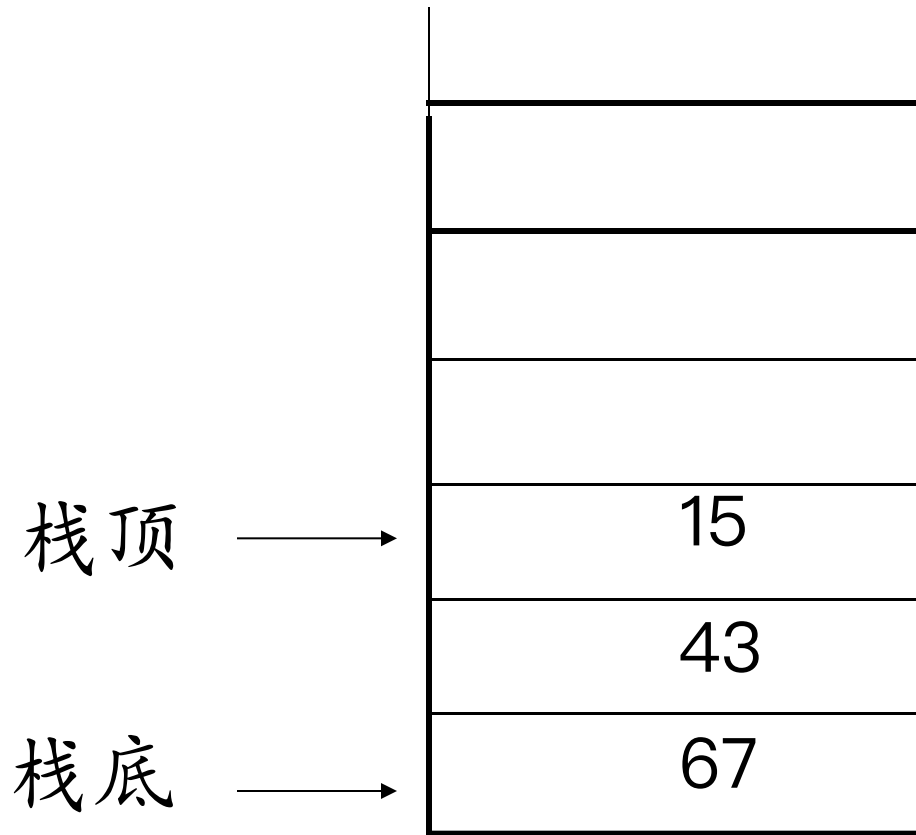
进栈和出栈



进栈和出栈

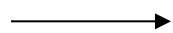


进栈和出栈

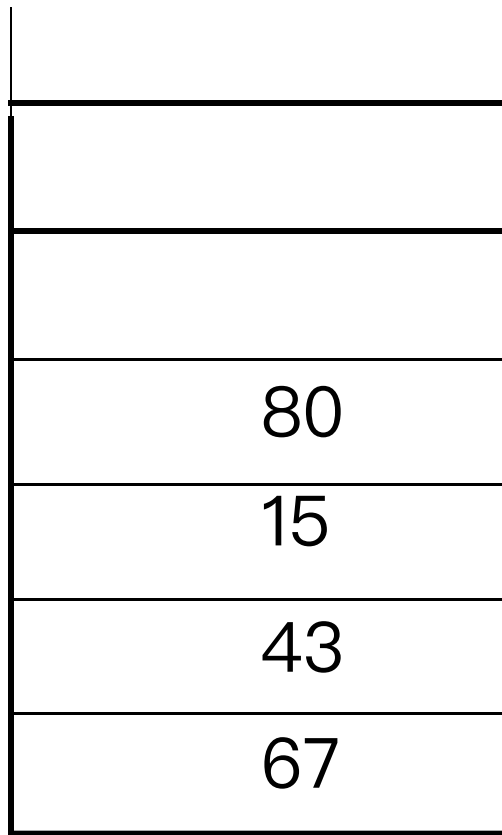
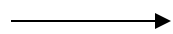


进栈和出栈

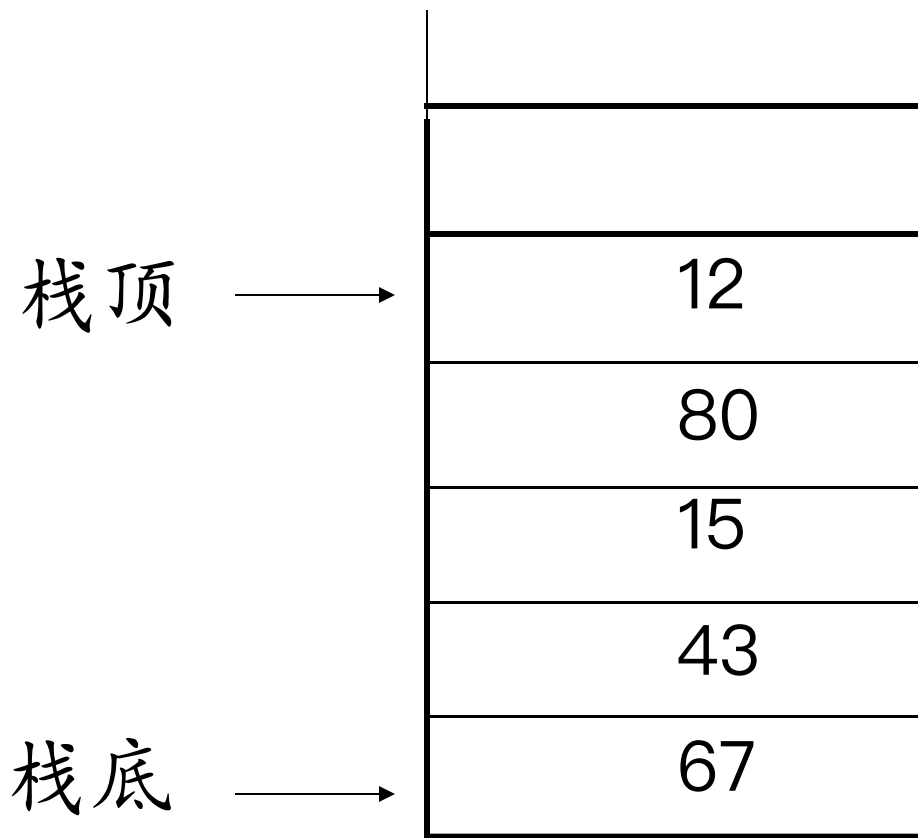
栈顶



栈底



进栈和出栈



有5个元素，其入栈次序为：A，B，C，D，E，在各种可能的出栈次序中，以元素C，D最先出栈（即C第一个且D第二个出栈）的次序有哪几个？

CDEBA, CDBEA, CDBAE

栈的抽象数据类型定义

- 其ADT定义如下:

ADT Stack {

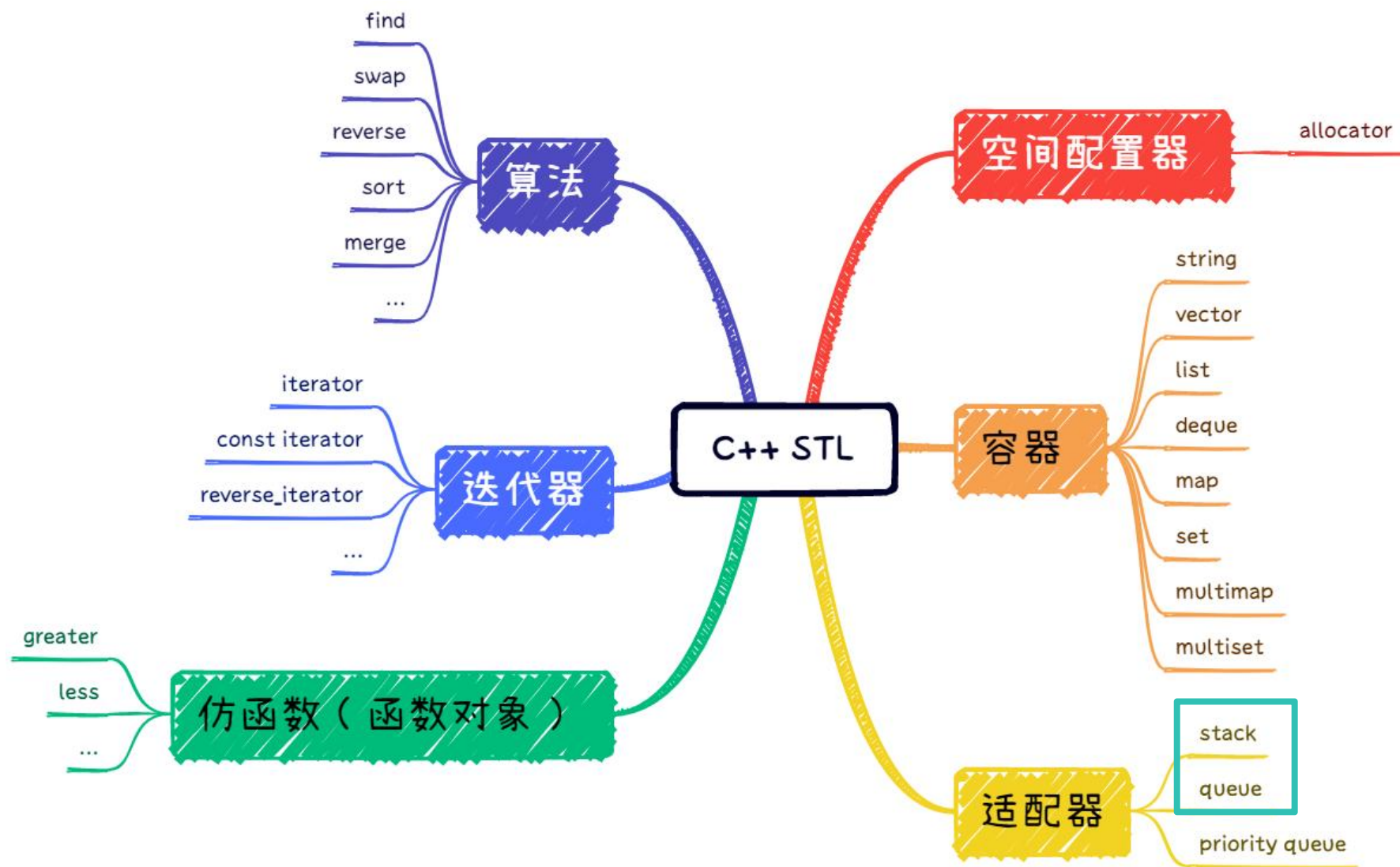
数据对象: $D = \{ a_i \mid a_i \in \text{ElemSet}, i=1,2,\dots,n, n \geq 0 \}$

数据关系: $R1 = \{ \langle a_{i-1}, a_i \rangle \mid a_{i-1}, a_i \in D, i=2,\dots,n \}$ 约定 a_n 端为栈顶, a_1 端为栈底。

