兴趣 认真 执著 创新

《电子线路分析与设计》

第四讲：线性电路时域分析 & 正弦稳态电路分析

胡薇薇

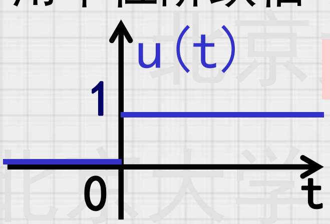
2023. 9. 20

北京大学

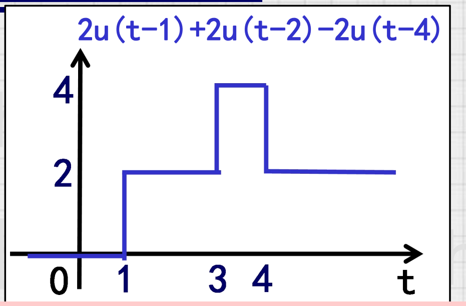
复习

动态电路的时域分析—奇异信号u(t)和δ(t)

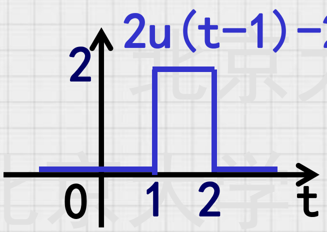
用单位阶跃信号表示…



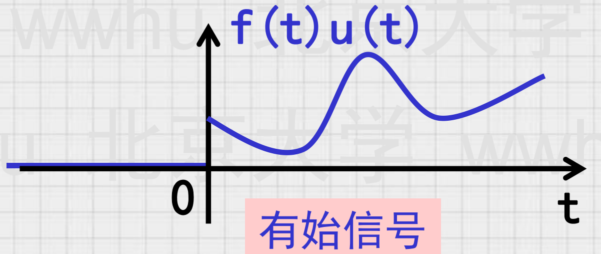
$u'(t) = \delta(t)$



分段线性信号→任意信号？



矩形脉冲信号



有始信号

一个非常现实...

复习

动态电路的时域分析—奇异信号u(t)和δ(t)

5 单位冲激信号严格定义

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & t\neq 0\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=\int_{0-}^{0+}\delta(t)dt=1\end{cases}$$

(奇异信号2)

性质3：筛分性（提取性，抽样性）

$$\int_{-\varsigma}^{\varsigma}f(t)\delta(t)dt=f(0)\qquad \int_{t_0-\varsigma}^{t_0+\varsigma}f(t)\delta(t-t_0)dt=f(t_0)$$

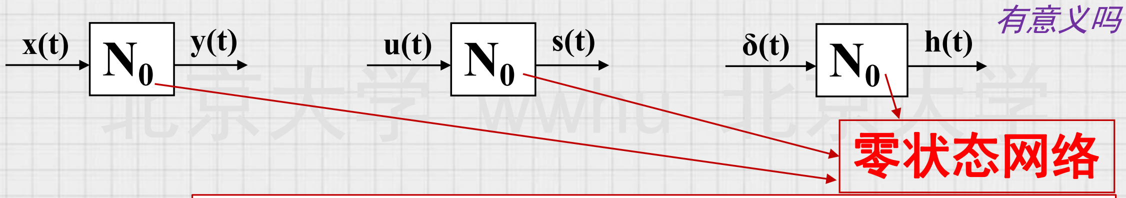
$$\lim_{\Delta\to 0}P_\Delta(t)=\lim_{\Delta\to 0}\frac{u(t)-u(t-\Delta)}{\Delta}=u'(t)=\delta(t)$$

一个非常理想，不知道能干啥...

复习

动态电路的时域分析—响应s(t)和h(t)

有意义吗？



单位阶跃响应和单位冲激响应都是零状态响应。

❑ 单位阶跃响应$s(t)$和单位冲激响应$h(t)$

定义：

仅由单位阶跃信号在电路中产生的响应称为单位阶跃响应，记为s(t)。仅由单位冲击信号在电路中产生的响应称为单位冲激响应，记为h(t)。

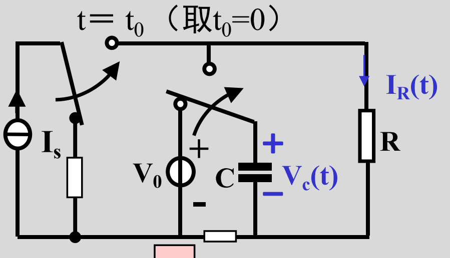
并且有：$h(t)=\dfrac{ds(t)}{dt}=s'(t)$

☺发现一个偷懒的办法☺

动态电路的时域分析

复习

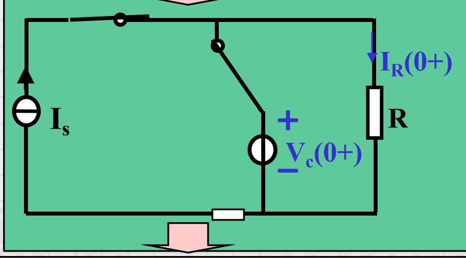
例：



在t=t_{0-}时刻： 确定换路前0−信息

$V_c(0-)= V_0$

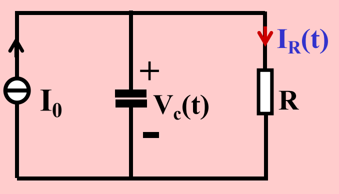
$I_R(0-)= 0$



在t=t_{0+}时刻： 利用换路定则确定0+信息

$V_c(0+)= V_c(0-)= V_0$

$I_R(0+)= V_c(0+)/R= V_0/R$



$V_c(0)=V_0$

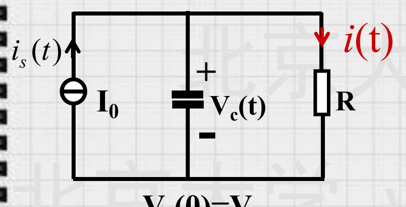
在t ≥ t_{0+}时：

建立微分方程
开始动态电路的时域分析…

动态电路的时域分析

复习

t≥0+

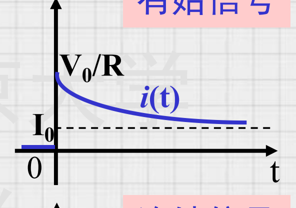


$V_c(0)=V_0$

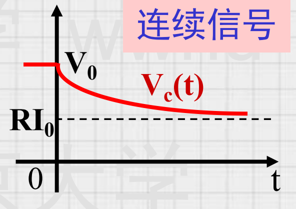
$$i(t)=\frac{V_0}{R}e^{-t/\tau}+I_0(1-e^{-t/\tau})$$

$$v_c(t)=V_0e^{-t/\tau}+RI_0(1-e^{-t/\tau})$$

有始信号



连续信号



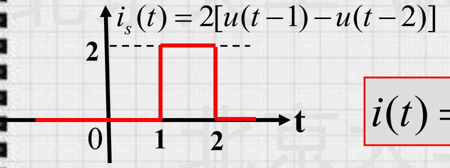
分析7：求单位阶跃响应

根据定义，上图中取：
$i_s(t)=u(t)$,即：$I_0=1, V_0=0$

$$s(t)=i(t)=(1-e^{-t/\tau})u(t)$$

利用单位阶跃响应求解脉冲信号的响应：

换路信息是否完整对后续求解非常重要



响应

$$2[s(t-1)-s(t-2)]$$

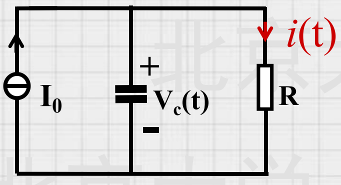
$$i(t)=2[(1-e^{-(t-1)/\tau})u(t-1)-(1-e^{-(t-2)/\tau})u(t-2)]$$

