



兴趣 认真 执著 创新

# 《电子线路分析与设计》

## 第八讲：双口网络分析

胡薇薇

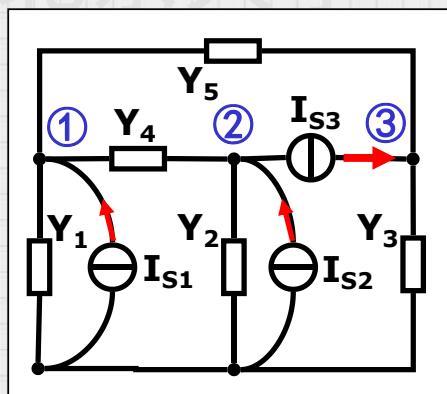
2023. 10. 11



北京大学

### 节点电压法—规律在哪里？

复习



$Y_{ii}$  与节点*i*相连的所有支路  
导纳的总和(自导纳 $>0$ )

$Y_{ij}$  节点*i*和*j*之间所有支路导  
纳总和的负值(互导纳 $<0$ )

当网络中不含受控源时 $Y$ 是对称矩阵： $Y_{ji}=Y_{ij}$

$$\begin{matrix} \textcircled{1} \rightarrow \\ \textcircled{2} \rightarrow \\ \textcircled{3} \rightarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} Y_1 + Y_4 + Y_5 & -Y_4 & -Y_5 \\ -Y_4 & Y_2 + Y_4 & 0 \\ -Y_5 & 0 & Y_3 + Y_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{S1} \\ I_{S2} - I_{S3} \\ I_{S3} \end{pmatrix}$$

$I_S$  是流入节点*i*的电流源的代数和

## 节点电压法—含电压源支路的处理

复习

1. 等效法：戴文宁源电路→诺顿源电路  
(缺点：改变了原电路结构)

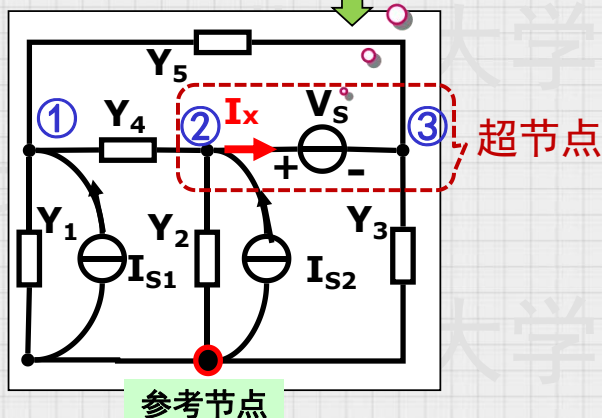
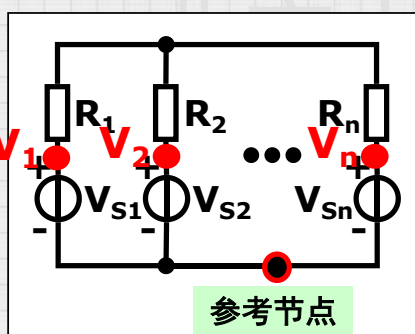
2. 虚节点电压法

→当电压源和参考节点相连时

3. 假设支路电流法

→当电压源不和参考节点相连时

置换定理



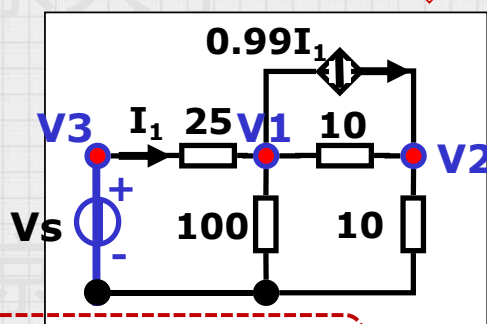
## 节点电压法—含受控源的处理 (同理回路电流法)

复习

先将受控源看成独立源写矩阵

1. 写矩阵

2. 用已知量和节点电压表示受控源



$$I_1 = (V_3 - V_1)/25$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{100} + \frac{1}{25} + \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{25} \\ -0.1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.99I_1 \\ 0.99I_1 \\ V_S \end{pmatrix}$$

3. 整理矩阵...

含受控源的网络中  $Y_{ji} \neq Y_{ij}$  是非对称矩阵

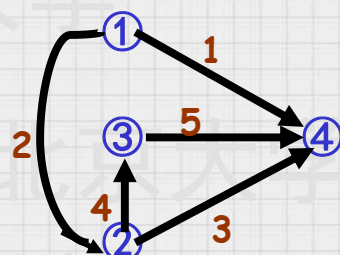
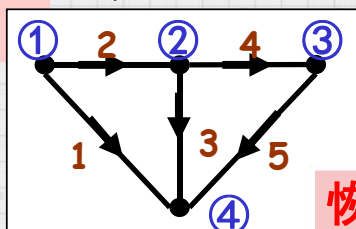
## 节点分析：用关联矩阵描述网络结构

复习

### 关联矩阵的元素

$a_{ij} = 1 \rightarrow$  节点  $i$  与支路  $j$  关联, 且支路  $j$  的方向背离节点  $i$ .  
 $-1 \rightarrow$  节点  $i$  与支路  $j$  关联, 且支路  $j$  的方向指向节点  $i$ .  
 $0 \rightarrow$  节点  $i$  与支路  $j$  不关联.

$$\begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{matrix} ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_5 \end{pmatrix} & = & 0 \end{matrix}$$



出+入-

恢复是唯一的!

## 第八章：双口网络

### § 8-1 双口网络参量定义与联接

### § 8-2 Z参量、Y参量、H参量、G参量、A参量

### § 8-3 有端接的双口网络

输入阻抗、输出阻抗、传递函数

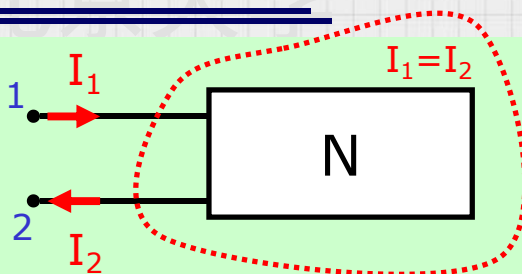
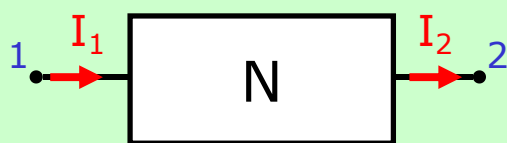
### § 双口网络分析推广应用...

1. 运放电路分析 (第10章)
2. 三极管电路分析 (第10章)
3. 分布参数电路分析 (传输线 第9章)

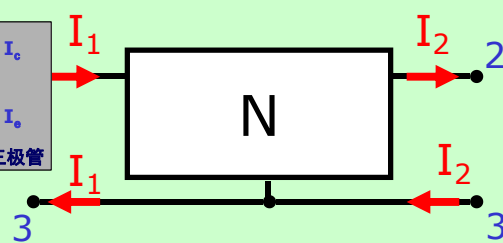
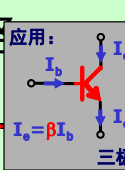
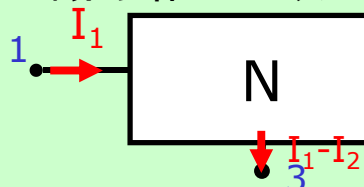


