69 Метод неопределенных коэфф-в для интегралов вида $\int \frac{P_n(x)dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$. Пример.

$$\int \frac{P_n(x)dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = Q_{n-1}(x)\sqrt{ax^2+bx+c} + \lambda \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$$

$Q_{n-1}(x) = A_0 x^{n-1} + \ldots + A_{n-1}$, λ Дифференцируем.

$P_n(x)$ – многочлен степени n.

$a \neq 0$

$$\frac{P_n}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = \frac{Q'_{n-1}(x)(ax^2+bx+c)}{\sqrt{ax^2+bx+c}} + \frac{Q_{n-1}(x)(ax+\frac{b}{2})}{\sqrt{ax^2+bx+c}} + \frac{\lambda}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$$

Пример: $\int \frac{x^2dx}{\sqrt{x^2+1}} = (Ax+B)\sqrt{x^2+1} + \lambda\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$ (=)

$B=0$

Дифференцир. $\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{A(x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{A(x^2)}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{\lambda}{\sqrt{x^2+1}}$ $\Leftarrow Ax\cdot x$

$$2Ax^2 + A + \lambda = x^2$$

x^2 | $2A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

| $A + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}$

(=) $= \frac{x}{2}\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}\ln\left|x+\sqrt{x^2+1}\right| + C.$