

# 开题答辩

$F$ 为局部紧的非Archimedean 域时的退化 $\mathfrak{p}$ -adic群表示论

邓志远

December 28, 2020



# 目录

## 开题答辩

邓志远

### 1. 研究背景及其意义

研究背景及其意义

研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法

### 2. 研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法



# 目录

## 开题答辩

邓志远

### 1. 研究背景及其意义

研究背景及其意义

研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法

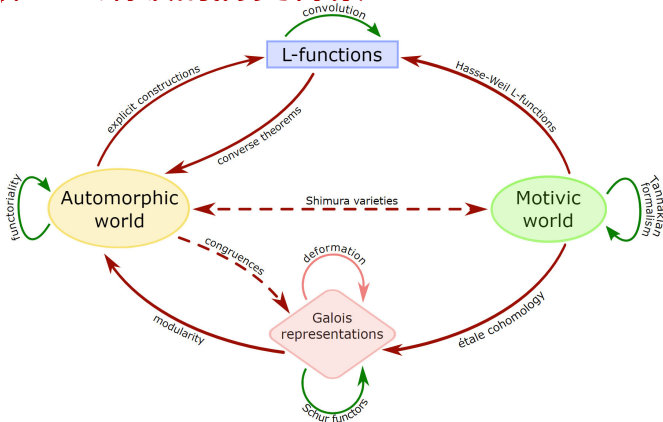
### 2. 研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法



## Langlands纲领的历史背景



开题答辩

邓志远

研究背景及其意义

研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法

此图简要展示在不同语言下的Langlands对应关系，可以从中领略这个宏伟纲领的伟大。



## Langlands纲领的历史背景

### 开题答辩

邓志远

研究背景及其意义

研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法

其中L函数是通过Euler乘积下的Dirichlet级数来研究素数密度问题，是著名的黎曼  $\zeta$  函数推广；自守形式领域是赋值向量环(adèle)  $G(\mathbb{A}(F))$  在自守形式空间上的表示。在经典模形式理论会构造很多自守表示，比如Siegel形式和Maass形式；Motivic领域是指Motives是概形的上同调的和，通过他们构造绝对Motivic Galois群表示的范畴；Galois表示即为全局域上Galois群的连续表示，比如  $l$ -adic Galois表示。



## 本课题的研究目标和意义

### 开题答辩

邓志远

研究背景及其意义

研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法

此论文 [1]主要探究  $G = GL_n$  时, 即  $\tilde{G} = GL_n$  时, 如何将超尖表示和不可约的  $n$  维之间的等价关系向更为一般的情形推广。

本文中主要探究通过尖表示构造不可约表示的方法为了Langlands早期的工作提供证明技术的支持, 是Langlands纲领得以诞生和推广的必要条件之一。而对于  $GL_n$  的处理, 为Langlands纲领提供必要的技术手段和理论基础。目前对于高阶群的表示仍然存在着很多未知。



## 课题研究的目标和意义

### 开题答辩

邓志远

研究背景及其意义

研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法

回顾现今数学发展一个重要的突破对于 $\mathfrak{p}$ -adic群表示理论是由Langlands和Jacquet在1970年出版的书籍：《Automorphic Forms on GL (2): Part 1》 [2]。这个书中初步的指出了这套表示论和数论之间极为漂亮的联系：即为非交换的reciprocity法则。而且这本书在在很多方面上奠定了表示论的研究前景。本文探究的重点在于将其书中一些猜想性质的想法推广到 $GL_n$ 的实现。



# 目录

## 开题答辩

邓志远

### 1. 研究背景及其意义

研究背景及其意义

#### 研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法

### 2. 研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法





# 研究方法

## 开题答辩

邓志远

研究背景及其意义

研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法

首先考虑局部紧的零维的群的表示，进而用Harish-Chandra的方法来分析一般线性群  $GL_n$  的表示，此方法如上文提到是尖表示诱导构造，其中对于一些有限阶的群情况下的结论早在论文 [1]前已经被证明，故此也不再赘述。

最后通过Gel'fand-kazhdan方法来进一步分析一般情形下的  $GL_n$  的表示，这个方法与上述Harish-Chandra方法相反，是将  $GL_n$  表示限制到子群  $P_n$  上。



## 参考文献

### 开题答辩

邓志远

研究背景及其意义

研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法



I. N. Bernshtein and A. V. Zelevinskii.

Representations of the Group  $GL(n, F)$  Where  $F$  is a Non-Archimedean Local Field.

*Russian Mathematical Surveys*, 31(3):1–68, jun 1976.



H. Jacquet and R. P. Langlands.

*Automorphic Forms on  $GL(2)$ : Part 1*, volume 114.

Springer, 2006.



致敬

开题答辩

邓志远

研究背景及其意义

研究方法

Harish-Chandra方法

Gel'fand-kazhdan方法

Merci bien!