☺又发现一个偷懒的办法☺

复习

动态电路的时域分析

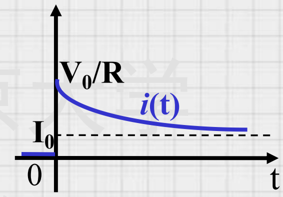
t≥0+

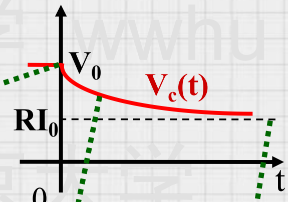


$V_c(0)=V_0$

$$i(t)=\frac{V_0}{R}e^{-t/\tau}+I_0(1-e^{-t/\tau})$$

$$v_c(t)=V_0e^{-t/\tau}+RI_0(1-e^{-t/\tau})$$





起点

终点

$e^{-t/\tau}$

分析5：一阶电路的三要素法

$$i(0+)=\frac{V_0}{R},\qquad i(\infty)=I_0,\qquad e^{-t/\tau}$$

$$V_c(0+)=V_0,\qquad V_c(\infty)=RI_0,\qquad e^{-t/\tau}$$

起点　　终值点　　时间常数τ

$$y(t)=[y(0+)-y(\infty)]e^{-t/\tau}+y(\infty)$$

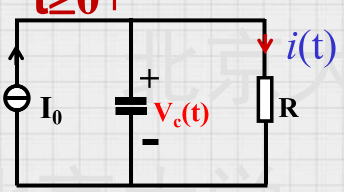
☺又发现一个偷懒的办法☺

RC的确定…

复习

动态电路的时域分析

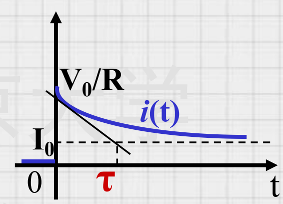
t≥0+

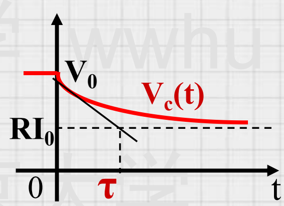


$V_c(0)=V_0$

$$i(t)=\frac{V_0}{R}e^{-t/\tau}+I_0(1-e^{-t/\tau})$$

$$v_c(t)=V_0e^{-t/\tau}+RI_0(1-e^{-t/\tau})$$





分析4：稳态和暂态响应

$$i(t)=(\frac{V_0}{R}-I_0)e^{-t/\tau}+I_0$$

$$v_c(t)=(V_0-RI_0)e^{-t/\tau}+RI_0$$

暂态响应　　稳态响应

暂态过程的长短和固有频率有关

由通解决定

决定网络的稳定性

☺又发现一个偷懒的办法☺

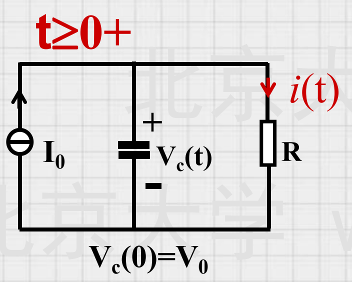
特解：**和激励源有关，**由外加电路源强制产生

稳定网络的稳态解

求特解很简单

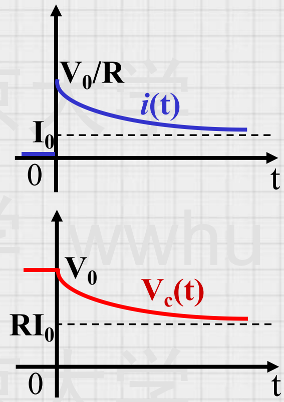
复习

动态电路的时域分析



$$i(t)=\frac{V_0}{R}e^{-t/\tau}+I_0(1-e^{-t/\tau})$$

$$v_c(t)=V_0e^{-t/\tau}+RI_0(1-e^{-t/\tau})$$



分析7：　零输入响应$Y_{zi}(t)$

零状态响应$Y_{zs}(t)$

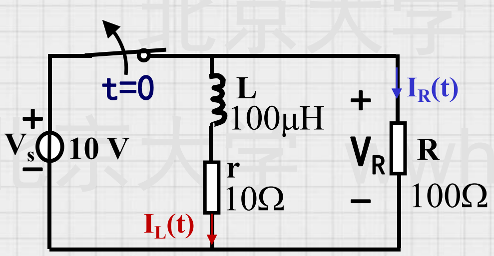
全响应Y(t)=Yzi(t)+Yzs(t)

$t>>\tau$ → 稳态响应

求特解很简单

动态电路的时域分析

例：两个小朋友共用一个电源做实验。。。



t=0−

$I_R(0-)=I_L(0-)/10=0.1\ A$

$V_R(0-)=10\ V$

t=0+

$I_L(0+)=I_L(0-)=1\ A$

$I_R(0+)=-I_L(0+)=-1\ A$

$V_R(0+)=-100\ V$

画一下响应曲线...

第二章

线性定常电路的时域分析

（以一阶动态电路为例）

1）典型源信号(激励信号)

2）动态电路的时域分析

动态与稳态

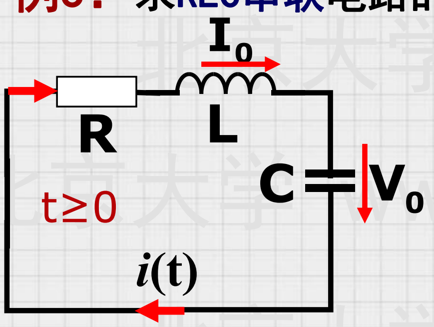
初始状态（初值/初始条件）的确定

二阶、高阶电路分析

任意信号激励的电路响应

二阶动态电路的时域分析

例3：求RLC串联电路的零输入响应：



$$\begin{cases} Ri(t)+L\dfrac{di(t)}{dt}+\dfrac{1}{C}\displaystyle\int_0^t i(t)dt+V_0=0 \\ i(t_{0+})=I_0 \\ RI_0+L\dfrac{di(t_{0+})}{dt}+V_0=0 \end{cases}$$

整理得：

$$\begin{cases} \dfrac{d^2i(t)}{dt^2}+\dfrac{R}{L}\dfrac{di(t)}{dt}+\dfrac{1}{LC}i(t)=0 \\ i(t_{0+})=I_0 \\ \dfrac{di(t_{0+})}{dt}=-\dfrac{1}{L}(RI_0+V_0) \end{cases}$$

解本征方程

$$s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}=0$$

$$s_{1,2}=-\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}\qquad \alpha=\frac{R}{2L}\qquad \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

衰减系数

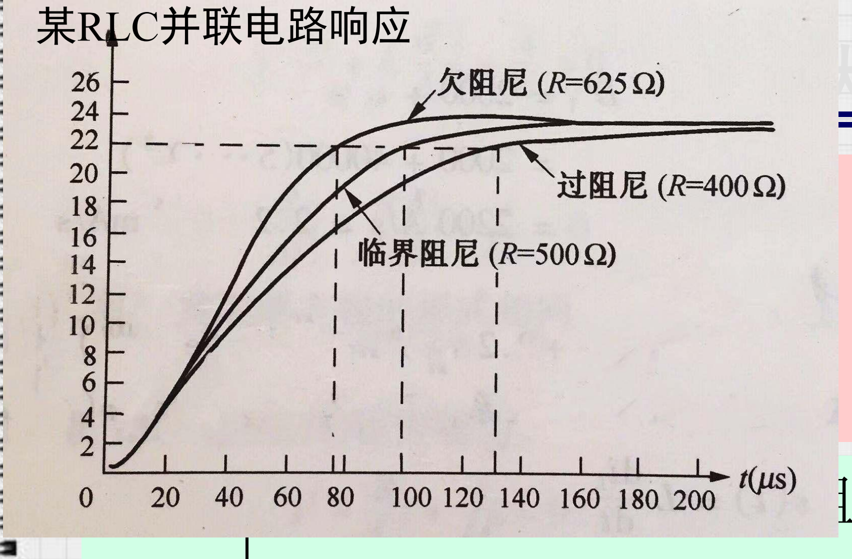
振荡频率、无阻尼自然频率

$$i(t)=A_1e^{s_1t}+A_2e^{s_2t}\qquad t\geq 0$$

二阶动态电路的时域分析

$$\mathbf{s}_{1,2}=-\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}=\begin{cases}-\alpha\pm\alpha_d & \alpha>\omega_0>0 \\ -\alpha & \alpha=\omega_0 \quad \text{临界} \\ -\alpha\pm j\omega_d & 0<\alpha<\omega_0 \\ \pm j\omega_0 & \alpha=0 \quad \text{无衰减}\end{cases}$$

$$i(t)=\begin{cases}A_1e^{-\alpha_1 t}+A_2e^{-\alpha_2 t} \\ (K_1+K_2t)e^{-\alpha t} \\ ke^{-\alpha t}\cos(\omega_d t+\phi) \\ k\cos(\omega_0 t+\phi)\end{cases}$$



$$\begin{array}{ll}\alpha>\omega_0>0 & \text{过阻尼} \\ \alpha=\omega_0 & \text{临界阻尼} \\ 0<\alpha<\omega_0 & \text{欠阻尼} \\ \alpha=0 & \text{无阻尼}\end{array}$$

$$i(t)=\begin{cases}\quad\quad\quad\quad\quad\quad \text{尼} \\ (K_1+K_2t)e^{-\alpha t} & \text{临界阻尼} \\ Ae^{-\alpha t}\cos(\omega_d t+\phi) & \text{欠阻尼} \\ K\cos(\omega_0 t+\phi) & \text{无阻尼}\end{cases}$$

过渡时间最短

过阻尼、临界阻尼的a举例...

