③ Аксиоматика веществ. чисел

$\mathbb{R}$ мн-во веществ. чисел, $x \in \mathbb{R}$, $x = b, a_1, a_2, \dots a_n \dots$ – бесконечная десятичная дробь.

В множестве $\mathbb{R}$ вводятся операции сложения, умножения и отношение порядка, которые утв-т следующ. аксиомы:

I. Бинарная операция

1) $a + b = b + a$
2) $(a+b)+c = a+(b+c)$
3) $\exists 0 \in \mathbb{R} \ \forall a \in \mathbb{R} \mid a + 0 = a$
4) $\forall a \in \mathbb{R} \ \exists -a = (-1) \cdot a \mid a + (-a) = 0$
5) $ab = ba$
6) $(ab)c = a(bc)$
7) $\exists 1 \in \mathbb{R} \ \forall a \in \mathbb{R} \mid 1 \cdot a = a$
8) $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \ \exists a^{-1} \in \mathbb{R} \mid a \cdot a^{-1} = 1$
9) $(a+b)c = ac + bc$

II Аксиомы порядка

1) $\forall a, b \in \mathbb{R}$ либо $a = b$, либо $a > b$, либо $a < b$
2) Транзитивность: если $a < b$, $b < c$, то $a < c$
3) если $a < b$, то $\exists c \in \mathbb{R}$ $a < c < b$
4) если $a < b$, то $\forall c > 0$ $ac < bc$
5) если $a < b$, то $\forall c \in \mathbb{R}$ $a + c < b + c$

III Архимедово св-во: $\forall c \in \mathbb{R} \ \exists n \in \mathbb{N}$, $n > c$