定义在栈结构上的基本操作：

- (1) 生成空栈操作 `InitStack(&S)`
- (2) 销毁栈 `DestroyStack(&S)`
- (3) 判栈是否为空函数 `StackEmpty (S)`
- (4) 数据元素入栈操作 `Push (&S,e)`
- (5) 数据元素出栈函数 `Pop (&S,&e)`
- (6) 取栈顶元素函数 `GetTop(S,&e)` //读栈顶元素， 栈不变化
- (7) 置栈空操作 `ClearStack(&S)` //清空栈元素
- (8) 求当前栈元素个数函数 `StackLength(S)`
- (9) 遍历元素 `StackTraverse(S, visit())`

C++ STL 标准模板库 (Standard Template Library)



顺序栈：利用顺序存储方式实现的栈

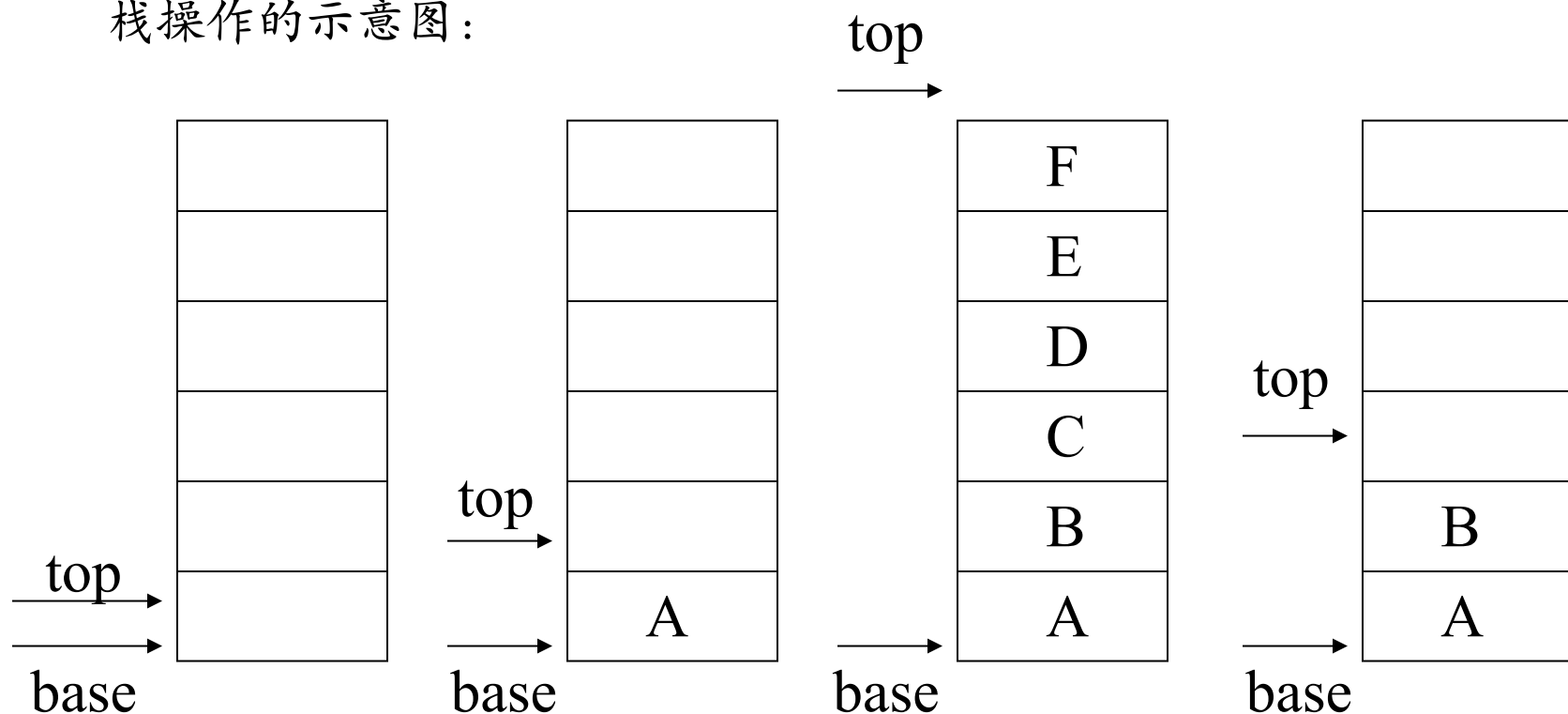
由于栈是运算受限的线性表，因此线性表的存储结构对栈也适用。

和顺序表相似，顺序栈的类型描述如下：

```
typedef struct{  
    SElemType *base;//栈底指针  
    SElemType *top;//栈顶指针  
    int stacksize;//栈当前可使用的最大容量  
}SqStack;
```

思考：为什么用栈顶指针top代替了顺序表中的length呢？

栈操作的示意图：



栈中的元素用一组连续的存储空间来存放的。栈底位置设置在存储空间的一个端点，而栈顶是随着插入和删除而变化的，非空栈中的栈顶指针 top 来指向栈顶元素的下一个位置。

好处： $top - base$ 就是栈中元素的数量， $top == base$ 时栈为空。

(1) 生成空栈

首先建立栈空间，然后初始化栈顶指针。

```
Status InitStack( SqStack &S) {  
    S.base = (SElemType *) malloc (STACK_INIT_SIZE* sizeof( SElemType ));  
    if(!S.base) exit (OVERFLOW);  
    S.top = S.base;  
    S.stacksize = STACK_INIT_SIZE;  
    return OK;  
}
```

(2)判断是否为空栈

```
Status StackEmpty ( S )
```

```
{
```

```
    if (S.top == S.base) return TRUE;
```

```
    else return FALSE;
```

```
}
```

(3)入栈

Status Push (SqStack &S, Elemtype e)

{

if (S.top-S.base >= S.stacksize) { //栈满, 追加存储空间

S.base = (SElemType *) realloc(S.base, (S.stacksize +
STACKINCREMENT) * sizeof(SElemType));

if(!S.base) exit(OVERFLOW); /*存储分配失败*/

S.top = S.base + S.stacksize;

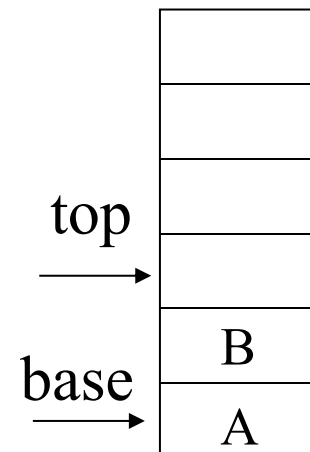
S.stacksize += STACKINCRMENT;

}

*S.top++ = e;

return OK;

} //Push

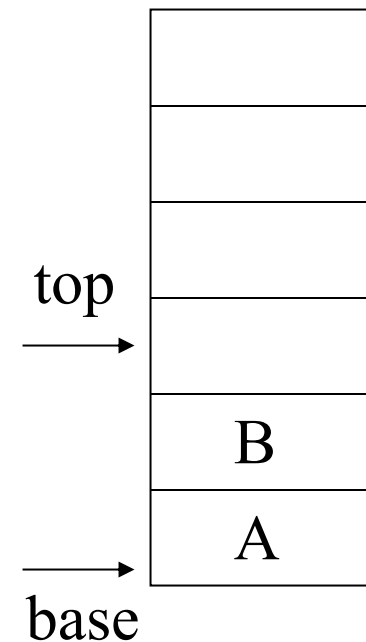


为什么需要这一句?

++在后面, 先 *S.top = e , 然后S.top++

(4)出栈

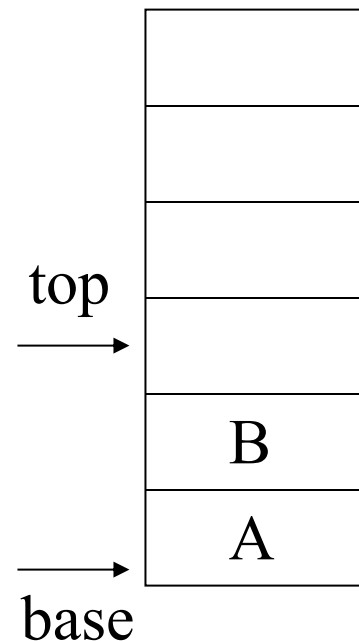
```
Status Pop ( SqStack &S, Elemtyp e &e )  
{  
    if( S.top == S.base )  
        return ERROR;  
    e = *--(S.top);  
    return OK;  
} //Pop
```



--在前面，先 S.top 减1，然后e =*S.top

(5)取栈顶元素

```
Status GetTop ( SqStack S, Elemtyp e &e )
{
    if( S.top == S.base )    return ERROR;
    e = *(S.top-1);    return OK;
}
```



说明:

注意是-1，不是--

- 1) 对于顺序栈，入栈时，首先判栈是否满了，栈满的条件为：

$$S.top - S.base \geq S.stacksize$$

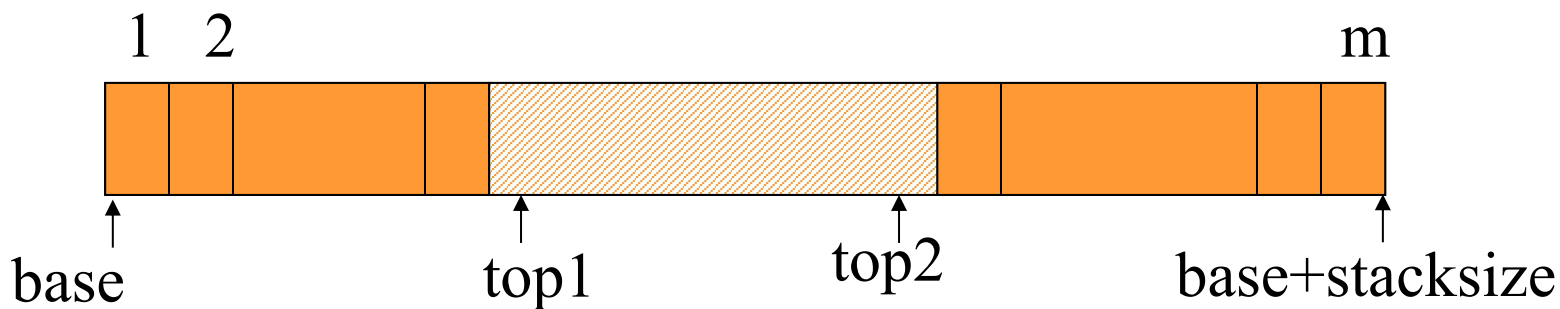
栈满时，不能入栈，否则出现空间溢出，这种现象称为上溢

- 2) 出栈和读栈顶元素操作，先判栈是否为空，为空时不能出栈和读栈顶元素，否则产生错误。

两个栈共享一组地址连续的存储单元

[类型定义] 数组(栈空间) + 两个栈顶指示

```
CONST m=500{两栈的总允许容量};  
typedef struct {  
    Elemtype * top1;  
    Elemtype * top2;  
    Elemtype * base;  
    int stacksize;  
} SqStack;
```