第二章

线性定常电路的时域分析

（以一阶动态电路为例）

1）典型源信号(激励信号)

2）动态电路的时域分析

动态与稳态

初始状态（初值/初始条件）的确定

二阶、高阶电路分析

任意信号激励的电路响应

利用单位阶跃响应求解任意输入信号的响应

- 单位阶跃响应
- 单位脉冲响应
- 单位冲激响应
- 任意信号响应?

分段线性

$u(t) \rightarrow \boxed{N} \rightarrow s(t)$

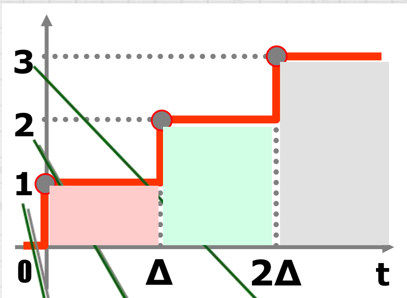
$P_\Delta(t) \rightarrow \boxed{N} \rightarrow h_\Delta(t)$

$P_\Delta(t) = \frac{1}{\Delta}[u(t)-u(t-\Delta)]$　　$h_\Delta(t) = \frac{1}{\Delta}[s(t)-s(t-\Delta)]$

$\delta(t) \rightarrow \boxed{N} \rightarrow h(t)=s'(t)$

利用单位阶跃响应求解任意输入信号的响应

例：均匀线性分段的信号表示



$$P_\Delta(t) \rightarrow \boxed{N} \rightarrow h_\Delta(t)$$

$$P_\Delta(t) = \frac{1}{\Delta}\left[u(t)-u(t-\Delta)\right] \qquad h_\Delta(t) = \frac{1}{\Delta}\left[s(t)-s(t-\Delta)\right]$$

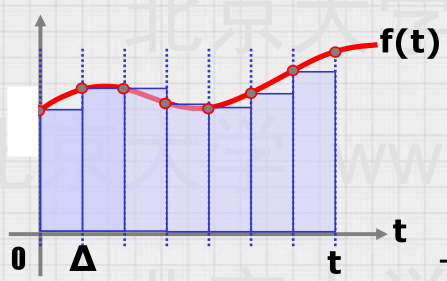
$$f(t) = u(t)+u(t-\Delta)+u(t-2\Delta)$$

$$= [u(t)-u(t-\Delta)]+2[u(t-\Delta)-u(t-2\Delta)]+3[u(t-2\Delta)-u(t-3\Delta)]+\cdots$$

$$= \Delta P_\Delta(t)+2\Delta P_\Delta(t-\Delta)+3\Delta P_\Delta(t-2\Delta)+\cdots$$

利用单位阶跃响应求解任意输入信号的响应

任意信号（有始信号）的处理： 分段模拟



Δ=t/N

$$f_0(t) = f(0\Delta)\cdot P_\Delta(t)\cdot\Delta$$

$$f_1(t) = f(1\Delta)\cdot P_\Delta(t-1\Delta)\cdot\Delta$$

$$\bullet\bullet \qquad \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet$$

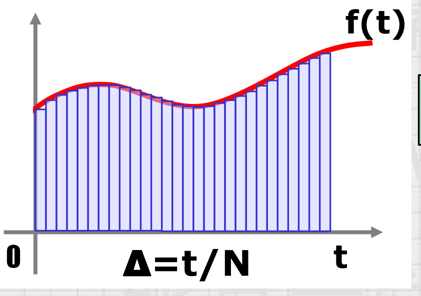
$$+\quad f_k(t) = f(k\Delta)\cdot P_\Delta(t-k\Delta)\cdot\Delta$$

$$\sum_{k=0}^{N-1} f_k(t) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta)\bullet P_\Delta(t-k\Delta)\bullet\Delta$$

$$\sum_{k=0}^{N-1} y_k(t) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta)\cdot h_\Delta(t-k\Delta)\cdot\Delta$$

利用单位阶跃响应求解任意输入信号的响应

任意信号（有始信号）的处理：



$$f(t)=\lim_{\Delta\to 0}\sum_{k=0}^{N-1} f_k(t)$$

$$\boxed{y(t)}=\lim_{\Delta\to 0}\sum_{k=0}^{N-1} y_k(t)$$

$$=\lim_{\Delta\to 0}\sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta)\cdot h_\Delta(t-k\Delta)\cdot\Delta$$

$$\boxed{=\int_0^t f(\tau)\cdot h(t-\tau)\cdot d\tau}$$

$$\boxed{y(t)=f(t)*h(t)\quad \text{卷积积分}}$$

利用单位阶跃响应求解任意输入信号的响应 ***

- 单位阶跃响应
- 单位脉冲响应
- 单位冲激响应
- 任意信号响应

$u(t)\rightarrow \boxed{N} \rightarrow s(t)$

$P_\Delta(t)\rightarrow \boxed{N} \rightarrow h_\Delta(t)$

$=\frac{1}{\Delta}[u(t)-u(t-\Delta)]$　　$=\frac{1}{\Delta}[s(t)-s(t-\Delta)]$

$\delta(t)\rightarrow \boxed{N} \rightarrow h(t)=s'(t)$

有意义吗？

$f(t)\rightarrow \boxed{N} \rightarrow y(t)=f(t)*h(t)$

有意义！

时域描述

输入信号（激励） $x(t)$ → $\boxed{h(t)}$ → 输出信号（响应） $y(t)$

☺意义在这里☺

$y(t) = x(t)*h(t)$

动态电路的时域分析

回忆

5 单位冲激信号严格定义

$$\delta(t)=\begin{cases}0 & t\neq 0\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=\int_{0-}^{0+}\delta(t)dt=1\end{cases}$$

性质3：筛分性（提取性，抽样性）

$$\int_{t_0-\varsigma}^{t_0+\varsigma} f(t)\delta(t-t_0)dt=f(t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\delta(\tau-t)d\tau = f(t)$$

偶函数

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = f(t)$$

证明...

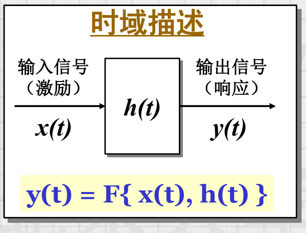
利用单位阶跃响应求解任意输入信号的响应

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = f(t)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau = y(t)$$

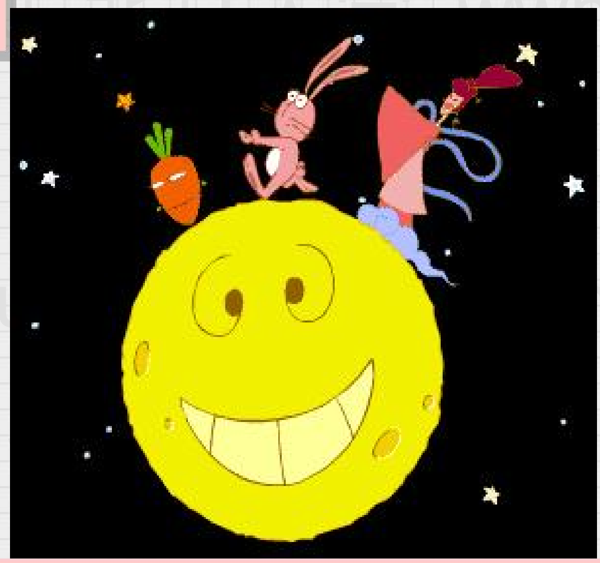
有始信号
响应的因果性

$$y(t)=\int_0^t f(\tau)\cdot h(t-\tau)\cdot d\tau$$



Learning from students...
17G毛舒宇同学

Tea break!



