תרגיל בית 1- מבוא לבינה מלאכותית

חלק ג

שאלה 1

.2

S= {0} U [63]

O= {DOWN=0 ,RIGHT=1,UP=2,LEFT=3}

נסמן את משבצות הפורטל בלוח p1(=25),p2(=37) ונגדיר פונקציה P: S-> S בצורה הבאה:

עבור s=p1: P(s)=p2

עבור s=p2: P(s)=p1

אחרת, P(s)=P(s)

ואז נגדיר את האופרטורים כך:

DOWN(s)= P(s+8) אם s<56:

Φ אם משבצת s היא חור:

P(s) אחרת:

RIGHT(s)= P(s+1) אם s mod 8 != 7 :

Φ אם משבצת s :היא חור:

P(s) אחרת :

UP(s)= P(s-8) אם s>7:

Φ אם משבצת s היא חור:

P(s) אחרת:

LEFT(s)= P(s-1) אם s mod 8 != 0 :

Φ אם משבצת s היא חור:

P(s) אחרת:

I= 0

G= {63}

כל מצב במרחב המצבים מוגדר ע"י אינדקס (באופן חח"ע ועל) בין 0-63 ולכן מרחב המצבים בגודל 64. המצב ההתחלתי תמיד במשבצת 0 והסופי ב63

.3

Domain(2)= S \ {19, 29, 35, 41, 42, 46, 49, 52, 59, 63}

ניתן להפעיל את האופרטור על כל המצבים חוץ מחורים שלא ניתן להפעיל עליהם דבר והמצב הסופי שאם אנחנו בו הגענו לסוף המסלול.

.4

Succ(0)= {0, 1 , 8 }

אנחנו בקצה השמאלי העליון לכן אם ננסה לזוז שמאל או למעלה נשאר במקום, וניתן בנוסף לזוז ימינה או שמאלה

5. ייתכנו מעגלים במרחב החיפוש. אם נזוז ממצב מסוים ימינה ולאחר מכן שמאלה (בהנחה שהן לא פורטל או חור) נגיע לאותו מצב בחזרה

6. מקדם הסיעוף הוא 4 (4 אפשרויות לתזוזה לכל היותר: ימינה, שמאלה, למטה, למעלה)

7. במקרה הגרוע ביותר, ייתכן והוא לעולם לא יגיע למצב הסופי (אינסוף פעולות).

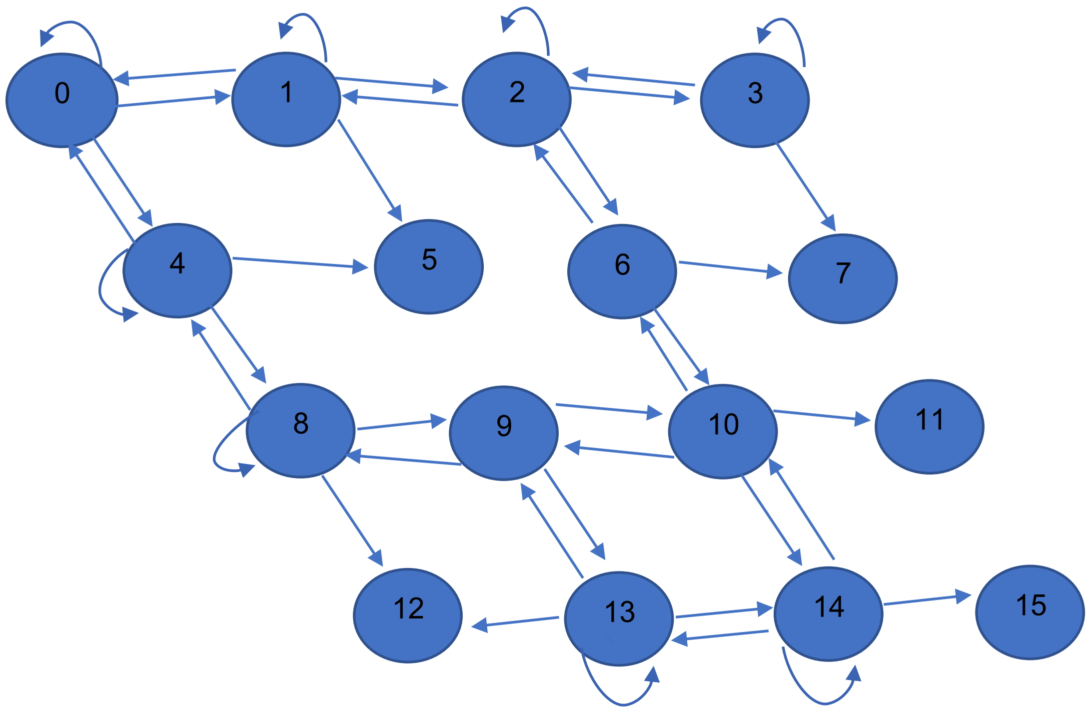
8. במקרה הטוב ביותר, ייתכן והוא יגיע לאחר 9 פעולות למצב הסופי (נדרש להגיע מהמצב הסופי לפורטל- 4 צעדים, ומהפורטל אליו ישתגרנו נגיע למצב הסופי ב5 צעדים)