## 8-1-双口网络定义

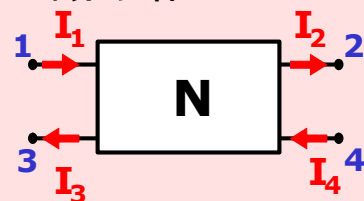
二端网络 = 单口网络



三端网络 → 双口网络

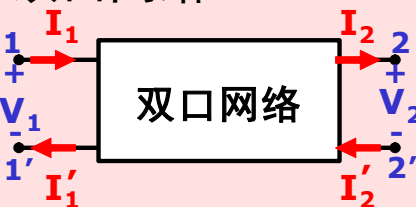


四端网络



满足口  
电流条件  
 $I_1=I_3, I_2=I_4$

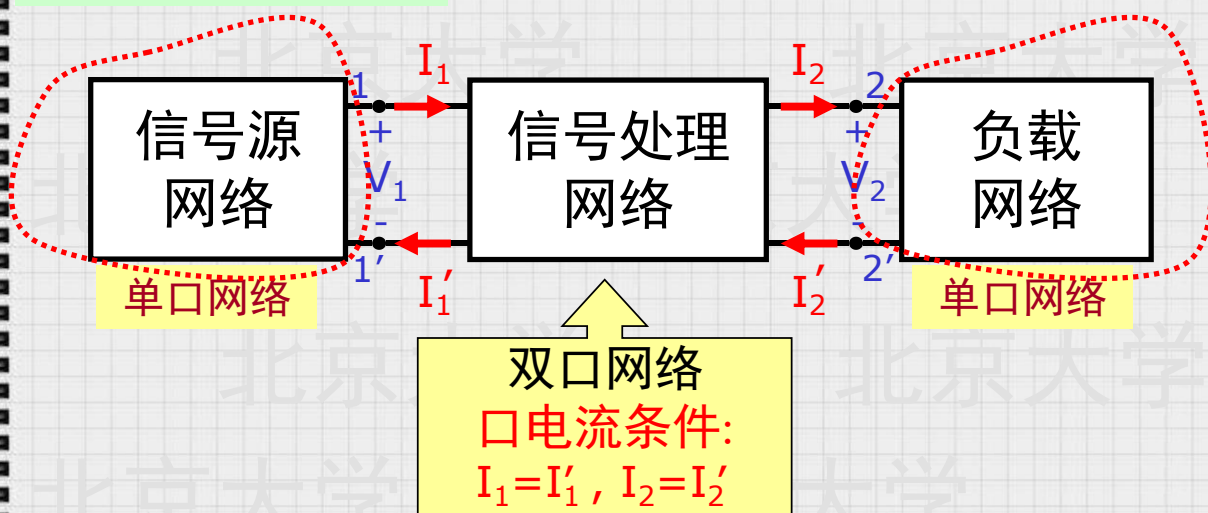
双口网络



## 8-1-双口网络分析

\*\*\*

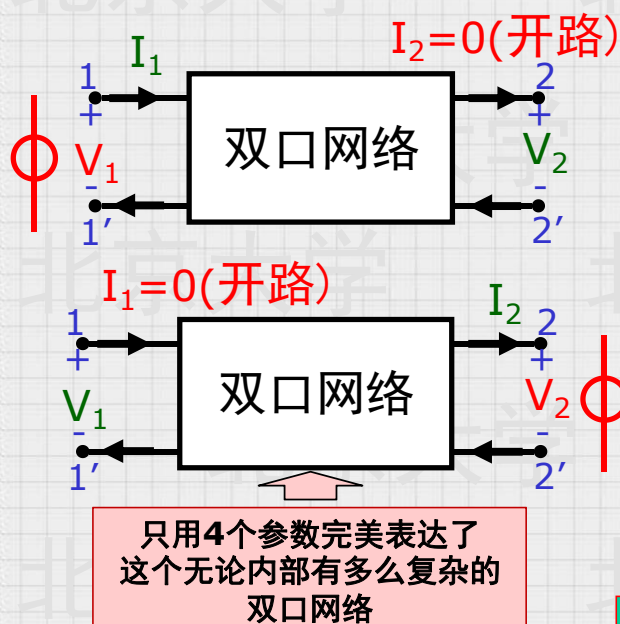
1. “黑盒子” 特性



双口网络分析方法:

网络的特性可以用口电压/电流的关系方程(2个)描述。  
可以不关心网络内部的电特性。

## 8-1-双口网络参量定义



$$\begin{aligned} V_1 &= ? I_1 + ? I_2 \\ V_2 &= ? I_1 + ? I_2 \end{aligned}$$

可能吗?

$V_1 \rightarrow$  可以测得  $I_1$ ,  $V_2$

$$Z_{11} = V_1 / I_1 \big|_{I_2=0}$$

$$Z_{21} = V_2 / I_1 \big|_{I_2=0}$$

$V_2 \rightarrow$  可以测得  $I_2$ ,  $V_1$

$$Z_{12} = V_1 / I_2 \big|_{I_1=0}$$

$$Z_{22} = V_2 / I_2 \big|_{I_1=0}$$

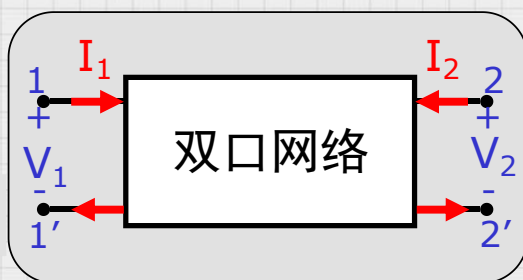
Z参量

令人兴奋的关系式产生了

有没有觉得这种表达曾经见过...

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases}$$

## 8-1-双口网络参量



双口网络的变量包括:  $V_1$ ,  $I_1$ ,  $V_2$ ,  $I_2$

其中一对做为自变量, 则另一对为因变量, 于是

四个变量, 可以写出6种关系式  $\Rightarrow$

## 8-1-双口网络参量定义



**Z参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**Y参量**

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

**H参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

**G参量**

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**A参量 T参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**A'参量 T'参量**

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

## 8-1 双口网络参量定义-分析1

\*\*\*

查转换表

**分析1:** 同一个双口网络可以用不同参量来表示

**Z参量**

$Z=Y^{-1}$

**Y参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

**H参量**

$H=G^{-1}$

**G参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**A参量 (T参量)**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**A'参量 (T'参量)**

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

举例由Z推导H...作业

## 8-1-双口网络参量定义



**A参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**A'参量**

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

**T参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**T'参量**

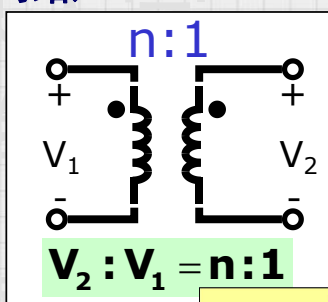
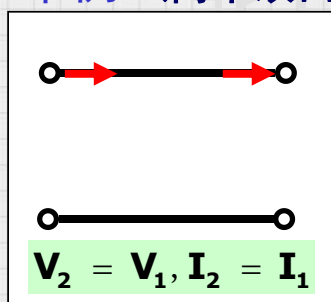
$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

## 8-1 双口网络参量定义-分析2

\*\*\*

**分析2:** 并非所有参量都可表示某一个双口网络

**举例:** (简单双口网络)



$$\begin{aligned} V_1 &= ? I_1 + ? I_2 \\ V_2 &= ? I_1 + ? I_2 \end{aligned}$$

可能吗?

没有Z、Y参量

**Z参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**Y参量**

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

**H参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

**G参量**

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**A参量 T参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**A'参量 T'参量**

$$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

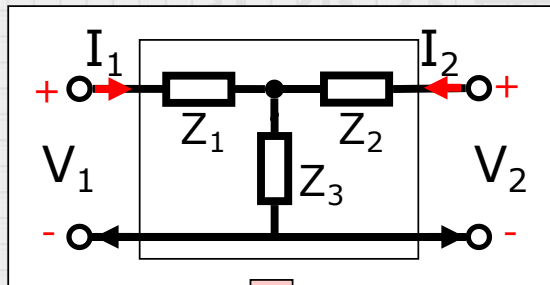


## 8-1 双口网络参量定义-分析3

\*\*\*

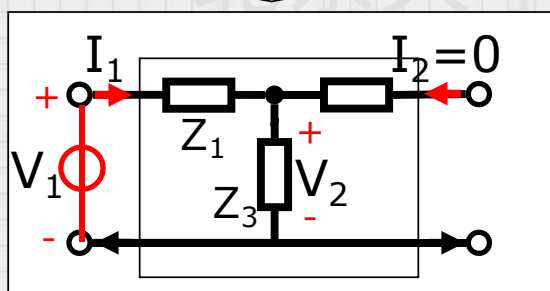
**分析3：** 双口网络参量计算方法：置零与非置零

例：求 T 形双口网络的Z参量



$$Z_{11} = V_1 / I_1 \big|_{I_2=0} = Z_1 + Z_3$$

$$Z_{21} = V_2 / I_1 \big|_{I_2=0} = Z_3$$



**Z参量：**

$$Z_{11} = V_1 / I_1 \big|_{I_2=0}$$

$$Z_{12} = V_1 / I_2 \big|_{I_1=0}$$

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases}$$

$$Z_{21} = V_2 / I_1 \big|_{I_2=0}$$

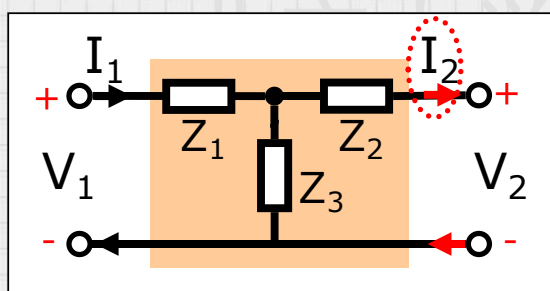
$$Z_{22} = V_2 / I_2 \big|_{I_1=0}$$

置零同单口定理的计算方法，2种计算方法...

## 8-1 双口网络参量定义-分析4

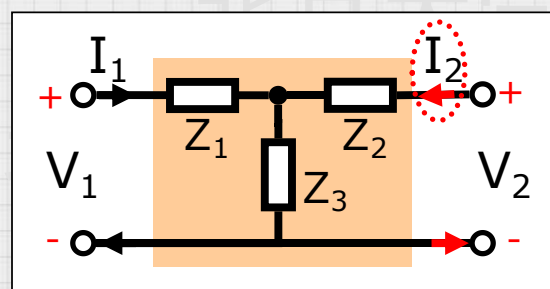
\*\*\*

**分析4：** 双口网络参量与双口的参考方向——对应



$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases}$$

$$Z = \begin{pmatrix} Z_1 + Z_3 & -Z_3 \\ Z_3 & -(Z_2 + Z_3) \end{pmatrix}$$



$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases}$$

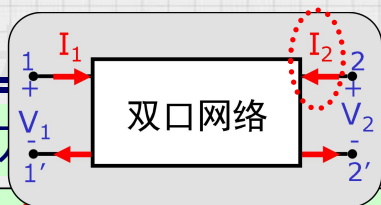
$$Z = \begin{pmatrix} Z_1 + Z_3 & Z_3 \\ Z_3 & (Z_2 + Z_3) \end{pmatrix}$$

用支路要标参考方向来比喻——



## 8-1-双口网络参量定义

分析4：双口网络参量与双口的参考方向



**Z参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

**Y参量**

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

**H参量**

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

**G参量**

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

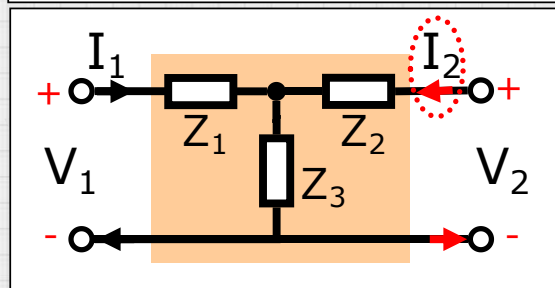
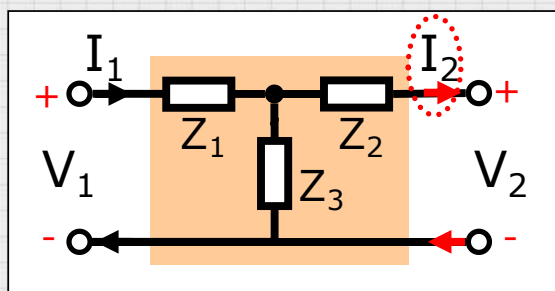
个性与习惯