作业：搞明白课上例题+

2-8, 3--1,6

第三章：正弦稳态电路分析

- 正弦稳态电路分析
  - 相量法(复数法)、阻抗与导纳、
  - 元件、定律、定理的复数形式
  - 正弦稳态功率(可以自学)
  - 网络的稳定性(复习，换个角度)
  - 传递函数、传递函数与网络的关系
- 滤波器
  - 滤波器的定义和分类
  - 一阶滤波器
  - 二阶滤波器

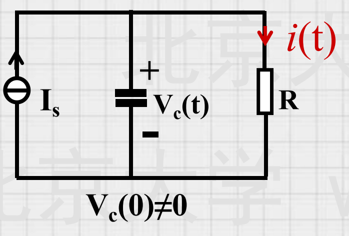
第三章：（红色-本章要点）

- 正弦稳态电路分析
  - 相量法(复数法)、阻抗与导纳、
  - 元件、定律、定理的复数形式
  - 正弦稳态功率(可以自学)
  - 网络的稳定性(复习，换个角度)
  - 传递函数、传递函数与网络的关系
- 滤波器
  - 滤波器的定义和分类
  - 一阶滤波器
  - 二阶滤波器

动态电路的时域分析

回忆

t≥0+

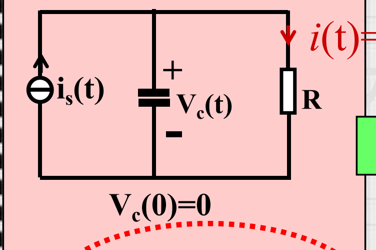


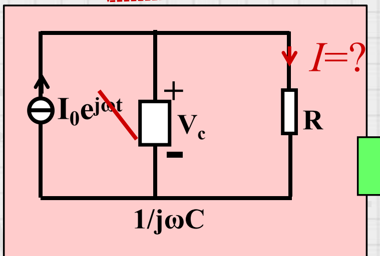
$I(j\omega)$

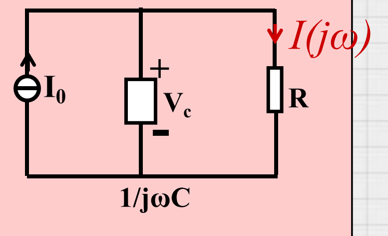
$$\mathrm{I} = \frac{I_0 e^{j\omega t}}{1 + j\omega CR}$$

$i(t)=\mathrm{Re}[I(j\omega)e^{j\omega t}]=\ldots$

$$I(j\omega) = \frac{I_0}{1 + j\omega CR}$$





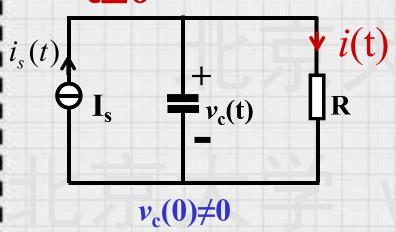


求 $i_s(t) = I_0\cos(\omega t) = \mathrm{Re}(I_0 e^{j\omega t})$ 的稳态响应

正弦稳态电路分析方法

(相量法or复数法)的数学依据

动态电路的时域分析

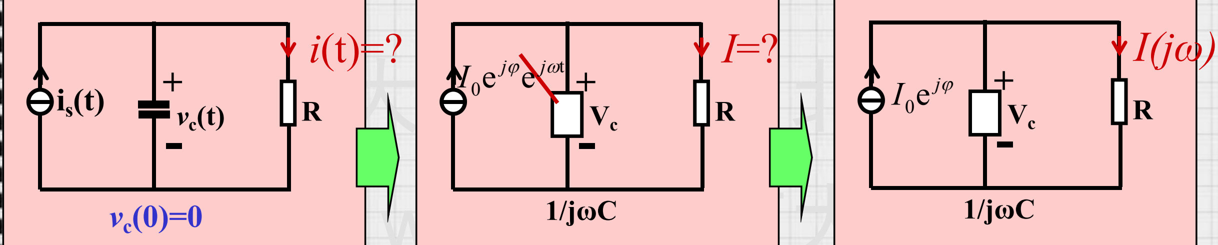


$I(j\omega)$

$$I = \frac{I_0 e^{j\varphi}\cancel{e^{j\omega t}}}{1+j\omega CR}$$

$i(t)=\mathrm{Re}[I(j\omega)e^{j\omega t}]=\ldots$

$$I(j\omega) = \frac{I_0 e^{j\varphi}}{1+j\omega CR}$$



求$i_s(t)=I_0\cos(\omega t+\varphi)=\mathrm{Re}(I_0e^{j\varphi}e^{j\omega t})$的稳态响应

正弦稳态电路分析方法

（相量法or复数法）的数学依据

正弦稳态电路分析--相量法(复数法)

考虑一个含有N个独立的动态元件的电路建立的微分方程：

$$(a_n\frac{d^{(n)}}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{(n-1)}}{dt^{n-1}}+\ldots+a_1\frac{d}{dt}+a_0)y(t)=(b_m\frac{d^{(m)}}{dt^m}+b_{m-1}\frac{d^{(m-1)}}{dt^{m-1}}+\ldots+b_1\frac{d}{dt}+b_0)x(t)$$

考虑 $x(t)=A_0e^{j\varphi_x}e^{j\omega t}$ 时的稳态响应 $y(t)=Y_0e^{j\varphi_y}e^{j\omega t}$

则：$(a_n(j\omega)^n+a_{n-1}(j\omega)^{n-1}+\ldots+a_1(j\omega)^1+a_0)Y_0e^{j\varphi_y}e^{j\omega t}$

$$=(b_m(j\omega)^m+b_{m-1}(j\omega)^{m-1}+\ldots+b_1(j\omega)^1+b_0)A_0e^{j\varphi_x}e^{j\omega t}$$

$$Y_0e^{j\varphi_y}\cancel{e^{j\omega t}}=\underbrace{\frac{b_m(j\omega)^m+b_{m-1}(j\omega)^{m-1}+\ldots+b_1(j\omega)^1+b_0}{a_n(j\omega)^n+a_{n-1}(j\omega)^{n-1}+\ldots+a_1(j\omega)^1+a_0}}_{H(j\omega)}\underbrace{A_0e^{j\varphi_x}}_{X(j\omega)}\cancel{e^{j\omega t}}$$

取：***Y(jω)***

所以：

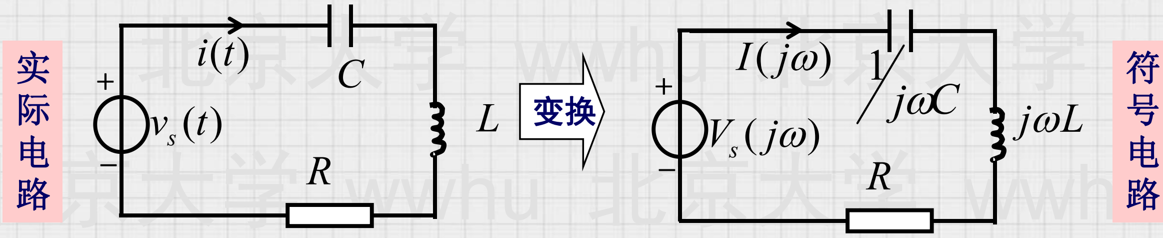
$$\boxed{Y(j\omega)=H(j\omega)X(j\omega)}$$

正弦稳态电路分析方法

相量法（复数法）

正弦稳态电路分析(电路的复数解法)

网络的复数解法---符号电路（相量模型电路）



$v_s(t)$ & 实际电路 —— 时域分析求解微分方程 → $i(t)$

↓ 变换　　　　　　　　　　　　　　　　↑ 还原

$V_s(j\omega)$ & 符号电路 —— 变换域分析求解代数方程 → $I(j\omega)$

变换：正弦信号变成复指数信号 ⇒ 正弦稳态电路的复数表示 or 相量表示 ⇒

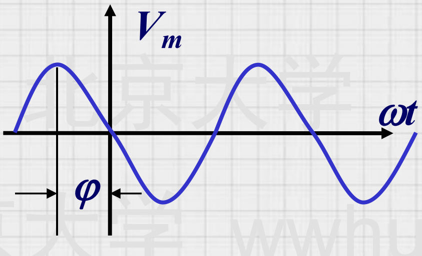
正弦稳态电路分析(电路的复数解法)

***

1. 正弦信号的复数表示

正弦量：$v(t) = V_m\cos(\omega t+\varphi)$

欧拉公式：$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$



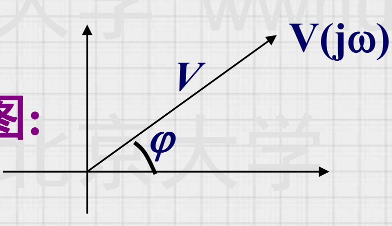
$\therefore\ V_m\cos(\omega t+\varphi) = Re[V_m e^{j(\omega t+\varphi)}] = Re[\dot{V}_m e^{j\omega t}] = Re[\sqrt{2}\dot{V} e^{j\omega t}]$

