

דו"ח פרויקט מידול בייסיאני של הקשר העקמומי בין אסרטיביות ותפיסת מנהיגות

על פי המאמר:

What Breaks a Leader: The Curvilinear Relation Between Assertiveness
and Leadership

by Daniel R. Ames and Francis J. Flynn

מגיש: יונתן ששון - 207600495

תאריך: 07/08/2025

שימוש בכלי AI כעזר: GPT, NotebookLM

Data Based Decisions

תוכן עניינים:

1. מבוא והקשר
 - 1.1 - תופעת עקומת ה-U הפוכה בפסיכולוגיה ובמדעי החברה
 - 1.2 - הקשר בין אסרטיביות לתפיסת מנהיגות: סקירה והצגת הבעיה
 - 1.3 - מטרת הדו"ח
2. מסגרת תיאורטית
 - 2.1 - תוצאות אינסטרומנטליות וחברתיות של אסרטיביות
 - 2.2 - אפקט עקומי: הטיית השליליות והשפעתה על תפיסת המנהיגות
3. תיאור הנתונים האמפיריים
 - 3.1 - מקור הנתונים: מאמר "What Breaks a Leader".
 - 3.2 - טעינת וסקירת הנתונים
 - 3.3 - הצגה חזותית של הנתונים (תרשים פיזור)
4. ניסוח המודל הבייסיאני
 - 4.1 - ניסוח מילולי של המודל
 - 4.2 - ניסוח מתמטי של המודל ומשמעות הפרמטרים
5. בניית המודל והגדרת אמונות קודמות (Priors)
 - 5.1 - בחירת התפלגויות אמונות קודמות לפרמטרים בהתבסס על ממצאי המאמר
 - 5.1.1 – תהליך אינסטרומנטלי – פונקציה ליניארית
 - 5.1.2 - תהליך חברתי – פונקציה ריבועית
 - 5.1.3 – משקלים לתרומות כל תהליך
 - 5.1.4 - סטיית תקן של הרעש
 - 5.2 - הטמעת המודל באמצעות ספריית PyMC
 - 5.3 - תהליך הדגימה מהתפלגות הפוסטרירורית
6. ניתוח תוצאות המודל והדגמת עקומת ה-U ההפוכה
 - 6.1 - בדיקת התכנסות המודל (Model Convergence Checks).
 - 6.2 - בדיקת התכנסות המודל (Effective Sample Size).
 - 6.3 - סיכום פוסטרירורי של פרמטרי המודל
 - 6.4 - שרטוט עקומות המודל המשולב
 - 6.5 - חישוב רמת האסרטיביות האופטימלית
7. מגבלות המודל
 - 7.1 – פירוט מגבלות המודל
8. אימות המודל: בדיקות חזויות (Posterior Predictive Checks)
 - 8.1 - שיטה
 - 8.2 - תוצאה חזותית
 - 8.3 - מדדי דיוק
9. מסקנות וכיווני מחקר עתידיים
 - 9.1 - סיכום ממצאים עיקריים
 - 9.2 - השלכות תיאורטיות
 - 9.3 - השלכות מעשיות

Data Based Decisions

9.4 - יתרונות מתודולוגיים של הגישה הבייסית

9.5 - כיווני מחקר

10. רשימת מקורות

11. נספחים

11.1 - Jupyter Notebook – קוד פייתון מלא.

11.2 - שאר נספחים (Data, מצגת + סרטון).

11.3 - גרפים מהמאמר, וגרפי פלט מהמחברת.

Data Based Decisions

1. מבוא והקשר

1.1 תופעת עקומת ה-U הפוכה בפסיכולוגיה ובמדעי החברה, היא תבנית נפוצה בפסיכולוגיה ובמדעי החברה, המתארת מצב שבו עלייה בגורם מסוים (המשתנה הבלתי תלוי) תורמת בתחילה לתוצאה רצויה, אך מעבר לנקודה מסוימת, המשך העלייה באותו גורם מובילה לירידה בתוצאה הרצויה. דוגמאות לכך כוללות את הקשר בין גודל מבחר לבין רצון לרכוש, או בין קושי הבעיה לבין ביצועים.

