(71) Теорема об ограниченности интегрируемых по Риману ф-ий.

<u>теор.</u> Пусть $f(x) \in R_{[a;b]}$ (интегрируема по Риману) $\Rightarrow \exists M>0 \ \forall x \in [a;b] \ \ |f(x)| < M$ т.е

$f(x)$ ограничена на $[a;b]$

<u>Д-во:</u> $f(x) \in R_{[a;b]} \Rightarrow \exists \ I = \int_a^b f(x)dx$

Возьмем $\varepsilon = 1$, тогда $\exists \delta > 0$ $\forall$разбиения T отрезка $[a,b]$ ранга

$\lambda_T < \delta$ $\underbrace{\forall \text{ выбора точек } (\xi_1 \ldots \xi_n)}_{\text{иначе } \forall \xi}$ $\left|\sum_{k=1}^{n} f(\xi_k)\Delta x_n - I\right| < 1$

$\left|\sum_{k=1}^{n} f(\xi_k)\Delta x_k\right| \leq |I| + 1$

Пусть $\xi_1 = x \in [x_0; x_1]$ тогда $|f(x)\Delta x_1| = \left|\sum_{k=1}^{n} f(\xi_k)\Delta x_k - \right.$

$\left. - \sum_{k=2}^{n} f(\xi_k)\Delta x_k\right| \leq |I| + 1 + \left|\sum_{k=2}^{n} f(\xi_k)\Delta x_k\right|$

$\xi_1, \ldots \xi_n$ зафиксированы.

Тогда $\forall x \in [x_0; x_1]$ $|f(x)| \leq M_1 = \dfrac{|I| + 1 + \left|\sum_{k=2}^{n} f(\xi_k)\Delta x_n\right|}{\Delta x_1}$

Аналогично $\exists M_2 \ldots M_n$ $\forall x \in [x_0, \ldots x_n]$ $|f(x)| \leq M_n$

Возьмем $M = \max\{M_1, \ldots, M_n\}$

$\forall x \in [a,b]$ $|f(x)| \leq M$.