北京邮电大学 2015——2016 学年第二学期

《大学物理 C》期中考试试题(A)答案

一、(25 分) 一支点以初速度 v_0 作直线运动，初始位移为零，因受阻力作减速运动，加速度与速度之间的关系为 $a=-kv^2$，试求速度随位移的变化规律。

解：
$$a=-kv^2$$

$$-kv^2=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} \qquad (10\text{ 分})$$

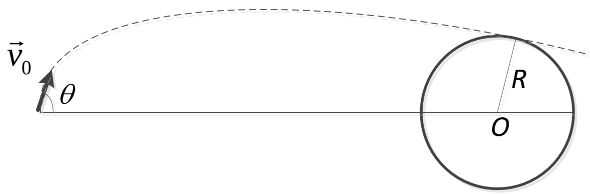
$$-kv^2=v\frac{dv}{dx}$$

即 $$-kdx=\frac{1}{v}dv \qquad (5\text{ 分})$$

$$\int_0^x -kdx=\int_{v_0}^{v}\frac{1}{v}dv \qquad (5\text{ 分})$$

得 $$v=v_0e^{-kx} \qquad (5\text{ 分})$$

二、(25 分) 有一宇宙飞船欲考察一质量为 M、半径为 R 的行星。如图所示，相对于行星，当飞船静止于太空并且距离行星中心 $4R$ 处时，以初速度 $\vec{v}_0$ 发射一质量为 m 的探测器 ($m<<M$)，要使探测器恰好擦着行星表面着陆，则发射时的倾角 θ 应为多少？

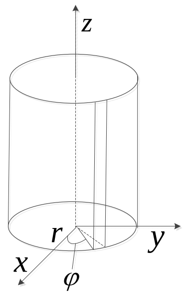


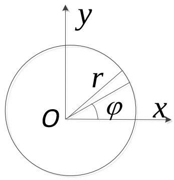
由角动量守恒可得：$4Rmv_0\sin\theta=Rmv$ (10 分)

由机械能守恒 $$\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{GMm}{4R}=\frac{1}{2}mv^2-\frac{GMm}{R} \qquad (10\text{ 分})$$

联立，可得 $$\theta = \arcsin[\frac{1}{4}\sqrt{1+\frac{3GM}{2Rv_0^2}}] \qquad (5\text{ 分})$$

三、（25 分）一个无限长带电圆柱面，其面电荷密度为 $\sigma = \sigma_0 \cos\varphi$，$\varphi$ 角为 r 与 x 轴之间的夹角，如图所示。求圆柱面轴线 z 上的场强。





截面图

解：将无限长圆柱面划分成许多个无限长直导线，则无限长直导线作微元，其所带电量为

$$dq = \sigma ds = \sigma lrd\varphi \qquad (5\text{ 分})$$

其中 l 为 z 方向的线长，r 为圆柱面半径

又微元为无限长直导线，则有 $dq = \lambda l$

故有 $\lambda = \sigma rd\varphi$ (5 分)

则微元无限长直导线在圆柱轴线上产生的电场强度大小为

$$dE = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\sigma_0 \cos\varphi d\varphi}{2\pi\varepsilon_0} \qquad (5\text{ 分})$$

则有 $dE_x = dE\cos\varphi \quad dE_y = dE\sin\varphi$

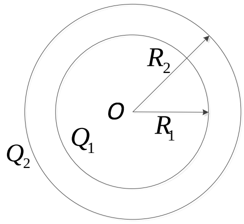
$$E_x = \int dE_x = \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_0 \cos\varphi\cos\varphi d\varphi}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} \qquad (5\text{ 分})$$

$$E_y = \int dE_y = \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_0 \cos\varphi\sin\varphi d\varphi}{2\pi\varepsilon_0} = 0 \qquad (5\text{ 分})$$

(以 y 为对称轴，左边为负电荷，右边为正电荷。以 x 为对称轴，上下是对称的，由此判断最终 o 点场强方向一定是沿 x 轴负方向。利用对称性，y 方向的都抵消了。像这样利用对称性得到 y 方向场强为零也可以)

因此场强方向沿 x 轴负方向。

四、（25 分）在半径为 R_1 和 R_2 的两个同心球面上，均匀分布着电荷 Q_1 和 Q_2，如图所示，(1)求场强的分布；(2)求电势的分布。



由高斯定理 (1 分)

$r < R_1$，$E_1=0$； (4 分)

$R_1 < r < R_2$， $E_2 \bullet 4\pi r^2 = \dfrac{Q_1}{\varepsilon_0}$ ， $E_2 = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (4 分)

$R_2 < r$， $E_2 \bullet 4\pi r^2 = \dfrac{Q_1+Q_2}{\varepsilon_0}$ ， $E_2 = \dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (4 分)

电势分布

方法一：

$r < R_1$， $$V = \int_r^{R_1} E_1 dr + \int_{R_1}^{R_2} E_2 dr + \int_{R_2}^{\infty} E_3 dr$$

$$= \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$ (4 分)

$R_1 < r < R_2$， $$V = \int_r^{R_2} E_2 dr + \int_{R_2}^{\infty} E_3 dr$$

$$= \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$ (4 分)

$R_2 < r$，$$V = \int_r^{\infty} E_3 dr$$

$$= \frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ (4 分)

方法二：利用叠加原理，等效为真空中两个均匀带电球面，利用

$$V_{内}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}, V_{外}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ (3 分)

则

$r<R_1$，$$V=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$ (3 分)

$R_1<r<R_2$，$$V=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$ (3 分)

$R_2<r$，$$V=\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ (3 分)