(31) Гиперболические ф-ии. Определение, свойства. Производ-е гиперболич-х ф-ий. Таблица произв-х основных эл. ф-ий.

Опр. $x \in \mathbb{R}$ 1) гиперболический синус $sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ (нечетная ф-ия)

2) гиперболический косинус $ch(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ (четная ф-ия)

3) гиперболический тангенс $th(x) = \frac{sh(x)}{ch(x)}$

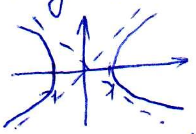
4) гиперб-й котангенс $cth(x) = \frac{ch(x)}{sh(x)}$

$x^2+y^2=1 \Rightarrow \underbrace{x=\cos x \quad y=\sin x}_{\text{круговые ф-ии}} \Rightarrow \cos^2x+\sin^2x=1$

$ch^2x - sh^2x = \left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2 = \frac{e^{2x}+2e^xe^{-x}+e^{-2x}-e^{2x}+2e^xe^{-x}-e^{-2x}}{4} =$

$x^2-y^2=1$ — гипербола $\begin{cases} x = chx \\ y = shx \end{cases}$

$= \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow ch^2x - sh^2x = 1$



свойства: 1) $ch^2x - sh^2x = 1$ — гипербола, пересеч. с Ox в т. -1 и 1.

2) $ch(x+y) = ch(x)\,ch(y) + sh(x)\,sh(y)$

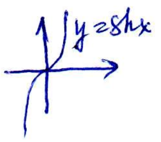
3) $sh(x+y) = sh(x)\,ch(y) + sh(y)\,ch(x)$

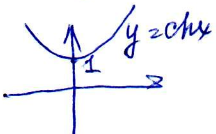
4) $ch^2(x) + sh^2(x) = ch(2x)$

5) $sh(2x) = 2sh(x)\,ch(x)$

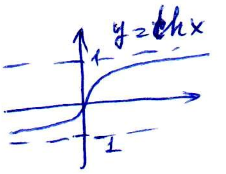
6) т.к $ch^2(x) - sh^2(x) = 1$ и $ch^2(x) + sh^2(x) = ch(2x) \Rightarrow ch(2x)+1 = 2ch^2(x)$

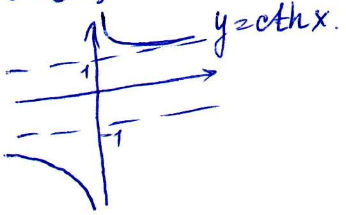
$ch(2x) - 1 = 2sh^2(x)$.





похоже, но не парабола.





Производные гиперболич. ф-ий:

1) $(shx)' = chx$ 2) $(chx)' = sh(x)$ 3) $(thx)' = \frac{1}{ch^2x}$ 4) $(cthx)' = \frac{-1}{sh^2x}$.

Д-во: 1) $(shx)' = \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)' = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) = chx$ 3) $(thx)' = sh'x \cdot chx - shx \cdot ch'x = \frac{ch^2x - sh^2x}{ch^2x} = \frac{1}{ch^2x}$

2) $(chx)' = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)' = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) = shx$ 4) ан-но.

Таблица произв-х:

$c' = 0$

$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$

$(a^x)' = a^x \ln a$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$

$(arcctgx)' = \frac{-1}{1+x^2}$

$(shx)' = chx$

$(chx)' = shx$

$(thx)' = \frac{1}{ch^2x}$

$(cthx)' = \frac{-1}{sh^2x}$.