1.2 הקשר בין אסרטיביות לתפיסת מנהיגות - סקירה והצגת הבעיה: המחקר ארוך השנים על מנהיגות התמקד בשאלה אילו סוגי אנשים הופכים למנהיגים יעילים. במאמר "What Breaks a Leader" מוצע כי לאסרטיביות, המוגדרת כנטייה של אדם להגן, לרדוף ולדבר למען האינטרסים שלו, תפקיד קריטי בתפיסות לגבי מנהיגים. בעוד שמחקרים קודמים התמקדו בהשפעות ליניאריות כלומר ככל שהאדם יותר אסרטיבי הוא נתפס כמנהיג וכן להיפך. מחקר זה טוען כי אנשים הנתפסים כאסרטיביים באופן נמוך מדי או גבוה מדי, דווקא נתפסים בדרך כלל כמנהיגים פחות יעילים. נראה כי תפיסות אלו של אסרטיביות "מוגזמת" או "חסרה" נפוצות. המחקרים הקודמים הניבו לעיתים קרובות תוצאות סותרות, שקישור אסרטיביות גם להופעת מנהיגות חיובית (כמו דומיננטיות) וגם לשלילית (כמו ויתור עצמי). הבעיה היא להבין האם קיים סיפור אינטגרטיבי שיכול ליישב תוצאות אלו.

1.3 מטרת הדו"ח, היא לבנות מודל בייסיאני המדגים כיצד שילוב של שני תהליכים מנוגדים יכול להסביר את תופעת ה-U הפוכה בקשר בין אסרטיביות לתפיסת מנהיגות. הדו"ח ימחיש את היכולת של המודל הבייסיאני ללכוד את צורת ה-U הפוכה ולספק תובנות לגבי הרמה האופטימלית של אסרטיביות הנתפסת כמובילה למנהיגות יעילה.

2. מסגרת תיאורטית

2.1 תוצאות אינסטרומנטליות וחברתיות של אסרטיביות: הקשר העקומי בין אסרטיביות למנהיגות מוסבר על ידי שילוב של תפוקות אינסטרומנטליות וחברתיות.

תוצאות אינסטרומנטליות: רמות גבוהות של אסרטיביות נוטות להביא ליתרונות אינסטרומנטליים, כלומר, השגת יעדים והשפעה. אנשים אסרטיביים נתפסים כבעלי עוצמה רבה יותר ויכולים להשיג תוצאות טובות יותר במשא ומתן. מחקרים הראו קשר חיובי בין אסרטיביות לתוצאות אינסטרומנטליות.

תוצאות חברתיות: עם זאת, אסרטיביות גבוהה נושאת לעיתים קרובות עלויות חברתיות. אנשים אסרטיביים נתפסים כפחות אהודים וידידותיים, גם כאשר התנהגותם יעילה או מוצדקת. אסרטיביות גבוהה עלולה לפגוע במערכות יחסים ומוניטין בשל נכונות גבוהה יותר לעסוק בקונפליקט ושימוש בטקטיקות הגנתיות. מחקרים הראו קשר שלילי בין אסרטיביות לתוצאות חברתיות.

2.2 אפקט עקומי - הטיית השליליות והשפעתה על תפיסת המנהיגות: המטרה היא לאחד את הדינמיקות החברתיות והאינסטרומנטליות הללו. סביר להניח שההשלכות החברתיות והאינסטרומנטליות של אסרטיביות אינן מבטלות זו את זו. במקום זאת, החסרונות של רמות אסרטיביות נמוכות או גבוהות במיוחד יהיו בעלות השפעה לא פרופורציונלית על הערכות של מנהיגים. רציונל זה נטוע ברעיון ש"רע חזק מטוב" בתהליך יצירת רושם (הטיית שלילית). תופעה זו גורמת למתבוננים לשים לב יותר להיבטים שליליים מאשר לחיוביים.

אסרטיביות נמוכה מדי: מתחת לרמה מסוימת, העלויות האינסטרומנטליות עולות על היתרונות החברתיים, והפרט ייתפס בעיקר כחסר אונים מבחינה אינסטרומנטלית.

אסרטיביות גבוהה מדי: מעבר לרמה מסוימת, העלויות החברתיות עולות על היתרונות האינסטרומנטליים, והפרט ייתפס בעיקר כבלתי נסבל חברתית. שילוב זה מוביל למסקנה שרמה בינונית של אסרטיביות - כזו שבה אין עלויות חברתיות או אינסטרומנטליות כרוניות ובולטות - תיתפס לרוב כהתנהגות היעילה ביותר. לפיכך, הקשר בין אסרטיביות לתפיסת מנהיגות יהיה עקומי, בצורת U הפוכה.

