

53) Схема построения графика ф-ии по характеристич-ным точкам. Пример.

Зам. краткая схема исследования ф-ии и построения ее графика

Дана ф-ия $f(x)$

- 1) Область определения ф-ии $f(x)$
- 2) Исследование четности или нечетности. Исследование периодичности.
- 3) Производные $f'(x)$ и $f''(x)$

хар-ые точки ф-ии $f(x)$ - корни промежуток

от отр. ф-ии $f(x)$ $f'(x)$ $f''(x)$

$$f'(x)=0, f''(x)=0, f'(x) \rightarrow \infty, f''(x) \rightarrow \infty$$

| x | x ₁ | | x ₂ | |
|-----|----------------|---|----------------|---|
| y' | 0 | + | 0 | + |
| y'' | | - | 0 | + |

↗
перес.
↘

4) Отслеживание асимптот графика ф-ии.

5) Собираем в таблицу.

Пример

$$y = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2} \quad y' = \frac{x-2}{x^{\frac{1}{3}}(x-3)^{\frac{2}{3}}} \quad y' = -\frac{2}{x^{\frac{4}{3}}(x-3)^{\frac{2}{3}}}$$

1) $x \in \mathbb{R}$

2) $y(x)$ ни четн, ни нечетн, ни период.

$$3) \ln|y| = \frac{2}{3} \ln|x| + \frac{1}{3} \ln|x-3|$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{2}{3x} + \frac{1}{3(x-3)} = \frac{2x-6+x}{3x(x-3)} = \frac{x-2}{x(x-3)} \Rightarrow y' = \frac{x-2}{x^{\frac{1}{3}}(x-3)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\ln|y'| = \ln|x-2| - \frac{1}{3} \ln|x| - \frac{2}{3} \ln|x-3| \Rightarrow y'' = \frac{x-2}{x^{\frac{1}{3}}(x-3)^{\frac{2}{3}}} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{3x} - \frac{2}{3(x-3)} \right) =$$

$$= -\frac{6}{3x^{\frac{4}{3}}(x-3)^{\frac{5}{3}}}$$

$$4) \text{ Асимпт. верт. мет.: } k = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-3)^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}} = 1 \Rightarrow k=1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (y(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{\frac{2}{3}}(x-3)^{\frac{1}{3}} - x) = \left[x = \frac{1}{t} \right] = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(1-3t)^{\frac{2}{3}} - 1}{t} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3}(-3t) - 1}{t} = -1 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow \text{Накл. ас-а } y = -1 \text{ при } x \rightarrow +\infty$$

5. таблица

| x | | $-\infty$ | | 0 | | 2 | | 3 | | $+\infty$ |
|-----|--|-----------|---|----------|---|------------|---|------------|---|-----------|
| y' | | | + | ∞ | - | 0 | + | ∞ | + | |
| y'' | | | + | ∞ | + | | + | ∞ | - | |
| y | | | ↗ | 0 max | ↘ | -84 min | ↗ | 0 перес | ↗ | |