最大值相量: $\dot{V}_m = \dot{V}_m(j\omega) = V_m e^{j\varphi} = V_m\angle\varphi$　相幅: V_m，相角: φ

有效值相量: $\dot{V} = \dot{V}(j\omega) = Ve^{j\varphi} = V\angle\varphi$　关系：$V_m = \sqrt{2}V$

统一用不打点的复数表示

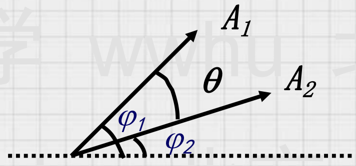
相量图:



***

正弦稳态电路分析(电路的复数解法)

2. 超前和滞后:



$\theta = \varphi_1 - \varphi_2$

A_1超前A_2 θ 相位

A_2滞后A_1 θ 相位

若A_1超前A_2 90°，则： $\cos 90° + j\sin 90° = j$ （90°因子）

$A_1/A_2 = j|A_{1m}/A_{2m}|$

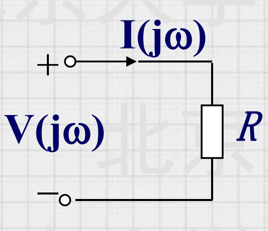
超前和滞后--画图解释…

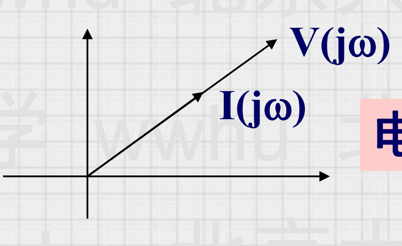
***

正弦稳态电路分析--相量法(复数法)

3. 元件的复数形式:

电阻: $\because v(t) = Ri(t)$ ⇨ **V(jω)=RI(jω)**





电流和电压同相

V&I 复指数取实推导一下

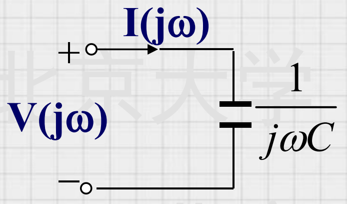
正弦稳态电路分析--相量法(复数法)

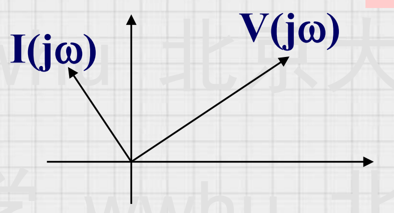
***

2. 电容:

$$i(t)=C\frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow I(j\omega)=j\omega C\bullet V(j\omega)$$

电流超前电压90°

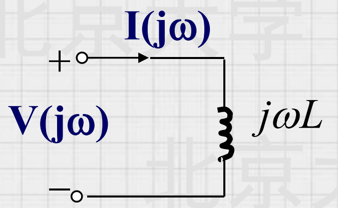


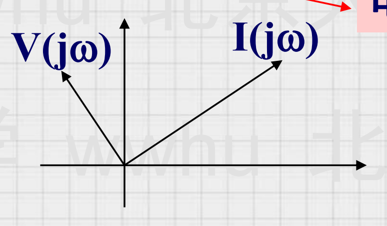


3. 电感:

$$v(t)=L\frac{di(t)}{dt} \Rightarrow V(j\omega)=j\omega L\bullet I(j\omega)$$

电压超前电流90°





V&I 复指数取实推导一下

正弦稳态电路分析--相量法(复数法)

***

欧姆定律（VCR定律）

时域形式

V(t)=R·I(t)
I(t)=G·V(t)

⇒

复数形式

V(jω)=Z(jω)·I(jω)
I(jω)=Y(jω)·V(jω)

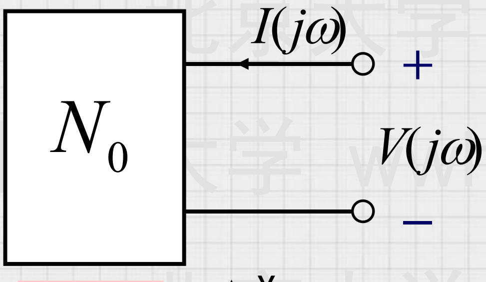
	阻抗$Z(j\omega)$	导纳$Y(j\omega)$
电阻R	R	G
电容C	$1/j\omega C$	$j\omega C$
电感L	$j\omega L$	$1/j\omega L$

推论：
复数形式下包含R、L、C的线性时不变电路，遵循与纯电阻电路类似的电路规律。

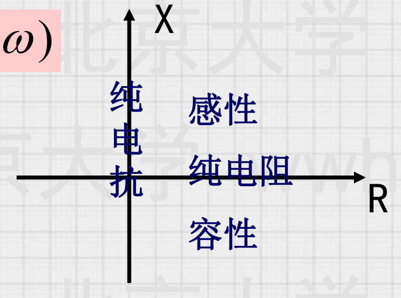
***

正弦稳态电路分析--相量法(复数法)

无源二端网络的阻抗和导纳



$Z(j\omega)$



$$V(j\omega)=Z(j\omega)I(j\omega)$$
$$I(j\omega)=Y(j\omega)V(j\omega)$$

阻抗： $Z=\underbrace{R}_{电阻}+j\underbrace{X}_{电抗}$

导纳： $Y=\underbrace{G}_{电导}+j\underbrace{B}_{电纳}$

问1： Y=1/Z? ☺

问2： G=1/R? X=1/B? ☹

***

正弦稳态电路分析--相量法(复数法)

Kirchoff电压定律（KVL定律）

$$\sum \mathbf{V_i(t)}=\mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \sum \mathbf{V_i(jw)}=\mathbf{0}$$

Kirchoff电流定律（KCL定律）

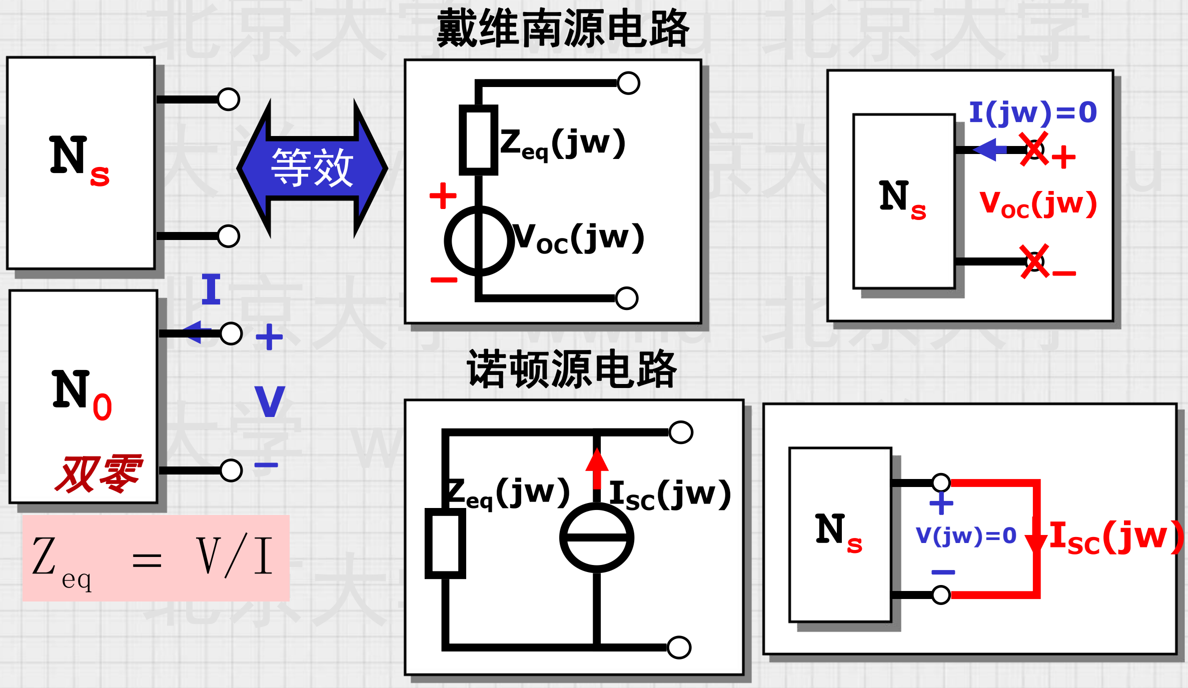
$$\sum i_i(t)=\mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \sum \mathbf{I_i(jw)}=\mathbf{0}$$