3. תיאור הנתונים האמפיריים

3.1 הנתונים נשאבו מתוך המאמר "What Breaks a Leader" מאת Daniel R. Ames & Francis J. Flynn, בו מופיע גרף פיזור של הקשר בין אסרטיביות לתפיסת מנהיגות. לצורך המידול, השתמשנו בכלי WebPlotDigitizer כדי לחלץ את נקודות הנתונים מתוך הגרף לכל אחד מהתהליכים ולבנות על בסיסן תשתית לאמידה בייסיאנית.

3.2 חלוקה לתהליכים, טעינה וסקירת הנתונים: במודל ביצענו פיצול לשני תהליכים נפרדים: תהליך אינסטרומנטלי - מדד לתפיסת האדם כיעיל, ממוקד מטרה ובעל הישגים. תהליך חברתי - מדד לאופן שבו האדם נתפס חברתית: חביב, אהוד, מעורר שיתוף פעולה. שני קבצי נתונים נפרדים נשמרו:

Data Based Decisions

instrumental_points.csv כולל את ערכי האסרטיביות מול התוצאות האינסטרומנטליות.
social_points.csv כולל את ערכי האסרטיביות מול התוצאות החברתיות.
שני הקבצים נטענו למודל, וכל אחד נותן ונחזה בנפרד.

3.3 הצגה חזותית של הנתונים (תרשים פיזור): פיזור X-Y מציג מגמה לינארית לתהליך האינסטרומנטלי ומגמה עקמומית, לתהליך החברתי, הגרפים מוצגים בנספח.

4. ניסוח המודל הבייסיאני

4.1 ניסוח מילולי של המודל - הסבר באמצעות שני תהליכים מנוגדים: כדי להסביר את תופעת ה-U ההפוכה בקשר שבין אסרטיביות לתפיסת מנהיגות, בנינו מודל דו שלבי המבוסס על שילוב של שני תהליכים פסיכולוגיים מנוגדים: התהליך האינסטרומנטלי: אסרטיביות גבוהה תורמת להשגת מטרות, בהירות והובלה, ולכן נצפית השפעה חיובית של אסרטיביות על תפיסת המנהיגות.

התהליך החברתי: לעומת זאת, ככל שהאסרטיביות גבוהה מדי, היא עלולה להיתפס כשתלטנות, אגרסיביות או ניכור חברתי – וכך נוצרת השפעה שלילית על תפיסת המנהיגות החברתית.
שילוב שני התהליכים - אחד עולה ואחד יורד - הוא שמוביל ליצירת העקומה בצורת U הפוכה.
בנוסף, לקחנו בחשבון גם את הטיית השליליות (negativity bias): השפעות שליליות לרוב נתפסות כמשמעותיות יותר מאשר חיוביות, ולכן בממוצע - המשקל של ההשלכות השליליות נוטה להכריע.

4.2 ניסוח מתמטי של המודל: בחרתי לפצל את המודל לשתי פונקציות נפרדות, ולשלב ביניהן באופן הסתברותי:
פונקציה 1 – אינסטרומנטלית: $Y_{instrumental} = \alpha_1 + \beta_1 \cdot X + \epsilon_1$ - זוהי פונקציה לינארית, צפויה לעלות ככל שהאסרטיביות עולה.
פונקציה 2 – חברתית: $Y_{social} = \alpha_2 + \beta_2 \cdot X + \gamma \cdot X^2 + \epsilon_2$ - פונקציה שעולה בהתחלה מעט ולאחר מכן יורדת כפי שמוצג בגרף המאמר.

שילוב התהליכים לתפיסת מנהיגות כללית: $Y_{leadership} = w_1 \cdot Y_{instrumental} + w_2 \cdot Y_{social}$
כאשר w_1 וגם $w_2=1-w_1$ הם המשקלים הנלמדים מהמודל שמבטאים את התרומה היחסית של כל תהליך.

α_1, α_2 : קבועי החיתוך של כל תהליך (intercepts).

β : שיפוע ליניארי של התהליך האינסטרומנטלי (צפוי להיות חיובי).

β_2, γ : שיפועים של התהליך החברתי. γ צפוי להיות שלילי כדי ליצור את הפיתול של ה-U ההפוכה.

w_1, w_2 : משקלי התרומה של כל תהליך. נלמדים מהנתונים באמצעות התפלגות β .

ϵ_1, ϵ_2 : שגיאת הרעש בכל אחד מהתהליכים, מפוזרת נורמלית סביב 0 עם סטיית תקן נפרדת.

