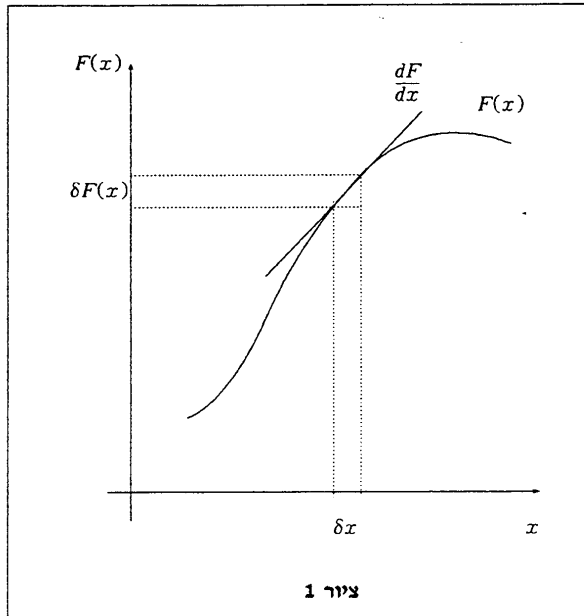


## נספח 1. טיפול בשגיאות נגררות

בדרך כלל, לא קיימת מדידה ישירה של הגדלים בהם אנו מעוניינים. לכן, מודדים גדלים אחרים, ומחשבים מהם הגדלים הרצויים. נשאלת השאלה, אם אנחנו יודעים את השגיאה בגדלים המדודים, מהי השגיאה בגודל המחושב? שגיאה זו נקראת "שגיאה נגררת".



כדי להבהיר את הנושא של שגיאה נגררת, נתחיל קודם בדוגמה פשוטה. נניח שאנו מעוניינים לדעת מהי השגיאה בפונקציה  $F(x)$  כאשר ידוע לנו שהשגיאה ב- $x$  הוא  $\delta x$ . אם אנחנו מעוניינים בציר 1, אנו רואים שקירוב טוב ל- $\delta F(x)$  הוא ערך השיפוע  $dF/dx$  כפול  $\delta x$ , כלומר:

$$\delta F(x) \approx \frac{dF}{dx} \delta x \quad (1)$$

באופן דומה, החשבון הדיפרנציאלי מאפשר לנו להעריך את השגיאה הנגררת, כאשר מדובר בפונקציה של משתנים רבים. נניח שאנו רוצים להעריך את השגיאה בפונקציה  $F(x, y, \dots)$  של המשתנים  $x, y, \dots$  והשגיאות  $\delta x, \delta y, \dots$  ידועות. הערכה סבירה של השגיאה  $\delta F$  נתונה על ידי הגדול ביותר מבין הערכים:

$$|F(x \pm \delta x, y \pm \delta y, \dots) - F(x, y)| \quad (2)$$

פתוח של הביטוי (2) לטור טיילור והזנחה של ביטויים מסדר גודל  $(\delta x)^2$  ו- $(\delta y)^2$  מראה כי הוא שווה ל:

$$\left| \pm \frac{\partial F}{\partial x} \delta x \pm \frac{\partial F}{\partial y} \delta y \pm \dots \right| \quad (3)$$

הערכה סבירה ל  $\delta F$  היא הגדול ביותר בין הביטויים ב-(2), כלומר  $\left| \frac{\partial F}{\partial x} \delta x \right| + \left| \frac{\partial F}{\partial y} \delta y \right|$ . אולם, מתברר מטיפול סטטיסטי כי נוסחה זאת היא פסימית מדי, ואפשר להוכיח שסטית התקן,  $\delta F$ , בגודל המחושב נתונה על ידי:

$$\delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x} \delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \delta y\right)^2} + \dots \quad (4)$$

במקרים רבים ישנה צורה פשוטה למדי ל-  $\delta F$  בטבלה נציב מספר ביטויים כאלה :

$F(x, y)$	הקשר בין השגיאה הנגררת $\delta F$ לשגיאות $\delta x$ ו- $\delta y$
$F = Ax$	$\delta F = A \delta x$
$F = x^n$	$\frac{\delta F}{F} = n \frac{\delta x}{x}$
$F = \ln(x)$	$\delta F = \frac{\delta x}{x}$
$F = e^x$	$\frac{\delta F}{F} = \delta x$
$F = x + y ; F = x - y$	$\delta F = \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2}$
$F = xy ; F = x / y$	$\frac{\delta F}{F} = \sqrt{\left(\frac{\delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\delta y}{y}\right)^2}$