9. לא. לעתים העלות של מעבר בפורטל גדולה מעלות מעבר על מספר משבצות במקומו.

שאלה 2

2. התנאי הוא שלא יהיו מעגלים במרחב החיפוש. כי אז יווצר הבדל בין האלגוריתמים כחיפוש בעץ יפתח אותו שוב וחיפוש בגרף לא.

3.



4. נגדיר את הפונקציה:

T(G(V,E))= G'(V',E')

בצורה הבאה:

נגדיר את העלות של דריכה על משבצת (מצב) s בתור cost(s).

V'= $\{s_i$ | s $\in$ S , 1<=i<=cost(s) }

E' = { $(s_{cost(s)}, s'_1)$ | s,s' $\in$ S , (s,s') $\in$ E }

אם נריץ BFS על 'G נקבל פתרון במרחק אופטימלי, משום שעל כל מצב s שנדרוך במשבצת שלו, נצטרך לעבור במספר צמתים זהה לעלות המשבצת, ולכן מספר הצמתים בהם נעבור יהיה שווה לעלות המסלול בגרף המקורי, ולכן ככל שנעבור על פחות צמתים נגיע לעלות נמוכה יותר, והאופטימליות של BFS מאפשרת לנו למצוא את הפתרון עם מספר הצמתים הקטן ביותר.

5. יפותחו N^2-2 צמתים וייווצרו N^2 צמתים. **נימוק:**

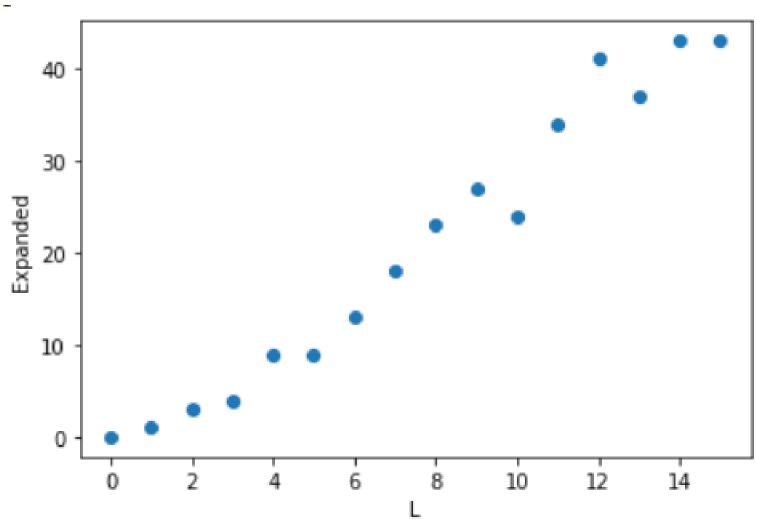
הסיבה היא שהחיפוש מתבצע לרוחב: צומת G היא הצומת הרחוקה ביותר (מרחק N-2) מהצומת S לכן כל תפותח צומת עבור כל משבצת שנמצאת במרחק (מנהטן) של 0<=i<N-3 מהצומת S (כלומר כל משבצת חוץ מ: משבצת המטרה, זאת שמעליה וזאת שמשמאלה, סה"כ N^2-3 משבצות) לפני שהאלגוריתם יתקדם למרחק גדול יותר וזה אומר שכל המשבצות שמרחקן עד 0<=i<=N-3 יווצרו (סך כל המשבצות הללו הוא N^2-1). לבסוף נפתח את הצומת הראשונה שמרחקה *N-3* ובה ניצור ונמצא את צומת המטרה, לכן סה"כ יפותחו N^2-2 צמתים וייווצרו N^2 צמתים. *הערה: בגרף זה אין בורות לכן כל מצב שהוא לא של משבצת המטרה ניתן לפיתוח.