5. בניית המודל והגדרת אמונות קודמות (Priors)

5.1 בחירת התפלגויות אמונות קודמות לפרמטרים לכל תהליך בהתבסס על ממצאי המאמר: במודל הבייסיאני שבנינו באמצעות ספריית PyMC, הגדרת Priors מהווה שלב מהותי. אמונות אלה משקפות את מה שאנו יודעים או משערים לגבי הפרמטרים לפני התבוננות בנתונים. הן נבחרו על בסיס ממצאים מהמאמר "What Breaks a Leader" יחד עם הגיון תיאורטי.

5.1.1 תהליך אינסטרומנטלי - פונקציה לינארית: הקשר בין אסרטיביות לעילות אינסטרומנטליות צפוי להיות חיובי ופשוט: α_1 (קבוע החיתוך) – נבחרה לו התפלגות נורמלית עם ממוצע 0 וסטיית תקן 1, ו- β_1 (שיפוע לינארי) – נבחרה לו התפלגות נורמלית עם ממוצע חיובי (למשל 0.5) כדי לשקף ציפייה להשפעה חיובית.

5.1.2 תהליך חברתי – פונקציה ריבועית: התוצאות החברתיות עולות בתחילה ויורדות ברמות אסרטיביות גבוהות - לכן בחרתי פונקציה ריבועית בצורת U הפוכה:
 α_2 (קבוע חיתוך): התפלגות נורמלית עם ממוצע 0 וסטיית תקן 1.
 β_2 (שיפוע ליניארי): נבחרה התפלגות גמישה סביב 0.

γ (מקדם ריבועי): זהו הפרמטר המרכזי האחראי לפיתול של העקומה - ולכן הוגדר Prior שלילי.
5.1.3 משקלים לתרומת כל תהליך: w_1 (משקל לאינסטרומנטלי): נבחרה התפלגות Beta (2,2) - גמישה אך עם נטייה לאמצע (0.5), כלומר שוויון יחסי בתרומה. ו- w_2 (משקל לחברתי): נגזר כ: $1-w_1$.

5.1.4 סטיית תקן של הרעש: לכל תהליך נפרד: σ_{inst} ו- σ_{soc} מוגדרים עם HalfNormal, כדי להבטיח ערכים חיוביים בלבד.

Data Based Decisions

5.2 הטמעת המודל באמצעות ספריית PyMC: לאחר הגדרת כל הפרמטרים עם Priors מתאימים, נבנה מודל בייסיאני הכולל: שני תהליכים נפרדים המנבאים כל אחד את תוצאתו (אינסטרומנטלי וחברתי), שילוב ליניארי של התוצאות לפי משקלים נלמדים והצבת פונקציית Normal סביב התוצאה בפועל (Likelihood).

5.3 תהליך הדגימה מהתפלגות הפוסטריורית: לביצוע אינפרנס, השתמשנו בפקודת pm.sample מתוך PyMC – בוצעה דגימה של 4 שרשראות (chains) 2000 X דגימות כל אחת, בנוסף ניתוח ה-Posterior כולל את כל הפרמטרים וגם הפקתי תחזיות מתוך ה-Posterior (PPC).

6. ניתוח תוצאות המודל והדגמת עקומת ה-U ההפוכה

6.1 בדיקת התכנסות המודל (Model Convergence Checks): כדי לוודא שהמודל הבייסיאני התכנס כראוי, השתמשנו במדדים סטנדרטיים:

R-hat (\hat{R}): עבור כל הפרמטרים המרכזיים ($\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, \gamma, \text{weight_inst}$), ערכי R-hat היו קרובים מאוד ל-1.000, מה שמעיד על התכנסות טובה של השרשראות.

6.2 ESS (Effective Sample Size): ערכים גבוהים מ-400 עבור כל הפרמטרים, מצביעים על מספר דגימות בלתי תלויים מספק.

6.3 סיכום פוסטריורי של פרמטרי המודל: התקבלה טבלה סטטיסטית של ממוצעים, סטיות תקן, ומרווחי אמינות (95% HDI) עבור כל אחד מהפרמטרים. לדוגמה:

תהליך אינסטרומנטלי: שיפוע β_1 היה חיובי, מה שמעיד שאסרטיביות תורמת להשגת מטרות.
תהליך חברתי: המקדם הריבועי γ היה שלילי, בהתאם לציפייה לעקומת U הפוכה בתפיסת היחסים החברתיים.
המשקלים שנלמדו (weight_inst) נעו סביב 0.5, כלומר שתי התרומות (אינסטרומנטלית וחברתית) משפיעות בצורה דומה על המודל המשולב.