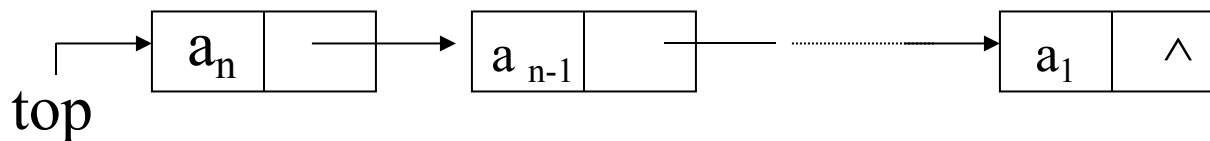


2. 链栈

[类型定义]

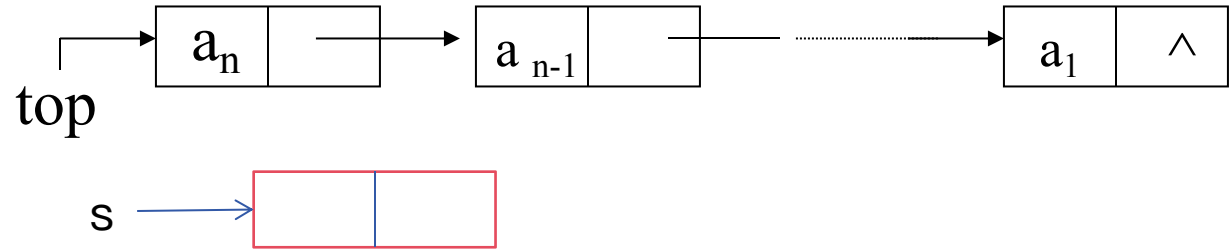
```
typedef struct StackNode {  
    SElemtype    data;  
    struct StackNode *next;  
} StackNode, *LinkStack;
```

LinkStack top;



栈顶指针(链首指针) 指向表尾元素 a_n , 和单链表相反

- 链栈不需要事先分配空间；
- 在进行入栈操作时不需要顾忌栈的空间是否已经被填满。
- 链栈的结点结构和单链表中的结点结构相同，由于栈只在栈顶作插入和删除操作，因此链栈中**不需要头结点**，但要**特别注意链栈中指针的方向是从栈顶指向栈底的**，这正好和单链表是相反的。



(1) 入栈

Status Push_LinkStack (LinkStack &top, SElemtype e)

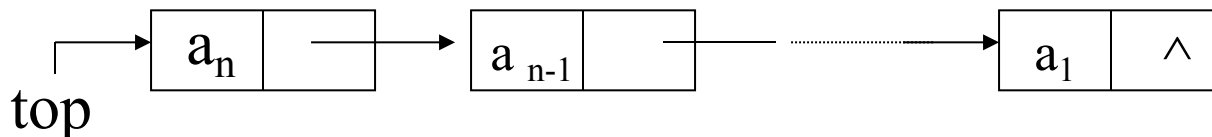
```
{  
    s = (StackNode *)malloc(sizeof(StackNode));  
    s->data = e;  
    s->next = top;  
    top = s;  
    return OK;  
}
```

核心思路：创建一个结点，把结点插入到链栈的第一个位置

(2) 出栈

Status Pop_LinkStack (LinkStack &top, Elemttype &e)

```
{  
    if (top == NULL) return ERROR;  
    e = top->data;  
    p = top;  
    top = top->next;  
    free (p);  
    return OK;  
}
```



3.2 栈的应用举例

- 将十进制数N转换为r进制的数，其转换方法利用辗转相除

法：以N=3467，r=8为例转换方法如下：

N	N/8 (整除)	N%8 (求余)	
3467	433	3	低
433	54	1	
54	6	6	
6	0	6	高



- 所以： $(3467)_{10} = (6613)_8$
- 将得到的余数依次放入栈中。

算法基本思想：

设栈s，当N>0时重复1)，2)

- 1) 若N≠0，则将N%r压入栈s中，执行2)；若N=0，将栈s的内容依次出栈，算法结束。
- 2) 用N/r代替N

栈的引入简化了程序设计问题，区分了关注层次，缩小了思考范围。

3.2.1 数制转换

- ```
void conversion ()
{
// 对于输入的任意非负十进制整数，输出与其等值的八进制数
InitStack(S); // 构造空栈
scanf ("%d" ,N); // 输入一个十进制数
while(N)
{
 Push(S,N % 8); // "余数"入栈
 N = N/8; // 非零"商"继续运算
} // while
while (!StackEmpty(S))
{
 // 和"求余"所得相逆的顺序输出八进制的各位数
 Pop(S,e);
 printf (" %d" ,e);
} // while
} // conversion
```

算法3.1

## 3.2.2 括弧匹配检验

- 假设表达式中允许包含两种括号：圆括号和方括号，其嵌套的顺序随意，如（ [ ] （ ） ）或 [（ [ ] [ ] ） ] 等为正确的匹配， [（ ]）或（ [ ] （ ）或（（ ）））均为错误的匹配。
- 要求检验一个给定表达式中的括弧是否正确匹配？
- 例如考虑下列括号序列：

[（ [ ] [ ] ） ]

1 2 3 4 5 6 7 8

## 3.2.2 括弧匹配检验

算法核心思路：

检查表达式中的字符，遇到左括号入栈，遇到右括号则出栈栈顶元素与其匹配，如果匹配成功则继续，否则退出

那么，什么样的情况是“不匹配”的情况呢？

1. 和栈顶的左括弧不相匹配；
2. 栈中并没有左括弧等在哪里；
3. 栈中还有左括弧没有等到和它相匹配的右括弧。

在以上分析的基础上就可以写出检验括弧匹配的算法了。

## 3.2.2 括弧匹配检验

算法注意事项:

- 1. “匹配”不是“相等”。 ( )
- 2. 和栈顶元素进行比较的前提是栈不为空。(右括号还有, 左括号没了)
- 3. “没有等到”即为栈不空的情况。因此在算法结束之前, 需要判别栈是否已为空。(左括号还有, 右括号没了)
- 4. 别忘了使用栈之前一定要进行初始化。

## 3.2.5 表达式求值

表达式求值是程序设计语言编译中的一个基本问题，它的实现也用到栈。

表达式由操作数 (operand)、运算符 (operator)、界限符 (delimiter) 组成的有意义的式子。运算符从运算对象的个数上分，有单目运算符和双目运算符。在此仅讨论只含双目运算符的算术表达式。

例如：  $3 * 2 ^ { ( 4 + 2 * 2 - 1 * 3 ) } - 5$

每个双目运算符在两个运算量的中间的叫中缀表达式

设定运算符包括：+、-、\*、/、%、^和（）

设定运算规则为：

- 1) 优先级  $( ) \rightarrow ^ \rightarrow \times、/、\% \rightarrow +、-$ ；
- 2) 有括号出现时先算括号内的，后算括号外的，多层括号，由内向外进行；
- 3) 乘方连续出现时先算最右面的。

## 3.2.5 表达式求值

### (1)中缀表达式求值

如表达式 “ $3*2^{\wedge}(4+2*2-1*3)-5$ ”

正确的处理过程是：需要两个栈，操作数与运算结果栈s1和运算符栈s2。  
自左向右扫描表达式的每一个字符，

- 若当前字符是操作数，则入栈s1，
- 如果是运算符时：
  - 若这个运算符比s2栈顶运算符高，则入栈s2，继续向后处理，
  - 若这个运算符比s2栈顶运算符低，则从栈s1出栈两个运算对象，  
从运算符栈s2出栈一个运算符进行运算，并将其结果入栈s1
- 继续处理当前字符，如处理完则处理下一字符，直到遇到结束符。

中缀表达式表达式 “ $3*2^{\wedge}(4+2*2-1*3)-5$ ” 求值过程中两个栈的状态情况如图所示。

为了使第一个运算符入栈，预设一个最低级运算符 (

| 读字符 | 对象栈 s1        | 算符栈 s2   | 说明                            |
|-----|---------------|----------|-------------------------------|
| 3   | 3             | (        | 3 入栈 s1                       |
| *   | 3             | (*       | * 入栈 s2                       |
| 2   | 3, 2          | (*       | 2 入栈 s1                       |
| ^   | 3, 2          | (**^     | ^ 入栈 s2                       |
| (   | 3, 2          | (**^(    | ( 入栈 s2                       |
| 4   | 3, 2, 4       | (**^(    | 4 入栈 s1                       |
| +   | 3, 2, 4       | (**^(+   | + 入栈 s2                       |
| 2   | 3, 2, 4, 2    | (**^(+   | 2 入栈 s1                       |
| *   | 3, 2, 4, 2    | (**^(+*  | * 入栈 s2                       |
| 2   | 3, 2, 4, 2, 2 | (**^(+*  | 2 入栈 s1                       |
| -   | 3, 2, 4, 4    | (**^(+   | 做 $2*2=4$ , 结果入栈 s1           |
|     | 3, 2, 8       | (**^(    | 做 $4+4=8$ , 结果入栈 s2           |
|     | 3, 2, 8       | (**^( -  | - 入栈 s2                       |
| 1   | 3, 2, 8, 1    | (**^( -  | 1 入栈 s1                       |
| *   | 3, 2, 8, 1    | (**^( -* | * 入栈 s2                       |
| 3   | 3, 2, 8, 1, 3 | (**^( -* | 3 入栈 s1                       |
| )   | 3, 2, 8, 3    | (**^( -  | 做 $1*3$ , 结果 3 入栈 s1          |
|     | 3, 2, 5       | (**^(    | 做 $8-3$ , 结果 5 入栈 s2          |
|     | 3, 2, 5       | (**^(    | ( 出栈                          |
| -   | 3, 32         | (**^(    | 做 $2^{\wedge}5$ , 结果 32 入栈 s1 |
|     | 96            | (        | 做 $3*32$ , 结果 96 入栈 s1        |
|     | 96            | ( -      | - 入栈 s2                       |
| 5   | 96, 5         | ( -      | 5 入栈 s1                       |
| 结束符 | 91            | (        | 做 $96-5$ , 结果 91 入栈 s1        |