שאלה 4

2. האלגוריתם ID-DFS-G שלם. לכל אורך סופי של פתרון ישנה איטרציה שתגיע לכל המצבים באורך זה, לכן אם יש פתרון הוא ימצא.

3. נניח שהפתרון האופטימלי באורך L מסוים. ייתכן שבריצת הDFS_L באיטרציה שבה ננסה למצוא את הפתרון באורך L נעבור באחד הצמתים שנמצאים על המסלול שמספק את הפתרון האופטימלי וניסוג ממנו (כלומר עוד לא עברנו במסלול האופטימלי אלא הגענו לצומת כחלק ממסלול אחר), בפעמים הבאות שנגיע לצומת הזו לא נוכל לפתח אותה משום שהיא נכנסה לclose. במצב כזה לא נוכל למצוא את הפתרון האופטימלי (כי לא נוכל לעבור בו יותר באיטרציה הנוכחית) ולכן לא מובטחת קבילות של האלגוריתם. בשביל להימנע ממצב כזה, נריץ בכל איטרציה DFS_L על עץ במקום על גרף (כלומר לא DFS_L_G), ואז נוכל לפתח את אותה הצומת מספר פעמים ולעבור על כל המסלולים האפשריים ותובטח קבילות.

.4



ניתן לראות שישנה גדילה בכמות הצמתים המפותחים ככל שעומק החיפוש גדל משום שכאשר אנחנו מגדילים את עומק החיפוש נוצרות לנו אפשרויות חדשות להגיע למסלולים חדשים. עם זאת אין גדילה מונוטונית ביחס לכל נקודה וזו העוקבת לה, משום שכפי שציינו בסעיף הקודם ייתכנו מצבים מסוימים שפיתוח צומת מסוים פעם אחת בלבד יביא למניעת האפשרות להגעה לצמתים חדשים ועליה עקבית במספר הצמתים המפותחים בכל עומק.

שאלה 6

1. היוריסטיקה קבילה.

הסבר: עבור כל מצב state מתקיים:

אם לא ניתן להגיע ממנו לg אז בהכרח h*(state)= ∞ ולכן h(state)<h*(state),

מהגדרת מרחק מנהטן והמחיר של משבצת הפורטל h(state)>=0 ולכן מתקיים

0<=h(state)<=h*(state).

אם ניתן להגיע ממנו לg אז יש 2 אפשרויות לסוגי מסלול:

א. אם המסלול עם העלות הנמוכה ביותר לא יכיל פורטלים, הוא יהיה בנוי ממשבצות שמשקלן הוא 1 לכל הפחות). מסלול בלוח הוא למעשה בצורת מסלולי שריג ולכן בהכרח לכל הפחות יהיה באורך מרחק manhaten ולכן יתקיים כי

$h^*(state) \geq 1^* h_{Manhatan}(state, g) = h_{Manhatan}(state, g) \geq h_{sap}(state)$

ב. אם המסלול יכיל פורטל, אז רק צעד המעבר לפורטל יהיה במשקל $Cost(p)$ ושאר המשקלים במסלול יהיו חיוביים (נניח שסך המשקלים של שאר המסלול הוא C) אז יתקיים: $h^*(state) = C + Cost(p) > Cost(p) \geq h_{sap}(state)$.

ולכן מתקיים בכל מקרה כי 0=< (state) h_{sap}(state) =< h*(state) כלומר היוריסטיקה קבילה

2. היוריסטיקה לא עקבית. דוגמה נגדית:

S	H	F
F	F	F
F	F	G

במקרה זה cost(0,1)=0 אבל: $h_{Manhatan}(0,g)=4$ $h_{Manhatan}(1,g)=3$
ושניהם קטנים מcost(p)=100 ולכן $h_{sap}(0)-h_{sap}(1)>\text{cost}(0,1)$ וזו סתירה להגדרת העקביות.

