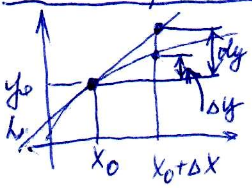
(36) Определение дифференциала ф-ии. Геометр. смысл дифференциала. Замечание об инвариантности формы 1-го дифференциала.

Опр. (Дифф-л 1го пор.) Пусть ф-ия $f(x)$ опред. и дифф-а на (a,b), тогда дифференциалом 1го порядка ф-ии $f(x)$ наз-ся $df(x) = f'(x)h$, где h — независимая от x переменная. Если $f(x) = x$, то $f'(x) = 1 \Rightarrow dx = 1 \cdot h = h$ поэтому принято записывать 1 дифференциал так $d f'(x) = f'(x)\,dx$. $\left(f'(x) = \frac{df(x)}{dx}\right)$

Геометрический смысл.



$f'(x_0) \neq 0 \quad dx = \Delta x$

$df(x_0) = f'(x_0)\,dx$

$y_0 = f(x_0) = f'(x_0)\Delta x = df(x_0)$

$\Delta f(x_0) = f'(x_0 + \Delta x\,\theta)\Delta x$

приращение ординаты касательной

Дифференциал — приращение ф-ии при приращении аргумента на dx.

Дифференциал ф-ии равен приращению ординаты касательной к графику ф-ии в соответствующей точке, когда аргумент получает приращение Δx.

Если $x \to x_0$ $\quad \Delta f(x_0) \sim df(x_0)$ Дифференциал — это линейная ф-ия, графиком которой является касательная.

Инвариантность формулы 1го диф-а. (т.е форма универсальна, она справедлива как для незав-х пер-х так и если x ф-ия.) Производная этим св-ом не обладает.

$y = f(x) \quad x = \varphi(t) \quad x_0 = \varphi(t_0)$

1) $df(x) = f'(x_0)\,dx(t_0)\ [x = \varphi(t)] \Rightarrow$

$\Rightarrow df(x) = f'\,d\varphi(t) = f'_x \cdot \varphi'_t\,dt.$

2). $d f(\varphi(t)) = f(\varphi(t))'\,dt = f'_x\,\varphi'_t\,dt.$

Зам. Нет инвариантности форма для n-го дифф-а.