6.4 שרטוט עקומת המודל המשולב: בקוד מופיע גרף המתאר את עקומת ה-U ההפוכה הממודלת, יחד עם נתוני הפיזור המקוריים. הגרף ממחיש באופן חזותי את הקשר העקומי המדובר.

6.5 חישוב רמת האסרטיביות האופטימלית: הרמה האופטימלית של אסרטיביות, המייצגת את קודקוד הפרבולה ($X = -b/(2a)$), נמצאה בסביבות 5.77 (Z-Score) עם מרווח אמינות של [4.12-7.00] ערך זה קרוב לערך המוצג במאמר שבטווח [4.75-5.75].

7. מגבלות המודל

7.1 למרות ההצלחה בהדמיה של עקומת ה-U ההפוכה, קיימות מגבלות: ייתכן שלאנשים שונים יש נקודת איזון שונה - מודל אחיד לא לוכד שונות בין אנשים. במציאות, ההשפעות לא תמיד סימטריות - ייתכנו גם עקומות מורכבות יותר. בנוסף, הסיטואציה (הקשר) משנה - ייתכן שרמת האסרטיביות האופטימלית תלויה בהקשר החברתי או התרבותי.

8. אימות המודל: בדיקות חזויות (Posterior Predictive Checks)

8.1 שיטה: ביצענו סימולציה של נתונים חזויים מתוך התפלגות הפוסטריורי של המודל הבייסיאני, עבור שני התהליכים בנפרד – התהליך האינסטרומנטלי והתהליך החברתי – והשוונו אותם לנתונים האמיתיים שנמדדו.

8.2 תוצאה חזוית: היסטוגרמות הנתונים החזויים די חופפות לאלו שנצפו.

8.3 מדדי דיוק: השתמשנו כאן במדדי R^2 Bayesian (ריבועי) שמודדים כמה טוב המודל הבייסיאני מצליח להסביר את השונות בנתונים:

R^2 (Instrumental) Bayesian = 0.897 - מעולה.

R^2 (Social) Bayesian = 0.804 - גם כן טוב.

ערכים אלה מצביעים על התאמה חזקה מאוד בין המודל לבין התנהגות הנתונים.

9. מסקנות וכיווני מחקר עתידיים

9.1 סיכום ממצאים עיקריים: המודל הבייסיאני מאמת את עקומת ה-U הפוכה של Ames & Flynn ומעריך בקירוב מעולה את נקודת האיזון של אסרטיביות.

9.2 השלכות תיאורטיות - המידול של קשר זה תומך בתיאוריית התהליכים הכפולים שהוצעה במאמר המקורי:

- יתרונות אינסטרומנטליים ברמות אסרטיביות נמוכות עד מתונות.
- עלויות חברתיות ברמות אסרטיביות מתונות עד גבוהות.
- הטיית השליליות הנותנת משקל רב יותר לעלויות מאשר ליתרונות.

Data Based Decisions

9.3 השלכות מעשיות - מנהיגים וארגונים יכולים להשתמש בממצאים אלו כדי:

- לזהות רמות אסרטיביות אופטימליות להקשרים שונים.
- לפתח תוכניות לפיתוח מנהיגות המדגישות אסרטיביות מאוזנת.
- ליצור כלי הערכה המתחשבים ביחסים עקומים במקום להניח ש"יותר זה תמיד טוב יותר".

9.4 יתרונות מתודולוגיים של הגישה הבייסאנית: הגישה הבייסאנית מציעה מספר יתרונות על פני שיטות מסורתיות:

- בייס מאפשר לשלב ידע קודם, לכמת אי ודאות ולקבל תחזיות מלאות - יתרון על פני ניתוח תכופ נקודתי.

9.5 כיווני מחקר: מחקרים עתידיים יכולים לבנות על ממצאים אלו ולחקור כיוונים נוספים:

- מידול היררכי: לבחון כיצד רמות אסרטיביות אופטימליות משתנות בין יחידים, תרבויות והקשרים ארגוניים.
- מידול דינמי: לחקור כיצד הקשר אסרטיביות-מנהיגות משתנה לאורך זמן או בשלבי מנהיגות שונים.
- אסרטיביות רב-ממדית: לפרק את האסרטיביות לרכיבים התנהגותיים שונים ולמדל את הקשרים האינדיבידואליים שלהם עם תפיסות מנהיגות.