## 8-1 双口网络参量定义-分析4

\*\*\*

$$\begin{aligned} \text{Z参量} \quad \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} & \text{Y参量} \quad \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \\ \text{H参量} \quad \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} & \text{G参量} \quad \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

分析4：双口网络参量与双口的参考方向一一对应



$$\begin{aligned} \text{For } I_2 \text{ entering: } \mathbf{Z} &= \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3 & \mathbf{-Z}_3 \\ \mathbf{Z}_3 & \mathbf{-(Z_2 + Z_3)} \end{pmatrix} \\ \text{For } I_2 \text{ leaving: } \mathbf{Z} &= \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3 & \mathbf{Z}_3 \\ \mathbf{Z}_3 & \mathbf{(Z_2 + Z_3)} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

不相等

个性与习惯

8-1-双口网络参量定义

分析4: 双口网络参量与双口的参考



A参量	T参量
$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$



A参量	T参量
$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$

个性与习惯

8-1-双口网络参量定义

分析4: 双口网络参量



\*\*\*

一一对应

A参量	T参量
$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$



A参量	T参量
$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$

个性与习惯

## 双口网络分析方法

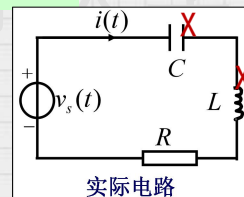
建立在线性网络等效概念的基础之上

### 分析5：双口网络参量的三种表达形式(了解)



时域形式（静态电路）：

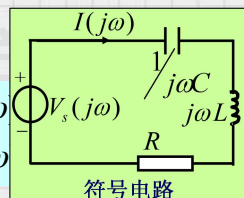
$$\begin{cases} v_1(t) = R_{11}i_1(t) + R_{12}i_2(t) \\ v_2(t) = R_{21}i_1(t) + R_{22}i_2(t) \end{cases}$$



$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{12}\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_2 = \mathbf{Z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{22}\mathbf{I}_2 \end{cases}$$

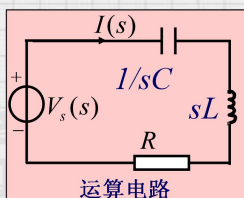
频域形式（符号电路）：

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1(j\omega) = \mathbf{Z}_{11}(j\omega)\mathbf{I}_1(j\omega) + \mathbf{Z}_{12}(j\omega)\mathbf{I}_2(j\omega) \\ \mathbf{V}_2(j\omega) = \mathbf{Z}_{21}(j\omega)\mathbf{I}_1(j\omega) + \mathbf{Z}_{22}(j\omega)\mathbf{I}_2(j\omega) \end{cases}$$



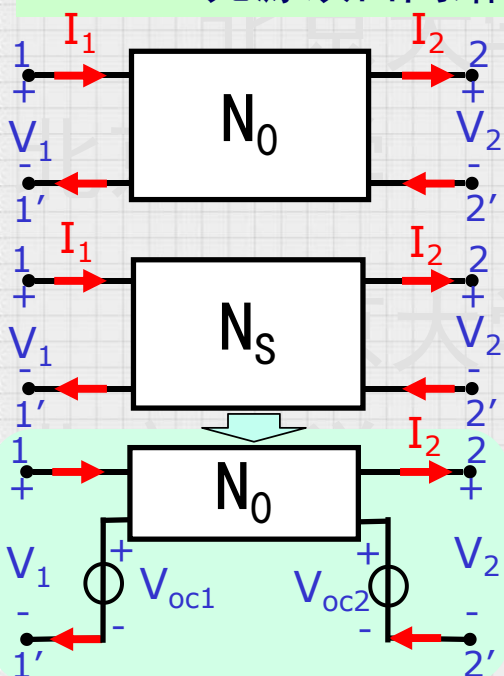
复频域形式（运算电路）：

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1(s) = \mathbf{Z}_{11}(s)\mathbf{I}_1(s) + \mathbf{Z}_{12}(s)\mathbf{I}_2(s) \\ \mathbf{V}_2(s) = \mathbf{Z}_{21}(s)\mathbf{I}_1(s) + \mathbf{Z}_{22}(s)\mathbf{I}_2(s) \end{cases}$$

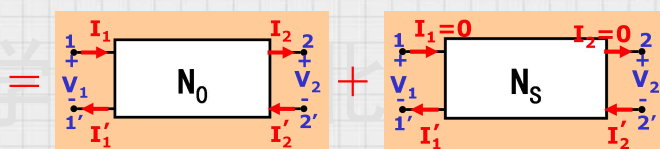


## 8-1 双口网络参量定义-分析6

分析6：含源双口网络可以分解为  
无源双口网络与独立源网络的叠加(了解)



$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{12}\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_2 = \mathbf{Z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{22}\mathbf{I}_2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{12}\mathbf{I}_2 + \mathbf{V}_{oc1} \\ \mathbf{V}_2 = \mathbf{Z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{22}\mathbf{I}_2 + \mathbf{V}_{oc2} \end{cases}$$

举一个简单例子

## 第八章：双口网络

### § 8-1 双口网络参量与联接

#### § 8-2 Z参量、Y参量、H参量、G参量、A参量

#### § 8-3 有端接的双口网络

输入阻抗, 输出阻抗, 传递函数

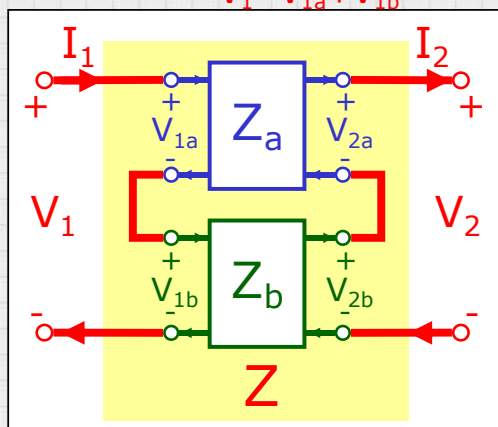
### § 双口网络分析推广应用...

1. 运放电路分析
2. 三极管电路分析
3. 分布参数电路分析

### 8-1-双口网络的联接(复合双口)

#### (1) 串联

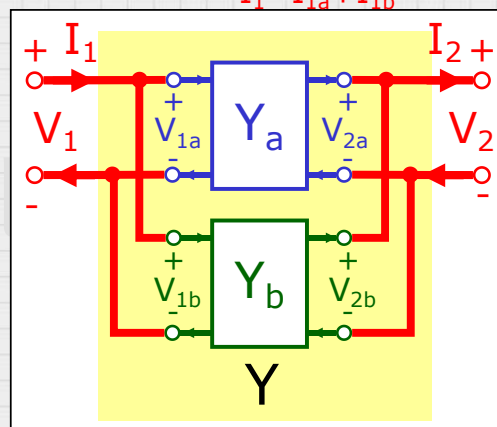
$$V_1 = V_{1a} + V_{1b}$$



$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b$$

#### (2) 并联

$$I_1 = I_{1a} + I_{1b}$$

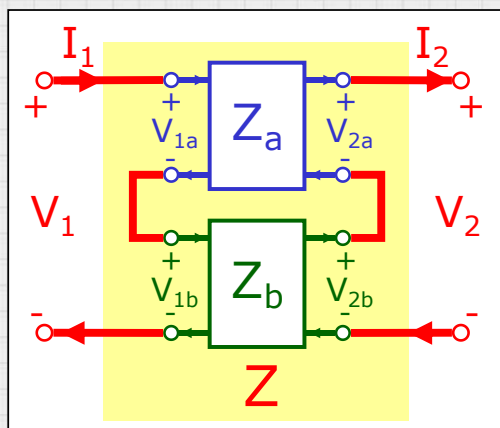


$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_b$$

当 $Z_a$ 和 $Z_b$ 已知时, 可以给 $Z$ 的分析带来方便。



## 8-1-双口网络的联接(复合双口)

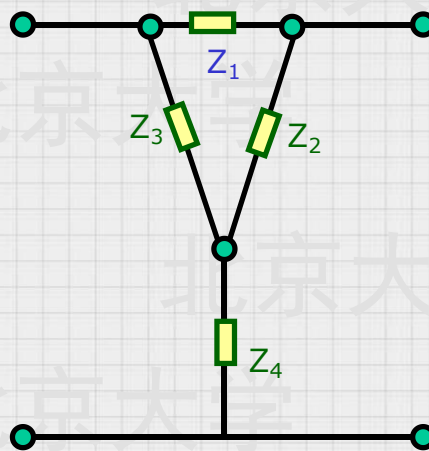


$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b$$

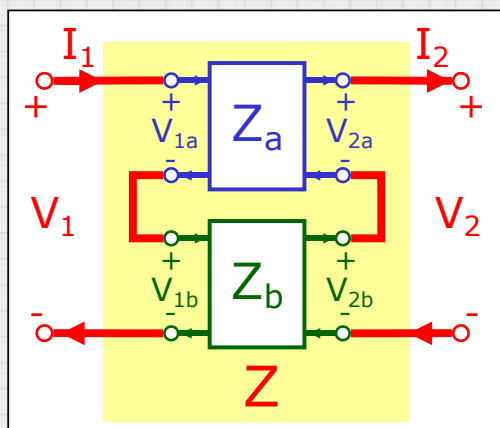
定义为串联

(1) 串联

例:



## 8-1-双口网络的联接(复合双口)

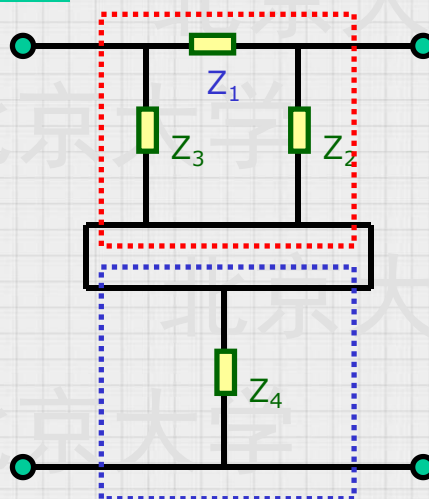


$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b$$

定义为串联

(1) 串联

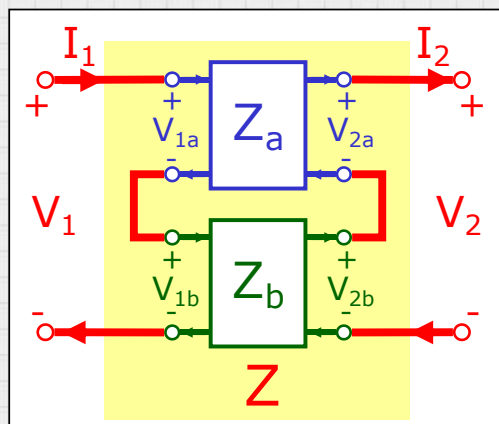
例:



大双口:)=小双口:)+小双口:)

## 8-1-双口网络的联接(复合双口)

### (1)串联—证明:



$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b$$

定义为串联

串联公式成立的条件是满足口电流条件

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{1a\text{入}} = \mathbf{I}_{1a\text{出}} = \mathbf{I}_{1b\text{入}} = \mathbf{I}_{1b\text{出}} \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_{2a\text{入}} = \mathbf{I}_{2a\text{出}} = \mathbf{I}_{2b\text{入}} = \mathbf{I}_{2b\text{出}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{1a} + \mathbf{V}_{1b} \\ \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_{2a} + \mathbf{V}_{2b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{1a} = \mathbf{I}_{1b} \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_{2a} = \mathbf{I}_{2b} \end{cases}$$

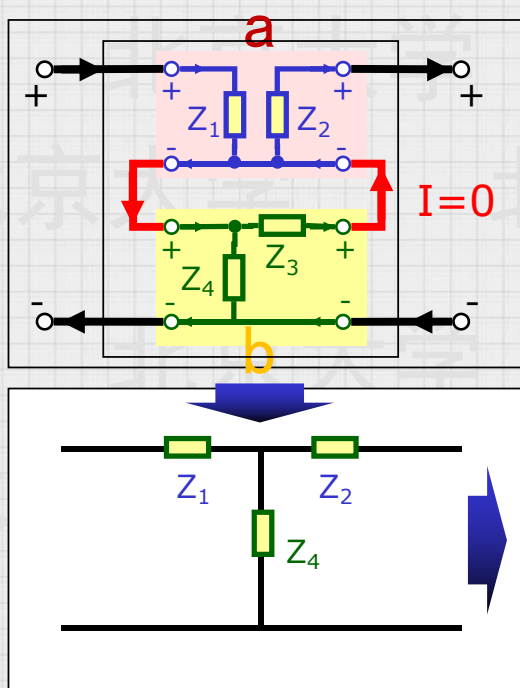
口电流条件

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{1a} \\ \mathbf{V}_{2a} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{1b} \\ \mathbf{V}_{2b} \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{Z}_a \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{1a} \\ \mathbf{I}_{2a} \end{pmatrix} + \mathbf{Z}_b \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{1b} \\ \mathbf{I}_{2b} \end{pmatrix} \\ &= (\mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b) \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Z} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

## 8-1-双口网络的联接(复合双口)

### (1)串联的有效性

例:



口电流条件:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{1a\text{入}} \neq \mathbf{I}_{1a\text{出}} = \mathbf{I}_{1b\text{入}} \neq \mathbf{I}_{1b\text{出}} \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_{2a\text{入}} = \mathbf{I}_{2a\text{出}} = \mathbf{I}_{2b\text{入}} = \mathbf{I}_{2b\text{出}} \end{cases}$$

串联无效!

$$\mathbf{Z} \neq \mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b$$

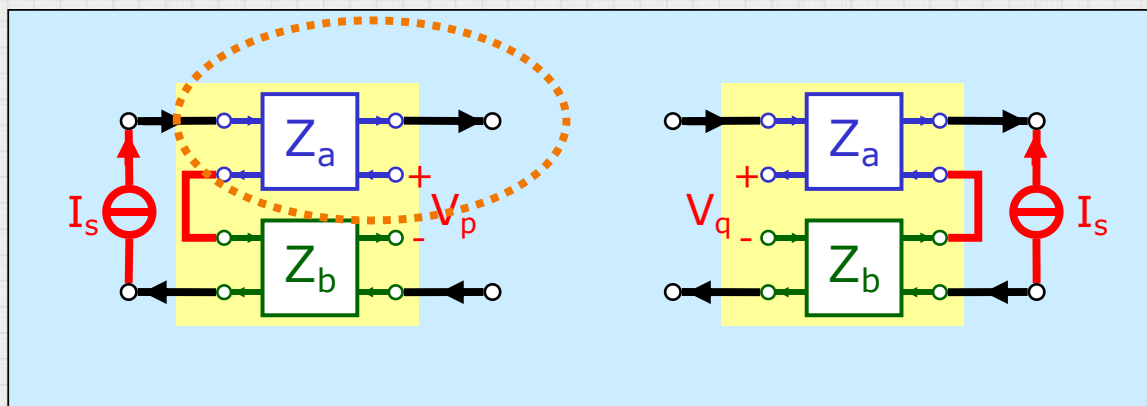
Z存在但不等于Za+Zb

## 8-1-双口网络的联接(复合双口)

### (1)串联的有效性

判定方法:

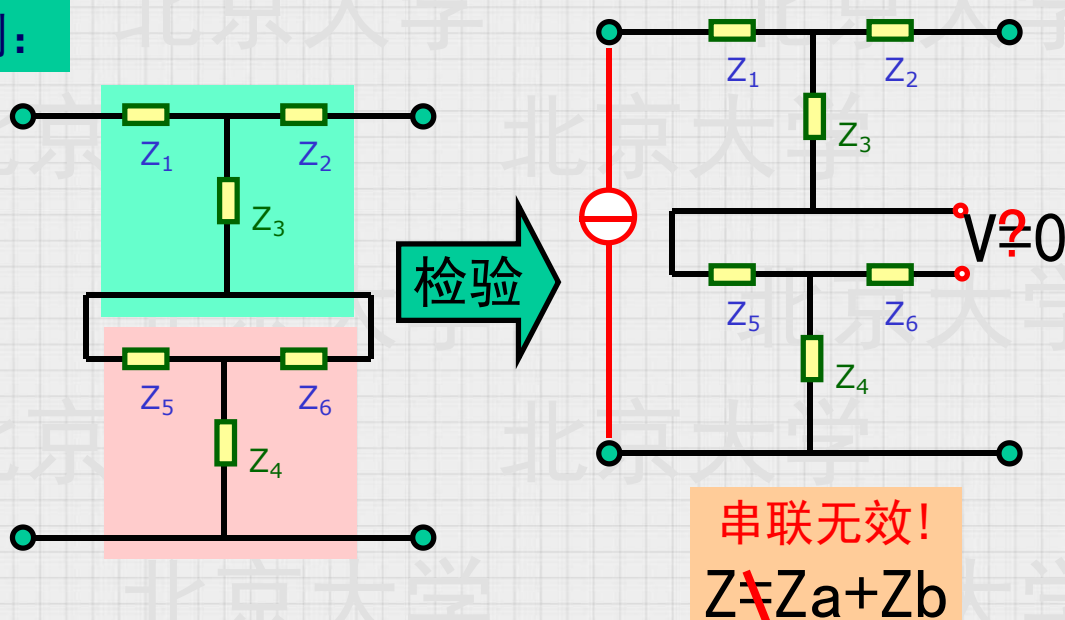
若 $V_p = V_q = 0$ , 则串联有效



## 8-1-双口网络的联接(复合双口)

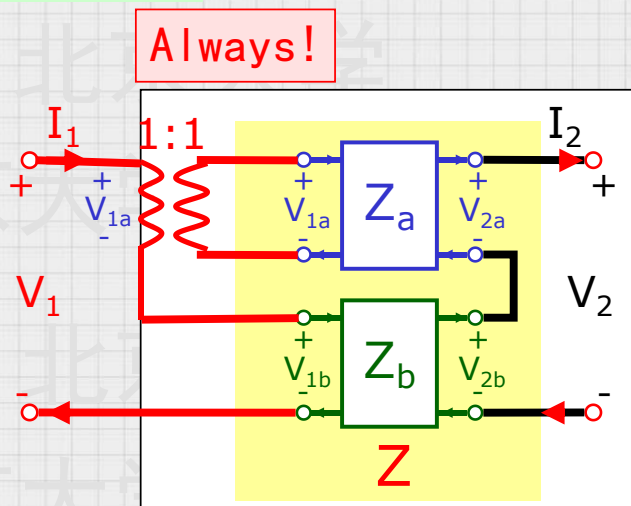
### (1)串联的有效性

例:



## 8-1-双口网络的联接(复合双口)

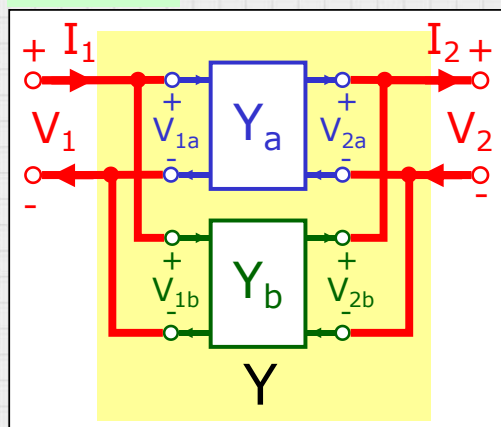
### (1)串联的有效性



串联有效  
 $Z=Z_a+Z_b$

## 8-1-双口网络的联接(复合双口)

### (2)并联



$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{1a} = \mathbf{V}_{1b} \\ \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_{2a} = \mathbf{V}_{2b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{1a} + \mathbf{I}_{1b} \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_{2a} + \mathbf{I}_{2b} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{1a} \\ \mathbf{I}_{2a} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{1b} \\ \mathbf{I}_{2b} \end{pmatrix}$$

$$= \mathbf{Y}_a \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{1a} \\ \mathbf{V}_{2a} \end{pmatrix} + \mathbf{Y}_b \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{1b} \\ \mathbf{V}_{2b} \end{pmatrix}$$

$$= (\mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_b) \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_b$$

等号成立条件

满足口电流条件:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{1a\text{入}} = \mathbf{I}_{1a\text{出}}, & \mathbf{I}_{2a\text{入}} = \mathbf{I}_{2a\text{出}} \\ \mathbf{I}_{1b\text{入}} = \mathbf{I}_{1b\text{出}}, & \mathbf{I}_{2b\text{入}} = \mathbf{I}_{2b\text{出}} \end{cases}$$

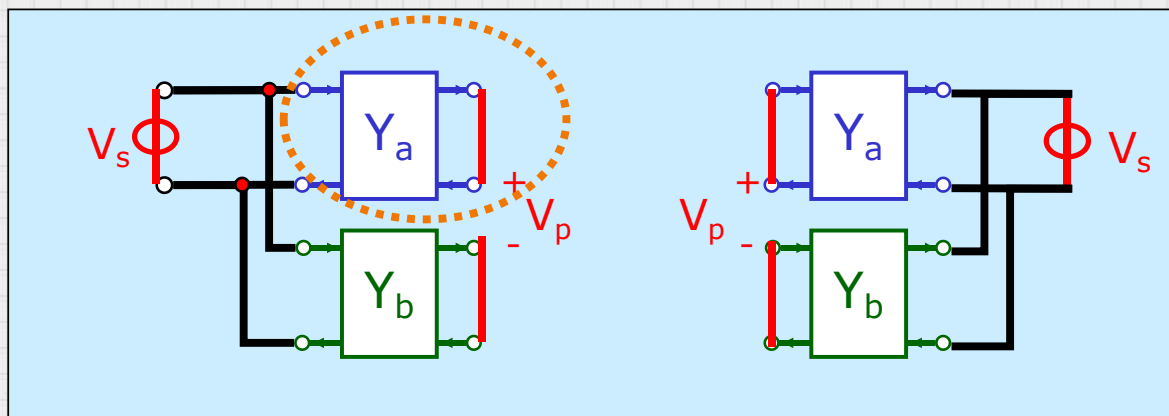


## 8-1-双口网络的联接(复合双口)

### (1)并联的有效性

判定方法:

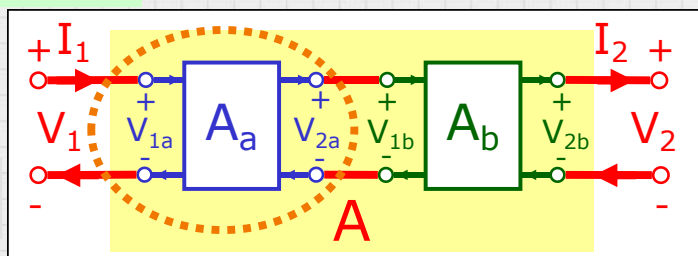
若  $V_p = V_q = 0$ , 则并联有效



## 8-1-双口网络的联接(复合双口)

\*\*\*

### (5)链联



$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{1a} \\ \mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{1a} \end{cases} \begin{cases} \mathbf{I}_{1b} = \mathbf{I}_{2a} \\ \mathbf{V}_{1b} = \mathbf{V}_{2a} \end{cases} \begin{cases} \mathbf{I}_{2b} = \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_{2b} = \mathbf{V}_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{pmatrix} = \mathbf{A}_a \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{2a} \\ \mathbf{I}_{2a} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_a \cdot \mathbf{A}_b \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{2b} \\ \mathbf{I}_{2b} \end{pmatrix} \\ = \mathbf{A}_a \mathbf{A}_b \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{pmatrix}$$

联接的有效性  
判断:  
Always!

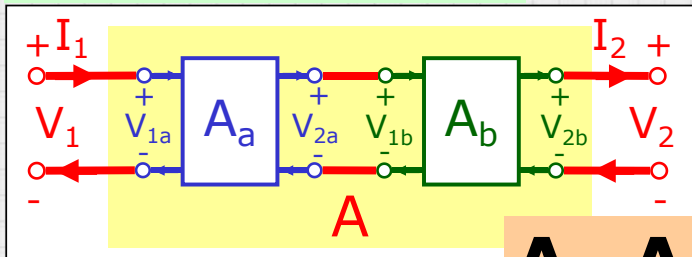
$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_a \cdot \mathbf{A}_b$$

等号总是成立!!!

## 8-1-双口网络的联接(复合双口)

\*\*\*

### (5)链联—不满足交换律



$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_a \cdot \mathbf{A}_b \neq \mathbf{A}_b \cdot \mathbf{A}_a$$

$$\mathbf{A}_a \cdot \mathbf{A}_b = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_b \cdot \mathbf{A}_a = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} & b_{11}a_{12} + b_{12}a_{22} \\ b_{21}a_{11} + b_{22}a_{21} & b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22} \end{pmatrix}$$

$$a_{12}b_{21} \neq b_{12}a_{21} \quad | \quad a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} \neq b_{21}a_{11} + b_{22}a_{21} |$$

## 第八章：双口网络

### § 8-1 双口网络参量与联接

### § 8-2 Z参量、Y参量、H参量、G参量、A参量

### § 8-3 有端接的双口网络

输入阻抗, 输出阻抗, 传递函数

### § 双口网络分析推广应用...

1. 运放电路分析
2. 三极管电路分析
3. 分布参数电路分析

## 关注问题：

\*\*\*

👉 各双口网络参量的：

→ 物理描述(定义)

→ 特性(与众不同之处)

→ 等效电路(高效化简电路)

→ 互易条件(网络特性的参量体现)

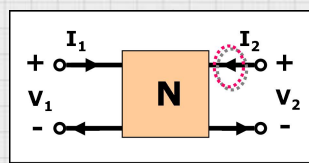
## 8-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

1. Z参量：(a) 物理描述

开路阻抗参量

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{12}\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_2 = \mathbf{Z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{22}\mathbf{I}_2 \end{cases}$$



$\mathbf{Z}_{11} = \mathbf{V}_1 / \mathbf{I}_1 \big|_{\mathbf{I}_2=0}$  出口开路时入口的驱动点阻抗

$\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{V}_1 / \mathbf{I}_2 \big|_{\mathbf{I}_1=0}$  入口开路时反向转移阻抗

$\mathbf{Z}_{21} = \mathbf{V}_2 / \mathbf{I}_1 \big|_{\mathbf{I}_2=0}$  出口开路时正向转移阻抗

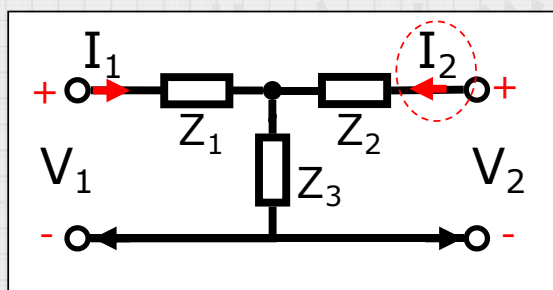
$\mathbf{Z}_{22} = \mathbf{V}_2 / \mathbf{I}_2 \big|_{\mathbf{I}_1=0}$  入口开路时出口的驱动点阻抗

双口网络(黑盒子)参量的测量获取方法

输入阻抗与输出阻抗。。。Z11? Z22?