中缀表达式 “ $3*2^{\wedge}(4+2*2-1*3)-5$ ” 求值过程中两个栈的状态情况如图所示。

有些操作符在栈  
内外的优先级是  
不同的，  
左括号在栈外时  
优先级最高，在  
栈内时优先级很  
低，仅高于栈外  
的右括号。

| 读字符 | 对象栈 s1        | 算符栈 s2   | 说明                            |
|-----|---------------|----------|-------------------------------|
| 3   | 3             | (        | 3 入栈 s1                       |
| *   | 3             | (*       | * 入栈 s2                       |
| 2   | 3, 2          | (*       | 2 入栈 s1                       |
| ^   | 3, 2          | (**^     | ^ 入栈 s2                       |
| (   | 3, 2          | (**^(    | ( 入栈 s2                       |
| 4   | 3, 2, 4       | (**^(    | 4 入栈 s1                       |
| +   | 3, 2, 4       | (**^(+   | + 入栈 s2                       |
| 2   | 3, 2, 4, 2    | (**^(+   | 2 入栈 s1                       |
| *   | 3, 2, 4, 2    | (**^(+*  | * 入栈 s2                       |
| 2   | 3, 2, 4, 2, 2 | (**^(+*  | 2 入栈 s1                       |
| -   | 3, 2, 4, 4    | (**^(+)  | 做 $2*2=4$ , 结果入栈 s1           |
|     | 3, 2, 8       | (**^(    | 做 $4+4=8$ , 结果入栈 s2           |
|     | 3, 2, 8       | (**^( -  | - 入栈 s2                       |
| 1   | 3, 2, 8, 1    | (**^( -  | 1 入栈 s1                       |
| *   | 3, 2, 8, 1    | (**^( -* | * 入栈 s2                       |
| 3   | 3, 2, 8, 1, 3 | (**^( -* | 3 入栈 s1                       |
| )   | 3, 2, 8, 3    | (**^( -) | 做 $1*3$ , 结果 3 入栈 s1          |
|     | 3, 2, 5       | (**^(    | 做 $8-3$ , 结果 5 入栈 s2          |
|     | 3, 2, 5       | (**^(    | ( 出栈                          |
| -   | 3, 32         | (**^(    | 做 $2^{\wedge}5$ , 结果 32 入栈 s1 |
|     | 96            | (        | 做 $3*32$ , 结果 96 入栈 s1        |
|     | 96            | ( -      | - 入栈 s2                       |
| 5   | 96, 5         | ( -      | 5 入栈 s1                       |
| 结束符 | 91            | (        | 做 $96-5$ , 结果 91 入栈 s1        |



## 3.2.5 表达式求值

### (2) 后缀表达式

后缀表达式是运算符在运算对象之后，在后缀表达式中，不在引入括号，所有的计算按运算符出现的顺序，严格从左到右进行，而不用再考虑运算规则和级别。

中缀表达式表达式 “ $3*2^4 + (4+2*2-1*3) - 5$ ” 的后缀表达式为：

“3 2 4 2 2 \* + 1 3 \* - ^ \* 5 -”

后缀表达式 “32422\*+13\*-^\*5-”，栈中状态变化情况：

| 当前字符 | 栈中数据          | 说明                     |
|------|---------------|------------------------|
| 3    | 3             | 3 入栈                   |
| 2    | 3, 2          | 2 入栈                   |
| 4    | 3, 2, 4       | 4 入栈                   |
| 2    | 3, 2, 4, 2    | 2 入栈                   |
| 2    | 3, 2, 4, 2, 2 | 2 入栈                   |
| *    | 3, 2, 4, 4    | 计算 $2 * 2$ ，将结果 4 入栈   |
| +    | 3, 2, 8       | 计算 $4 + 4$ ，将结果 8 入栈   |
| 1    | 3, 2, 8, 1    | 1 入栈                   |
| 3    | 3, 2, 8, 1, 3 | 3 入栈                   |
| *    | 3, 2, 8, 3    | 计算 $1 * 3$ ，将结果 4 入栈   |
| -    | 3, 2, 5       | 计算 $8 - 5$ ，将结果 5 入栈   |
| ^    | 3, 32         | 计算 $2^5$ ，将结果 32 入栈    |
| *    | 96            | 计算 $3 * 32$ ，将结果 96 入栈 |
| 5    | 96, 5         | 5 入栈                   |
| -    | 91            | 计算 $96 - 5$ ，结果入栈      |
| 结束符  | 空             | 结果出栈                   |

## 3.2.5 表达式求值

### (2) 后缀表达式

中缀表达式与后缀表达式的转换（快速手写）：

1、按照运算符的优先级对所有的运算单位加括号

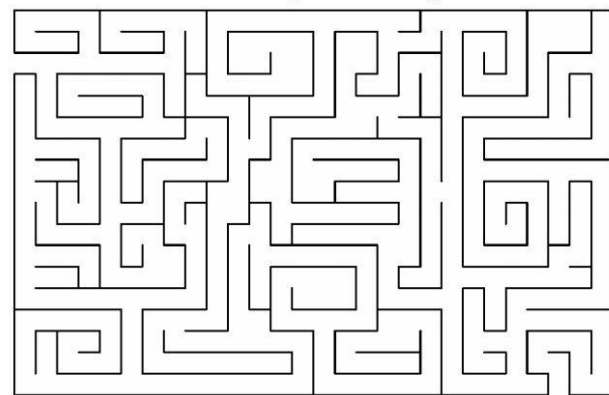
例如：  $a+b*c-d \rightarrow ((a+(b*c))-d)$

2、把运算符移动到括号的后面，然后去除括号，得后缀表达式

$((a+(b*c))-d) \rightarrow ((a(bc)*)+d)- \rightarrow abc*+d-$

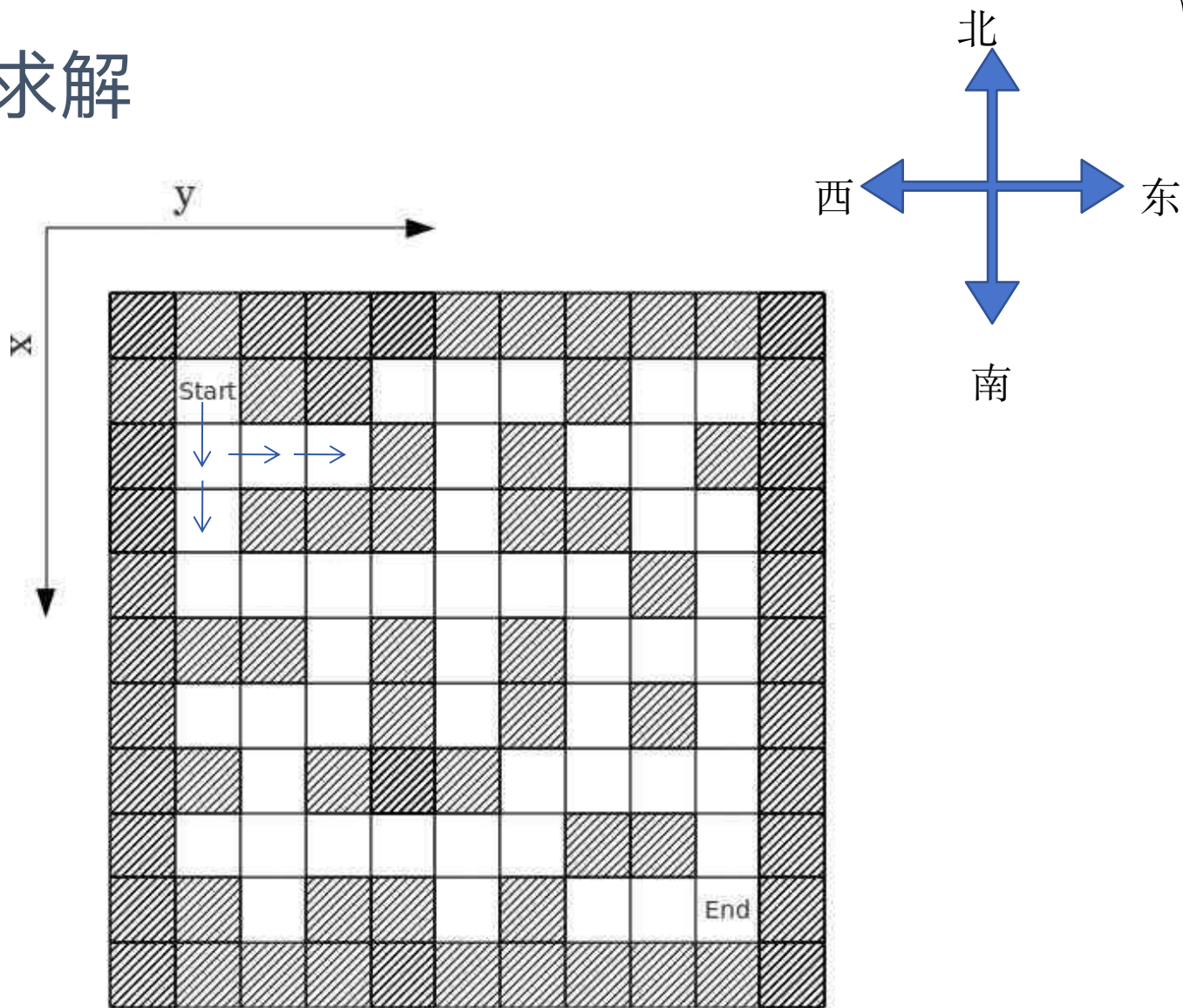
## 3.2.4 迷宫求解

- 计算机解迷宫时，通常用的是“**穷举求解**”的方法，即从入口出发，**顺某一方向向前探索**，若能走通，则继续往前走；**否则沿原路退回**，换一个方向再继续探索，直至所有可能的通路都探索到为止，如果所有可能的通路都试探过，还是不能走到终点，那就说明该迷宫不存在从起点到终点的通道。



## 3.2.4 迷宫求解

为了实现在探索过程中能沿原路退回，  
需要用一个“后进先出”的结构即  
“栈”来保存从入口到当前位置的路径。



## 3.2.4 迷宫求解

- 从入口进入迷宫之后，不管在迷宫的哪一个位置上，都是先往东走，如果走得通就继续往东走，如果在某个位置上往东走不通的话，就依次试探往南、往西和往北方向，从一个走得通的方向继续往前直到出口为止；
- 如果在某个位置上四个方向都走不通的话，就退回到前一个位置，换一个方向再试，如果这个位置已经没有方向可试了就再退一步，如果所有已经走过的位置的四个方向都试探过了，一直退到起始点都没有走通，那就说明这个迷宫根本不通；
- 所谓“走不通”不单是指遇到“墙挡路”，还有“已经走过的路不能重复走第二次”，它包括“曾经走过而没有走通的路”。

显然为了保证在任何位置上都能沿原路退回，需要用“后进先出”的结构即栈来保存从入口到当前位置的路径。并且在走出出口之后，栈中保存的正是一条从入口到出口的路径。

## 3.3 栈与递归的实现

## 3.3 栈与递归的实现

递归是一个过程或函数直接或间接调用自身的一种方法，它可以把一个大型的问题层层转化为一个与原问题相似、但规模较小的问题来求解。

数学中阶乘的定义， $n$ 的阶乘可以如下表示：

$$n! = \begin{cases} 1 & n=0 \\ n*(n-1)! & n>0 \end{cases}$$

再如，斐波那契（Fibonacci）数列指的是这样一个数列：

$$\text{Fib}(n) = \begin{cases} n & n=0,1 \\ \text{Fib}(n-1) + \text{Fib}(n-2) & n \geq 2 \end{cases}$$