10. רשימת מקורות

Ames, D. R., & Flynn, F. J. (2007). What Breaks a Leader: The Curvilinear Relation Between Assertiveness and Leadership. *Journal of Personality and Social Psychology*,

11. נספחים

11.1 קוד פייתון מלא: הקוד המלא ששימש לטעינת הנתונים, בניית המודל הבייסאני, ביצוע הדגימה, ניתוח התוצאות והפקת הגרפים, זמין בקובץ המצורף "DBD_Final_Project.ipynb"

11.2 Data – הנקודות שהוצאו מ-Webplotdigitizer ל-2 התהליכים, מצגת, סרטון מצגת וסרטון מ-NotebookLM אשר מסביר גם כן את הפרויקט.

11.3 גרפים

גרפים מהמאמר:

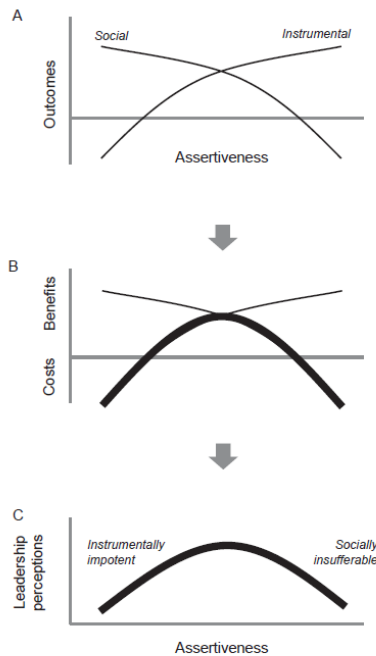


Figure 1. Underlying social and instrumental effects aggregate to a curvilinear relation between assertiveness and leadership. A: Assertiveness is positively linked to instrumental outcomes and negatively linked to social outcomes. B: Perceivers weigh costs more heavily than benefits; below a certain point, perceivers attend more to instrumental costs than to social benefits; above a certain point, perceivers attend more to social costs than to instrumental benefits. C: These main effects aggregate to a curvilinear effect for overall perceptions of leadership.

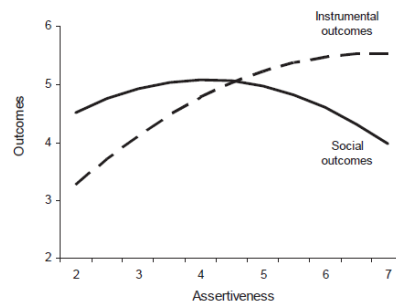


Figure 4. Fitted curvilinear relations between perceptions of assertiveness and social and instrumental outcomes from Study 3 are shown.

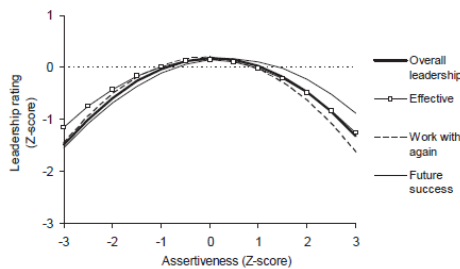
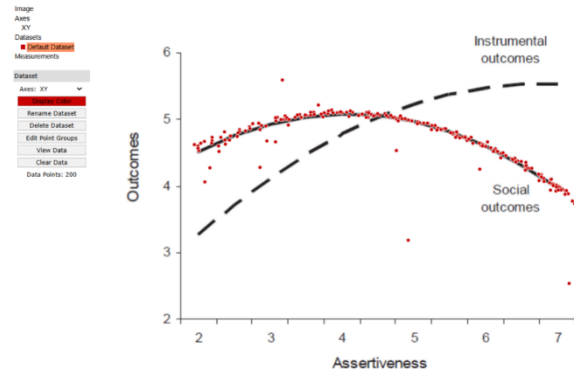
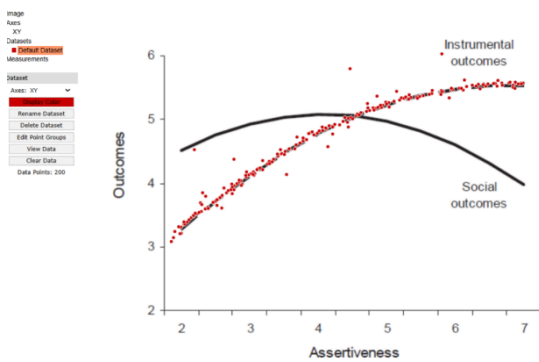


Figure 3. Fitted curvilinear relations between perceptions of assertiveness and leadership from Study 3 are shown.