שאלה 8

.2

a . קבילה. אם *s* מצב סופי אז בהכרח *h*(s)=0=h(s)*, אחרת בהכרח יהיה מסלול למצב הסופי והצעד האחרון בו (למשבצת *g*) הוא במשקל 1, לכן *h(s) <= h*(s)*

b. קבילה. עבור כל משבצת שאינה *g* אם יש משבצת פורטל במסלול ל*g*, מחיר המסלול הוא לפחות 100 וזה גדול ממרחק המנהטן של כל המשבצות ממשבצת המטרה. אם אין, המסלול עובר במספר משבצות ששווה לאורך מסלול מנהטן, ולפחות משבצת אחת במשקל גדול מ1 (אף משבצת אין מסלול שכל המשבצות בו הן *L*) ולכן משקל המסלול יהיה גדול ממרחק מנהטן כלומר *h(s)<h*(s)* מרחק מנהטן הוא גם אי שלילי לכן *0<=h(s)<=h*(s)*

עבור הצומת *g* מרחק המנהטן הוא 0 וגם *h*(g)* ולכן גם עבור *g* מתקיימת קבילות

c. קבילה. ב*b* הראנו שמתקיים לכל מצב *s*: $0<=h_{Manhatan}(s)<=h^*(s)$. מאופן ההגדרה של $NearestPortalOrGoalHeuristic(s)$ מתקיים:

$0\le NearestPortalOrGoalHeuristic(s)\le h_{Manhatan}(s)\le h^*(s)$ לכן היוריסטיקה קבילה (המינימום בין קבוצת מספרים קטן או שווה לכל מספר בקבוצה)

d. לא קבילה. כפי שראינו עבור המצב הסופי *g* מתקיים *h*(g)=0* אבל לפי הגדרת היוריסטיקה מתקיים: $NearestPortalToFinalHeuristic(g)=h_{Manhatan}(p_1,p_2)=5$ ולכן $NearestPortalToFinalHeuristic(g)>h^*(g)$.

3. היוריסטיקה המיודעת ביותר היא h_{MD}. כפי שהראנו,

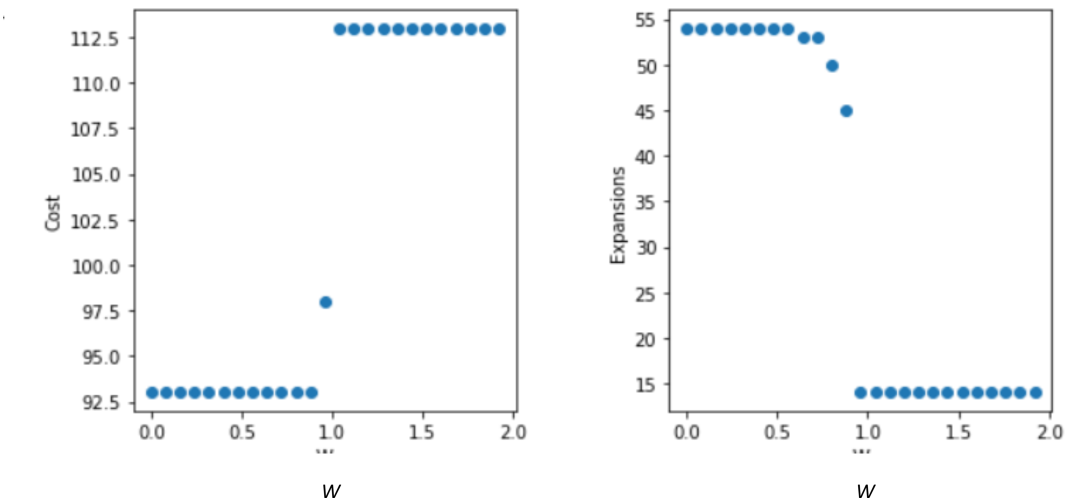
$$0 \leq NearestPortalOrGoalHeuristic(s) \leq h_{Manhatan}(s) \leq h^*(s)$$

וגם בהכרח מרחק מנהטן הוא גדול או שווה ל1 כאשר הצומת הוא לא מטרה, ו0 אם

הצומת מטרה, לכן

$$0 \leq GreedyHeuristic(s) \leq h_{Manhatan}(s) \leq h^*(s)$$

4.



ניתן לראות בגרף את העלייה בביצועים כאשר נותנים ליוריסטיקה משקל גבוה יותר (כלומר יותר מצבים יפותחו עד שימצא הפתרון) ולעומת זאת כאשר ניתן משקל רב יותר ליוריסטיקה טיב הפתרון הולך ופוחת (כלומר העלות הולכת וגדלה). בכך שני הגרפים ממחישים את היחס בין איכות הפתרון לבין "המחיר שנצטרך לשלם" בזמן הריצה כדי למצוא אותו.

