1.2.1 反対 ∞ 圏

通常の圏 $\mathcal{C}$ に対して, 反対圏 $\mathcal{C}^{\mathrm{op}}$ が定義される. この定義は位相的圏や単体的圏に対しても一般化できる. ∞ 圏の枠組みに一般化するためには, いくつか準備が必要である. より一般に, 単体的集合に対して, 反対単体的集合を定義する.

単体的集合 S に対して, 単体的集合 S^{op} を次のように定義し, S の反対 (opposite) という.

- 任意の $n \geq 0$ に対して, $S_n^{\mathrm{op}} := S_n$
- 任意の $n \geq 0$ と $0 \leq i \leq n$ に対して,

$$d_i : S_n^{\mathrm{op}} \to S_{n-1}^{\mathrm{op}} := d_{n-i} : S_n \to S_{n-1}$$
$$s_i : S_n^{\mathrm{op}} \to S_{n+1}^{\mathrm{op}} := s_{n-i} : S_n \to S_{n+1}$$

S を単体的集合とする. このとき, S が ∞ 圏であることと, S^{op} が ∞ 圏であることは同値である. 任意の $0 < i < n$ に対して, S が包含 $\Lambda_i^n \hookrightarrow \Delta^n$ に対して RLP を持つことと, S^{op} が包含 $\Lambda_{n-i}^n \hookrightarrow \Delta^n$ に対して RLP を持つことは同値である.

本稿で登場するほとんど全ての概念は双対的であり, 高次圏の枠組みにおいても双対命題が成立する.