Data Based Decisions

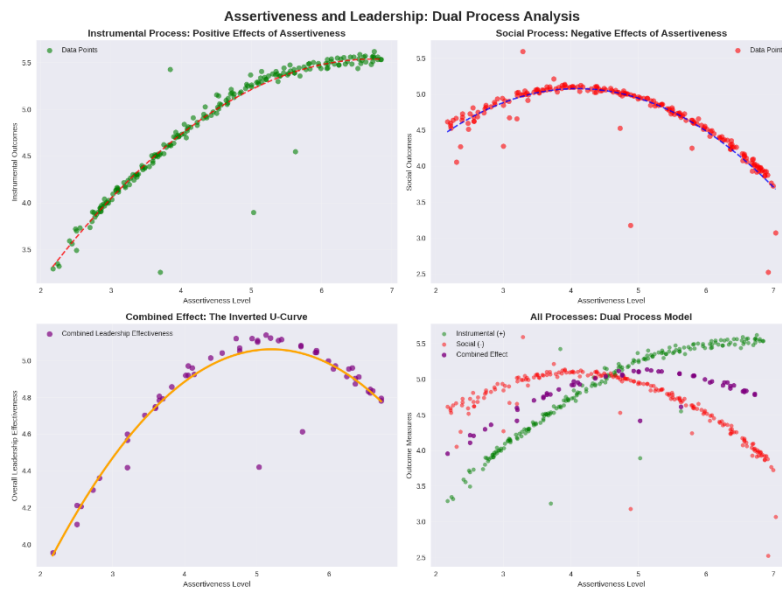
גרפים המראים את הוצאת הנתונים מ-WebPlotDigitizer:



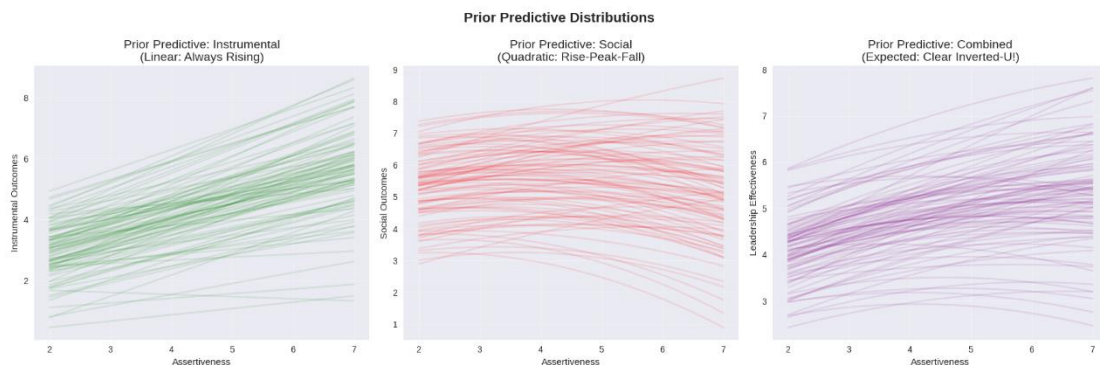
גרפים ממחברת הקוד:

גרף 1: גרף מניסוי 3 המופיע במאמר, וממנו דגמנו 200 נקודות 'רנדומליות' (עם הוספה של רעש בכדי לדמות את המצב האמיתי) בעזרת האתר WebPlotDigitizer.

ניתן לראות כאן את 2 התהליכים, השילוב שלהם, ואת כולם יחד.



גרף 2: הגרף מציג את התחזיות הראשוניות (prior predictive) של המודל הבייסיאני עבור שלושת הרכיבים: בצד שמאל – התהליך האינסטרומנטלי מראה מגמה ליניארית עולה, באמצע – התהליך החברתי מציג מבנה פרבולי של עלייה ואחריה ירידה, ובצד ימין – השילוב ביניהם יוצר את צורת ה-ההפוכה המצופה עבור אפקטיביות מנהיגות.