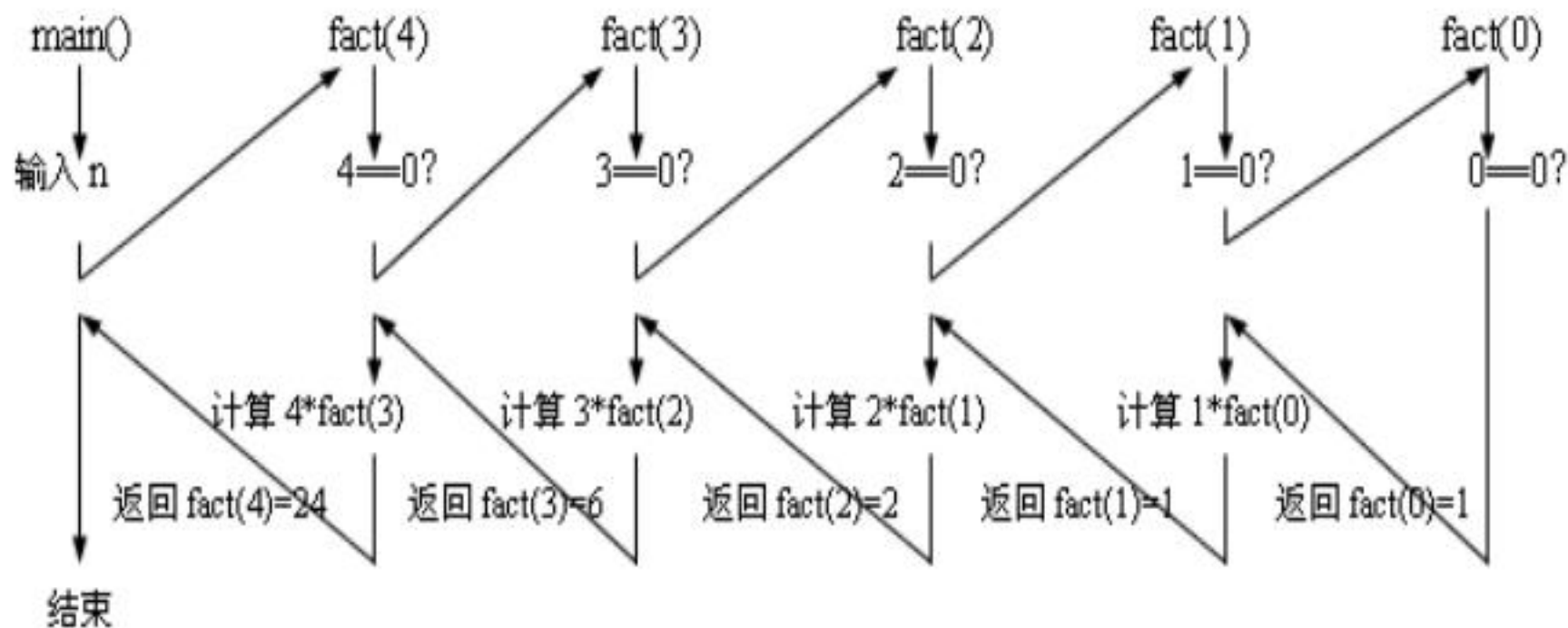


```
long factorial(int n) {
 if (n <= 1) {
 return 1;
 }
 return n * factorial(n - 1);
}
```

```
long fibonacci(int n) {
 if (n == 0 || n == 1) {
 return n;
 }
 return fibonacci(n - 2) + fibonacci(n - 1);
}
```

**\*\*此算法复杂度为指数级，不能实用**

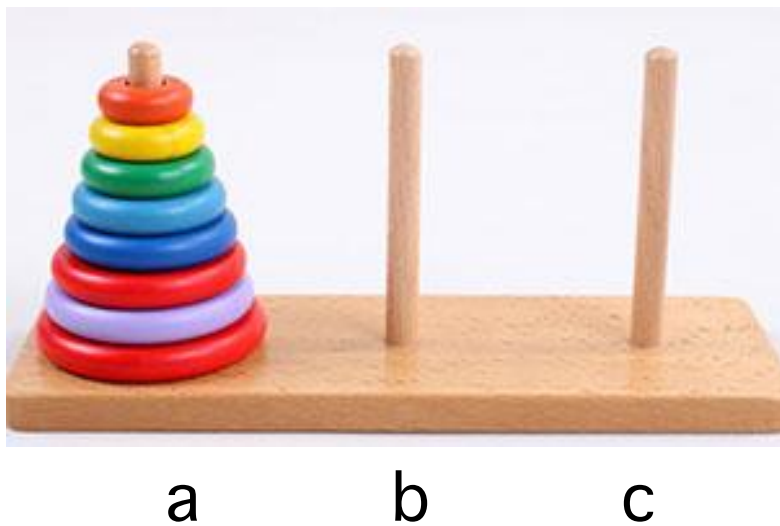
递归求阶乘的问题，假设程序运行时， $n = 4$ ，那么程序的执行过程如下：



# 递归应用举例－汉诺塔问题

## 汉诺塔问题描述

有a、b、c三个底座，底座上面可以放盘子。初始时a座上有n个盘子，这些盘子大小各不相同，大盘子在下，小盘子上，依次排列。要求将a座上n个盘子移至c座上，每次只能移动一个，并要求移动过程中保持小盘子上，大盘子在下，可借助b座实现移动。编程序输出移动步骤



# 递归应用举例－汉诺塔问题

这个问题可用递归思想来分析，将 $n$ 个盘子由 $a$ 座移动到 $c$ 座可分为如下三个过程：

- 先将 $a$ 座上 $n-1$ 个盘子借助 $c$ 座移至 $b$ 座；
- 再将 $a$ 座上最下面一个盘子移至 $c$ 座；
- 最后将 $b$ 上 $n-1$ 个盘子借助 $a$ 移至 $c$ 座。

上述过程是把移动 $n$ 个盘子的问题转化为移动 $n-1$ 个盘子的问題，按这种思路，再将移动 $n-1$ 个盘子的问題转化为移动 $n-2$ 个盘子的问題，……

可以用两个函数来描述上述移动过程：

- 从一个底座上借助某一个底座移动 $n$ 个盘子到另一底座。
- 从一个底座上移动1个盘子到另一底座。

# 递归应用举例－汉诺塔问题

```
void move(int num, char frompeg, char topeg){
 printf("Move Disk %d from %c to peg %c\n", num, frompeg, topeg);
}

void Hanoi(int num, char startpeg, char finalpeg, char auxpeg){
 if(num == 1){
 move(1, startpeg, finalpeg);
 return;
 }
 Hanoi(num-1, startpeg, auxpeg, finalpeg);
 move(num, startpeg, finalpeg);
 Hanoi(num-1, auxpeg, finalpeg, startpeg);
}

int main(int argc, char *argv){
 int num;
 printf("Enter The Number of Disks on Peg A:");
 scanf("%d", &num);
 Hanoi(num, 'A', 'C', 'B'); //A起点, C终点, B辅助
}
```

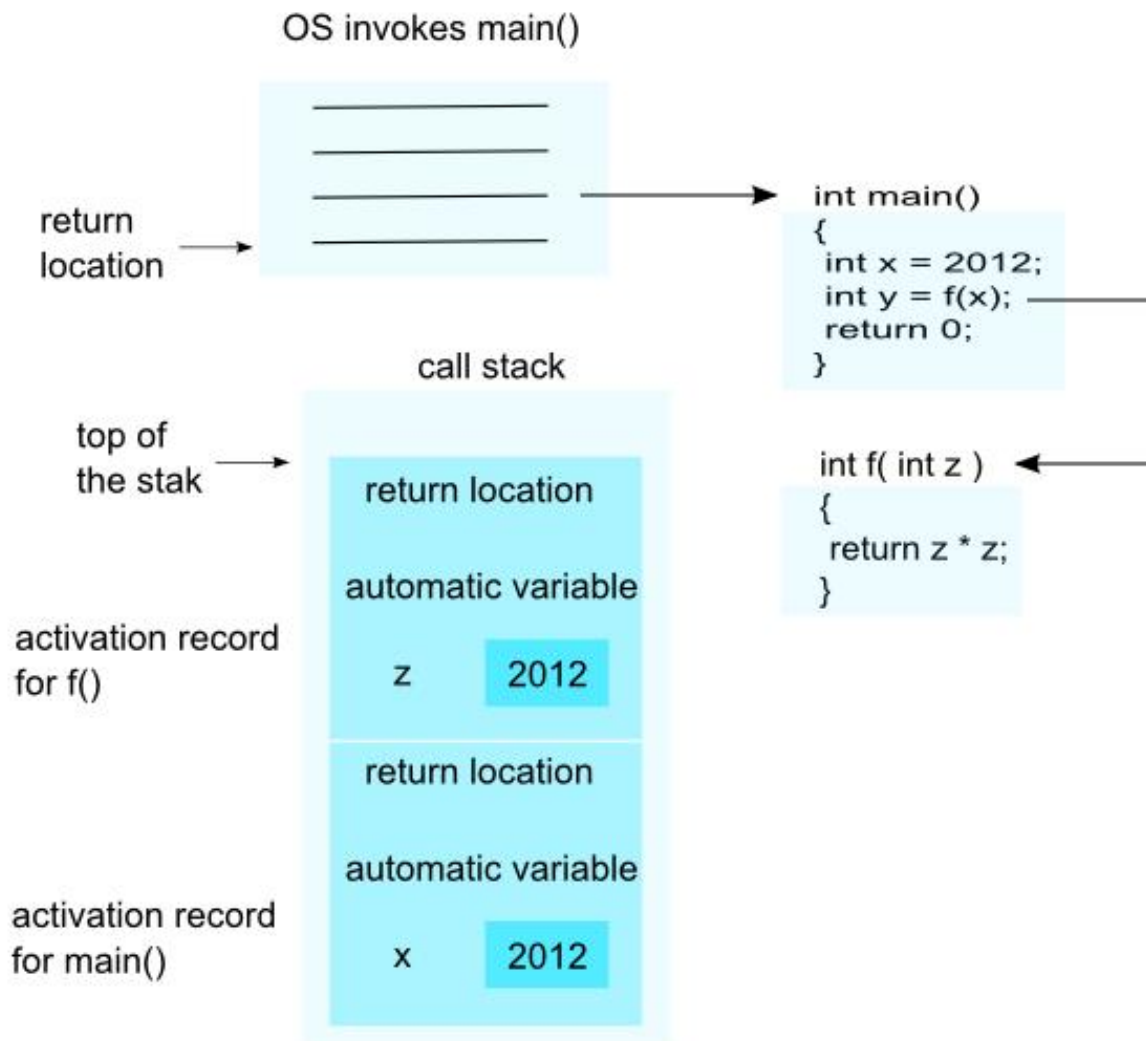
递归算法需要满足的三个条件:

1. 待求解问题的解可以分解为几个子问题的解;
2. 待求解问题与分解之后的子问题, 只是数据规模不同, 求解思路完全相同;
3. 存在递归终止条件

编写递归算法的正确思维方式是

- 假设子问题是已经解决的, 不要陷入试图用人脑分解整个“递”与“归”过程的思维误区;
- 先写出递归终止条件, 再写递推公式。

## 2. 递归调用实现的内部过程



## 2. 递归调用实现的内部过程

通常当一个函数调用另一个函数时，系统需完成三件事：

- 为被调用过程的局部变量分配存储区；
- 将所有的实参、返回地址等信息传递给被调用过程保存；
- 将控制转移到被调过程的入口。

从被调用过程返回调用过程之前，系统也应完成三件工作：

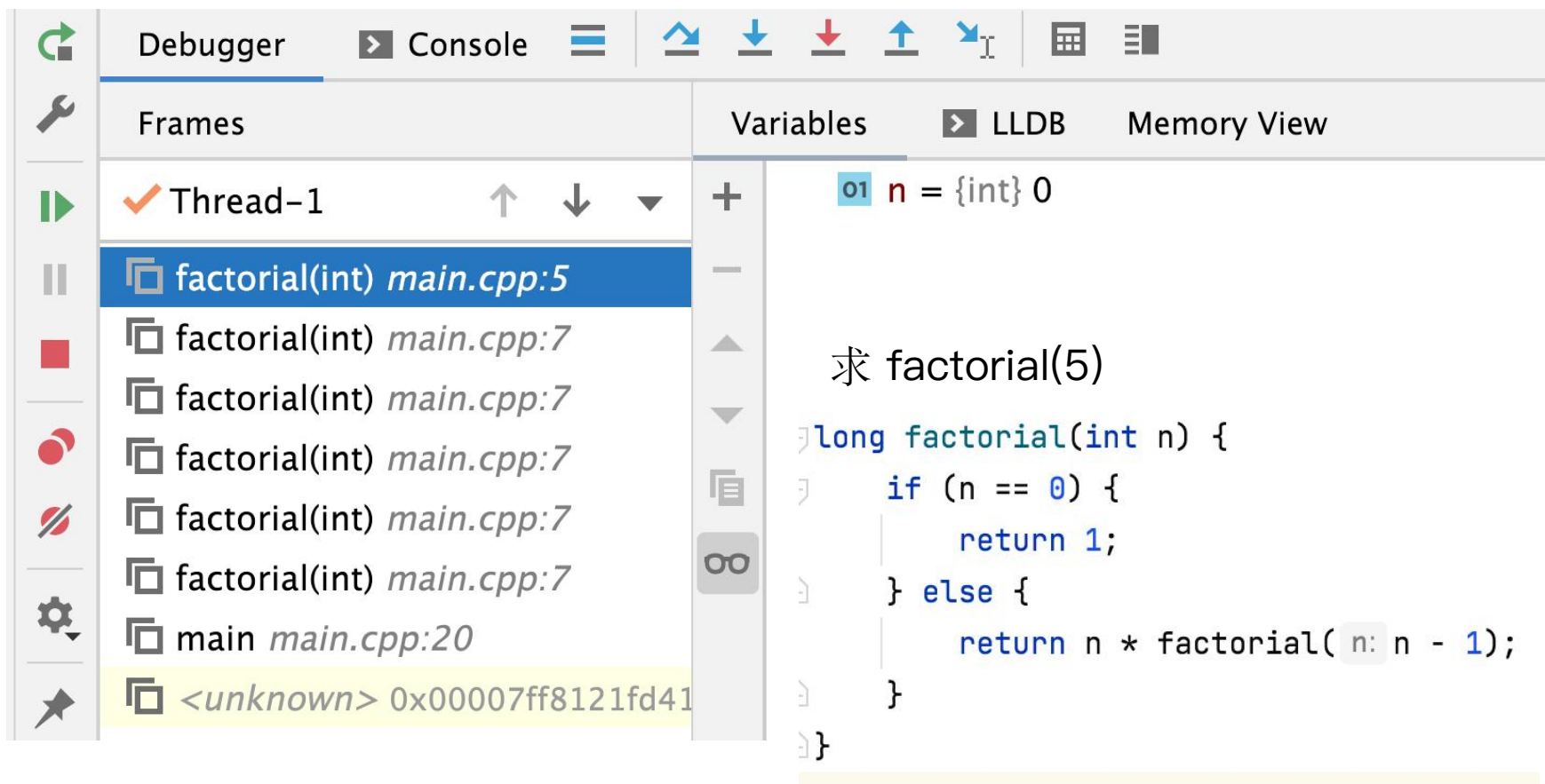
- 保存被调过程的计算结果；
- 释放被调过程的数据区；
- 依照被调过程保存的返回地址将控制转移到调用过程。

在计算机中，是通过使用系统栈来完成上述操作的。



## 2. 递归调用实现的内部过程

一个递归函数的运行过程类似于多个函数的嵌套调用，只是调用函数和被调用函数是同一个函数。



# 递归过深导致系统的栈溢出问题

- 原因：每调用一个新的函数，都会将临时变量等封装为栈帧入栈，等函数执行完成后，再将栈帧出栈。如果递归求解的数据规模很大，调用层次很深，可能塞满函数栈，导致栈溢出。
- 解决方法：
  - 限制递归调用的最大深度
  - 看是否能改写成尾递归
  - 将递归代码改写成非递归

# 递归过深导致系统的栈溢出问题

- 尾递归:

递归调用出现在函数中的最后一行，并且没有任何局部变量参与最后一行代码的计算。此时支持“尾递归优化”的编程语言就可以在执行尾递归代码时不进行入栈操作。示例

```
long factorial(int n) {
 if (n <= 1) {
 return 1;
 }
 return n * factorial(n - 1);
}
```

```
long factorial(int n, int res) {
 if (n <= 1) {
 return res;
 }
 return factorial(n-1, n*res);
}
```

```
//求5的阶乘
factorial(5,1)
```

尾递归

通过缓存已经计算过的值来避免重复计算，从而提高效率。

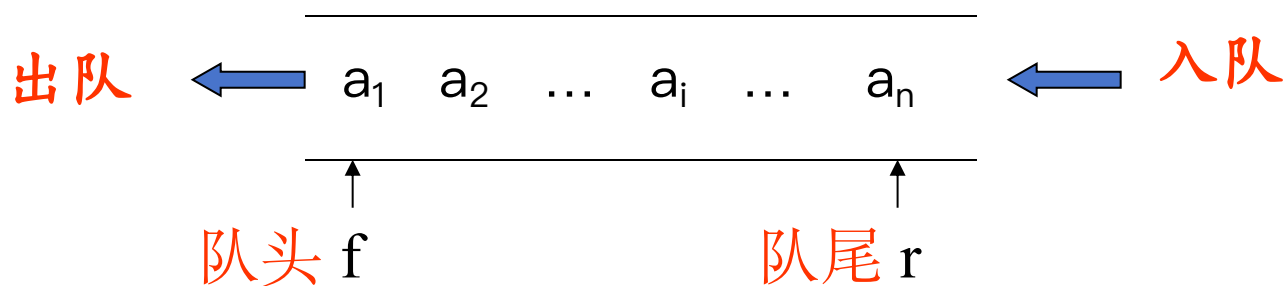
```
// 记忆化递归实现 Fibonacci 数列
long fibonacci_2(long n, std::unordered_map<long, long>& memo) {
 if (n <= 1) {
 return n;
 }
 if (memo.find(n) != memo.end()) {
 return memo[n];
 }
 memo[n] = fibonacci_2(n - 1, &memo) + fibonacci_2(n - 2, &memo);
 return memo[n];
}
```

## 3.4 队列

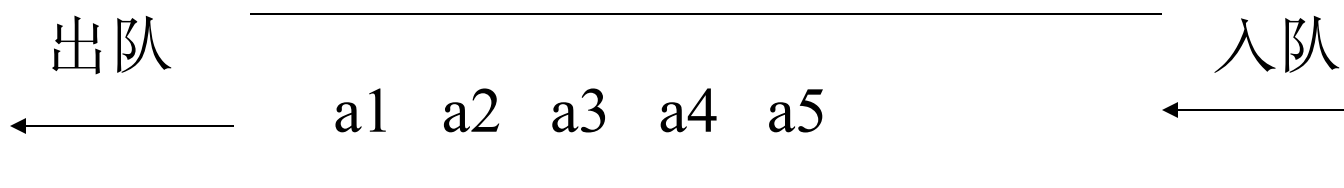
## 3.4 队列

### 3.4.1 队列的定义

**队列**是一种特殊的线性表，限定插入和删除操作**分别在表的两端**进行。具有**先进先出**(FIFO—First In First Out)的特点。



把允许插入的一端叫**队尾(rear)**，把允许删除的一端叫**队头(front)**。没有元素时称为空队列。



上图是一个有5个元素的队列，入队的顺序依次为a1,a2,a3,a4,a5，出队时的顺序将依然是a1,a2,a3,a4,a5。先进入队列的元素总是先离开队列。因此队列也称作先进先出(First In First Out)的线性表，简称FIFO表。

## 定义在队列结构上的基本运算

- |              |                  |
|--------------|------------------|
| (1)构造空队列操作   | InitQueue(&Q)    |
| (2)销毁队列操作    | DestroyQueue(&Q) |
| (2)判队空否函数    | QueueEmpty (Q)   |
| (3)元素入队操作    | EnQueue(&Q,e)    |
| (4)元素出队函数    | DeQueue(&Q,&e)   |
| (5)取队头元素函数   | GetHead(Q,&e)    |
| (6) 队列置空操作   | ClearQueue(&Q)   |
| (7)求队中元素个数函数 | QueueLength(Q)   |