## 8-2 双口网络参量及其等效电路

例：求 T 形双口网络的 Z 参量



$$Z_{11} = V_1 / I_1 \big|_{I_2=0} = Z_1 + Z_3$$

$$Z_{12} = V_1 / I_2 \big|_{I_1=0} = Z_3$$

$$Z_{21} = V_2 / I_1 \big|_{I_2=0} = Z_3$$

$$Z_{22} = V_2 / I_2 \big|_{I_1=0} = (Z_2 + Z_3)$$



$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_1 + Z_3 & Z_3 \\ Z_3 & (Z_2 + Z_3) \end{pmatrix}$$

现象分析：

互易网络：  $\Rightarrow Z_{12} = Z_{21}$

对称网络：  $Z_1 = Z_2 \Rightarrow Z_{11} = Z_{22} \quad Z_{12} = Z_{21}$

普通双口网络参量：4个独立分量

互易双口网络参量：3个独立分量

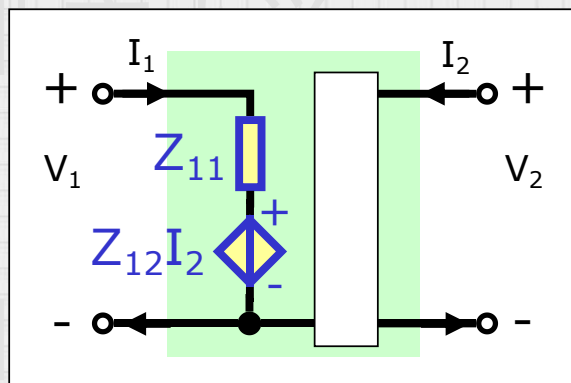
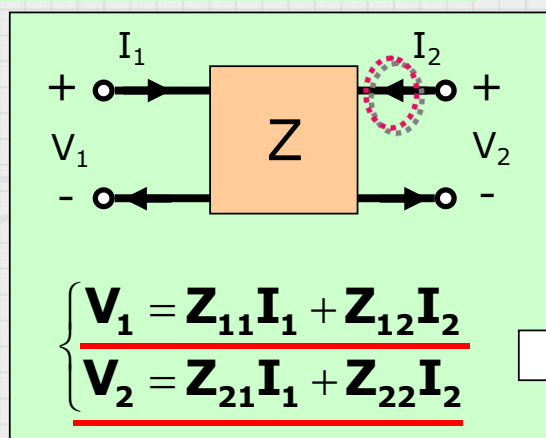
对称双口网络参量：2个独立分量

独立数

## 8-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

### 1. Z参量 (b) 等效电路

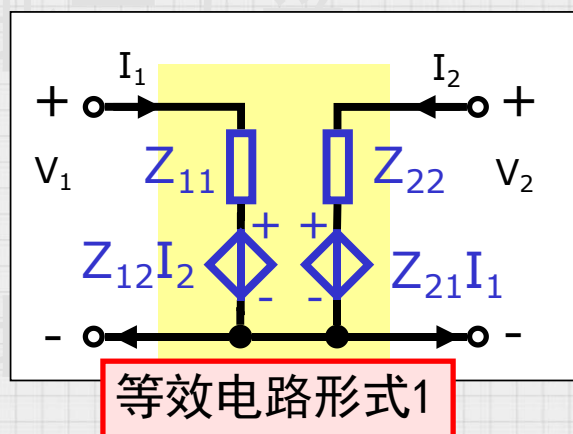
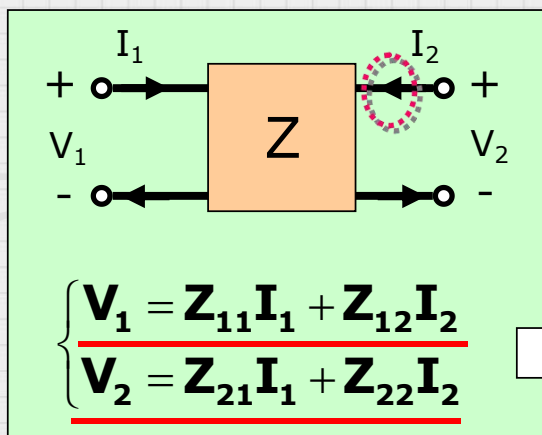




## 8-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

### 1. Z参量 (b) 等效电路



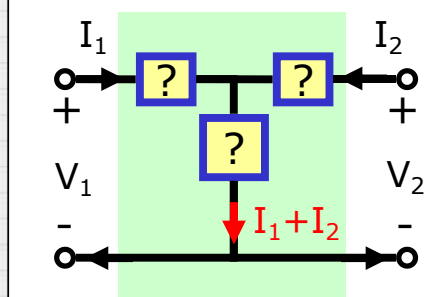
画一下另外一个电流方向的等效电路。。。

## 8-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

### 1. Z参量: (b) 等效电路

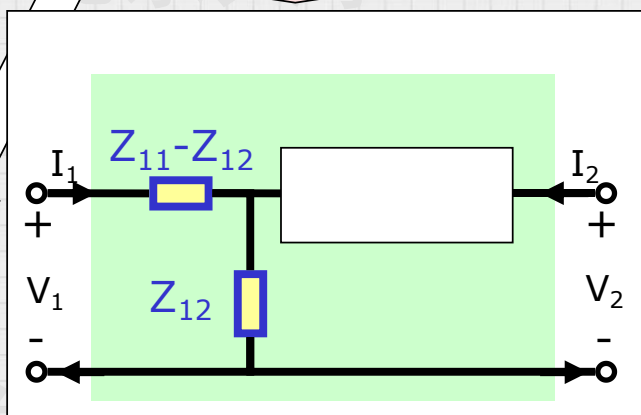
如果希望形式为:



$$\begin{aligned} \mathbf{V}_2 &= \mathbf{Z}_{12}(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2) \\ &\quad + (\mathbf{Z}_{22} - \mathbf{Z}_{12})\mathbf{I}_2 \\ &\quad + (\mathbf{Z}_{21} - \mathbf{Z}_{12})\mathbf{I}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{12}\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_2 = \mathbf{Z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{22}\mathbf{I}_2 \end{cases} \quad (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)$$

$$\mathbf{V}_1 = (\mathbf{Z}_{11} - \mathbf{Z}_{12})\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{12}(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)$$

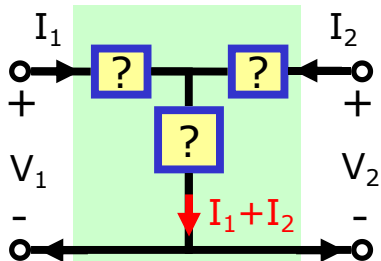


## 8-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

### 1. Z参量: (b) 等效电路

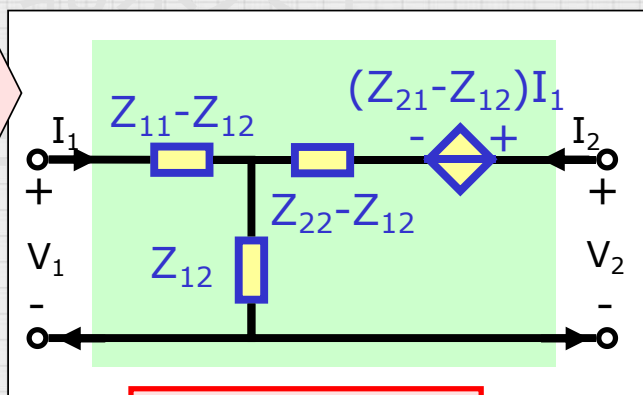
如果希望形式为:



$$\begin{aligned} V_2 = & Z_{12}(I_1 + I_2) \\ & + (Z_{22} - Z_{12})I_2 \\ & + (Z_{21} - Z_{12})I_1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases}$$

$$V_1 = (Z_{11} - Z_{12})I_1 + Z_{12}(I_1 + I_2)$$



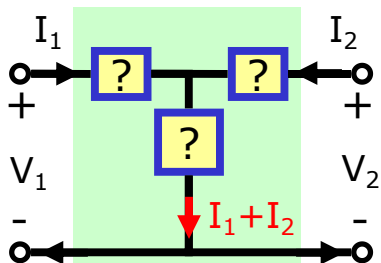
等效电路形式2

## 8-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

### 1. Z参量: (b) 等效电路

如果希望形式为:

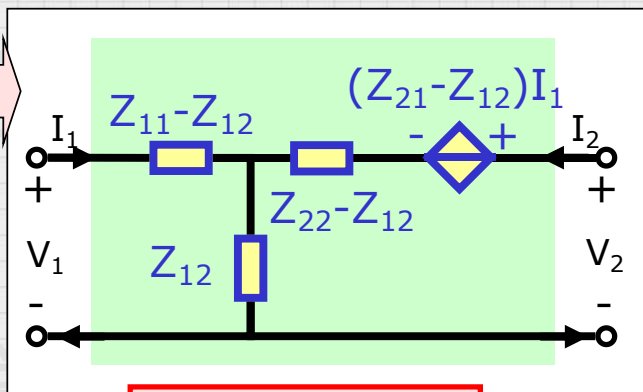


等效电路告诉我们:  
多么复杂的双口网络, 都可以用简单元件组成的T形电路来等效!

重要推论:

如果是互易网络  $\rightarrow Z_{12} = Z_{21}$

如果是对称网络  $\rightarrow \begin{aligned} Z_{12} &= Z_{21} \\ Z_{11} &= Z_{22} \end{aligned}$



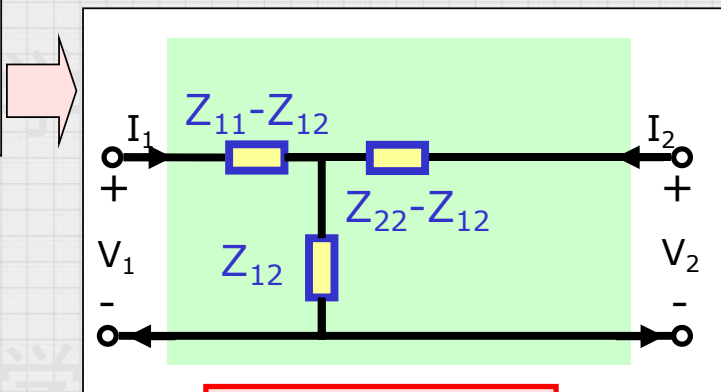
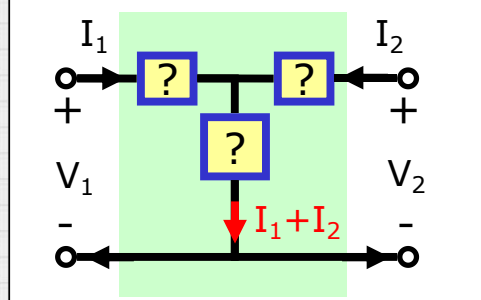
等效电路形式2