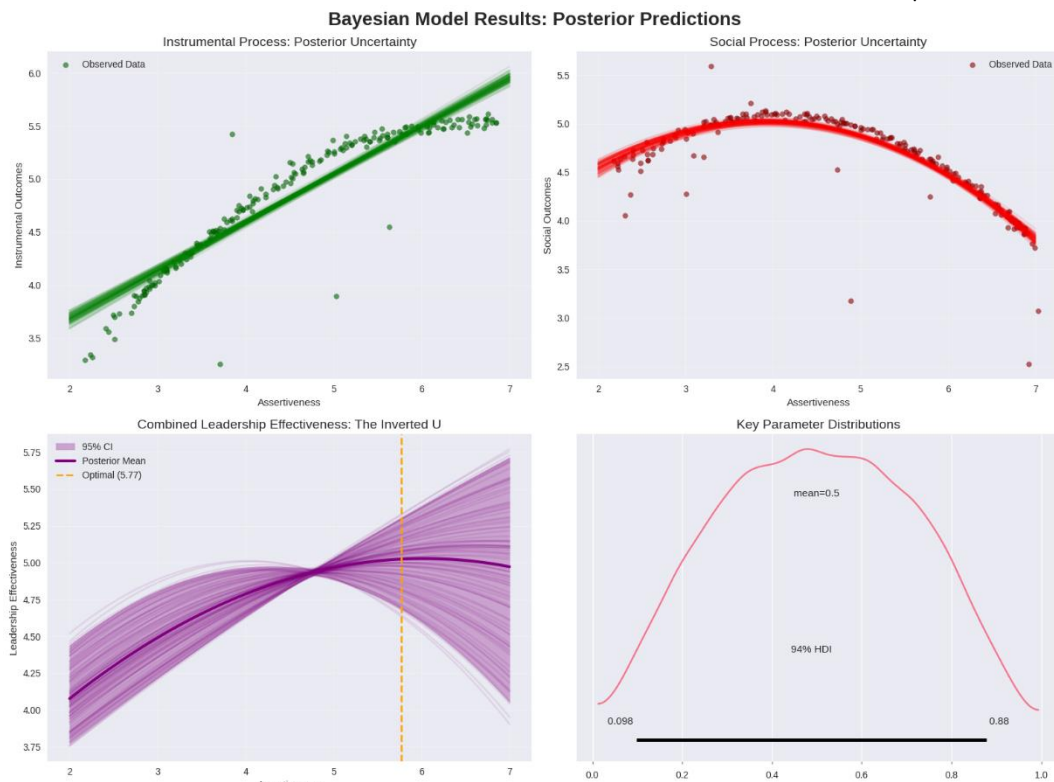


הערה חשובה: הגרף מבוסס על התפלגויות prior בלבד, כלומר לפני שהוזנו הנתונים האמיתיים. לכן, זה נראה פחות מדויק - אך זה טבעי לחלוטין בשלב הזה. המטרה כאן היא רק לבדוק שהאמונות המוקדמות שלנו סבירות, לא לדיוק.

Data Based Decisions

גרף 3: הגרף הזה מציג את התוצאות הסופיות של המודל הבייסיאני לאחר עדכון הנתונים האמיתיים (Posterior Predictions), ומדגים בצורה חזותית את הצלחת המודל: **למעלה משמאל:** התהליך האינסטרומנטלי – קו התחזית הירוק מתאים היטב לנקודות הנתונים (הנקודות), עם אי ודאות צרה יחסית סביבו. **למעלה מימין:** התהליך החברתי – נראה קו פרבולי (אדום) שמתאר את הירידה לאחר שיא, בהתאם לתיאוריה. **למטה משמאל:** שילוב שני התהליכים מייצר את צורת ה-U-ההפוכה, כאשר הקו הסגול העבה מראה את הממוצע, והאזור הבהיר סביבו את טווח האי-ודאות (CI 95%). הקו הכתום מסמן את רמת האסרטיביות האופטימלית (5.77). **למטה מימין:** התפלגות הפוסטריור של המשקל שניתן לתהליך האינסטרומנטלי (w_1), שמרכזו סביב 0.5 – כלומר שני התהליכים תרמו במידה דומה להסבר המודל.

המסקנה: המודל הצליח ללכוד את המורכבות של התופעה – גם התועלת ההתחלתית של אסרטיביות וגם הפגיעה החברתית שבקצה הגבוה שלה.



גרף 4: הגרף הזה מציג את בדיקות החיזוי האחוריות (Posterior Predictive Checks) לשני התהליכים: אינסטרומנטלי (משמאל) וחברתי (מימין). בכל אחד מהגרפים, מוצגים הנתונים האמיתיים (בצבע אחיד – ירוק או אדום) מול תחזיות שחושבו על סמך המודל הבייסיאני (שקופות – באדום/כחול). ישנה חפיפה מספקת בין ההתפלגויות והיא מצביעה על כך שהמודל מצליח לשחזר את הנתונים המקוריים בצורה טובה יחסית. כלומר, הוא לא רק מתאים לנתונים שנצפו, אלא גם חוזה אותם היטב.

מסקנה: המודל הבייסיאני שלנו מדגים התאמה סבירה ומייצר תחזיות אמינות.