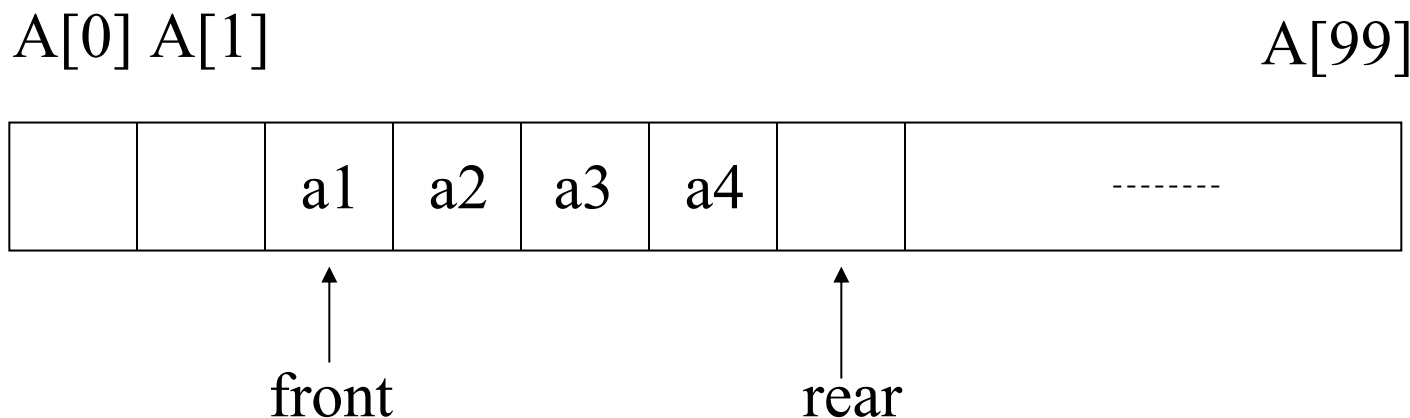
思考：可否用两个栈实现一个队列？如何实现？



## 3.4.2 队列的存储及运算实现

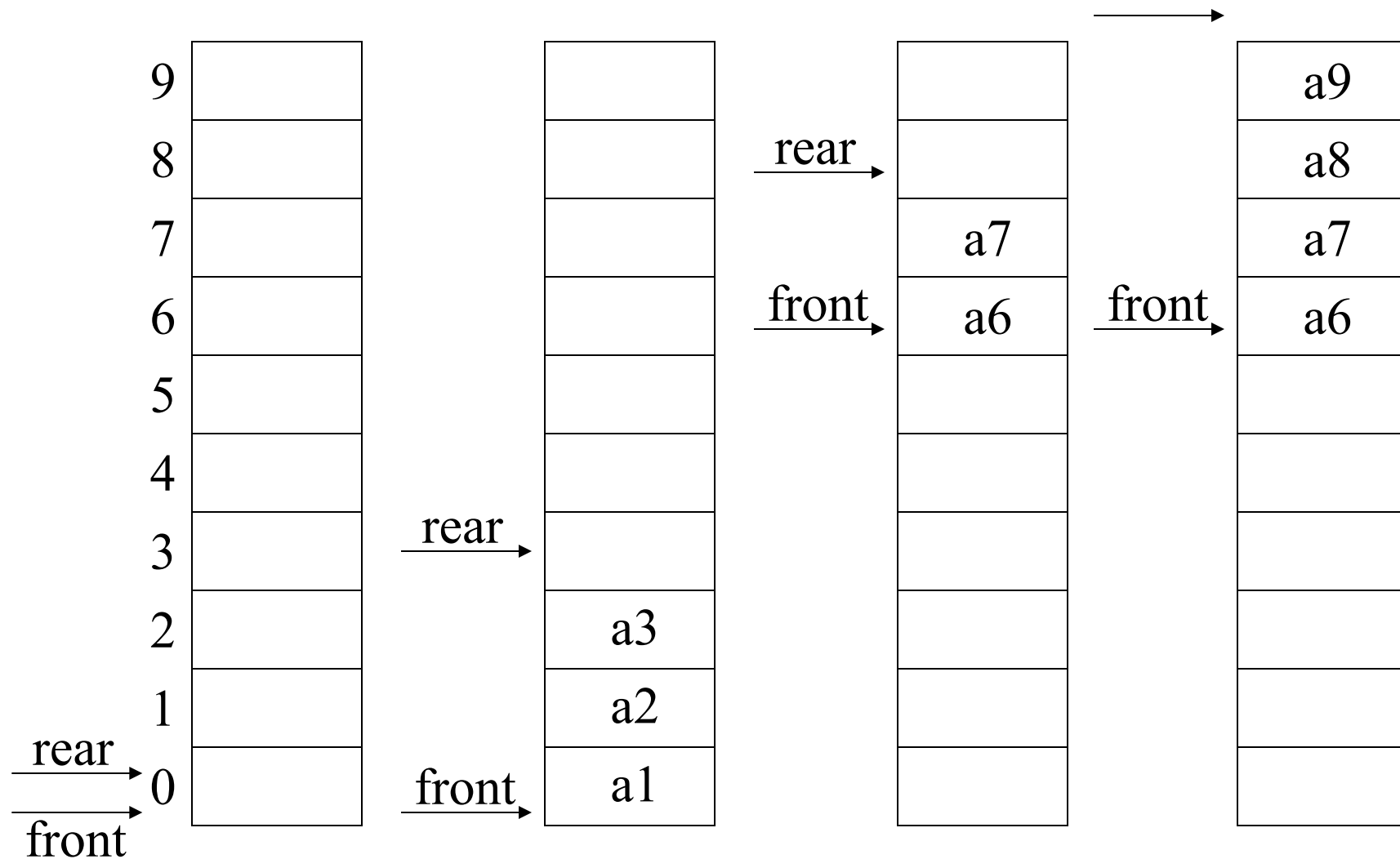
### 1. 顺序队列（一般用法的顺序存储结构之缺陷）

- 需附设两个指针 **front** 和 **rear** 分别指示队列头元素及队列尾元素的位置，为了描述方便，约定：
- 空队列时  $\text{front} = \text{rear} = 0$ ；每当插入新的队列尾元素时，**尾指针增1**，因此在非空队列中，**头指针始终指向队列头元素，而尾指针始终指向队列尾元素的下一个位置。**



- 随着入队出队的进行，会使整个队列整体向后移动，出现“假溢出”

(最右图)



- 循环队列：
- 解决假溢出的方法：将队列的数据区看成头尾相接的循环结构，头尾指针的关系不变，将其称为“循环队列”，“循环队列”如下图所示。

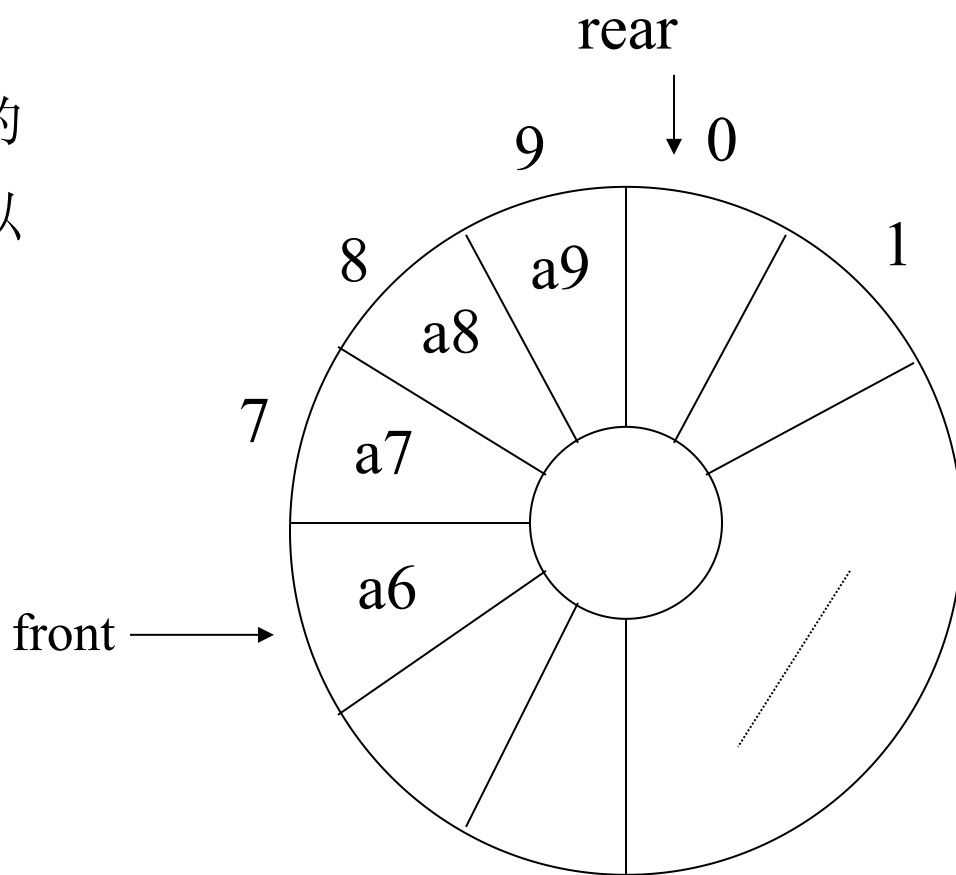
只要队列元素个数小于总的可用空间，插入删除就可以一直进行下去

队尾插入一个元素时:

```
rear = (rear + 1) % 10
```

队头删除一个元素时:

```
front = (front + 1) % 10
```



- 从上图所示的循环队可以看出：
- 可见在队满和队空情况下都有：  $front == rear$ ，这显然是必须要解决的一个问题。

方法之一是：

- 附设一个存储队中元素个数的变量如num，当  $num == 0$  时队空，当  $num == MAXSIZE$  时为队满。
- 另一种方法是：
- 少用一个元素空间，当队尾指针加1就会从后面赶上队头指针，这种情况下队满的条件是：  $(rear + 1) \% MAXSIZE == front$ ，也能和空队区别开。

我们采用第二种方法。

typedef struct { //队列的顺序存储结构

QElemType \*base;

int front;

int rear;

} SeqQueue;

注意类型是int不是指针



//初始化

Status InitQueue ( SqQueue &Q)

```
{
 Q.base =(QElemType *) malloc(MAXQSIZE*sizeof(QElemtype));
 if(!Q.base) exit (OVERFLOW);
 Q.front = Q.rear = 0;
 return OK;
}
```

## (2) 判队空

```
Status QueueEmpty(SqQueue Q)
{
 if (Q.front == Q.rear) return TRUE;
 else return FALSE;
}
```

### (3) 判队满

```
Status QueueFull(SqQueue Q)
{
 if ((Q.rear + 1) % MAXQSIZE == Q.front) return TRUE;
 else return FALSE;
}
```

#### (4) 求队长

```
int QueueLength(SqQueue Q)
{
 return (Q.rear - Q.front + MAXQSIZE) % MAXQSIZE;
}
```



## (5) 入队

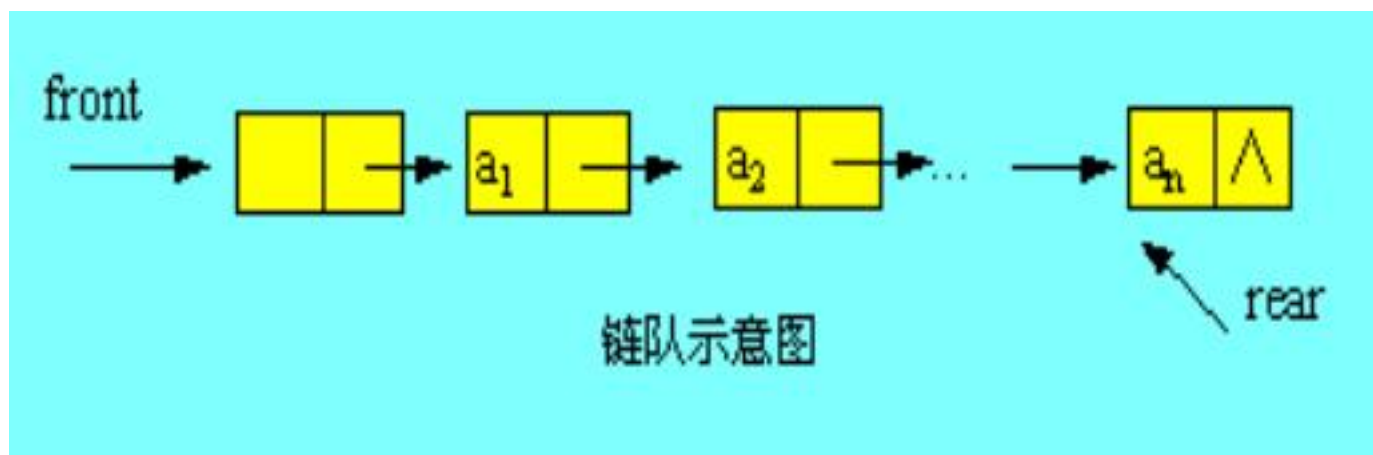
```
Statue EnQueue (SqQueue &Q , Elemtyp e)
{
 if ((Q.rear +1) % MAX == Q.front) return ERROR;
 Q.base [Q.rear]= e;
 Q.rear = (Q.rear +1) % MAXQSIZE;
 return OK;
}
```

