(38) Дифференциалы высших порядков. Свойства дифф-ов. Вопрос инвариантности формы таких дифф-ов.

Опр. $d^n f(x) = d(d^{n-1} f(x)) = d(f^{(n-1)}(x) \cdot dx^{n-1}) = f^{(n)}(x) dx^n$

$n=1 \quad df(x) = f'(x)dx$

$n=2 \quad d^2 f(x) = d(f'(x)dx) = f''(x) \cdot dx^2$

$n. \quad d^n f(x) = f^{(n)}(x) dx^n$

$$f^{(n)}(x) = \frac{d^n f(x)}{dx^n}$$

Дифференциал есть ф-ция зависящая от двух аргументов x и dx.

Зам. При $n \geq 2$ нет инвариантности формы n-го дифф-а.

$n=2 \quad d^2 f(x) = d'' dx^2 \; [x = \varphi(t)] = f''_{xx} (d\varphi(t)) = f''_{xx} \varphi'' dt^2$

$$d^2 f(x) = d^2 f(\varphi(t)) = d(f_x^x \cdot \varphi_t' \cdot dt) = (f_x' \cdot \varphi_t')_t' dt^2 = \Big((f''_{xx} \varphi_t') + \underbrace{f_x' \cdot \varphi''_{tt}}_{\text{лишнее слагаемое}} \Big) dt^2$$

В отличие от первого порядка дифференциала второго и высшего порядка меняются формы.

свойства дифф-ов!

1) $dc = 0$, $c = const$.
2) $d(u+v) = du + dv$, $d(u+c) = du$ $(c = const)$
3) $d(uv) = udv + vdu$, $d(cu) = cdu$ $(c = const)$
4) $d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{vdu - udv}{v^2}$
5) Инвариантность, т.е независимость вида дифф-а от выбора независимой переменной.

Дифф-л ф-ции равен произведению производной на дифф-л аргумента независимого от того является ли этот аргумент независимой переменной или функцией другой независимой переменной.