## 8-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

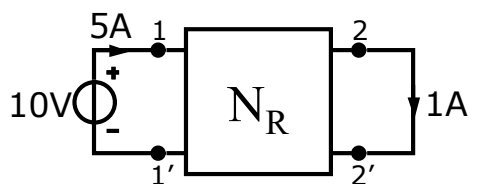
### 1. Z参量: (c) 互易双口等效电路

如果希望形式为:

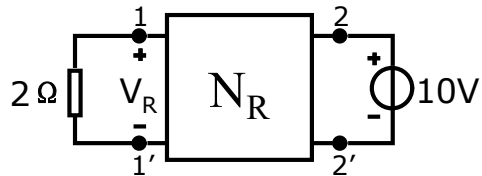


等效电路形式2

### 互易定理—举例

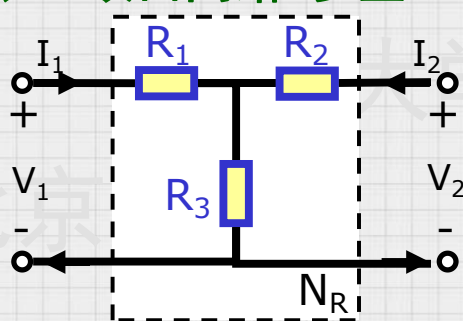


(图三 a)



求  $V_R = ?$  (图三 b)

### 解法5: 双口网络Z参量



图a:

$$R_2 = 4R_3$$

$$R_1 + \frac{4}{5}R_3 = 2\Omega$$

图b:

$$V_R = 2\text{ V} / 2 = 1\text{ V}$$

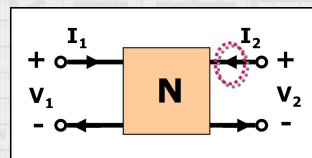
## 6-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

### 2. Y参量: (a) 物理描述

#### 短路导纳参量

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \mathbf{Y}_{11} \mathbf{V}_1 + \mathbf{Y}_{12} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{Y}_{21} \mathbf{V}_1 + \mathbf{Y}_{22} \mathbf{V}_2 \end{cases}$$



$$\mathbf{Y}_{11} = \mathbf{I}_1 / \mathbf{V}_1 \big|_{\mathbf{V}_2=0} \quad \text{出口短路时入口的驱动点导纳}$$

$$\mathbf{Y}_{12} = \mathbf{I}_1 / \mathbf{V}_2 \big|_{\mathbf{V}_1=0} \quad \text{入口短路时反向转移导纳}$$

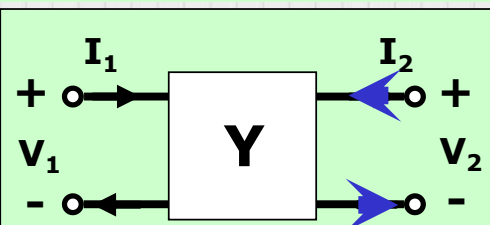
$$\mathbf{Y}_{21} = \mathbf{I}_2 / \mathbf{V}_1 \big|_{\mathbf{V}_2=0} \quad \text{出口短路时正向转移导纳}$$

$$\mathbf{Y}_{22} = \mathbf{I}_2 / \mathbf{V}_2 \big|_{\mathbf{V}_1=0} \quad \text{入口短路时出口的驱动点导纳}$$

## 6-2 双口网络参量及其等效电路

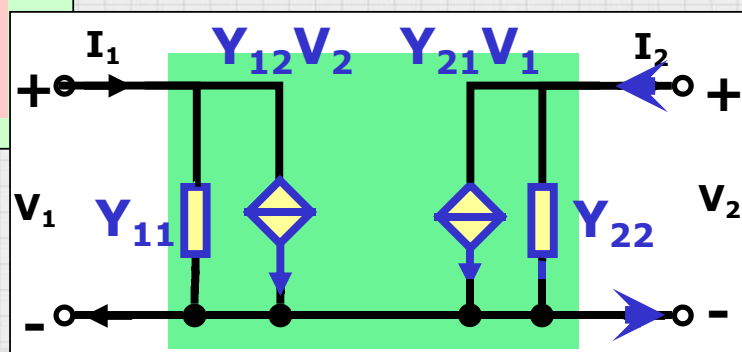
\*\*\*

### 2. Y参量: (b) 等效电路



$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \mathbf{Y}_{11} \mathbf{V}_1 + \mathbf{Y}_{12} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{Y}_{21} \mathbf{V}_1 + \mathbf{Y}_{22} \mathbf{V}_2 \end{cases}$$

#### 等效电路形式1





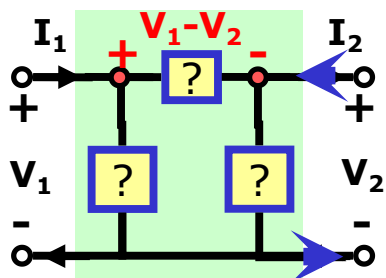
## 6-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

### 2. Y参量: (b) $\pi$ 形等效电路

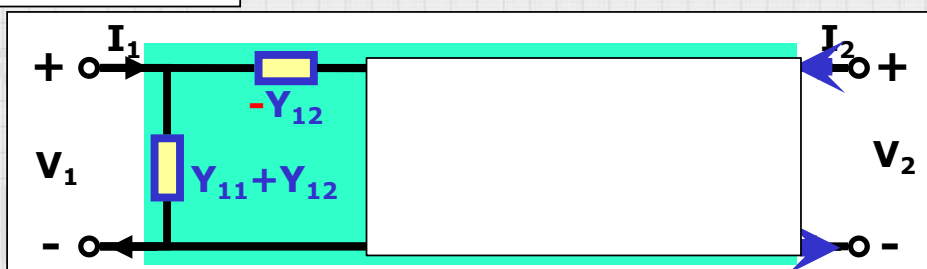
$(V_1 - V_2)$

如果希望形式为:



$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{cases}$$

$$I_1 = (Y_{12} + Y_{11}) V_1 - Y_{12} (V_1 - V_2)$$

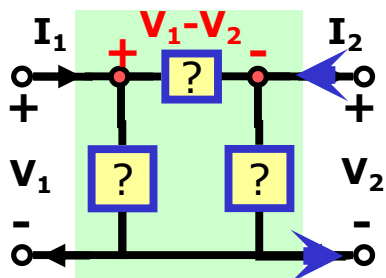


## 6-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

### 2. Y参量: (b) $\pi$ 形等效电路

如果希望形式为:

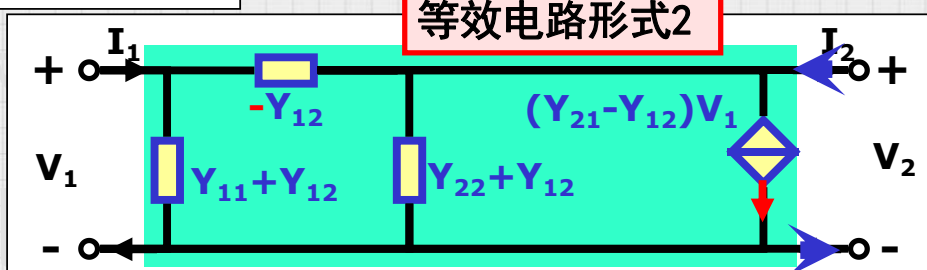


$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{cases}$$

$$I_1 = (Y_{12} + Y_{11}) V_1 - Y_{12} (V_1 - V_2)$$

$$I_2 = -Y_{12} (V_2 - V_1) + (Y_{22} + Y_{12}) V_2 + (Y_{21} - Y_{12}) V_1$$

等效电路形式2



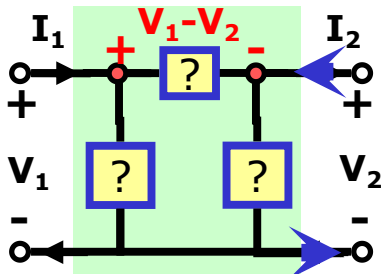
## 6-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

### 2. Y参量: (b) $\pi$ 形等效电路

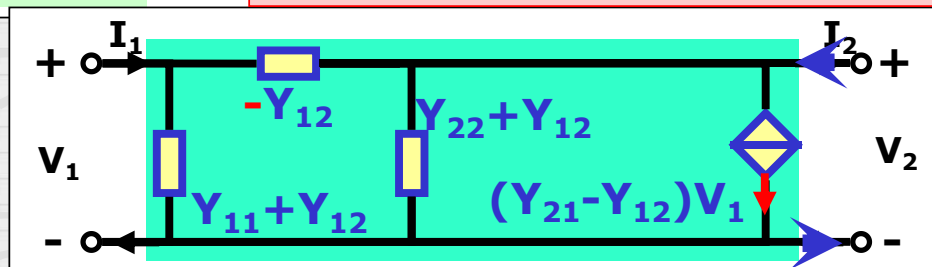
如果希望形式为:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \mathbf{Y}_{11} \mathbf{V}_1 + \mathbf{Y}_{12} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{Y}_{21} \mathbf{V}_1 + \mathbf{Y}_{22} \mathbf{V}_2 \end{cases}$$



小结:

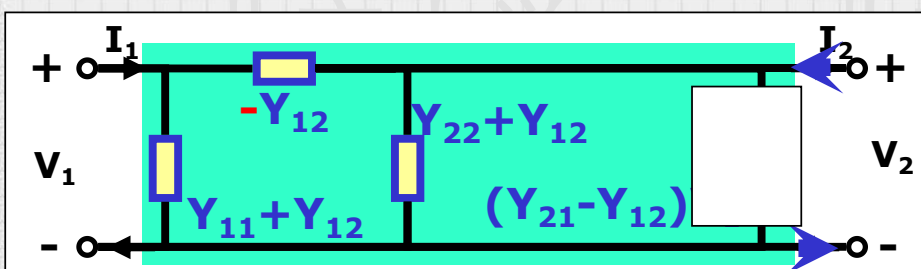
复杂的线性无源双口网络可以用Z参量等效为简单的T形等效电路、或用Y参量等效为简单的 $\pi$ 形等效电路。