V&I 复指数取实推导一下

***

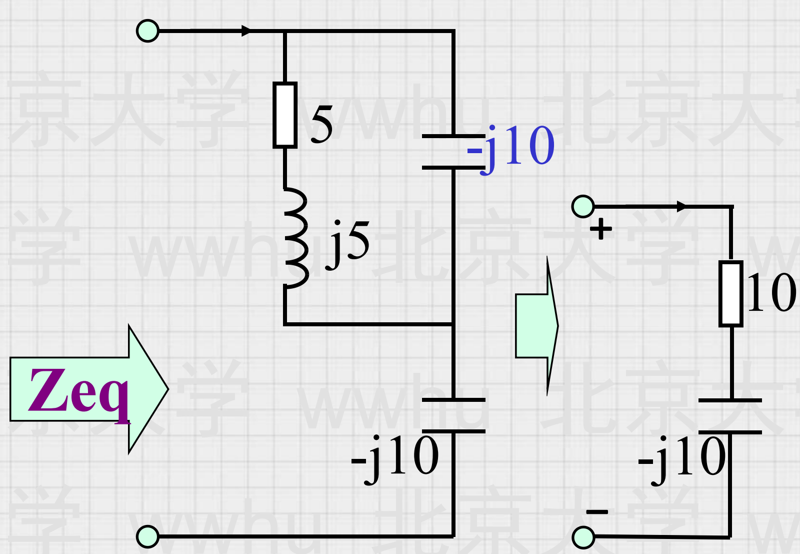
正弦稳态电路分析--相量法(复数法)

戴维南和诺顿定理的复数形式



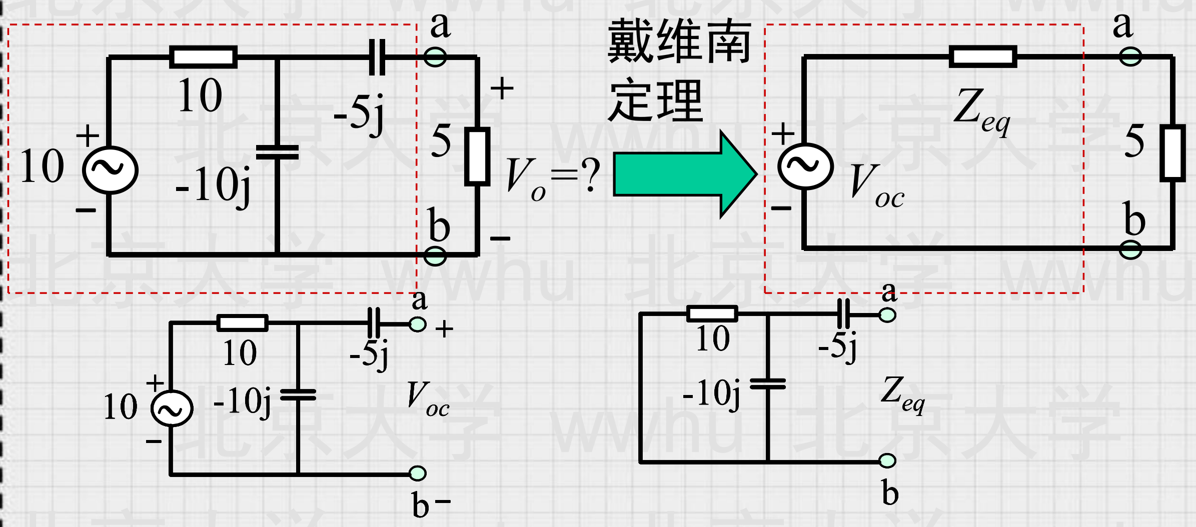
戴维南和诺顿定理的复数形式计算举例:

求Zeq:



$$Z_{eq} = 10\sqrt{2}\angle -45^\circ = 10 - j10$$

戴维南和诺顿定理的复数形式计算举例:



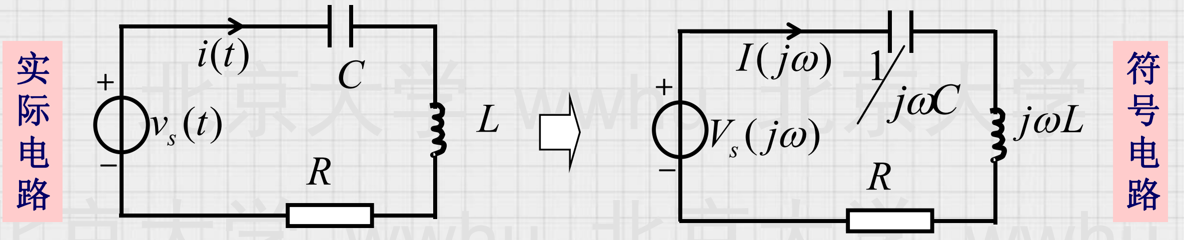
$$V_{oc}=\frac{-10j}{10-10j}\times 10=5-5j,\quad Z_{eq}=(-10j//10)-5j=5-10j$$

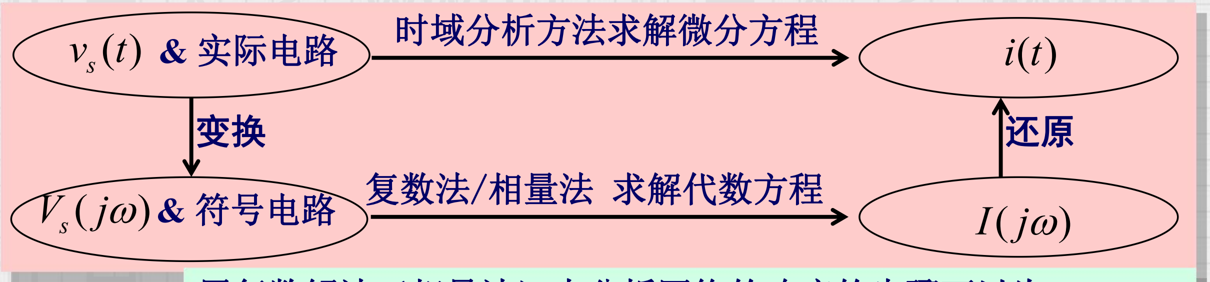
$$V_o=(5-5j)\times\frac{5}{5-10j+5}=2.5$$

源的等效可以用吗…

正弦稳态电路分析(电路的复数解法) ***

网络的复数解法---符号电路（相量模型电路）





用复数解法（相量法）来分析网络的响应的步骤可以为:

1). 实际电路→符号电路(用复数表示)

2). 求解代数方程，获得解的复数形式

3). 复数解还原为时域解

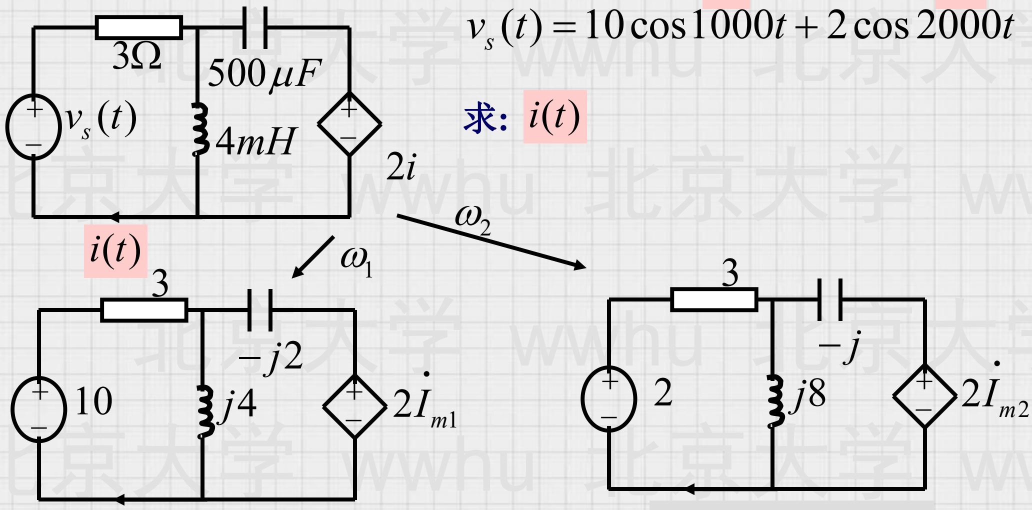
正弦稳态电路分析(电路的复数解法)