## (6) 出队

```
Status DeQueue (SqQueue &Q , Elemtyp e &e)
{
 if (Q.front == Q.rear) return ERROR;
 e = Q.base[Q.front] ;
 Q.front = (Q.front +1) % MAXQSIZE;
 return OK;
}
```

## 2. 链队

链式存储的队称为链队。和链栈类似，用单链表来实现链队，根据队的FIFO原则，为了操作上的方便，我们分别需要一个头指针和尾指针，如图所示。

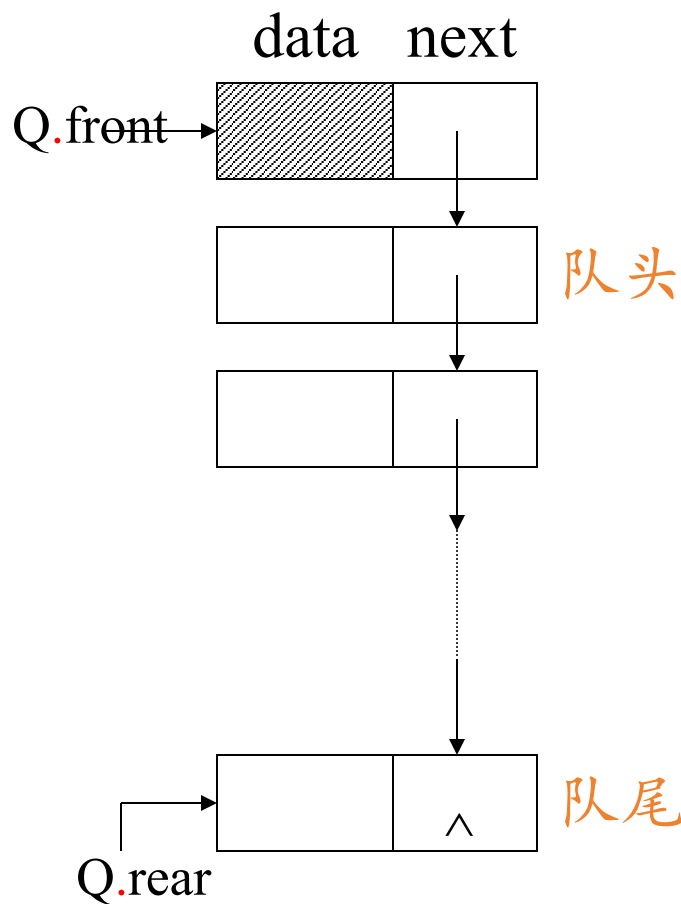


## 队列的链式存储结构以及操作的实现

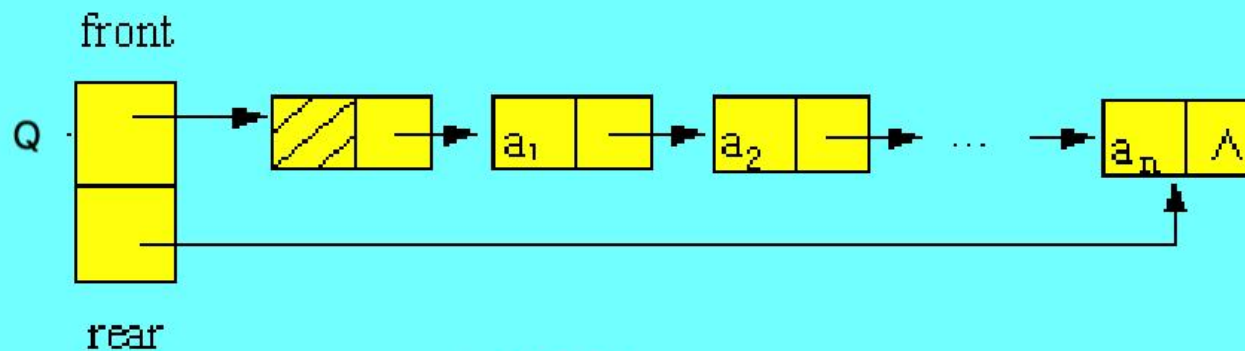
**[类型定义]** 队头指针 + 队尾指针

```
typedef struct QNode {
 QElemtype data;
 struct QNode *next;
} Qnode, *QueuePtr;
```

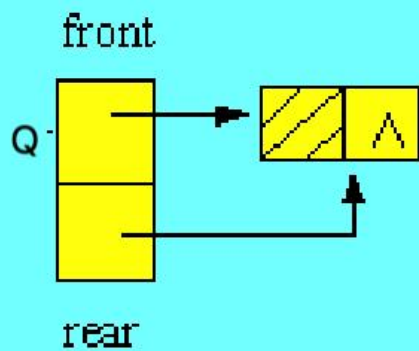
```
typedef struct {
 QueuePtr front;
 QueuePtr rear;
} LinkQueue;
```



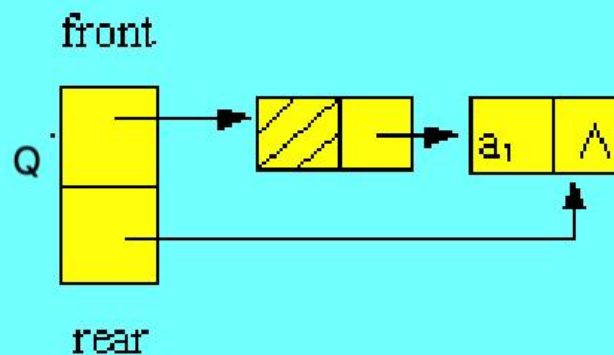
带头结点的链队如图所示：



(a) 非空队



(b) 空队



(c) 链队中只有一个元素结点

头尾指针封装在一起的链队

## 队列的链式存储结构以及操作的实现

### (1) 初始化链队

```
Status InitQueue (LinkQueue &Q)
```

```
{// 链队带头结点
```

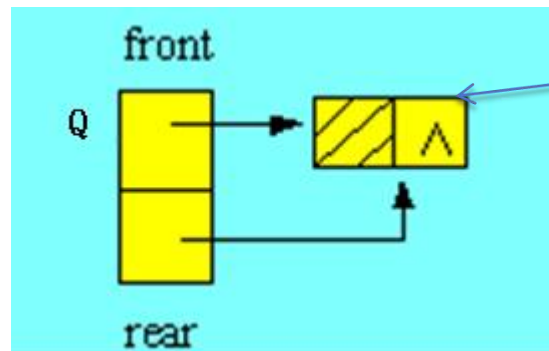
```
 Q.front = Q.rear = (QueuePtr)malloc(sizeof(Qnode)) ;
```

```
 if(!Q.front) exit (OVERFLOW);
```

```
 Q.front->next = NULL;
```

```
 return OK;
```

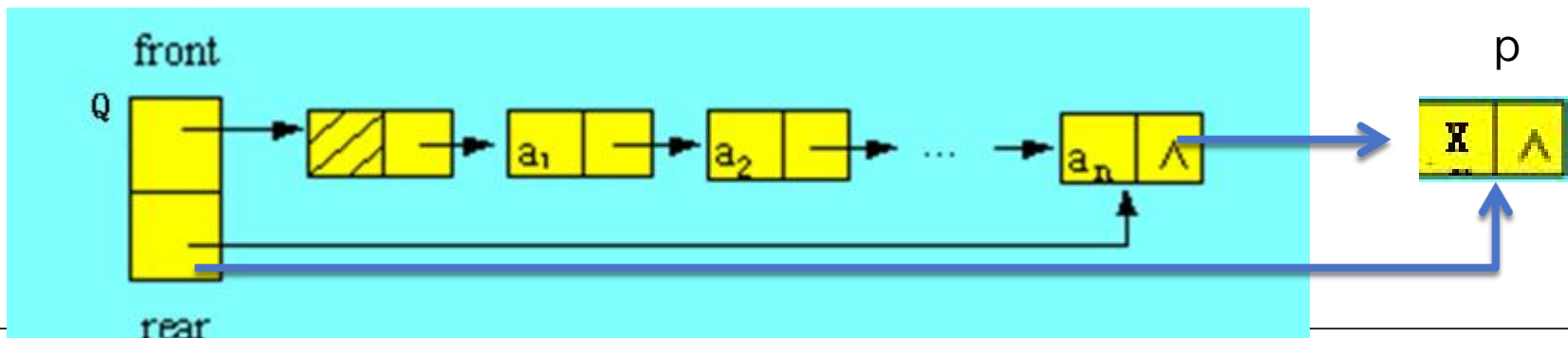
```
}
```



## (2) 入链队

Status EnQueue ( LinkQueue &Q, QElemtype e )

```
{
 p = (QueuePtr) malloc (sizeof (QNode));
 if (!p) exit (OVERFLOW);
 p->data = e;
 p->next = NULL;
 Q.rear->next = p;
 Q.rear = p;
 return OK;
}
```



### (3) 出链队

Status DeQueue ( LinkQueue &Q, QElemtype &e )

{ // 链队带头结点

if ( **Q.front == Q.rear** ) return ERROR; //如果为空

p = Q.front->next;

e = p->data;

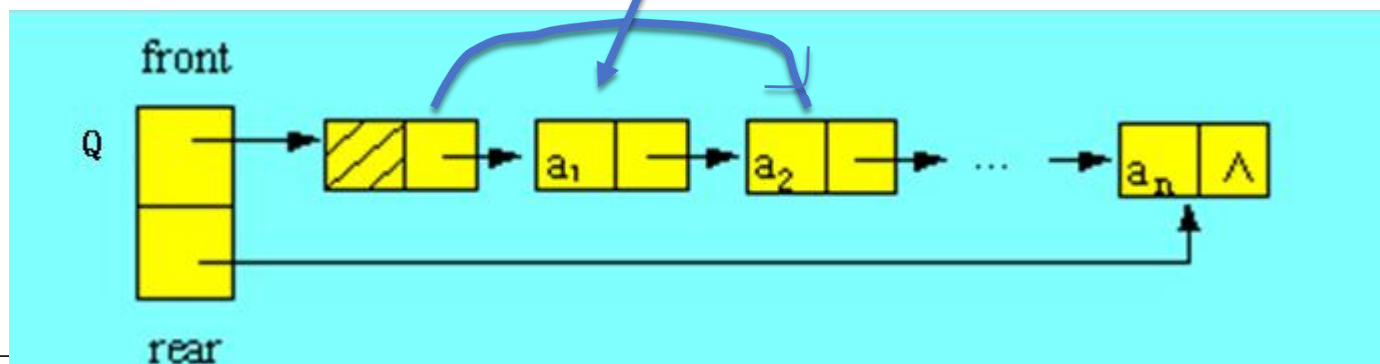
Q.front->next = p->next;

**if(Q.rear == p) Q.rear = Q.front;** //如果出队的是最后一个元素

free (p);

return OK;

}





# 本章知识点小结

- 堆栈的定义
- 顺序栈的实现
- 链式栈的实现
- 栈与递归
- 队列的定义
- 顺序队列、假上溢
- 循环队列的实现
- 链式存储队列的实现