## 6-2 双口网络参量及其等效电路

\*\*\*

### 2. Y参量: (c) 互易双口等效电路



互易条件:  $\mathbf{Y}_{12} = \mathbf{Y}_{21}$

普通双口网络参量: 4个独立分量

互易双口网络参量: 3个独立分量

对称双口网络参量: 2个独立分量

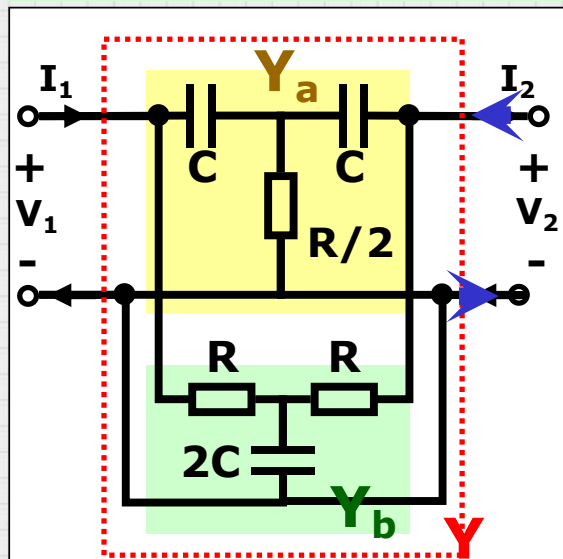
$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \mathbf{Y}_{11} \mathbf{V}_1 + \mathbf{Y}_{12} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{Y}_{21} \mathbf{V}_1 + \mathbf{Y}_{22} \mathbf{V}_2 \end{cases}$$

$$\mathbf{Y}_{12} = \mathbf{Y}_{21}$$

$$\mathbf{Y}_{12} = \mathbf{Y}_{21}, \mathbf{Y}_{11} = \mathbf{Y}_{22}$$

## 6-2 双口网络参量及其等效电路

### 2. Y参量：例：求双T桥滤波器的电压传递函数



$$H(j\omega) = \frac{V_2}{V_1} \Big|_{I_2=0}$$

电路特点：  
可分解成两个互易且对称的网络 $Y_a$ 和 $Y_b$ ，且具有并联形式

$$H(j\omega) = \frac{V_2}{V_1} \Big|_{I_2=0} = \frac{-Y_{21}}{Y_{22}}$$

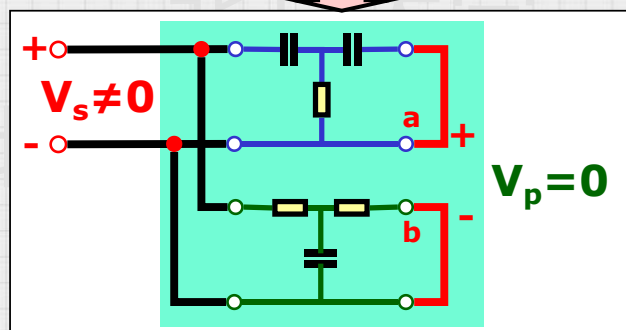
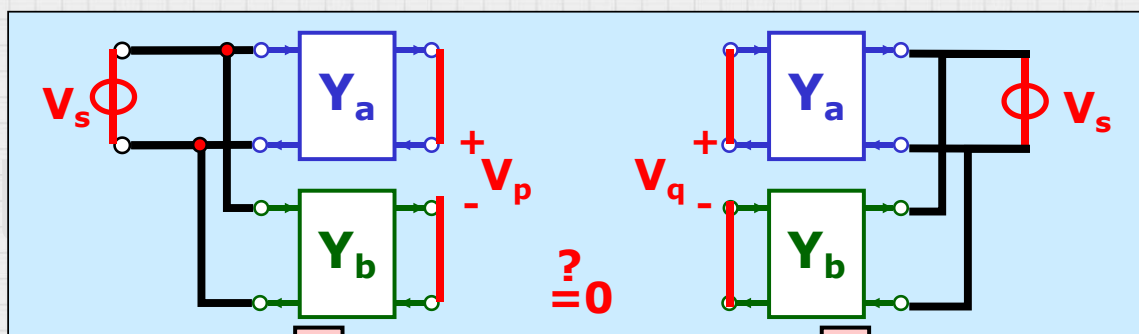
$$= \frac{-Y_{21a} + Y_{21b}}{Y_{22a} + Y_{22b}}$$

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{cases}$$

$$Y \stackrel{?}{=} Y_a + Y_b \quad \rightarrow$$

## 6-2 双口网络参量及其等效电路

判断并联有效性：



同理可得： $V_q = 0$

## 6-2 双口网络参量及其等效电路

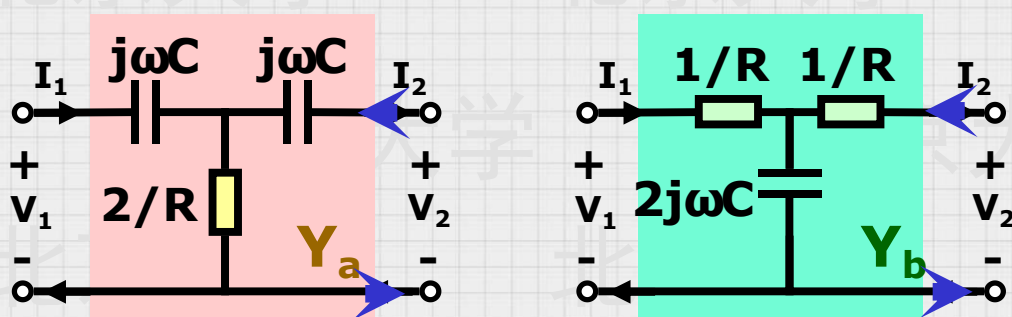
□ 因此复合双口网络的

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_b$$

□ 下面可以单独计算 $\mathbf{Y}_a$ 和 $\mathbf{Y}_b$

□ 规范结构的 $\mathbf{Y}$ 可以简单查表获得

## 6-2 双口网络参量及其等效电路



$$\mathbf{Y}_a = \begin{pmatrix} j\omega C(\frac{2}{R} + j\omega C) & \omega^2 C^2 \\ \omega^2 C^2 & j\omega C(\frac{2}{R} + j\omega C) \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\frac{2}{R} + j\omega C}$$

□ 同理可以计算出 $\mathbf{Y}_b$

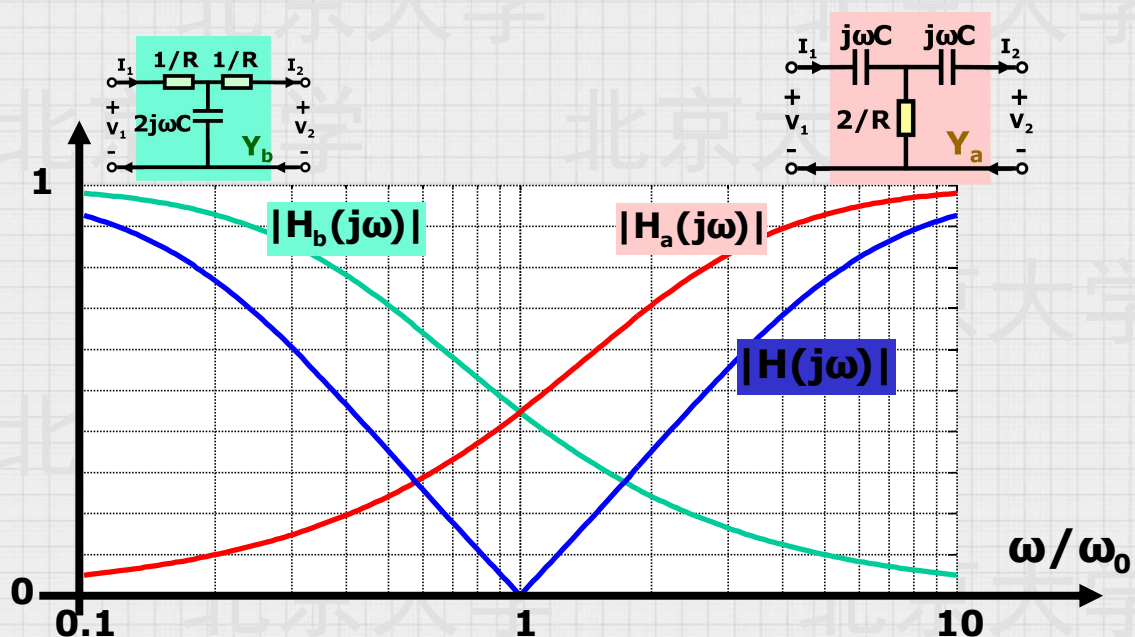
□ 最后

$$\mathbf{H}(j\omega) = -\frac{\mathbf{Y}_{21a} + \mathbf{Y}_{21b}}{\mathbf{Y}_{22a} + \mathbf{Y}_{22b}} = \dots$$



## 6-2 双口网络参量及其等效电路

$$|H(j\omega)| = |1 - (\omega/\omega_0)^2| / \sqrt{[1 - (\omega/\omega_0)^2]^2 + 16(\omega/\omega_0)^2}$$



☆Tea ☆Break☆

第八章全部作业：掌握全部例题+

补充：由表8-1-1双口网络(参考方向为图8-1-1)的Z参量，  
推导与该网络其他任选某个参量( $Y$  or  $H$  or  $A$ )的关系。

8-3, 5, 7, 8, 16, 18

汇报人：

学号：

院系：



北京大学  
PEKING UNIVERSITY