***

下面看个具体例子:

$$v_s(t) = 10\cos\underbrace{1000}_{\omega_1}t + 2\cos\underbrace{2000}_{\omega_2}t$$

求: $i(t)$



$\dot{I}_{m1} = 1.24\angle 29.7^\circ$

$\dot{I}_{m2} = 0.37\angle 12.2^\circ$

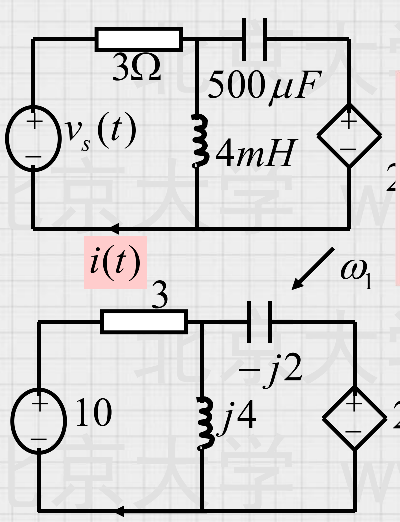
$$\therefore i(t) = 1.24\cos(1000t + 29.7^\circ) + 0.37\cos(2000t + 12.2^\circ)$$

正弦稳态电路分析(电路的复数解法)

***

下面看个具体例子:

$$v_s(t) = 10\cos\underbrace{1000}_{\omega_1}t + 2\cos\underbrace{2000}_{\omega_2}t$$



符号电路对应于某个正弦频率下的时域电路, 是避开微分求解的一个极好的手段

符号电路对不同频率的信号激励电路产生的响应的幅度和相位特征给于极大的重视

$\dot{I}_{m1} = 1.24\angle 29.7^\circ$

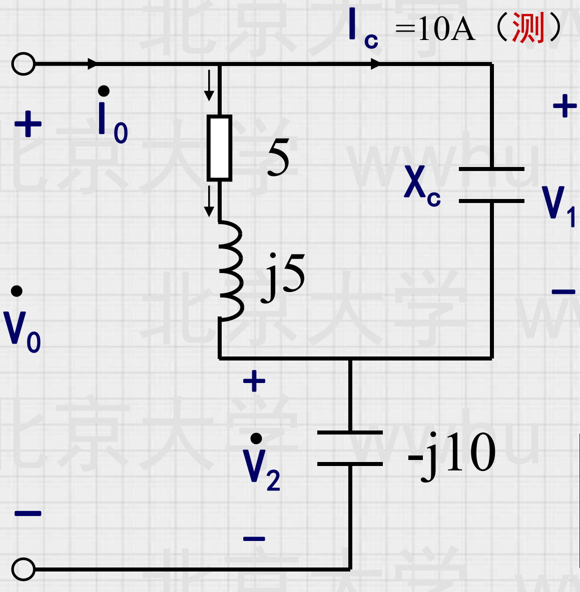
$\dot{I}_{m2} = 0.37\angle 12.2^\circ$

$$\therefore i(t) = 1.24\cos(1000t + 29.7^\circ) + 0.37\cos(2000t + 12.2^\circ)$$

正弦稳态电路分析--相量法(复数法)

例：用图解法求相量$\dot{V}_o$=?　$\dot{I}_o$=?

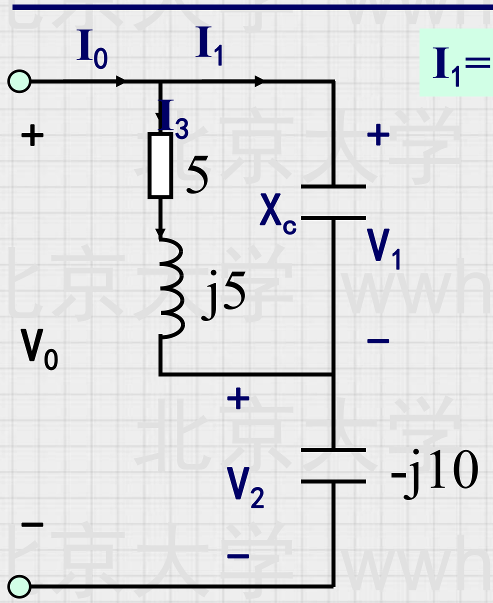
用一把尺子求解



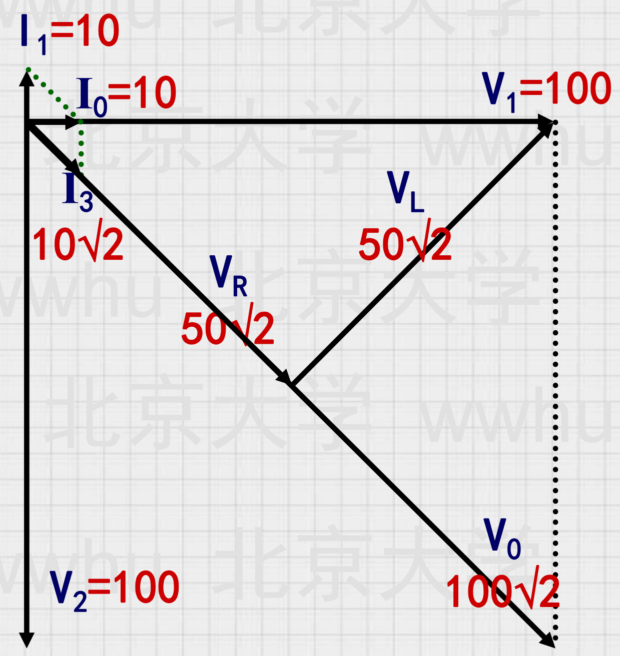
注意这里的(测)
表示数字为有效值

目的：进一步了解、熟悉电压电流之间的相位关系

相量图解法举例：



I_1=10A(测), V_1=100V(测), 求V_o=?I_o=?



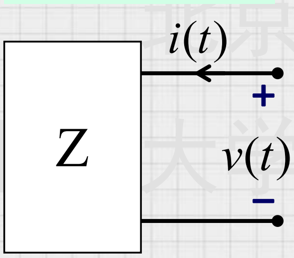
Step:
V_1,I_1→V_R ,V_L→ I_3→ I_0→ V_2→ V_0

第三章

- 正弦稳态电路分析--相量法(复数法)
  - 复数法与相量法、阻抗与导纳、
  - 元件、定律、定理的复数形式
  - **正弦稳态功率(可以自学)**
  - 网络的稳定性、
  - 传递函数、传递函数与网络的关系
- 滤波器
  - 滤波器的定义和分类
  - 一阶滤波器
  - 二阶滤波器

正弦稳态功率

1. 瞬时功率　　反映了网络功率的瞬时大小



$$i(t) = I_m \cos \omega t = \sqrt{2} I \cos \omega t$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi) = \sqrt{2} V \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\varphi_z = \varphi_v - \varphi_i = \varphi$$

与t无关，恒定量
由R造成的

$$p(t) = v(t)i(t) = IV\cos\varphi + IV\cos(2\omega t + \varphi)$$

2. 平均功率

反映了网络与源之间能量的交换，由L、C造成的。

正弦稳态功率

***

2. 平均功率

单位：W（瓦）

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = IV\cos\varphi$$

—— 反映了网络耗能的大小，又称为有功功率；

单位：W（瓦）；

$\cos\varphi$ 功率因素， φ 功率因素角；

—— $\eta = \cos\varphi$ 反映了源向负载提供功率的效率；

功率因素角是网络中L、C造成的，它不耗能，却能改变设备获取能量的大小；

正弦稳态功率

1. 瞬时功率

$$p(t) = v(t)i(t) = IV\cos\varphi + IV\cos(2\omega t + \varphi)$$

取 $\varphi = 0$ $\rightarrow$纯电阻网络，

$$p(t) = IV(1 + \cos 2\omega t) \geq 0$$ 始终耗能；

$\varphi = 90^\circ$ $\rightarrow$纯电抗网络，

$$p(t) = -IV\sin 2\omega t$$ 有正有负，不耗能；

于是 利用三角函数的和角公式改写 $p(t)$：

$$p(t) = IV\cos\varphi(1 + \cos 2\omega t) - IV\sin\varphi\sin 2\omega t$$

有功功率部分

无功功率部分

正弦稳态功率

3.无功功率 单位： VAR or var（乏）

$$Q = IV\sin\varphi$$

1、反映了网络与源之间能量往返的大小；
2、Q越大，也表明二端网络中动态元件的储能越大；
3、如果取一段时间来比较Q，则单位时间内Q的大小反映了源与网络之间能量往返的速率。