חלק ד

שאלה 2

א.

S= {(s, s') | s,s' $\in$ {0}U[63] }

O= {(d, d') | d,d' $\in$ {RIGHT, UP, DOWN, LEFT, STAY}}

I= {(s1,s2)}

G= {(s, s) | s $\in$ {0}U[63] }

כל מצב הוא למעשה צמד המשבצות עליהן עומדים כל אחד מהמשתתפים. לפי הגדרה הם יכולים לזוז לכל כיוון או להישאר במקום כמו שהגדרנו בחלק ג של התרגיל. המצב ההתחלתי נתון והמצב הסופי הוא מצב שבו הם על אותה המשבצת.

ב.

Domain(Right, Right)=

{(s, s') | s,s' $\in$ {0}U[63] , H אינן משבצות s ,s' המשבצות באינדקס }

כידוע מחלק ג ניתן להפעיל את האופרטור RIGHT על כל המצבים שאינם חור.

ג.

נגדיר S*={0}U[63]. בנוסף אם יש על הלוח 2 משבצות פורטל אז נקרא לאינדקסים (המצבים) שלהן p1,p2 ונגדיר פונקציה P: S*-> S* בצורה הבאה:

עבור s=p1: P(s)=p2

עבור s=p2: P(s)=p1

אחרת, P(s)=P(s)

*הפונקציה נדרשת כדי שנוכל להגדיר שדריכה על משבצת פורטל משגרת אוטומטית למצב של הפורטל השני (במקרה שאין פורטל זוהי פונקציית זהות)

נגדיר פונקציה I: S* -> 2^{S^*} : עבור מצב s כלשהו:

אם s=0 : I(s)= {P(s),P(s+1), P(s+N)} (אין משבצת משמאל ומלמעלה)

אחרת אם s= N-1 : I(s)= {P(s),P(s-1), P(s+N)} (אין משבצת מימין ומלמעלה)

אחרת אם s = (N-1)*N : I(s)= {P(s),P(s+1), P(s-N)} (אין משבצת משמאל ומלמטה)

אחרת אם s = N^2 -1 : I(s)= {P(s),P(s-1), P(s-N)} (אין משבצת מימין ומלמעלה)

אחרת אם 0< s <N-1 : I(s)= {P(s),P(s+1), P(s+N), P(s-1)} (אין משבצת מלמעלה)

אחרת אם (N-1)*N < s < N^2 -1: I(s)= {P(s),P(s+1), P(s-N), P(s-1)} (אין משבצת מלמטה)

אחרת, אם s mod N = 0 : l(s)= {P(s),P(s+1), P(s-N), P(s+N)} (אין משבצת משמאל)

אחרת, אם s mod N = N-1 : l(s)= {P(s),P(s-1), P(s-N), P(s+N)} (אין משבצת מימין)

אחרת, l(s)= {P(s),P(s-1), P(s-N), P(s+N), P(s+1)} (יש משבצת בכל כיוון)

ועם הפונקציות האלו ניתן להגדיר:

$$Succ((s1, s2)) = \{(s, s') \mid s \in l(s1),\ s' \in l(s2)\}$$

ד. נגדיר את היוריסטיקה הבאה:

$$h((s,s')) = \begin{cases} 0 & \text{אם } 3 > h_{Manhatan}(s,s') : \\ 1 & \text{אחרת:} \end{cases}$$

היוריסטיקה קבילה. אם המשבצות של s, s' נמצאות במרחק של יותר מ2 משבצות אחת מהשנייה, גם אם כל אחת תעשה צעד לכיוון השנייה, עדיין יוותר מרחק של משבצת ביניהם. אם שניהם דרכו על משבצת חור (כלומר עלות שני הצעדים היא אפס) אז הערך של היוריסטיקה האופטימלית יהיה אינסוף כי הם יתקעו. אחרת, לפחות אחד מהם לא דרך על חור כלומר העלות גדולה מ0 וזה אומר ש(h(s,s')<=h*(s,s' =1.

במקרה השני תמיד יתקיים (0=h(s,s')<= h*(s,s'

לכן היוריסטיקה קבילה.