北京邮电大学 2020-2021 第一学期

《概率论与数理统计》期末考试试题(经管院，4 学分，A)

考试注意事项：
学生必须将答题内容做在试题答题纸上，做在试题纸上一律无效.

一、填空题与选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1. 设 A,B 为两事件，且 $P(A)=0.7$，$P(B)=0.3$，$P(A\bar{B})=0.5$，则 $P(B\bar{A})=$____.

2. 设事件 A,B,C 相互独立，且 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.5$，$P(C)=0.2$，则 $P(A\mid A\cup B\cup C)=$______.

3.设随机变量 X 的分布律为

X	-2	0	2
P	a	0.5	b

已知 $E(X)=0.6$，则 $D(X)=$_______.

4. 有甲，乙两箱同类型的零件, 每箱都装有 6 个, 甲箱中有 5 个优质品, 乙箱中有 4 个优质品, 现从两箱中任取一箱, 然后从该箱中不放回地取零件两次,每次取一件, 则在两次都取到优质品条件下, 取到甲箱的条件概率为_______.

5. 设随机向量 $(X,Y)\sim N(1,1,9,1,\frac{2}{3})$，则 $E(XY)=$ _______.

6. 设 $X\sim N(1,2)$，则 $Z=1-2X$ 服从正态分布

A．$N(-1,4)$　　B．$N(-1,8)$　　C．$N(-3,4)$　　D．$N(1,6)$

7. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 为来自总体 X 的样本，总体 X 服从两点分布 $b(1,\frac{1}{2})$，$\Phi(z)$ 为标准正态分布函数，利用中心极限定理,有 $P\{45<\sum_{i=1}^{100}X_i\le 55\}\approx$

A．$2\Phi(1)-1$　　B．$2\Phi(0.2)-1$　　C．$2[1-\Phi(1)]$　　D．$2[1-\Phi(0.2)]$

8. 设 X 服从自由度为 n 的 t 分布，则 $Y=\frac{1}{X^2}$ 的分布为

A．$F(1,n)$　　B．$F(n,1)$　　C．$\chi^2(1)$　　D．$\chi^2(n)$

9. 从正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 中抽取容量为 n 的样本 $x_1,x_2,\cdots,x_n$. s^2 为样本方差，则 σ

的置信度为$1-\alpha$的置信区间为

A. $\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)},\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}\right)$　　B. $\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha}(n-1)},\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha}(n-1)}\right)$

C. $\left(\frac{\sqrt{n-1}s}{\sqrt{\chi^2_{\alpha}(n-1)}},\frac{\sqrt{n-1}s}{\sqrt{\chi^2_{1-\alpha}(n-1)}}\right)$　　D. $\left(\frac{\sqrt{n-1}s}{\sqrt{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)}},\frac{\sqrt{n-1}s}{\sqrt{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}}\right)$

10. 设总体X服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$, $x_1,x_2,\cdots,x_n$是来自总体X的样本，据此样本检验假设：$H_0:\mu=\mu_0$，$H_1:\mu\neq\mu_0$，则

A. 如果在检验水平$\alpha=0.05$下拒绝H_0，那么在检验水平$\alpha=0.01$下必拒绝H_0.

B. 如果在检验水平$\alpha=0.05$下拒绝H_0，那么在检验水平$\alpha=0.01$下必接受H_0.

C. 如果在检验水平$\alpha=0.05$下接受H_0，那么在检验水平$\alpha=0.01$下必拒绝H_0.

D. 如果在检验水平$\alpha=0.05$下接受H_0，那么在检验水平$\alpha=0.01$下必接受H_0.

二(12 分)设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}(2-x),0<x<2,\\ 0,\quad 其它,\end{cases}$,

求(1) $P(X>1)$; (2) X的方差$D(X)$; (3) X的分布函数.

三(10 分) 设随机变量X和Y相互独立，X的分布律为$P\{X=-1\}=\frac{1}{2}$, $P\{X=1\}=\frac{1}{2}$. $Y\sim U(0,2)$. 令$Z=XY$,

(1) 求X和Z的相关系数;

(2) 求Z的分布函数,及概率密度.

四(8 分) 设(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{3}{8}x,0<x<2,0<y<x,\\ 0,其他,\end{cases}$$

求(1) $P\{Y<\frac{1}{2}X^2\}$; (2) $Y=y(0<y<2)$条件下的X的条件概率密度.

五(12 分) 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体X的样本，总体X概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{3x^2}{\theta^3},0\le x\le\theta,\\ 0,\quad 其它,\end{cases}$$

其中$\theta>0$为未知参数,

（1）求θ的矩估计量$\hat{\theta}_M$；

（2）求θ的最大似然估计量$\hat{\theta}_{MLE}$；

(3) 确定c，使得$c\hat{\theta}_{MLE}$为θ的无偏估计量.

六(10 分) 某铸造车间为提高铸件的耐磨性而试制了一种镍合金铸件以期取代铜合金铸件,为此,从两种铸件中各抽取一个容量均为 8 的样本,测其硬度(一种耐磨性指标), 经计算得样本均值和样本方差如下:

镍合金铸件：$\bar{x}=73.39$， $s_x^2=28.26$,

铜合金铸件：$\bar{y}=68.27$， $s_y^2=21.74$,

设镍合金铸件、铜合金铸件的硬度分别服从正态分布$N(\mu_1,\sigma_1^2)$和$N(\mu_2,\sigma_2^2)$,

(1) 试检验假设: $H_0:\sigma_1=\sigma_2 \quad H_1:\sigma_1\neq\sigma_2$ (检验水平$\alpha=0.1$);

(2) 在检验水平$\alpha=0.05$下，能否认为镍合金铸件的硬度较铜合金铸件硬度有显著提高?

七(8 分)蟋蟀用一个翅膀在另一个翅膀上快速地滑动,从而发出吱吱喳喳的叫声.生物学家知道叫声的频率x(叫声数/秒)与气温Y(^{0}C)具有线性关系.现有 10 对叫声频率与气温的数据$(x_i,Y_i)(i=1,2,\cdots,10)$,并算得

$$\sum_{i=1}^{10}x_i=170.0,\ \sum_{i=1}^{10}y_i=264.0,\sum_{i=1}^{10}x_i^2=2927.2,\ \sum_{i=1}^{10}x_iy_i=4557.4,\ \sum_{i=1}^{10}y_i^2=7132.6,$$

(1)求Y关于x的线性回归方程；

(2) 对回归方程作显著性检验,即检验假设$H_0:b=0 \quad H_1:b\neq 0$ (水平取$\alpha=0.01$).

附:, $t_{0.05}(14)=1.76$, $t_{0.005}(8)=3.355, F_{0.05}(7,7)=3.79, F_{0.01}(1,8)=11.3.$