对于每一个动态元件：

$$\because\quad W_c = \frac{1}{2}CV^2 \qquad W_L = \frac{1}{2}LI^2$$

$$\therefore\quad Q_C = -2\omega W_c \qquad Q_L = 2\omega W_L$$

如果希望源与网络之间少一些往返交换：Q=0 → φ=0

→ 处理：在感性负载上并C、在容性负载上并L

正弦稳态功率

***

4.视在功率 单位： VA（伏安）

功率的额定值，表示电器的容量

$$S = IV = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

5.复功率 单位：无

$$P_c = P + jQ = S\angle\varphi$$

第三章

- 正弦稳态电路分析--相量法(复数法)
  - 复数法与相量法、阻抗与导纳、
  - 元件、定律、定理的复数形式
  - 正弦稳态功率(可以自学)
  - 网络的稳定性、
  - **传递函数、传递函数与网络的关系**
- 滤波器
  - 滤波器的定义和分类
  - 一阶滤波器
  - 二阶滤波器

正弦稳态电路分析--相量法(复数法)

考虑一个含有N个独立的动态元件的电路建立的微分方程：

$$\left(a_n \frac{d^{(n)}}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{(n-1)}}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1\frac{d}{dt} + a_0\right)y(t) = \left(b_m \frac{d^{(m)}}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{(m-1)}}{dt^{m-1}} + \ldots + b_1\frac{d}{dt} + b_0\right)x(t)$$

考虑 $x(t) = A_0 e^{j\varphi_x} e^{j\omega t}$ 时的稳态响应 $y(t) = Y_0 e^{j\varphi_y} e^{j\omega t}$

则：$(a_n(j\omega)^n + a$ …

$= (b_m($ … $A_0 e^{j\varphi_x} e^{j\omega t}$

引入：

传递函数 $H(j\omega) = \dfrac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$

$$Y_0 e^{j\varphi_y} \cancel{e^{j\omega t}} = \underbrace{\frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \ldots + b_1(j\omega)^1 + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_1(j\omega)^1 + a_0}}_{H(j\omega)} \underbrace{A_0 e^{j\varphi_x}}_{X(j\omega)} \cancel{e^{j\omega t}}$$

取：$Y(j\omega)$

所以：

$$\boxed{Y(j\omega)=H(j\omega)X(j\omega)}$$

H(jω)由网络的结构和参数决定，与输入输出无关

3.传递函数的幅频特性与相频特性

***

以jω为自变量

$$H(j\omega)=\frac{\text{响应的复数形式}}{\text{激励的复数形式}}=\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}=|H(j\omega)|\cdot e^{j\Phi(\omega)}$$

可以简写为：$\angle\Phi(\omega)$

以ω为自变量

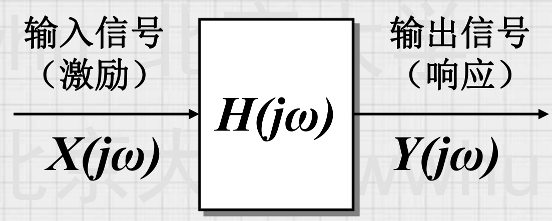
$|H(j\omega)|$：网络的幅频特性

+

$\Phi(\omega)$：网络的相频特性

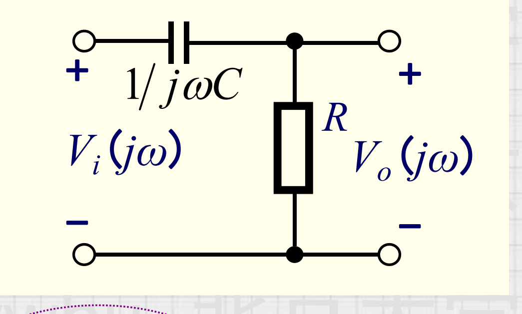
||

频率响应特性



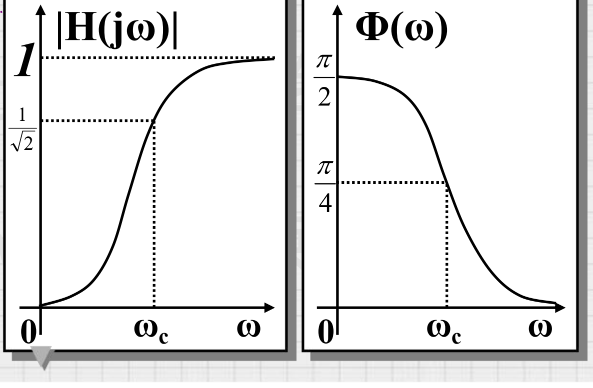
传递函数举例1：

***



$$V_o(j\omega)=\frac{j\omega RC}{j\omega RC+1}V_i(j\omega)$$

$H(j\omega)$



发现传递函数可以表示网络的滤波特性。。。

传递函数举例2：

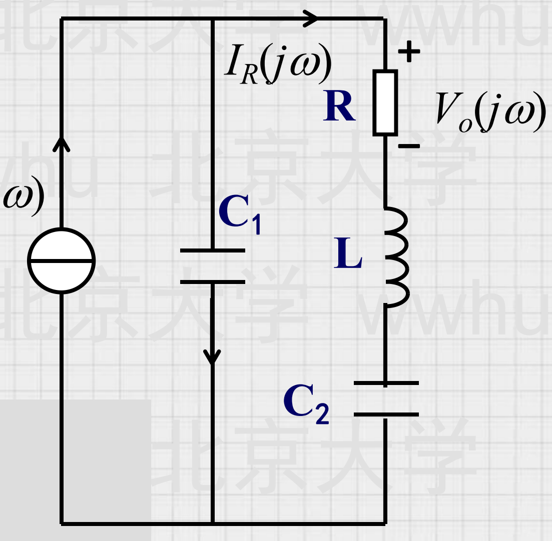
***

$$Z_2 = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C_2}$$

$$I_R(j\omega) = I_S(j\omega)\frac{1}{1+j\omega C_1 Z_2}$$

$$H(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{I_S(j\omega)} = \frac{R}{1+j\omega C_1 Z_2}$$

$$= \frac{R}{-\omega^2 LC_1 + j\omega RC_1 + \left(1 + C_1/C_2\right)}$$



多写几个响应看看分母。。。

正弦稳态电路分析--H(jω)与网络的关系

时域分析

微分方程：$\left(a_n\frac{d^{(n)}}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{(n-1)}}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1\frac{d}{dt} + a_0\right)y(t) = \left(b_m\frac{d^{(m)}}{dt^m} + b_{m-1}\frac{d^{(m-1)}}{dt^{m-1}} + \ldots + b_1\frac{d}{dt} + b_0\right)x(t)$

特征方程：$a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_0 = 0$

特征根：$s = s_1, s_2, \ldots s_n$　　网络的固有频率

稳定条件：$\mathrm{Re}\{s_1, \ldots s_n\} < 0$　　落在s平面的左半侧

复数表述

微分的复数表述：$\frac{d^n}{dt^n}\left(e^{j\omega t}\right) = (j\omega)^n \cdot e^{j\omega t}$

正弦稳态响应：$Y(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \ldots + b_1(j\omega)^1 + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_1(j\omega)^1 + a_0}X(j\omega)$

传递函数：$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \ldots + b_1(j\omega)^1 + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_1(j\omega)^1 + a_0}$

把jω看作一个变量，使分母为零的jω取值 = 固有频率

极点

正弦稳态电路分析--H(jω)与网络的关系

❑将特征方程和传递函数比较可知：

- H(jω)关于jω的**极点**是特征方程的**解**，对应于网络的固有频率
- 所有Re{H(jω)关于jω的极点}<0 是稳定网络的充要条件
- H(jω)可以完全描述该网络的频率特性（与输入/输出无关）

极点：分母为零的点
零点：分子为零的点

正弦稳态电路分析--H(jω)与网络的关系

***

$$\text{传递函数 } \mathbf{H(j\omega)} = \frac{\text{正弦稳态响应的复数形式}}{\text{激励的复数形式}}$$

时域描述	频域描述
输入信号（激励） $x(t)$ → $h(t)$ → 输出信号（响应） $y(t)$	输入信号（激励） $X(j\omega)$ → $H(j\omega)$ → 输出信号（响应） $Y(j\omega)$
$y(t) = x(t)*h(t)$	$Y(j\omega) = H(j\omega)\cdot X(j\omega)$